

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

JSFS

Rétrospective. Étude des moyennes

Journal de la société statistique de Paris, tome 130, n° 3 (1989), p. 187-190

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1989__130_3_187_0

© Société de statistique de Paris, 1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RÉTROSPECTIVE

ÉTUDE DES MOYENNES

Émile CHEYSSON

Ancien président de la Société de statistique de Paris

On a reproduit ici des extraits du rapport fait par E. CHEYSSON, au nom de la Commission des prix sur les résultats du concours de 1885 dont le sujet était l'Étude des moyennes. Ce rapport a été publié dans le Journal de la Société de statistique de Paris ¹.

La moyenne est d'un emploi incessant en statistique. Quand elle est employée avec tact et sûreté, elle rend de signalés services et peut éclairer d'une vive lumière les questions où elle intervient. Il importe donc de délimiter avec précision son domaine légitime et de le défendre contre des abus dont elle est généralement plutôt victime que complice.

Un procédé photographique, récemment imaginé, montre bien la nature de la moyenne et le mécanisme de sa formation.

Supposons qu'on soit en face de 100 individus appartenant à une même race et dont il s'agisse de spécifier les caractères. Supposons encore que, pour photographier chacun de ces individus dans les conditions normales, il faille 100 secondes de pose. Si l'on ne fait poser chacun d'eux que 1 seconde devant la même plaque sensible avec un repérage absolument exact, on comprend bien que les traits fugitifs, accidentels, n'ayant eu qu'un temps de pose insuffisant, vont s'évanouir ou ne laisser que des traces plus ou moins accentuées, suivant leur fréquence. Au contraire, les traits typiques, ceux qui définissent la race, se retrouvant dans tous les individus, vont avoir leur temps voulu de pose, et, dès lors, apparaître au bain révélateur avec une netteté parfaite. On aura ainsi obtenu le type dans ses caractères essentiels, dans sa moyenne absolue, avec ses pénombres graduées de caractères plus ou moins secondaires.

Qu'au lieu d'individus, on mette devant l'objectif un certain nombre de grandeurs de même famille, et qu'on les traite par le même procédé. Il révélera de même la moyenne qui correspondra à l'image de la plus grande intensité, et la décroissance des teintes du cliché reproduira, sous une autre forme, l'allure de la courbe binominale qui en donnerait l'expression graphique.

En se livrant à des recherches de ce genre sur la stature de 930 enfants adultes, issus de 200 couples humains dont la filiation était parfaitement établie, M. Francis Galton, de la Société royale de Londres, en a déduit une « loi d'hérédité », qu'il vient de formuler dans son discours inaugural, comme président de la section d'anthropologie, au congrès de l'Association britannique pour l'avancement des sciences.

1. JSSP, vol. 27, 1886, n° 1, 43 52.

Cette loi consiste dans une sorte de régression fatale, irrésistible, du type individuel vers le type moyen de la race, et rentre dès lors si directement dans notre sujet qu'il me sera sans doute permis, à cause des conséquences importantes qui en découlent, de la résumer en quelques mots.

Si l'on appelle « déviat » l'écart entre la taille d'un individu ou d'un couple et la taille moyenne de la race, et « stature mi-parentale » la moyenne de la taille du couple, la loi de régression ou d'hérédité peut, d'après M. Galton, recevoir la formule suivante :

« *Le déviat de la stature chez le produit est égal, en moyenne, aux deux tiers du déviat de la stature mi-parentale.* »

Ainsi que je l'ai montré dans une communication au journal *le Temps*, cette loi peut s'exprimer sous une forme équivalente, mais peut-être plus saisissable :

« *La stature du produit est égale, en moyenne, au tiers de la somme de la taille du père, de la taille de la mère et de la taille moyenne de la race* »¹.

Sous cette forme, la loi met plus clairement en évidence l'influence de la race, qui, tendant à reproduire sans cesse le type moyen, imprime à un peuple son cachet particulier en dépit des déviats plus ou moins exceptionnels. Sous les accidents de surface qui s'entrecroisent en sens divers et se neutralisent, il existe une cause profonde, permanente, qui agit toujours et dans le même sens, pour réprimer les écarts individuels et maintenir le génie de la race.

Il est donc rigoureusement vrai de dire que l'enfant est le produit, non pas seulement de ses parents, mais encore d'un troisième facteur aussi important que chacun des deux premiers, la race, qui représente la longue et confuse série de ses ascendants.

Cette série est considérable, plus qu'on ne se l'imaginerait au premier abord. Chaque enfant a 2 parents, 4 aïeux, 8 bisaïeux, 16 trisaïeux et ainsi de suite d'après une progression géométrique, dont la raison est de 2. En admettant 3 générations par siècle et des mariages non consanguins, chacun de nous aurait dans ses veines le sang d'au moins 20 millions de contemporains de l'an 1000. C'est plus, sans doute, que la population d'alors. Ainsi, à la condition de remonter assez haut suivant l'étendue de la circonscription, tous les habitants d'une localité, d'une province, d'un pays, ont nécessairement des ancêtres communs, sont pétris du même limon, portent la même empreinte, et sont sans cesse ramenés au type moyen par cette longue et lourde chaîne, dont ils ne sont que les derniers anneaux.

Nous sommes à la fois les fils de nos parents et de notre race. Ce n'est pas seulement le sentiment, c'est encore la physiologie et l'hérédité qui font pour nous de la patrie une seconde mère.

On voit, par exemple, à quelle hauteur peut s'élever l'emploi légitime de la moyenne. Mais, comme la langue, elle est ce qu'il y a de meilleur et de pire. Instrument commode et sûr pour ceux qui savent la manier et la respecter, elle peut devenir une arme dangereuse et perfide entre des mains inhabiles ou peu scrupuleuses. On l'a employée au service des thèses les plus hasardées; on l'a compromise dans maintes aventures, qui ont rejailli sur la science elle-même, et l'on pourrait dire d'elle ce que Brutus, expirant, disait de la liberté : « O moyenne, que d'erreurs on a commises en ton nom ! »

Dans son spirituel discours sur la *Statistique et ses ennemis*, notre cher Président, M. de Foville, a déjà cité quelques-unes des plaisanteries faites sur l'abus des moyennes, mais il n'a pas épuisé le sujet qui est inépuisable. Qu'il me soit permis de rappeler en courant la mésaventure du chapelier qui, égaré par la statistique, commande tous ses chapeaux sur la moyenne du tour de tête de ses clients, et s'étonne de n'en pouvoir coiffer aucun; la légende de l'ingénieur qui détermine laborieusement la hauteur de

1. Soient T , T' , M et t les tailles du père, de la mère, de la race en moyenne et du produit : la loi de Galton se traduit par l'expression : $t - M = \frac{2}{3} \left(\frac{T + T'}{2} - M \right)$

d'où l'on déduit : $t = \frac{1}{3} (T + T' + M)$

(Voir *le Temps*, 23 octobre 1885.)

son pont par la moyenne de la hauteur des mâts des navires appelés à passer sous l'ouvrage, et l'optimisme impassible de certaines statistiques officielles, qui combinent résolument les salaires d'un ouvrier citadin de choix avec ceux d'un pauvre berger des Alpes; le repas à la Maison d'Or et le morceau de pain grignoté dans un grenier; la taille des nains et celle des géants; le tour de poitrine des gens bien faits et des bossus...

Qui ne voit que de telles moyennes sont menteuses? Elles sont faites avec des éléments hétérogènes et compensent les déficits avec les excédents, en dissimulant à la fois les uns et les autres. Elles comblent les thalwegs avec les faites et produisent un nivellement fictif qui masque les accidents les plus prononcés. Elles donnent ainsi un faux air de correction aux anomalies les plus choquantes. C'est de la statistique de pharisiens.

Aussi, faut-il s'imposer la loi de ne manipuler, pour en tirer la moyenne, que des éléments homogènes. Par exemple, on ne comparera la criminalité de deux pays d'après leurs statistiques judiciaires, que si les délits et les crimes y sont définis de la même façon par la loi pénale, réprimés et poursuivis par la justice avec la même sévérité; on ne comparera encore les coefficients d'exploitation de deux compagnies de chemin de fer, que si elles ont même organisation, mêmes salaires et mêmes tarifs; la mortalité de deux localités, que si la composition de leur population est semblable au point de vue de la répartition des âges, etc.

Quand les données ne sont pas homogènes, il faut recourir à autant de moyennes qu'elles comportent de familles distinctes. On mettra donc ensemble les nains d'un côté, les géants de l'autre; on fera un premier groupe pour les habitants des champs, et un second pour les citadins; en un mot, on composera des séries typiques, en s'aidant des courbes dont on a vu plus haut les services et l'emploi.

Ce n'est pas seulement par la confusion d'éléments dissemblables que l'on abuse des moyennes; c'est encore, et cet abus est le plus fréquent peut-être, en y faisant intervenir tous les éléments au même titre, alors que leurs « poids » diffèrent. A chaque instant, dans les journaux, dans les discussions les plus sérieuses, dans les livres les mieux faits, cette erreur est commise avec intrépidité; il ne faut donc pas se lasser de la dénoncer et de la combattre, quoique sans espérance de la déraciner.

Veut-on, par exemple, se rendre compte du taux moyen des salaires dans une contrée : on jette d'ordinaire pêle-mêle, comme sous une meule, des chiffres de toute provenance; on les additionne en bloc, et l'on divise la somme ainsi obtenue par le nombre des données mises en œuvre. Le quotient n'est qu'une pure illusion, si certains salaires sont rares, pendant que d'autres sont fréquents.

Je citais à la dernière séance un autre exemple de la même erreur à propos de la statistique des prix des choses recueillies par l'*Economist* de Londres. Je disais qu'on s'était borné à prendre la moyenne d'une vingtaine de marchandises, sans faire intervenir l'importance respective de leur consommation, et j'ajoutais qu'en recourant à des groupements bien choisis, on pourrait ainsi faire apparaître telle conclusion qu'on ne serait assignée d'avance.

Il en est de même pour la comparaison de la moyenne des tarifs dans deux pays qui n'ont pas les mêmes courants de transports. Ici, les voyageurs de 1^{re} classe sont proportionnellement plus nombreux, ce qui relève la moyenne générale par tête et par kilomètre. Là, au contraire, l'on transporte plus de matières lourdes et de faible valeur, telles que la houille, les minerais... Le tarif général en sera abaissé.

Un dernier exemple : les valeurs des exportations françaises se sont réduites depuis quelques années; mais, d'après un intéressant calcul de M. de Foville, elles atteindraient le chiffre le plus élevé, celui de 1875, si on estimait les exportations de 1883 aux prix de 1873. La baisse porte donc sur les prix et non sur les quantités.

Une autre erreur assez fréquente est celle qui substitue la moyenne arithmétique à la moyenne logarithmique, et qui calculerait, par exemple, le taux d'accroissement d'une population en divisant

l'augmentation absolue par la durée de la période correspondante. On néglige ainsi la force virtuelle d'accroissement contenue dans chacune des additions successives qui surviennent du premier au dernier jour.

Personne ne s'y tromperait en matière d'intérêt produit par un capital. Tout le monde sait en effet que si, au taux de 5 p. 100, une somme met 20 ans à doubler avec l'intérêt simple, elle n'en met plus que 14 avec l'intérêt composé.

La moyenne est non seulement d'un emploi incessant en statistique, mais encore, et souvent à notre insu, elle exerce une influence considérable sur nos déterminations de tous les instants.

Chaque fois que nous avons à prendre un parti, nous cherchons à supputer les conséquences de notre décision, et c'est la moyenne qui répond à l'appel de notre prévoyance. Nous avons reconnu ou cru reconnaître que, dans des cas déterminés, les choses en moyenne se passaient de telle ou telle façon, et c'est cette moyenne qui sert de régulateur à nos actes pour les provoquer, les empêcher ou les guider. C'est la moyenne qui règle notre vie, notre loyer, nos plaisirs, nos toilettes, en un mot, notre budget. On répugne à se singulariser; on fait comme tout le monde, c'est-à-dire qu'on se conforme à son entourage, et qu'on subit l'entraînement de la moyenne, qui se confond avec celui des mœurs.

Nous sommes tellement accoutumés à voir le soleil se lever chaque jour, que nous ne mettons pas en doute qu'il ne se lève demain. Quand la moyenne est constante et régulière, elle se présente sous l'aspect d'une loi, et finit par revêtir une sorte de certitude, qui sert de point d'appui à nos décisions. Les phénomènes démographiques, les faits sociaux eux-mêmes, subissent l'empire de la moyenne, de sorte qu'on a pu les rendre justiciables du calcul et assigner les lois au hasard.

Le monde physique est soumis à cette même influence. Les astres se balancent dans l'espace autour de leur position moyenne avec un rythme harmonieux, comme vibre la corde sollicitée par l'archet, comme ondule et frissonne la vague au souffle du vent. Sur les continents, les intempéries écrètent les cimes, dont les fleuves emportent les débris pour combler les abîmes de la mer. L'univers aspire ainsi à la moyenne, qui n'est qu'une autre expression de l'équilibre.

De même, les populations, d'abord réfugiées sur les hauteurs, sont progressivement descendues dans les plaines avec l'industrie, les arts et la civilisation. « Dans l'évolution sourde, comme dans l'évolution économique, la montagne s'est dénudée, s'est appauvrie au profit de la vallée ¹. »

Cette loi est aussi celle du monde économique, grâce à l'ouverture des marchés, à la concurrence internationale et aux progrès des transports. C'est ce qu'a éloquemment exprimé l'honorable président, qui vient de quitter le fauteuil.

« L'humanité, disait naguère M. Léon Say, tend à la moyenne. Le jour viendra où il n'y aura plus de peuples en retard. Tous échangeront leurs capitaux et leurs produits... Il n'y a plus de famine ici, d'abondance là-bas, pas plus pour le blé que pour l'argent. L'humanité en sera-t-elle plus heureuse? je n'en sais rien, mais je sais qu'elle sera plus capable de l'être ². »

1. M. Mougeolle, *Les Problèmes de l'histoire*, p. 100 (1886).

2. Toast au banquet de la *Scientia*. (*La Nature*, 25 avril 1985, p. 334.)