JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

G. MAAREK
J.-P. DEBETZ

Recherche de décalages entre séries chronologiques

Journal de la société statistique de Paris, tome 120, nº 3 (1979), p. 178-187
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1979__120_3_178_0>

RECHERCHE DE DÉCALAGES ENTRE SÉRIES CHRONOLOGIQUES

G. Maarek et J.-P. Debetz

Direction des analyses et des statistiques monétaires de la Banque de France

Le principe de la méthode proposée consiste dans la construction d'une série « centrale » représentative du mouvement d'ensemble de n *séries chronologiques. Les décalages sont mesurés par rapport à cette série « centrale ». A titre expérimental, la méthode a été appliquée : 1° à un ensemble de séries économiques et monétaires, 2° à un ensemble de séries de taux d'intérêt.*

The principle of the proposed method consists of the setting of a "central" series, représentative of the combined movement of n *time series. Lags are assessed from this "central series". As a test, the method was applied 1) to a set of economic and monetary series 2) to a set of interest rate series.*

Das Prinzip der vorgeschlagenen Methode besteht in der Konstruktion einer „zentralen" Serie, die reprentativ für die Bewegung einer Gesamtheit von n *Zeitserien ist. Die Abweichungen werden im Verhältnis zu der „zentralen" Serie gemessen.*
Diese Methode wurde angewandt für die folgenden Experimente:

1) Für eine Reihe von ökonomischen und monetären Serien.
2) Für eine Reihe von Zinssätzen.

Introduction

On admet couramment que l'influence d'une variable économique sur une autre variable économique se manifeste après un certain délai, ou dure pendant un certain laps de temps. L'estimation de ces décalages est réalisée le plus souvent dans le cadre d'un modèle dont la spécification est adaptée au problème traité (introduction de variables autorégressives, modèles à retards échelonnés).

Lorsque le phénomène étudié est trop mal connu et que l'on ne désire pas préciser la structure d'un modèle particulier, on se limite à l'examen des propriétés des séries chronologiques considérées comme réalisations de processus aléatoires. L'analyse co-spectrale des processus stationnaires du 2e ordre est alors la technique la mieux adaptée à l'estimation des délais entre séries.

Mais sa mise en œuvre nécessite que l'on dispose de séries suffisamment longues (100 points au moins). L'interprétation des résultats reste aussi délicate dans la mesure où est estimé un décalage (ou déphasage) pour chaque fréquence, c'est-à-dire entre chaque couple d'harmoniques de même fréquence. Enfin rien n'assure la « transitivité » de ces estimations, autrement dit rien ne garantit que le décalage entre une série (x) et une série (y) sera égal à la somme du décalage entre (x) et (z) et du décalage entre (z) et (x), (z) étant une troisième série quelconque différente de (x) et de (y).

Journal de la Société de statistique de Paris, tome 120, n° 3, 1979.

La méthode proposée ci-dessous a pour objet l'estimation simultanée des décalages entre plusieurs séries. Son principe consiste dans la construction d'une série « centrale », représentative du mouvement d'ensemble des n autres. Un filtre linéaire est choisi pour chacune des séries originelles de façon à la rapprocher autant que possible de la série « centrale ». Il va de soi que la série « centrale » et les n filtres sont déterminés simultanément.

Cette classe de modèle est suffisamment vaste pour s'adapter à l'étude de nombreux phénomènes économiques, mais aussi assez spécifique pour ne pas exiger de séries trop longues.

Au premier paragraphe de cette note est exposé le principe de la méthode et l'algorithme de calcul permettant sa mise en œuvre.

Les résultats de deux expérimentations sont présentés au second paragraphe.

L'une porte sur un ensemble de séries économiques et monétaires et tente de réaliser une mesure du délai d'action de la quantité de monnaie sur l'activité et les prix; on sait à quelle abondante littérature a donné lieu cette question soulevée par M. Friedman. Elle permet de plus de déterminer un indicateur du cycle économique, particulièrement précieux pour les conjoncturistes.

L'autre utilisation de la méthode a été réalisée sur des séries de taux d'intérêt. Elle donne quelque idée sur les délais de réaction entre les taux de diverses sortes, et simultanément fournit un moyen de construire une série unique représentative de leur évolution d'ensemble.

Il ne s'agit là bien sûr que d'illustrations qui ne prétendent pas traiter au fond les questions abordées. Des recherches ultérieures devraient conduire à une meilleure connaissance des propriétés probabilistes de la méthode et permettraient d'introduire de multiples perfectionnements techniques.

I — Exposé de la méthode

1.1. Notations

Soit $\{ x_t^i \}$ l'ensemble des séries considérées où x_t^i représente la valeur au temps t de la série i,

i variant de 1 à n

t variant de 1 à T.

Les séries décalées $\{ y_t^i \}$ sont constituées par combinaison linéaire des séries $\{ x_t^i \}$.

$$y_t^i = \sum_{u=-d_1}^{d_2} a_u^i x_{t-u}^i + b_i \qquad d_1 \geqslant 0 \quad d_2 \geqslant 0$$

L'indice t varie ici de $T_{\min} = d_2 + 1$ à $T_{\max} = T - d_1$.

1.2. Position du problème

Il s'agit de trouver :

— des coefficients $\{ a_u^i \}$;

— les cosinus directeurs d'un vecteur v de l'espace à $\tau = T_{\max} - T_{\min}$ dimensions

$$v = \{v_t\}_{t=T_{\min},\, T_{\max}}$$

tels que :

— la variance des variables $y^i \left\{ y^i = \{y_t^i\}_{t=T_{min}, T_{max}} \right\}$ expliquée par ce vecteur v soit maximum;

— les variables y^i soient centrées réduites.

Mathématiquement il s'agit de résoudre le programme $\mathcal{T}$:

MAX $\sum_{t,t'} v_t \left(\sum_i y_t^i y_{t'}^i\right) v_t$, par rapport à $\{a_u^i\}$ et $\{v_t\}$ sous les contraintes $\sum_t v_t^2 = 1$, $\sum_t (y_t^i)^2 = 1$ et $\sum_t y_t^i = 0$

soit en écriture matricielle (*) :

$$\text{MAX } (v'yy'v)$$

produit de matrices de dimensions $(1, \tau) \times (\tau \times n) \times (n \times \tau) \times (\tau \times 1)$

sous les contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l} y^i y^{i'} = 1 \\ y^i = \sum_{u=-d_1}^{d_2} a_u x_u^i + b_i e \\ e' y^i = 0 \end{array} \right.$$

où

- y est la matrice $(y^1 y^2 \ldots y^n)$;
- les x_{-u}^i sont des vecteurs à τ dimensions;
- e est le vecteur-colonne ayant toutes ses coordonnées égales à l'unité.

1.3. Existence de la solution

La fonction à maximiser est une fonction continue définie sur un sous-ensemble compact d'un espace de dimension finie. En effet, les vecteurs y^i et v appartiennent à des boules de rayon unité, donc compactes.

Ce problème de maximation a donc certainement une solution.

1.4. Propriétés du programme $\mathcal{T}$

a) Considérons le programme $\mathcal{T}$ où les y^i sont donnés et v est inconnu. Soit $\mathcal{T}_y$ ce programme.

Il apparaît que le vecteur v optimal est le premier axe factoriel (ou composante principale) de l'ensemble des vecteurs y^1. De plus v appartenant au sous-espace engendré par les y^i, on a certainement

$$\sum_t v_t = 0.$$

b) Considérons maintenant le programme $\mathcal{T}_v$ déduit de $\mathcal{T}$ en fixant v et en faisant varier les y^i.

On vérifie que :

$$\sum_{t,t'} v_t \left(\sum_i y_t^i y_{t'}^i\right) v_{t'} = \sum_i (v' y^i)^2$$

* Le symbole (′) prime est l'opérateur de transposition des matrices.

Comme
$$v'y^i = \frac{1}{2}(\|v\|^2 + \|y^i\|^2 - \|v - y^i\|^2)$$
$$v'y^i = \frac{1}{2}(2 - \|v - y^i\|^2)$$

Il est donc équivalent de maximiser $\sum_i (v'y^i)^2$ ou de minimiser $\sum_i \|v - y^i\|^2$ sous la contrainte $\|y^i\| = 1$

Le programme $\mathcal{T}_v$ se décompose en sous-programmes indépendants.

$$i = 1, n \qquad \text{MAX}\ \|v - y^i\|^2$$

sous les contraintes :

- $y^i = \sum_u a_u^i x_{-u}^i + b^i$
- $\|y^i\|^2 = 1$
- $\bar{y}^i = 0$

Ceci n'est autre qu'un programme de régression multiple où v est la variable endogène et les x_{-u}^i les variables exogènes.

On établit simplement :

1° que la contrainte $\|y^i\|^2 = 1$ peut être respectée en normant a posteriori le résultat obtenu par les moindres carrés ordinaires.

2° que y^i ainsi obtenue est centrée $e'y^i = 0$.

1.5. Algorithme de résolution

Soit
$$\begin{cases} y_0, y_1 \ldots\ldots y_k \ldots \\ v_0, v_1 \ldots\ldots v_k \ldots \end{cases}$$

deux suites obtenues de la façon suivante :

y_0 matrice d'initialisation. On prendra simplement $y^i = x^i$.
v_0 solution du programme $\mathcal{T}_{y_0}$ (recherche du 1er axe factoriel)
y_1 solution du programme $\mathcal{T}_{v_0}$ (régressions multiples)
. . . .
v_k solution du programme $\mathcal{T}y_k$
y_{k+1} solution du programme $\mathcal{T}v_k$
... etc.

Cet algorithme est convergent. En effet, si l'on désigne par

z_k la valeur optimale du programme $\mathcal{T}y_k$
w_k la valeur optimale du programme $\mathcal{T}v_k$

on a :
$$z_0 \leqslant w_0 \leqslant z_1 \leqslant w_1 \ldots \leqslant z_k \leqslant w_k \ldots$$

Comme cette suite est bornée par τ (valeur de la trace de la matrice $y_k'y_k$ quel que soit k), cette suite a certainement une limite.

1.6. *Calcul du décalage moyen*

On est tenté de définir le « décalage moyen » δ^i entre la série y^i et la série centrale v à l'aide de la formule

$$\delta^i = -\frac{\sum_u u a_u^i}{\sum a_u^i} \qquad (\delta^i < 0 \text{ si } y^i \text{ est en « avance » sur } v)$$

Cette formule peut se justifier en considérant le déphasage entraîné par l'application du filtre $\{a_u^i\}$ à une série sinusoïdale de pulsation ω

$$\phi(\omega) = -\operatorname{arctg}\frac{\sum a_u^i \sin u\omega}{\sum a_u^i \cos u\omega}$$

Il apparaît que δ^i est le décalage correspondant aux valeurs faibles de ω, donc aux harmoniques de périodicité élevée.

1.7. *Interprétation probabiliste*

La méthode présentée ci-dessus est seulement descriptive. Elle résume de façon commode l'information contenue dans un ensemble de séries chronologiques liées entre elles.

Elle ne peut être utilisée à des fins d'*inférence statistique* que si l'on accepte de formuler des hypothèses sur la nature probabiliste des phénomènes.

On s'intéressera par exemple au comportement des aléas $\{\varepsilon_t^i\}$ qui écartent à tout instant les séries « filtrées » y^i (i.e. lissées) de la série « centrale » v non-observable.

$$v_t = \sum_u a_u^i x_{t-u}^i + b^i + \varepsilon_t^i$$

Seule une recherche dans ce sens permettrait de connaître la précision des estimations obtenues des $\{a_u^i\}$ et de $\{v_t\}$.

1.8. *Autres voies de recherche*

Diverses variantes de la méthode sont concevables :

— on peut contraindre les séries à ne présenter entre elles qu'un nombre entier de décalages ($a_u^i = 0$ sauf pour $u = u_0$);

— on peut utiliser dans la recherche des a_u^i une technique d'Almon, c'est-à-dire donner aux fonctions $u \to a_u^i$ une forme polynominale définie à l'avance.

Enfin, on peut tenter d'utiliser le modèle estimé à des fins de prévision. Une information sur le futur proche est obtenue :

— à partir des séries présentant une « avance » sur la série centrale;

— à partir de prévisions exogènes concernant les variables de commande de la politique économique.

II — Premiers résultats

La méthode décrite ci-dessus a été appliquée, à titre expérimental, à un petit nombre de séries. A cet effet, un programme de calcul a été écrit qui procède par itérations successives. Le critère d'arrêt de l'algorithme de résolution porte sur la différence entre les premières valeurs propres des deux dernières itérations. Le programme opère une nouvelle itération tant que cette différence est supérieure à 0,005.

Deux essais ont été effectués, le premier sur séries économiques et monétaires trimestrielles, le second sur des séries mensuelles de taux d'intérêt.

2.1. *Séries économiques et monétaires*

Les 10 séries suivantes ont été utilisées sur la période 1960-1973.

1. Taux de croissance de l'indice de la production industrielle,
2. Taux de croissance de la production intérieure brute en volume,
3. Taux de croissance de l'indice de la consommation totale,
4. Taux de croissance des dépenses budgétaires,
5. Taux de croissance de l'indice de volume des importations,
6. Taux de croissance de l'indice de volume des exportations,
7. Taux de croissance de l'indice des prix à la consommation,
8. Taux de croissance de la masse monétaire,
9. Taux de croissance des disponibilités monétaires,
10. Taux de croissance des crédits de caractère bancaire.

a) Sur les graphiques 1 et 2 figurent la première composante principale obtenue lors de la dernière itération et la série, lissée à l'aide des coefficients de décalage issus de la régression de la production intérieure brute en volume (graphique 1), de la masse monétaire (graphique 2).

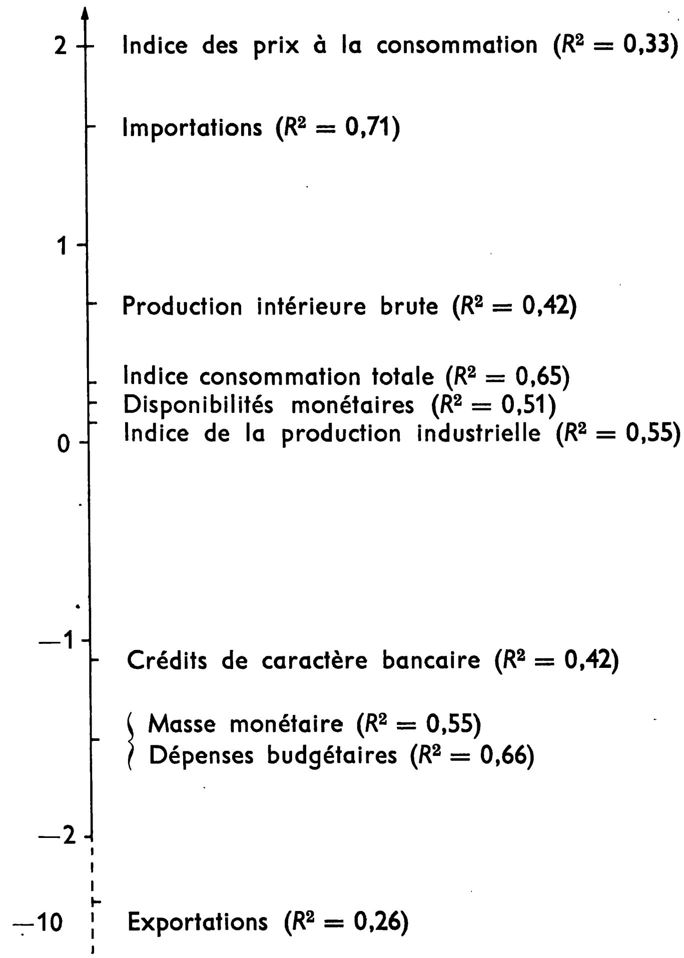
On note que cette première composante principale calculée à partir des dix séries lissées à l'aide de cette méthode donne une image globale des phases d'expansion et de dépression les plus caractéristiques de l'évolution de l'économie française. On observe en particulier la chute de l'activité consécutive à la mise en place du plan de stabilisation en 1963, les effets sur les variables monétaires de l'encadrement du crédit de 1969 et l'amorce du changement de rythme de la croissance à partir de 1970.

En outre, on remarque que les décalages, s'ils existaient notamment entre la production intérieure brute et la masse monétaire, ont été pris en compte par la méthode et ne subsistent plus sur les graphiques.

b) Ils ressortent néanmoins des résultats de la régression de la première composante principale sur chaque série décalée. Des coefficients de décalage a_u^i ainsi obtenus on tire un décalage « moyen » $\dfrac{\sum_u u a_u^i}{\sum a_u^i}$ qu'on a fait figurer sur l'échelle page suivante :

Une telle échelle donne une indication de l'ordre dans lequel se suivent les variations de la plupart des variables utilisées. Le résultat obtenu est conforme à ce qui est communément admis par ailleurs dans le cas de la France. Un accroissement de la masse monétaire et des dépenses budgétaires précède un accroissement de la production industrielle et de la consommation et ensuite des importations et des prix. Il faut souligner à cette occasion que la méthode utilisée ne peut, en aucun cas, donner le sens de la causalité. Le décalage incohérent des exportations tient au fait que cette variable a connu, en début de période, des variations de caractère erratique liées, semble-t-il, à l'ouverture sur l'extérieur.

Ceci pose le problème de l'homogénéité de la période couverte. Il se peut que les décalages relatifs aient pu se modifier au cours du temps à la suite de changements de structure,



de comportements ou d'autres facteurs. Il est évident que la méthode utilisée ici atténuera ces phénomènes mais produira, pour les variables qui en sont affectées, des résultats médiocres.

Des expériences qui ont été faites, il ressort que le nombre de décalages ne doit pas dépasser la durée du cycle moyen et qu'avec cette limite, le fait de modifier le point de départ des décalages ne change pas les résultats. Enfin, dans cet exemple, on passe de 26 à 50 % de variance expliquée par le premier axe à la dernière itération, ce qui suffirait à justifier la prise en compte des décalages.

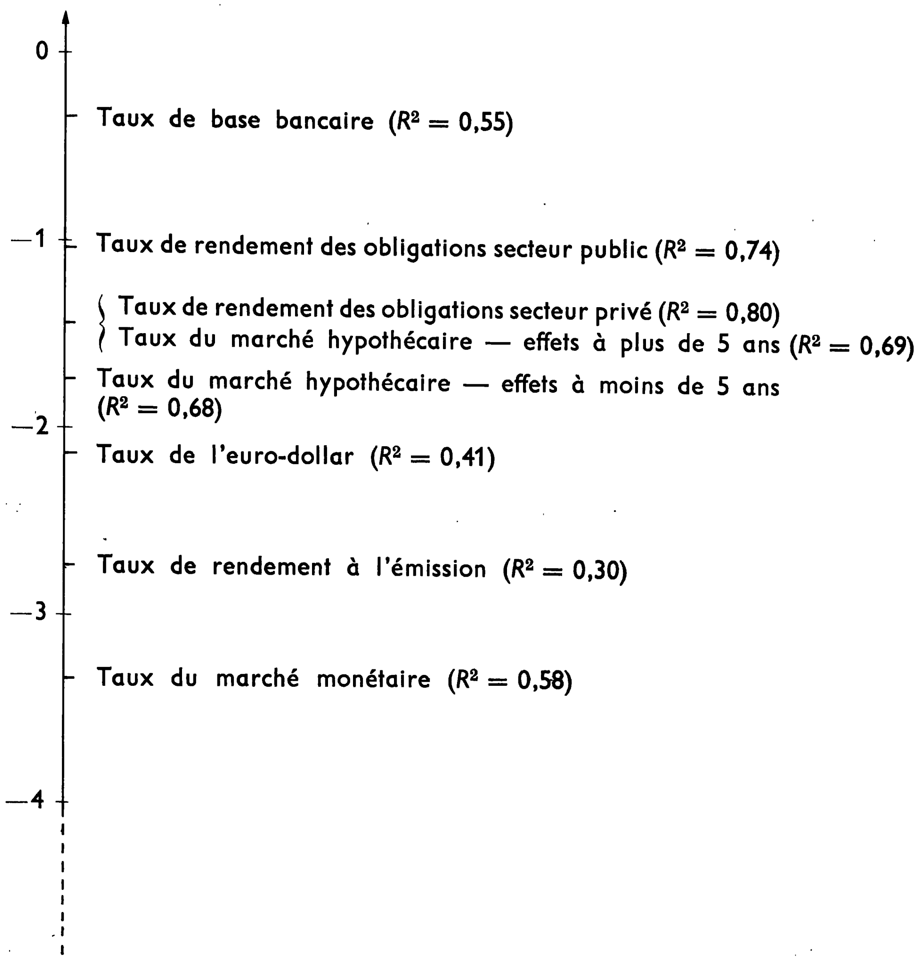
2.2. Séries du taux d'intérêt

On a utilisé 8 séries sur la période 1969-1974.

1. Taux du marché monétaire,
2. Taux de rendement à l'émission;
3. Taux de base bancaire;
4. Taux du marché hypothécaire 1 (billets de 0 à 5 ans);
5. Taux du marché hypothécaire 2 (billets de 5 à 10 ans);
6. Taux de rendement des obligations du secteur public;
7. Taux de rendement des obligations du secteur privé;
8. Taux de l'euro-dollar.

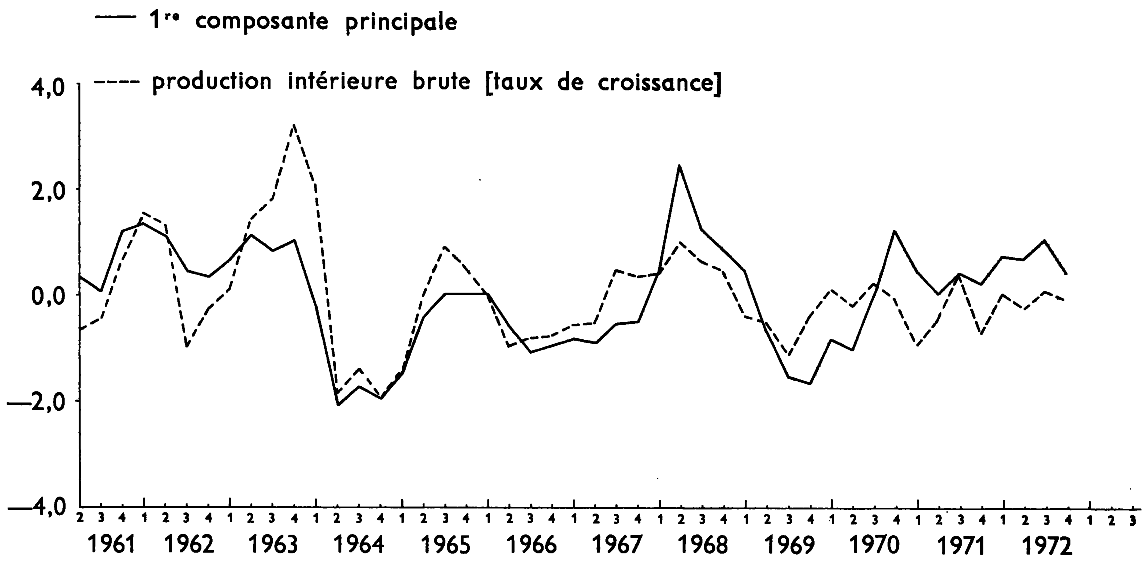
Les calculs ont porté sur les différences premières des séries des logarithmes.

Là encore, l'examen des graphiques montre que les décalages ont bien été pris en compte par la méthode. Quelle que soit la série, il n'en subsiste aucun avec la première composante principale. Cependant, comme dans l'exemple précédent, ils peuvent être mis en évidence sur une échelle (voir ci-après).

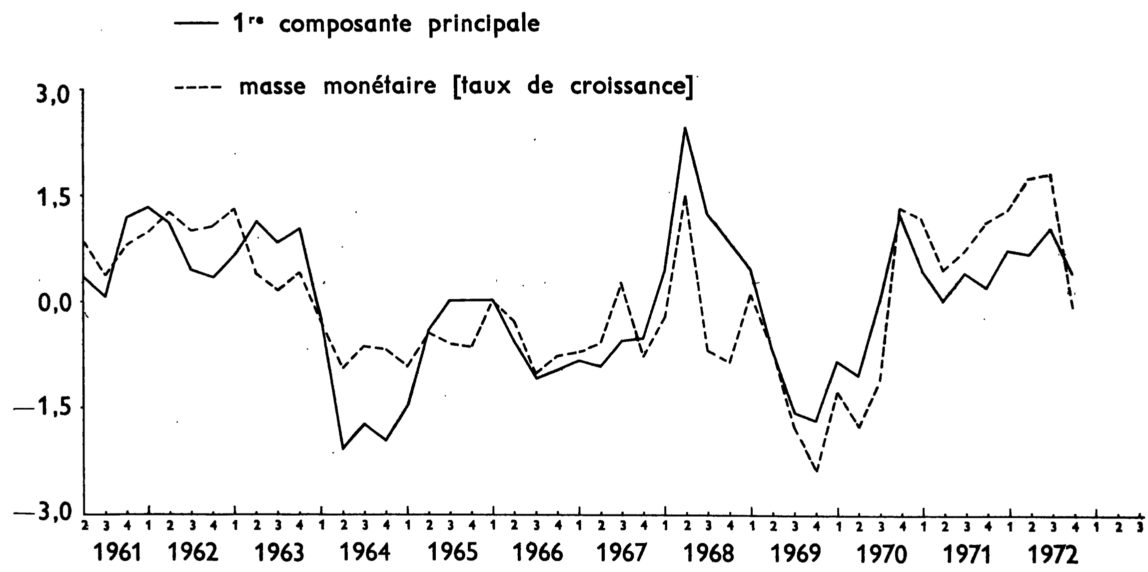


On a ainsi la succession des variations de taux. Toutefois, les décalages moyens du taux de l'euro-dollar et du taux de rendement à l'émission ne semblent pas significatifs et doivent être interprété avec prudence. La position des autres taux paraît satisfaisante. On note en particulier, que l'accroissement du taux du marché monétaire, c'est-à-dire le coût du refinancement, précède l'accroissement du taux de base bancaire sur la base duquel se détermine le coût des crédits à la clientèle.

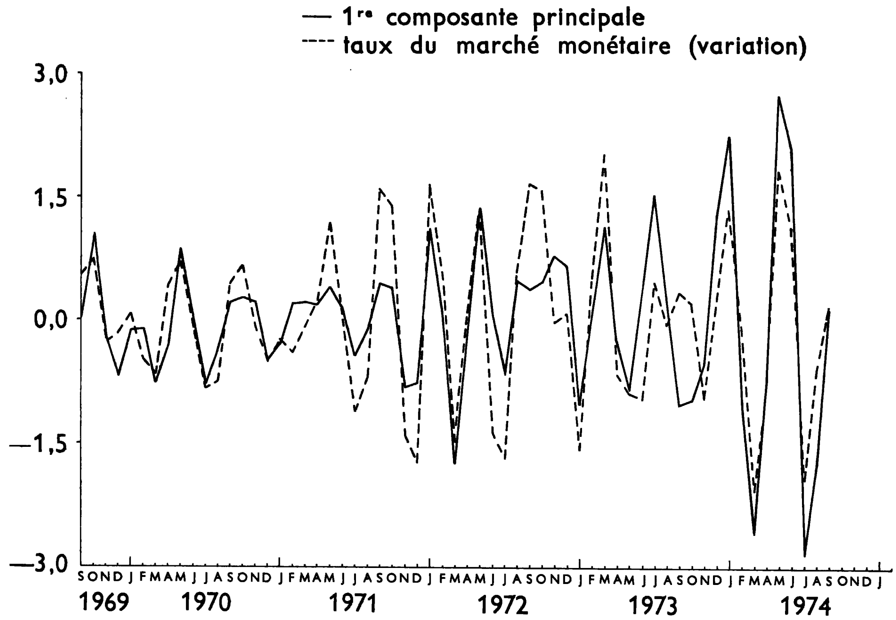
GRAPHIQUE 1



GRAPHIQUE 2



GRAPHIQUE 3



GRAPHIQUE 4