JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

J. DUFRÉNOY

Statistique lunatique

Journal de la société statistique de Paris, tome 111 (1970), p. 237-255
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1970__111__237_0>

© Société de statistique de Paris, 1970, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

STATISTIQUE LUNATIQUE (1)

En imputant aux matériaux lunaires l'ensemble des dépenses investies au cours des dix dernières années par NASA pour le programme Apollo, le prix du kg à été estimé à un milliard de dollars (« $ 500 millions a pound » d'après *Science*, 10 octobre 1969, p. 171 et 6 février 1970, p. 819).

Même en répartissant plus objectivement les « coûts » ou « prix de revient » entre les diverses « réalisations » à porter au crédit des vols Apollo et de ceux qui les ont précédés (Mercuri, Gemini) le prix de revient du mg d'échantillon lunaire devrait être tel que chacun des 500 chercheurs à qui a été confié l'examen d'un échantillon a dû s'efforcer de mettre en œuvre les techniques fournissant dans sa spècialité le maximum d'information à partir du minimum de matériaux, et à cette fin d'avoir conçu un programme d'expérimentation permettant d'obtenir des résultats numériques se prêtant au mieux à l'analyse statistique en vue de l'élaboration des modèles mathématiques les plus vraisemblables pour représenter les résultats expérimentaux.

En d'autres termes, l'expérimentateur, étudiant sur l'échantillon lunaire l'effet y de l'intensité x d'un facteur, quel est le dispositif expérimental permettant de mettre en œuvre le minimum de valeurs de la variable indépendante X pour obtenir le maximum d'informations quant à la fonction $Y = f(X)$; le modèle mathématique le plus vraisemblable pour représenter les variations observées de Y en fonction des variations de X, est-il celui-là même qui serait le plus vraisemblable pour un matériau terrestre homologue du matériau lunaire?

Nous chercherons à obtenir une réponse à ces questions en effectuant une analyse statistique critique des résultats expérimentaux des rapports :

1) H. Kanamori, A. Nur, D. Chung, D. Wones, G. Simmons, Elastic Wawe Velocities of Lunar Samples at High Pressures and their Geophysical Implications, *Science* 167, 30 january 1970, pp. 726-728.
2) D. R. Stephens et E. M. Lilley, Compressibilities of Lunar Crystalline Rock, Microbreccia and Fines to 40 kilobars, *ibid*, pp. 731-732.
3) E. Schreiber, D. L. Anderson, N. Soga. N. Warren, C. Scholtz, Sound Velocity and Compressibility for Lunar Rocks, *ibid.*, pp. 732-734.

I. — Vitesses des ondes élastiques P et S mesurées sur des échantillons de roches rapportées de la lune par Apollo 11 (*Science*, 167, pp. 726-728, 30 janvier 1970).

Les mesures de vitesses (y km/s) sous des pressions x kb permettent d'obtenir des informations utilisables pour l'interprétation des séismogrammes lunaires et pour l'évaluation des processus mécaniques, thermiques et chimiques agissant à la surface de la lune.

Le tableau I, ci-après indique pour 3 échantillons les valeurs mesurées (y) ultrasoniquement pour les ondes P et S sous des pressions x kb.

1. L'un des groupes de chercheurs indique comme adresse : The Lunatic Asylum, Laboratory of Geological Sciences CALTECH (Science, 167, p. 466).

Un graphique (fig. 1) donne pour l'échantillon 10057 la courbe $y = f(x)$ lorsque x varie de 0 à 5 kb, ou ce qui revient au même, lorsque la profondeur en km de la surface vers l'intérieur de la Lune varie de 0 à 90 : les échelles des ordonnées y et des abscisses étant arithmétiques, la courbe $y = f(x)$ a l'allure soit d'un arc de parabole soit d'une exponentielle : les auteurs n'ont proposé aucun modèle mathématique à ce sujet.

Ondes P, échantillon 10020

Le tableau I ci-dessous reproduit d'après le tableau I (*Science*, 167, p. 727) les vitesses (y) km/s, pour les ondes P sous pressions x kb pour les échantillons 10020 (densité de masse $\varrho = 318$ g/cm³).

La série des valeurs (x) ne forme pas une progression arithmétique :

1° En supprimant la valeur 0,5, on utilise la progression arithmétique des 6 valeurs pour lesquelles sont indiqués ci-dessous les coefficients z_1 et z_2 des polynômes orthogonaux.

2° L'utilisation la plus efficace de l'information fournie par les mesures, consiste à appliquer à la série 0, 1, 2, 4, les coefficients convenables de polynômes orthogonaux.

3° En omettant les valeurs $x = 0$, $x = 3$ et $x = 5$ on utilise les valeurs $x = 0{,}5$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 4$ formant les termes d'un progression logarithmique.

Les techniques 1 et 2, conservant l'échelle arithmétique pour les x et les y, conviennent pour le calcul d'une courbe quadratique en x, ayant la forme d'un arc de parabole.

La technique 3, transformant les x en $\log x = x'$ convient pour le calcul d'une courbe exponentielle pouvant se représenter par une droite selon $y = f(\log x)$.

Modèle parabolique

Pour l'échantillon 10020 de roche lunaire, sous les pressions x kb, les vitesses y km/s de l'onde P sont, d'après le tableau I, page 727 (*Science*, 162, 30 janvier 1970) indiquées dans les deux premières colonnes du tableau ci-dessous.

1° *a*) Nous n'utilisons que les 6 valeurs de x formant les termes d'une progression arithmétique : pour 6 valeurs de x, (soit $n = 6$) les valeurs des coefficients polynomiaux sont :

$$Z_1 = 2(x - \bar{x}) = 2(x - 2{,}5)$$

$$Z_2 = 3/2\left[(x - \bar{x})^2 - \frac{n^2 - 1}{12}\right] = 3/2\left[(x - 2{,}5)^2 - \frac{35}{12}\right]$$

Ces valeurs de Z_1 et de Z_2 sont indiquées dans les 3e et 4e colonnes du tableau.

Les coefficients 2 pour Z_1 et 3/2 pour Z_2 sont les valeurs particulières des coefficients L_1 et L_2 des tables de polynômes orthogonaux pour $n = 6$; ces coefficients seraient 1 et 1 pour $n = 13$.

TABLEAU I

x	y	Z_1	Z_2	Z_3	Y
0,0	3,50	−5	5	−5	3,7105
0,5	4,80				4,4788
1,0	5,55	−3	−1	7	5,1979
2,0	6,30	−1	−4	4	6,2373
3,0	6,80	1	−4	−4	6,8887
4,0	7,00	3	−1	−7	7,1321
5,0	7,20	5	5	5	7,0600
		70	84	180	

$\Sigma (Z_1)^2 = 70$ $\Sigma (Z_2)^2 = 84$ $\Sigma (Z_3)^2 = 180.$

TABLEAU II

Échantillon 10020, ondes P

x	y	Z_1y	Z_2y	Z_3y	$\hat{y}_{z_2}$	$\hat{y}_{z_3}$
0,0	3,50	+ 17,50	— 17,50	— 17,50	3,760	3,565
1,0	5,55	— 16,65	— 5,55	38,85	5,206	5,451
2,0	6,30	— 6,30	— 25,20	25,20	6,274	6,415
3,0	6,80	6,80	— 27,20	— 27,20	6,874	6,734
4,0	7,00	21,00	— 7,00	— 49,00	6,924	6,679
5,0	7,20	36,00	36,00	36,00	7,056	7,205
	36,35	23,35	— 11,45	+ 6,35	36,35	36,35

$\hat{y} = 6{,}0583 + 0{,}33357\, Z_1 - 0\ 1363\, Z_2 + 0\ 0353\, Z_3$

Analyse de la variance; S. C. = Somme des Carrés,
D. L. nombre des degrés de liberté, C. M., = Carré moyen

Source de variation	S C	D L	C M	F cal
Totale $\Sigma\,(y - \bar{y})^2$	9 6020	5		
Due à régression linéaire (23,50) (0,3357)	7,7896	1		562,4
Quadrat (— 11,45) (— 0,1363)	1,5606	1		112,68
Cubique (6,35) (0,035)	0,2242	1		16,19
Résidu	0,0277	2	0,01385	

Les régressions linéaire et cubique rendent compte, aux approximations près de calcul du total de la variance, et la contribution du terme cubique peut être attribuée à l'erreur. On peut donc admettre comme vraisemblable le modèle représenté par un arc de parabole.

Le tableau II indique la marche des calculs des paramètres de l'équation polynomiale.

$$\hat{y} = \hat{y} + B\, Z_1 + C\, Z_2 + D\, Z_3$$

$$\text{où } y = \sum (y)/n;\quad B = \frac{\sum (Z_1\, y)}{\sum (Z_1)^2}\quad C = \frac{\sum (Z_2 y)}{\sum (Z_2)^2}\quad D = \frac{\sum (Z_3\, y)}{\sum (Z_3)^2},$$

$$\text{soit ici } \bar{y} = \frac{36{,}35}{6} = 6{,}0583;\quad B = \frac{23{,}5}{70} = 0{,}3336\quad C = \frac{-\,11{,}45}{84} = 0{,}1363$$

$$\text{d'où } \hat{y} = 6{,}0583 + 0{,}3336\, Z_1 - 0{,}1363\, Z_2 + 0{,}035\, Z_3 \ldots$$

1° *b*) L'analyse de la variance indique que le terme en Z_3 peut être négligé. L'équation polynomiale en Z_1 et Z_2 peut s'écrire sous la forme classique en x et x^2, en substituant aux Z_1 et Z_2 leur valeur respective en x et x^2 soit :

$$Y = 6{,}0583 + [(0{,}3336)\,(2)\,(x - 2{,}5)] - (0{,}1363)\,(3/2)\left[(x - 2{,}5)^2 - \frac{6^2 - 1}{12}\right]$$

Pour $x = 0{,}5$

$$\begin{aligned} Y &= 6{,}0583 + [(0{,}3336)\,(2)\,(-\,2)] + [(-\,0{,}1363)\,(3/2)]\,[(2)^2 - 2{,}9166\ldots] \\ &= 6{,}0583 + [-\,1{,}3344] + [(0{,}2044)\,(1{,}08)] \\ &= 6{,}0583 - 1{,}3344 - 0{,}2207 = 4{,}5032 \end{aligned}$$

L'équation peut s'écrire

$$\begin{aligned} Y &= 6{,}0583 + 0{,}6672\,(x - 2{,}5) - 0{,}2044\,[(x - 2{,}5)^2 - 2{,}92] \\ &= 6{,}0583 + 0{,}6672\, x - 1{,}6680 - 0{,}2044\, x^2 + 1{,}022\, x - 0{,}6806 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } Y = -\,0{,}2044\, x^2 + 1{,}6892\, x + 3{,}7097$$

permettant de calculer les valeurs (Y) dernière colonne (à droite) du tableau I pour les 7 valeurs de x, selon le modèle mathématique de l'arc de parabole.

2° Chaque accroissement successif Δy étant d'autant moindre que X augmente de 0 vers 5, le maximum d'information quant à $Y = f(X)$ doit d'obtenir avec des valeurs de X d'autant plus espacées qu'elles s'éloignent de zéro, notamment en utilisant les 4 valeurs de x ci-dessous et les coefficients polynomiaux correspondant.

TABLEAU III

x	y	Z_1	Z_1y	Z_2	Z_2y	
0,0	3,50	— 7	— 24,50	7	24,50	3,63
1,0	5,55	— 3	— 16,65	— 4	— 22,20	5,31
2,0	6,30	1	6,30	— 8	— 50,40	6,43
4,0	7,00	9	63,00	5	35,00	6,99
	22,35	140	28,15	154	— 13,10	22,36

$\hat{y} = 5{,}59 + 0{,}2\, Z_1 - 0{,}08\, Z_2.$

II. — MODÈLE DE LA COURBE EXPONENTIELLE (Échantillon 10020, ondes P)

La transformation logarithmique $x^1 = \log_e x$ (ou $\ln x$) permet de transformer la progression géométrique des x du tableau en progression arithmétique des x^1, et d'utiliser les coefficients polynomiaux Z_1 et Z_2 pour le calcul de l'équation polynomiale.

TABLEAU IV

x	$\ln x$	y	Z_1	Z_1y	Z_2	Z_2y	$\hat{y}_1$
0,5	— 0,693	4,80	— 3	— 14,40	1	4,80	4,7975
1,0	0	5,55	— 1	— 5,55	— 1	— 5,55	5,5575
2,0	0,693	6,30	1	3,60	— 1	— 6,30	6,2925
4,0	1,386	7,00	3	21,00	1	7,00	7,0025
		23,65	20	7,35	4	0,05	23,65

$y = 5{,}9125 + 0{,}3675\, Z_1 - 0{,}0125\, Z_2.$

Le terme quadratique en Z_2 peut être négligé et on peut adopter le modèle de la régression linéaire $y_1 = K \log x$, c'est-à-dire le modèle de courbe exponentielle.

Ondes S, échantillon 10020

Pour les mêmes valeurs de x utilisées pour chaque modèle mathématique de la fonction $y \doteq f(x)$ relativement aux ondes P, nous calculons les fonctions $y = f(x)$ pour les ondes S, d'après les valeurs de y publiées tableau I, page 727 (*Science*, 30 janvier 1970).

L'utilisation des 6 valeurs de x formant les termes d'une progression arithmétique permet de calculer l'équation polynomiale où le temps en Z_3 n'apporte pas de contribution significative de la variance; on peut donc adopter le modèle de la courbe parabolique.

TABLEAU Va

x	y	Z_1y	Z_2y	Z_3y
0	2,20	— 11,00	11,00	— 11,00
1	3,25	— 9,78	— 3,25	22,75
2	3,67	— 3,67	— 14,68	14,68
3	3,87	3,87	— 15,48	— 15,48
4	4,00	12,00	— 4,00	— 28,00
5	4,08	20,40	20,40	20,40
	21,07	11,85	— 6,01	3,35

$\hat{y} = 3{,}5117 + 0{,}1693\, Z_1 - 0{,}0715\, Z_2 - 0{,}0186\, Z_3.$

Échantillon 10020, ondes S, analyse de la variance

TABLEAU Vb

Source de variation	D. L.	S C.	C. M.	F. cal.
Totale $(y-\bar{y})^2$	5	2,50388		
Due a régression linéaire . . . $B\,\Sigma\,(Z_1y)$	1	2,00620		708,9
quadratique . . . . . $C\,\Sigma\,(Z_2y)$	1	0,42971		151,8
cubique . . . . . $D\,\Sigma\,(Z_3y)$	1	0,06231		22
Résidu	2	0,00566	0,00283	

Pour 1 D. L. au numérateur et 2 D. L. au dénominateur, la table de F indique :

Prob	*F*
0,05	18,51
0,01	98,49
0,005	55,60

Le tableau VI indique pour l'échantillon 10020, comparativement pour les ondes P et S, les valeurs observées y et les valeurs calculées $\hat{y}$ selon les diverses équations polynomiales.

TABLEAU VI

Échantillon 10 020, ondes P					S			
x	y	$\hat{y}_6$	$\hat{y}_4$	$\hat{y}_c$	y	$\hat{y}_6$	$\hat{y}_4$	$\hat{y}_c$
0,0	3,50	3,730	3,63		2,20	2,2749	2,2377	
0,5	4,80			4,81	2,88			2,883
1,0	5,55	5,026	5,31	5,545	3,25	3,0725	3,1497	3,261
2,0	6,30	6,274	6,43	6,280	3,67	3,6164	3,7453	3,639
3,0	6,80	6,874			3,87	3,9510		
4,0	7,00	6,924	6,99	7,025	4,00	4,0900	3,9873	4,017
6,0	7,20	7,030			4,08	4,0720		
					21,07		13,1200	

$\hat{y}_6 = 6{,}0583 + 0{,}3357\, Z_1 - 0{,}136\, Z_2$
$\hat{y}_4 = 5{,}59 + 0{,}20\, Z_1 - 0{,}08\, Z_2$
$\hat{y}_c = 5{,}9125 + 0{,}3635\, Z_1$

$\hat{y}_6 = 3{,}5117 + 0{,}169\, Z_1 - 0{,}678\, Z_2$
$\hat{y}_4 = 3{,}28 + 0{,}104\, Z_1 - 0{,}0452\, Z_2.$
$\hat{y}_c = 3{,}45 + 0{,}189\, Z_1$

En conclusion pour l'échantillon 10020, dont le poids spécifique de masse est $\varrho = 3{,}18$ g/cm^3, et qui est représenté par des grains de plagioclase et de pyroxine avec de l'olivine et de la cristobalite, il est difficile de faire au sujet de la fonction $y = f(x)$ le choix entre les deux modèles mathématiques de l'arc de parabole ou de la courbe exponentielle. le modèle de la fonction exponentielle paraît plus vraisemblable, surtout pour les ondes S.

Pour l'échantillon 10057, matériau semblable à du basalte très poreux et dont la densité mesurée $\varrho = 2{,}88$ g/cm³ peut correspondre à une densité de masse estimée à $\varrho = 3{,}38$, le modèle de la parabole paraît beaucoup moins vraisemblable que celui de la fonction exponentielle calculée par les équations polynomiales

$\hat{y}_e = 5{,}1475 + 0{,}45652$, pour P

$\hat{y}_e = 2{,}9925 + 0{,}1765$ pour S.

Les matériaux fins rapportés de la surface de la lune et correspondant à des matériaux du « sol lunaire » sont notamment constitués par des sphères vitreuses de 300 à 600 μ m de diamètre; ces sphères peuvent se répartir par classes de densité ϱ, entre 2,8 et 3,2; les sphères les moins denses sont peu ou pas colorées et contiennent peu de TiO_2 ou de FeO; les sphères sont d'autant plus intensément colorées et riches en TiO_2 et FeO, qu'elles sont plus denses : les vitesses de propagation de son VP et les valeurs du rapport de Poisson, σ ont été mesurées par résonance : σ augmente linéairement, de 0,20 à 0,30 lorsque ϱ augmente de 2,4 à 3,2, de telle sorte que σ peut servir de paramètre pour estimer la teneur en TiO_2 et FeO.

Pour un échantillon non soumis à des forces de pression extérieures, les vitesses « de compression » V_P et de « cisaillement » V_S sont estimées à 7 et 4 km/s, ce qui explique les vitesses de propagation constatées pour les séismes lunaires.

L'étude comparative de la compressibilité et des vitesses V_P et V_S pour l'échantillon composé de sphères vitreuses et pour 2 échantillons de fragments de roche lunaire révèle des propriétés mécaniques comparables à celles de matériaux terrestres homologues.

Compressibilité des matériaux rapportés de la surface de la lune

(*Science*, 167, 731-733 pp., 30 janvier 1970).

Un échantillon de roche cristalline poreuse subit une diminution de volume de 9,8 % sous une pression de 40 kb, comportement semblable à celui des roches ignées terrestres : si cet échantillon est représentatif du matériau de la surface lunaire, on peut prévoir aux environs de la surface de la Lune la possibilité de manifestation d'ondes P, qui, en admettant un rapport de Poisson $\sigma = 0{,}25$ et une compressibilité initiale de 8,43 Mb^{-1}, auraient une vitesse de 2,6 km/s. (Mb signifie mégabar)

Compressibilité et vitesses de propagation du son (*Science*, 167, pp. 732-734)

Le tableau I, (*Science*, 167, p. 733, 30 janvier 1970) indique pour les pressions $x = 0$; 0,05; 0,1; 0,5, 1,0 et 1,5 kb les valeurs attribuées, selon chacun des 3 modèles, à la densité de masse ϱ g/cm³, aux vitesses compressionnelles V_P, et de cisaillement des ondes sonores en km/s.

Les deux premiers modèles correspondent :

1° à un sol composé de microbreccia;

2° à une « regolithe » constituée d'une brèche dérivée de roche ignée du type de l'échantillon 10017.

Pour ces deux modèles on admet que la densité de masse ϱ augmente avec la pression;

3° à une roche, telle que la compression cause la fermeture des fissures, sans modification de la densité.

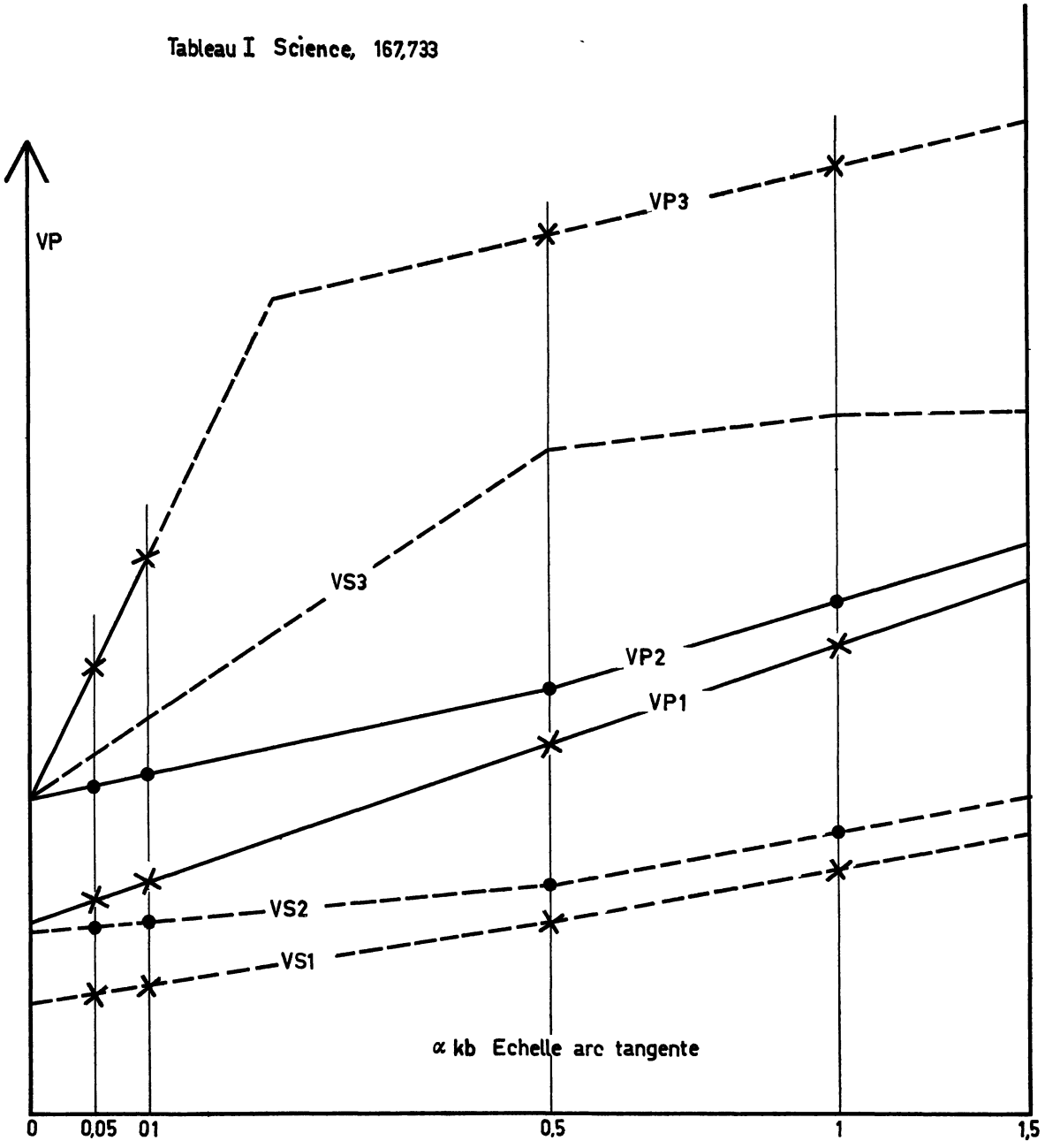


Tableau I Science, 167,733
VP
VP3
VS3
VP2
VP1
VS2
VS1
α kb Echelle arc tangente
0
0,05
01
0,5
1
1,5

TABLEAU I, page 733

x kb	0	0,05	0,1	0,5	1,0	1,5
V_{P_1}	1,07	1,20	1,40	2,06	2,65	3,20
V_{S_1}	0,67	0,73	0,80	1,08	1,44	1,75
V_{P_2}	1,81	1,89	1,97	2,46	2,98	3,38
V_{S_2}	1,01	1,05	1,10	1,38	1,67	1,89
V_{P_3}	1,80	2,65	3,30	5,20	5,60	5,80
V_{S_3}	1,20	1,75	2,30	3,90	4,10	4,12

Les abscisses (x) ne se prêtent à représentation graphique ni sur échelle arithmétique (où l'intervalle 0 à 0,1 est excessivement petit relativement à l'intervalle 0,1 à 1,5) ni sur échelle logarithmique, qui n'admet pas de position pour $x = 0$: on peut cependant utiliser l'échelle arc-tangente qui participe de propriétés de l'échelle logarithmique, tout en admettant zéro comme origine.

La recherche d'un modèle mathématique vraisemblable, pour $y = f(x)$ lorsque les x forment les termes d'une progression arithmétique ou géométrique implique le centrage du dispositif relativement à la moyenne de position des (x), moyenne arithmétique soit des (x), soit des (log x).

En vue d'une représentation de la fonction $y = f(x)$ lorsque les x sont localisés sur l'échelle arc tangente le centrage se fait à la fois quant à l'échelle des x et à celle des y en utilisant pour l'échelle arc-tangente le module qui permet de localiser la moitié de l'accroissement des y (c'est-à-dire $(y_{max} - y_{min})/2$, à la verticale de la valeur de x_m, telle que la *distance 0 à x_m mesurée sur l'échelle des abscisses, soit égale à la distance de x_m à x_{max}.*

Pour le modèle 1 nous avons construit l'échelle des abscisses telle que la distance 0 à 0,5 soit environ de 9 cm, à peu près équivalente à la distance 0,5 à 1,5 : les V_P portés en ordonnées permettent de déterminer 6 points s'alignant à peu près sur une droite; en conservant le même module pour l'échelle arc-tangente en abscisses on détermine pour le modèle 2, quatre points situés sur une droite relativement peu inclinée, pour $x = 0$ à $x = 0{,}5$, puis des points sur une droite plus fortement inclinée de $x = 0{,}5$ à $x = 1{,}5$; le modèle 3 conduit au contraire à une droite très fortement inclinée de $x = 0$ à $x = 0{,}1$, peu inclinée de $x = 0{,}5$ à $x = 1{,}5$.

Les distributions des vitesses de cisaillement (V_s) sont analogues à celles des V_P.

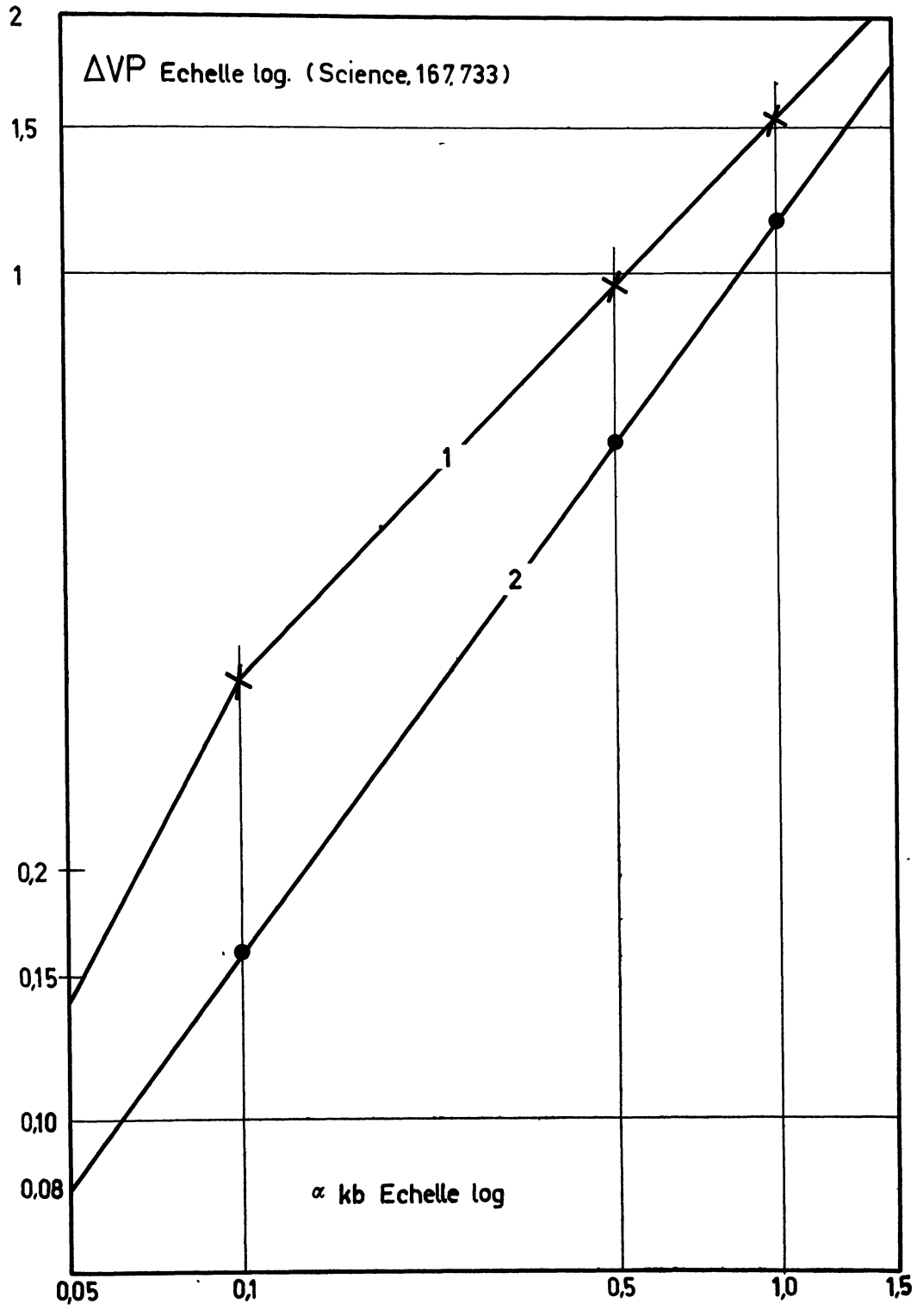
Par contre si en portant en abscisses les log x et en ordonnées les log ΔV_P, c'est-à-dire les log des accroissements de vitesse mesurées lorsque, de la pression initiale 0 on passe aux pressions 0,05 à 1,5 kb, on détermine, pour le modèle 2, 5 points s'alignant sur une droite : pour ce modèle, $\Delta V_P = f(x)$ peut se représenter par un arc de parabole en coordonnées arithmétiques.

Pour le modèle 1 une cassure se manifeste vers $x = 0{,}1$ kb.

CHALEUR SPÉCIFIQUE DES MATÉRIAUX LUNAIRES.

R. A. ROBIE, B. S. HEMINGWAY, W. H. WILSON, *Science*, 167, pp. 749-750, 20 janvier 1970.

La température à la surface de la Lune varie (en degrés Kelvin) de 90 °K à 385 °K entre le « midi » et le « minuit » lunaire : la vitesse de refroidissement à la surface dépend du paramètre thermique $\gamma = (\mathrm{KpC})^{-1/2}$, lorsque K est la conductivité thermique, en μ cal.deg $^{-1}$. cm $^{-1}$. s^{-1}, p la densité et C la chaleur spécifique : pour les silicates la valeur de C varie selon un facteur de 3 à 4 lorsque la température passe de 100 à 400 °K.


ΔVP Echelle log. (Science, 167, 733)
2
1,5
1
0,2
0,15
0,10
0,08
1
2
α kb Echelle log
0,05
0,1
0,5
1,0
1,5

Dans le cas des matériaux basaltiques lunaires γ peut varier du simple au double dans l'étendue des variations nycthémérales de température.

Les matériaux de type basaltique rapportés par la mission Apollo 11 ont été soumis dans un calorimètre adiabatique à des températures variant de 90 à 350 °K : « la chaleur spécifique » exprimée en calorie par g par °K augmente de 0,06 à 90 °K jusqu'à 0,2 à 350 °K. A la distribution des points expérimentalement déterminés pour chaque accroissement de température (de l'ordre de 3,7 à 10,2 °K), les auteurs ont comparé la courbe calculée en utilisant la méthode des moindres carrés, pour 13 intervalles, chacun égal à 20 °K; cette courbe figure un arc de parabole.

I. — D'après les valeurs publiées page 750, tableau I pour l'échantillon 10057 de « basalte vésiculaire » la température T étant prise comme variable indépendante, et la valeur C de la chaleur spécifique comme variable dépendante nous avons calculé l'équation polynomiale $\hat{y} = \bar{y} + \mathrm{Bz}_1 + \mathrm{Cz}_2$ où Y représente la variable dépendante, Z_1 et Z_2 sont les coefficients des polynômes orthogonaux; dans le cas étudié ici, les 13 valeurs de la valeur indépendante T forment les termes d'une progression arithmétique, de $T = 100$ à $T = 360$.

Nous remplaçons la progression arithmétique des T par la progression arithmétique de x du tableau I.

Pour les 13 valeurs de x, soit $n = 13$ les coefficients sont :

$$Z_1 = (x - \bar{x}) = (x - 6)$$

$$Z_2 = \left[(x - \bar{x})^2 - \frac{n^2 - 1}{12}\right] = \left[(x - 6)^2 - \frac{169 - 1}{12}\right] = (x - 6)^2 - 14$$

L'équation peut s'écrire sous la forme polynomiale $\hat{y} = \bar{y} + BZ_1 + CZ_2$ ou, en remplaçant les Z_1 et Z_2 par leurs valeurs en x

$$Y = \bar{y} + B\,(x - 6) + C\left[(x - 6)^2 - 14)\right]$$

$$\text{lorsque} \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{13}; \quad B = \frac{\sum (Z_1\, y)}{\sum (Z_1)^2} \quad \text{et } C = \frac{\sum (Z_2\, y)}{\sum (Z_2)^2}$$

Les valeurs de y, en (cal. g^{-1} deg^{-1}) (10^4), de B et de C sont calculées d'après le tableau I.

TABLEAU I

x	y	z_1	z_2	$\hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
0	633	— 6	22	621,5	(11,5)²
1	771	— 5	11	782,9	(— 12,1)²
2	922	— 4	2	934,9	(— 12,9)²
3	1,075	— 3	— 5	1076,8	(— 1,8)²
4	1,217	— 2	— 10	1208,7	(8,3)²
5	1,343	— 1	— 13	1330,8	(12,2)²
6	1,451	0	— 14	1442,9	(8,1)²
7	1,546	1	— 13	1545,2	(0,8)²
8	1,632	2	— 10	1637,5	(— 5,5)²
9	1,711	3	— 5	1720,0	(— 9,0)²
10	1,786	4	2	1792,6	(— 6,6)²
11	1,853	5	11	1855,2	(— 2,2)²
12	1,917	6	22	1907,9	(+ 9,1)²
		182	2,002		975

$$\sum Z_1 y = 19511; \quad \sum Z_2 y = -9911$$

$$B = \frac{\sum Z_1 y}{\sum (Z_1)^2} = \frac{19511}{182} = 107{,}2; \quad C = \frac{\sum Z_2 y}{\sum (Z_2)^2} = \frac{-9911}{2002} = -4{,}9 - 4{,}95$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{13} = \frac{17857}{13} = 1373{,}6154$$

La variation totale s'estime par la « somme des carrés » des 13 différences entre chaque valeur y et la valeur moyenne $\bar{y}$: cette somme des carrés S. C. $= \Sigma\,(y - \bar{y})^2$ a été estimée à 2 141 683.

De cette variation totale on extrait :

1° la contribution imputable à la régression linéaire soit :

$$\text{S. C.} = B \sum (Z_1 y) = (107{,}2)\,(19511) = 2091644$$

2° la contribution imputable à la régression quadratique soit :

$$\text{S. C.} = C \sum (Z_2 y) = (4{,}95)\,(9911) = 490\,64$$

La somme des 13 carrés des différences entre chaque valeur observée y et la valeur correspondante $\hat{y}$ calculée par l'équation polynomiale est attribuée à l'erreur.

Tableau d'analyse de la variance

Source de variation	D. L.	S. C.	C. M.	F calculé
Totale $\Sigma\,(y - y)^2$	12	2 141 683		
Due à régression :				
Linéaire $B\,\Sigma\,(z_1 y)$	1	2 091 644		21 452,76
Quadrat. $C\,\Sigma\,(z_2 y)$		49 064		503,72
Résidu $\Sigma\,(y - \hat{y})^2$	10	975	97,5	

Pour 10 D. L. au dénominateur et 1 D. L. au numérateur la table de F indique au niveau de probabilité 0,005 la valeur $F = 11{,}75$.

La variance imputable à régression quadratique est donc très hautement significative, et encore plus celle imputable à régression linéaire.

II. — Parmi les 13 valeurs de x, formant les termes d'une progression arithmétique on n'en utilise que 4, telles qu'elles forment une série comparable à 0, 1, 2, 4, soit ici 0, 3, 6, 12. Le tableau indique les valeurs de Z_1 et de Z_2 et les valeurs de y calculées par l'équation polynomiale $y = 1269 + 78{,}91\,Z_1 - 12{,}29\,Z_2$

x	y	Z_1	Z_2	$\hat{y}$
0	633	— 7	7	630,60
3	1 075	— 3	— 4	1 081,43
6	1 451	1	— 8	1 446,23
12	1 917	9	5	1 911,74
	5 076	140	154	5 076,00

Analyse de la variance

Source de variation	S. C.	D. L.	C. M.
Totale $\Sigma (y - \bar{y})^2$	896 354	3	
Due à régression			
linéaire (78,91) (11 048)	871 687	1	871 687
Quadrat. (— 12,3) (— 1 892)	23 253	1	23 253
$\Sigma (y - \hat{y})^2$	70	1	70

Quatre valeurs de la variable indépendante judicieusement espacées, suffisent donc à caractériser la courbe en tant qu'arc de parabole, mais tandis que l'utilisation des 13 valeurs laissant 10 degrés de liberté disponibles pour l'erreur, permettait de calculer une valeur de F hautement significative pour la régression quadratique, l'utilisation de 4 valeurs ne laisse qu'un degré de liberté pour l'erreur et la valeur de F est loin d'atteindre le niveau de signification pour 1 D. L. au numérateur et 1 D. L. au dénominateur.

Beaucoup plus simplement encore que par le calcul des équations polynomiales, la fonction $Y = f(x)$ peut être déterminée graphiquement; en portant en ordonnée chaque valeur de $\log y$ à son rang d'abscisse $\log x$ on détermine 12 points par lesquels on peut tracer une droite, laissant au-dessous d'elle le seul point $y = 633$ correspondant à $x = 0$ soit $T = 100$.

La distribution de C en fonction de T est quasiment identique pour l'échantillon de « regolith » n° 10084, provenant du « sol lunaire » à quoi peut être attribuée une « densité de masse » de 1,6 g par cm^3 et une conductivité moyenne de 4 cal deg^{-1} cm^{-1} s^{-1}, d'où les valeurs du paramètre thermique en cm^2 $sec^{1/2}$ °K cal^{-1} voisines de $\gamma = 1\,600$ à 90 °K et $V = 900$ à 350 °K.

D'après le tableau II, page 750, en prenant comme variable indépendante T et comme variable dépendante γ, nous calculons l'équation polynomiale

$$\hat{\gamma} = 1115{,}17 - 59{,}6\, z_1 + 20{,}5\, z_2$$

Diffusion de la chaleur et conductivité de matériaux lunaires, *Science*, 167, pp. 730-731.

Pour beaucoup de solides, il existe une relation linéaire entre l'inverse de la diffusibilité thermique D cm^2/s et la température t en °K.

Pour 2 échantillons de roches cristallines (10020 et 10057).

$$D^{-1} = (0{,}314)\, 10^2 + 0{,}378\, t$$

Pour 2 échantillons de brèches

$$D^{-1} = (0{,}545)\, 10^2 + 0{,}648\, t$$

Les valeurs estimées pour la diffusibilité thermique D et pour la conductivité des matériaux lunaires sont plus faibles que les valeurs correspondantes pour les matériaux terrestres.

A l'équateur de la Lune, les matériaux en surface subissent au cours d'une période de (2,5) 10^6 s une variation de température dont l'amplitude atteint 150 °C; cette amplitude s'atténue à 10 vers 60 m de profondeur et à 1° vers 100 m et 0,1 vers 150 à 180 m.

L. ALVAREZ, P. A. EBERHARD, R. R. ROSS, R. D. WATT, RECHERCHE INFRUCTUEUSE DE MONOPOLES MAGNÉTIQUES DANS UN ÉCHANTILLON DE MATÉRIAU LUNAIRE, *Science*, 167, pp. 701-703, 30 janvier 1970.

Depuis plusieurs années les physiciens s'efforcent de découvrir des particules « monopoles » qui interviendraient dans un champ magnétique comme les charges électriques interviennent dans un champ électrique pour alimenter la source du champ, qui cause leur accélération.

Chaque « monopole » posséderait une charge dont l'importance serait un multiple de la « charge de Dirac » prise pour unité, correspondant à 3×10^{-8} unités électro-magnétiques. On n'a, jusqu'ici, jamais pu prouver l'existence d'une telle particule; le matériau rapporté de la surface lunaire, exposé depuis 3 à 4×10^{9} années aux radiations cosmiques, sans protection d'atmosphère et sans intervention de champ magnétique, se prête beaucoup mieux que n'importe quel matériau terrestre à la recherche de monopole.

Un échantillon de 8,37 kg provenant de la surface de la Lune a été soumis à une technique de détection basée sur la force électromotrice induite dans une bobine par un monopole en mouvement.

Un solenoïde a été calibré de telle sorte qu'une modification connue de courant simule l'intervention du « terme manquant de l'équation de Maxwell, » rendant compte de la contribution d'une « densité de courant magnétique ».

L'étude statistique des signaux révèle que la détermination de la charge électrique est affectée d'une erreur de l'ordre de 1 déviation standard ($1\,\sigma$), environ 1/8 d'une unité Dirac, pour 400 « passages » de l'échantillon; en d'autres termes la plus faible manifestation de monopole compatible avec la théorie de Dirac aurait dû causer un signal correspondant à $8\,\sigma$ au moins.

L'étude de 28 échantillons n'a jamais révélé de charge magnétique différant de zéro, et conduit à rejeter l'hypothèse d'une valeur absolue de la charge électrique atteignant 1 unité Dirac.

CONSIDÉRATIONS STATISTIQUES SUR LA DISTRIBUTION DE LA MATIÈRE DANS L'UNIVERS

G. de Vaucouleurs (The Case for a Hierarchical Cosmology, *Science*, 167, pp. 1203-1213), rappelle qu'il fut une époque où les philosophes et les astronomes considéraient que les planètes devaient décrire des orbites circulaires avec vitesses uniformes; il aurait pû rappeler que le même concept « forme parfaite » impliquait l'attribution à notre globe d'une forme sphérique.

De nos jours les théoriciens de la cosmologie considèrent encore la distribution des galaxies comme homogène et isotropique, l'expansion de l'univers linéaire et isotropique s'effectuant à la vitesse uniforme définie par la constante de Hubble; estimée en 1931 à $H = 560$ km/s/megaparsec cette constante est située maintenant entre 50 et 100 km (un megaparsec $= 3{,}25 \times 10^{6}$ années lumière ou $3{,}18{,}10^{24}$ cm).

On dénombre les galaxies sur les photographies sous faible grossissement : toute zone perceptible sur le fond et pouvant être distinguée des images nettes que donnent les étoiles, est attribuée à une galaxie; la limite de détection, évaluée sur l'échelle traditionnelle des grandeurs stellaires, augmentant logarithmiquement à mesure que décroît l'intensité,

correspond à la grandeur limite m de dénombrement. Les résultats numériques après corrections convenables sont exprimés par le nombre $N(m)$ des galaxies, qui par « degré carré » dépasse le seuil de brillance (m); la comparaison pour chacune des diverses régions célestes peu étendues, de la distribution observée pour $N(m)$ à la distribution Poissonnienne révèle parmi les galaxies une tendance à agrégation très en excès de celle que permet d'espérer une distribution de Poisson, d'éléments indépendants dont le groupement se ferait au hasard.

Les premières études statistiques sur la distribution de la matière dans l'Univers, basées sur une apparente distribution au hasard des galaxies ou des groupes de galaxies, avaient conduit Hubble à proposer un modèle de distribution log normale de N, nombre des galaxies ou des groupes de galaxies, dont le diamètre ne dépasse pas une limite supérieure évaluée sur l'échelle des m.

Que log N obéisse à une distribution gaussienne suggère que N est sujet à contagion (P. Bourgeois et J. Cox, *Compt. Rend.*, 204, p. 1632, 1937).

Concept statistique d'une densité moyenne de l'Espace

Si l'espace est homogène et isotropique, la densité moyenne ϱ de l'Univers peut se définir en tant que densité moyenne d'un « échantillon » représenté par une sphère de diamètre d tel qu'une augmentation quelconque de d ne modifie pas cette « densité moyenne » au delà de ce qui peut être attribué à des fluctuations aléatoires; le volume de cette sphère doit être suffisant pour pouvoir contenir non seulement une galaxie, mais les groupes de galaxies de l'ordre le plus élevé et dans le volume de cette sphère ces groupes de galaxies doivent obéir dans l'espace considéré à une distribution conforme aux séries de Poisson.

Densité moyenne des corps célestes

Les corps célestes peuvent être classés par ordre de densité décroissantes depuis la densité des étoiles du type neutron, jusqu'à la densité de l'ensemble de l'espace sphérique où l'on a dénombré des corps célestes.

L'observateur situé au centre de la sphère de rayon R se propose d'estimer la relation entre R et la densité moyenne ϱ.

1° Pour être accessible à l'observation optique un corps céleste sphérique stationnaire doit avoir un rayon $R_M \geqslant 2\ G\ M/C^2$, lorsque M est sa masse, G la constante de gravitation et C la vitesse de la lumière.

Pour les sytèmes cosmiques de tailles diverses la droite définie par

$\varrho_M = 3\ C^2/8\pi\ G\ R_M^2$ (ou, en unités $C.\ G.\ S.$, $\log \varrho_M = 27{,}2 - 2 \log R_M$

définit une limite supérieure extrême, ou limite, telle que ϱ étant la densité estimée et ϱ_M la valeur limite de cette densité pour un système céleste de rayon R le rapport ϱ/ϱ_M correspond au « facteur de remplissage de Schwarschild » facteur numériquement très petit, de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6}.

2° Un système de particules libres non animé de rotation ne peut avoir une densité inférieure à celle que détermine statistiquement l'équilibre entre énergie cinétique totale T et énergie potentielle de gravitation G tel que $2\ T + G = 0$; pour une « vitesse de dispersion » V_d, la densité d'équilibre $\varrho^* = 3V_d^2/4\ \pi\ \mathrm{R}_2\ G$ ou $\log \varrho^* = 6{,}5 + 2 \log V_d - 2 \log R$.

Si $\varrho < \varrho^*$ le système est instable et s'évapore rapidement; si $\varrho < \varrho^*$ le système jouit de stabilité dynamique et tend à se contracter pour réaliser la condition d'équilibre.

En fait, les relations précédentes ne s'appliquent qu'approximativement aux systèmes cosmiques réels, pour lesquels la vitesse angulaire n'est pas nulle : pour de vastes systèmes d'étoiles ou de galaxies V_d est de l'ordre de 100 à 1 000 km/s, de telle sorte que $\log \varrho^* \approx (21{,}5 \pm 1) - \log R$ ce qui correspond à un facteur de remplissage $\log (\varrho^*/\varrho_M) \pm -5 > \pm 1$; pour l'ensemble du système solaire le rapport $\varrho^*/\varrho_M \pm 10^{-12}$.

En fonction de la taille R des corps célestes $\log \varrho = -2{,}7 (\log R - 11{,}0)$ dans l'intervalle $-14 < \log \varrho < +14$ ou $6 < \log R < 16$, où le facteur de remplissage décroît de 10^{-1} à 10^{-9}.

Pour les systèmes d'étoiles et de galaxies le rapport ϱ^*/ϱ_M augmente de 10^{-6} à 10^{-4} lorsque R augmente de 10^{18} à 10^{27} cm, selon une régression linéaire $\log \varrho = -21{,}7 - 1{,}7 (\log. F - 21{,}7)$.

Conclusion

Si la tendance à agrégation est une caractéristique essentielle de l'Univers, et non un simple phénomène aléatoire, il doit en être tenu compte pour établir en cosmologie des modèles hiérarchiques, plus vraisemblables que les modèles classiques basés sur les concepts d'homogénéité et d'isotropie; il ne paraît pas encore possible de choisir statistiquement la plus vraisemblable des 2 fonctions de distributions de fréquences des rayons R des groupes ou agrégats, soit que $N(R)$ décroisse régulièrement en fonction de R, soit que $N(R)$ passe par des maxima successifs pour certaines valeurs critiques de R, telles que $R-2 = 0{,}01$ megaparsec pour les galaxies, $R-1 \approx 0{,}1$ pour les *paires* ou les *multiples*, $R_0 = 1$ pour les groupes ou les agrégats de 1er ordre, $R_1 = 10$ pour les super agrégats du 2e ordre, $R_2 = 100$ pour les agrégats du 3e ordre, et ainsi de suite.

L'âge de l'Univers

De quelques « millénaires », au XVIIe siècle notamment par Ussher, les estimations ont, au cours des trois derniers siècles, augmenté selon une fonction exponentielle, passant de (5) (10^3) vers 1750 à (5^5) (10) vers 1850, pour tendre vers 10^{10}; au taux de croissance logarithmique de 1,9 par siècle, l' « âge de l'Univers » a doublé chaque 16 ans, corrélativement d'ailleurs au taux de croissance des progrès de l'astronomie. Mais que signifie le terme « âge de l'Univers » si nous ne sommes pas capables de définir l'Univers? Quels sont les paramètres permettant de spécifier l'Univers?

L'état actuel de nos connaissances suggère que la tendance à agrégation, statistiquement significative pour les galaxies, et vraisemblable pour toute forme de la matière est la caractéristique essentielle de la structure de l'Univers, quelle que soit l'échelle de mesure adoptée.

Modèle de la distribution log normale des éléments dans l'Univers

Si on adopte comme vraisemblable le modèle de distribution log normale des éléments dans l'Univers, la distribution observée des constituants de chaque échantillon analysé peut être comparée à la distribution théorique :

En vue de représentation graphique, les pourcentages de chaque constituant, depuis le plus abondant jusqu'au moins abondant dans l'échantillon sont cumulés :

1° les pourcentages cumulés (n) sont portés sur échelle logarithmique en ordonnées, chacun à leur rang d'abscisse sur échelle de probabilité normale;

2° les (—ln — ln n) sont portés en ordonnées chacun à leur rang sur échelle arithmétique.

Par l'ensemble des points on trace une droite de regression.

Chaque distribution est caractérisée :

1° par l'ordre hiérarchique, des éléments, du plus abondant au moins abondant dans l'échantillon;

2° par la distribution des points relativement à la droite de régression.

Exemples : Composition, en oxydes métalliques d'un basalte (10022) et de 8 gabbros provenant de la Lune (*Science*, 167, pp. 520-521).

Ces 9 échantillons appartiennent à l'un des 2 groupes : 4 à faibles teneurs en SiO_2 (37,8 à 40,1 %) et 5 à teneurs comprises entre 40,9 et 41,7 %.

Les pourcentages P et les pourcentages cumulés n sont indiqués ci-dessous pour deux échantillons.

	10003		10047	
	P	n	P	n
KO_2	0,05		0,11	
Cr_2O_3	0,26		0,22	99,76
MnO	0,29		0,29	99,54
Na_2O	0,85		0,65	99,25
MgO	7,2	99,8	6,10	98,6
CaO	11	92,6	12,2	92,5
Al_2O_3	11	81,6	9,80	80,3
TiO_2	13	70,6	10,2	70,5
FeO	19,8	57,6	19	60,3
SiO_2	37,8	37,8	41,3	41,3

Comparativement aux basaltes de notre globe, qui sont relativement enrichis en fer ferrique Fe_2O_3 en Na et en K et dont la teneur en TiO_2 est de l'ordre de 1 à 2 %, atteignant exceptionnellement 4 ou même 7 %, les roches homologues rapportées de la Lune, du type des gabbros ou des basaltes (diabase vésiculaire) ne contiennent pas de Fe_2O_3 mais seulement FeO et sont relativement pauvres en Si et Al.

Le tableau indique les pourcentages de 10 à 12 constituants de roches ignées rapportées de la Lune :

1° d'après les analyses de 13 échantillons pesant en tout 17 g effectuées par spectroscopie aux rayons X, par le *U. S. Geological Survey à Washington* (*Science*, 167, p. 520);

2° par les techniques gravimétriques et photométriques, notamment de spectrométrie en flamme (*Science* 167, p. 527). Les numéros se rapportent aux numéros attribués aux échantillons distribués.

Éléments classés par ordre de pourcentages décroissants dans les roches lunaires, 10062, 10022 et 10057, comparativement, pourcentages dans un basalte océanique de notre globe

	10062	10022	10057	Basalt eocéan.
SiO_2	38,8	40,1	39,79	50
FeO	18,3	18,9	19,35	7,56
TiO_2	12	12,2	11,44	1,37
CaO	12	10,7	10,88	11,33
Al_2O_3	10,3	8,6	10,84	16,18
MgO	7,2	7,4	7,65	7,71
Na_2O	0,7	0,91	0,54	2,79
Cr_2O_3	0,27	0,37		
K_2O	0,25	0,30	0,32	0,22

En cumulant les pourcentages de haut en bas on détermine pour chaque échantillon lunaire 10062 ou 10022, neuf, pour 10067, huit pourcentages cumulés (n).

En portant en ordonnées les — ln (—ln n) chacun à son rang d'abscisse sur échelle arithmétique, on détermine des points parmi lesquels on peut tracer une droite de régression, qui pour chaque échantillon représenterait la distribution des pourcentages cumulés selon le modèle de la distribution log normale.

Pour l'échantillon de basalte océanique, après avoir rétabli l'ordre hiérarchique par pourcentages décroissants, on détermine 8 pourcentages cumulés (n); en portant en ordonnées les — ln (—ln n) on détermine des points pour lesquels on trace une droite de regression.

La distribution des points par rapport à la droite indique, relativement à la distribution théorique des pourcentages, selon le modèle log normal, quels sont les éléments relativement peu abondants ou surabondants.

Relativement aux roches lunaires les basaltes tholéitiques de nos océans sont caractérisés par des pourcentages du même ordre pour Mg, Ca, K, P, U, Th, Y et Yb et par des concentrations plus élevées en Si, Al et Na.

Les différentes valeurs du rapport Al/Ca, de 0,9/1 pour les « basaltes primitifs terrestres », de 0,8/1 ou 0,7/1, pour les basaltes et gabbros lunaires et de 0,6/1 pour des basaltes ultramafiques extrudés de l'écorce terrestre, ainsi que les différentes valeurs des rapports Si/Mg, Na/K et surtout les grandes variations de teneurs en Ti et P, suggèrent que les roches ignées des diverses planètes ont été soumises à « fractionnation » par les processus affectant les roches ignées : fusion partielle, cristallisation, distillation et transfert d'éléments volatils, sous diverses conditions de pressions, température et champ de gravitation.

Trois éléments O_2, Si et Al constituent 40 % en poids des roches ignées terrestres : les roches lunaires sont relativement déficientes en O_2.

La fonction $Y = f(X)$ où Y représente le pourcentage d'oxygène et X le pourcentage de SiO_2 calculée par Eugster pour les roches ignées terrestres est $Y = 0{,}194\ X + 35$.

Pour l'ensemble des matériaux lunaires dans lesquels O_2, Si et Al ont été estimés par activation de neutron (*Science*, 167, pp. 528-530), W. D. Ehmann et J. W. Morgan ont calculé $Y = 0{,}538\ X + 18{,}2$.

La teneur relativement élevée des roches lunaires en Ti, Cr, Sc, Ta, Hf et autres terres rares suggèrent que les matériaux rapportés par Apollo 11 résulteraient de redistribution d'éléments provenant originairement de la condensation de produits de la nébuleuse solaire, à une température comprise entre la plus haute température compatible avec la condensation de Fe et Ni et la température la moins élevée compatible avec la condensation de sulfures et de matériaux riches en protons (*Science*, 167, p. 509).

Nouvelles conceptions sur l'entropie

Les échantillons rapportés par Apollo 11 ont été récoltés sur une surface qui ne représente qu'une infime partie de la surface lunaire; toutes les roches analysées se caractérisent relativement à leurs homologues terrestres, par des teneurs relativement élevées en Titane et en éléments rares tels que Scandium, zirconium, hafnium, yttrium..., basses en sodium (*Science*, 167, p. 450).

Aux résultats d'analyses effectuées sur les roches rapportées par Apollo 11 peuvent être comparés les résultats d'analyses par dispersion des particules alpha et des protons, effectuées par Surveyors V à Mare Tranquillitatis et par Surveyor VI à Sinus Medii.

Les résultats d'analyses des échantillons de Apollo 11 concordent avec ceux de Surveyor V pour Mare Tranquillitatis quant à la richesse relative en éléments réfractaires titane, zirconium et yttrium, à la pauvreté relative en matériaux alcalino terreux et volatils, sodium, potassium, rubidium.

Les analyses de Surveyor VI révèlent que la concentration du titane à Sinus Medii n'atteint pas 50 % de celle observée à Mare tranquillitatis, mais qu'à l'un et l'autre site les matériaux lunaires, sont plus pauvres en sodium que les basaltes terrestres auxquels on les a comparés (*Science*, 167, p. 379, 23 janvier 1970).

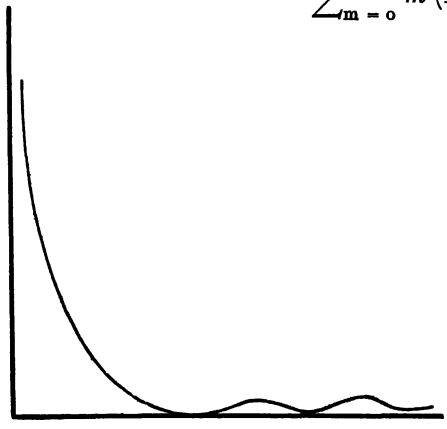
Les cosmologies orthodoxes sont basées sur les modèles mathématiques imaginés pour des durées relativement courtes et des volumes de cosmos relativement faibles relativement aux grandeurs que permettent d'envisager les plus récentes observations.

Au concept simpliste selon lequel l'Univers tendrait inéluctablement vers une homogénéité caractérisant l'état d'entropie maximale, se substitue le concept d'univers dont une caractéristique essentielle est l'inhomogénéité, et une tendance à « agrégation » plus forte que celle que permet d'expliquer les groupements au hasard d'événements indépendants selon des distributions de séries de Poisson.

Ce nouveau concept cosmologique trouve d'ailleurs une justification dans la réévaluation d'un problème statistique classique : 2 R boules, numérotées consécutivement (1) à (2 R) sont distribuées dans deux urnes I et II. On tire au hasard un nombre compris entre (1) et (2 R). On tire la boule portant le numéro correspondant de l'urne où elle se trouve pour la transférer dans l'autre urne. On effectue successivement (s) tirages, indépendamment des résultats des tirages antécédents; à l'origine l'urne I contenait (n) boules; à la suite des (s) tirages elle en contient (m) : on estime la probabilité $P\ (n/m,\ s)$:

Avant le 1er tirage, $m\ (o) = n$, après s tirages le nombre moyen de boules $m\ (s)$ dans l'urne I, devra être compris dans un intervalle limité par $m\ (S) > n$ et la valeur la plus probable tend exponentiellement vers

$$\sum_{m=o}^{2R} m\ (P_n/m;\ s) \rightarrow R + n\left(1 - \frac{1}{R}\right)^s.$$



Sur le graphique expérimental obtenu en 2 minutes sur calculatrice électronique pour 2 R $= 2^{14} = 16\,384$ boules et $n = 2\ R$ pour s variant de 1 à 200 000, la courbe manifeste une tendance vers égalisation, dans la 1re partie qui est une exponentielle; ensuite la courbe manifeste des variations quasi-périodiques, conformément au théorème de récurrence de Poincaré (*Science*, 166, 7 novembre 1969, p. 698) de telle sorte que le système au lieu de tendre indéfiniment vers l'homogénéité subit des manifestations recurrentes d'inhomogénéité.

BIBLIOGRAPHIE

MATÉRIAUX LUNAIRES

Science : v. 165, nº 3899, 19 octobre 1969, pp. 1211-1227; Examen préliminaire des échantillons lunaires rapportés par Apollo 11 (Lunar Sample Preliminary Examination Team).
v. 166, nº 3912, 19 décembre 1969, pp. 1502-1503; L'expérience Apollo 11 relativement à la composition du vent solaire, F. Buhler, *et. al.*

v. 167, n° 3917, 23 janvier 1970, pp. 376-378; Composition chimique de la surface Lunaire à Sinus Medii, E. J. Franzgiote, *et. al.*
v. 167, n° 3918, 30 janvier 1970, p. 447-784; numéro spécial consacré aux Matériaux Lunaires.
v. 167, n° 3923, 6 mars 1970, Examen préliminaire des Échantillons Lunaires d'Apollo 12.
v. 167, n° 3924, 13 mars 1970, Viscosité des laves lunaires.
v. 167, n° 3926, 27 march 1970, p. 1759, Errata for the Moon Issue.

Compte Rend. Acad. Agriculture
tome 55, n° 16, pp. 1143-1145; Les Matériaux de la Surface de la Lune. Les Sols de la Lune.

Géophysique : Seismic wave propagation in real media, by I Bezon, Trad. du russe en Anglais par Keller, 1969.
The application of Modern Physics to the Earth and Planetary Interiors, S. K. Runcorn. Ed. Wiley-Interscience, New-York 1969, analysé dans *Science*, 167, p. 1482, 13 march 1970,

J. Dufrénoy.

J'exprime tous mes remerciements à M. Claude Zenerino qui a bien voulu revoir le manuscrit et refaire personnellement tous les calculs.

Le n° 3918 de *Science* (30 janv. 1970) se termine (pp. 782, 784) par une liste de 420 symboles utilisés dans l'une des 155 rapports sur les Matériaux Lunaires, le même symbole ayant des significations différentes d'un rapport à l'autre.

Nous indiquons ci-dessous quelques-uns des symboles avec l'indication de la page du n° 3918 de *Science.*

C ou c : chaleur spécifique (729, 749);
cal : calorie;
g : gramme;
oK : degré Kelvin (730);
Kb : Kilobar (726, 731);
Mb : Megabar (731);
S ou sec : seconde.

Lettres grecques :

gamma	γ	paramètre (ou constante) thermique (750)
	γ^{-1}	inertie thermique (inverse de la constante thermique) (730, 750)
mu	μ	micro (10^{-6})
	ρ	densité (726, 730)
sigma	σ	déviation standard (701)
	σ	section d'un appariage de monopoles (702)
	σ	rapport de Poisson (733)
	σ	constante de Stefan (730)