J. DUFRÉNOY

Transformation doublement logarithmique de pourcentages cumulés

Journal de la société statistique de Paris, tome 108 (1967), p. 293-294
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1967__108__293_0>

TRANSFORMATION DOUBLEMENT LOGARITHMIQUE DE POURCENTAGES CUMULÉS

Soit (n) une certaine quantité de ressource, disponible dès le temps $t = O$ ou que l'on estime pouvoir être utilisable dans l'espace de temps $t = 0$ à $t = T$.

A partir de l'évaluation initiale, prise pour 100 %, on estime, pour chaque intervalle de temps successif δt de $t = 0$ à $t = T$ le pourcentage utilisé (n) depuis $t = 0$; le pourcentage tend vers zéro au temps final T.

La quantité de ressource peut être représentée par une population d'individus dont chacun est susceptible, dans chaque intervalle de temps δt, de subir une modification irréversible (correspondant à un tirage au sort exhaustif). Dans le cas d'être vivants, chaque individu peut, au cours de chaque intervalle δt, survivre ou mourir (courbe de mortalité), rester sain ou devenir un cas pathologique (courbe de morbidité; notamment au cours d'une épidémie telle que l'épidémie de fièvre thyphoïde de Zermatt).

La quantité de ressource peut se référer à tel ou tel produit minéral (charbon, minerai d'uranium...).

Henri Quastel a suggéré que, dans un très grand nombre de cas, les intervalles de temps t_i étant portés en abscisses sur échelle arithmétique, les pourcentages (n) étant portés sur échelle $-\,ln\ (-\ ln\ n)$, on détermine des points s'alignant sur une droite.

Notre éminent collègue, le professeur de Vogelaer, du département de Mathématiques de l'université de Californie à Berkeley, a bien voulu programmer le calcul sur ordinateur des valeurs de $-\ ln\ (-\ ln\ n)$, que nous reproduisons en partie ici.

En portant parallèlement, sur échelle arithmétique, les valeurs de $-\ ln\ (-\ ln\ n)$ de $-\ 2$ à 7, et, au niveau correspondant, les pourcentages (n), on établit une échelle fortement dissymétrique : à partir de $n = 1/e = 0{,}3667$, correspondant à $-\ ln\ (-\ ln\ 1/e = 0$, les valeurs de n s'espacent de plus en plus à mesure que l'on s'élève vers 99,999, correspondant à $-\,ln\ (-\,ln) = 6{,}91$.

Par contre, à partir de $n = 0{,}3667$, les pourcentages se tassent d'autant plus que l'on descend vers zéro pour cent, dont la position peut être considérée comme infiniment voisine du niveau $-\ ln\ (ln\ n) = -\ 2$.

Exemple numérique :

Transformation — ln (— ln n) *appliquée aux prévisions d'utilisation des ressources d'énergie.*

M. Robert Gibrat, étudiant « Les Statistiques de ressources énergétiques et l'avenir à long terme de l'énergie nucléaire » (Journ. Soc. Stat., 106e année, nos 1, 2, 3), a indiqué, de 1960 à 1985, la consommation A d'énergie électrique en TWH, et les « Ressources thermiques (T) complémentaires » (notamment d'origine nucléaire) à prévoir.

Les valeurs successives de A et de T ont été converties en pourcentages cumulés du total correspondant pris pour 100 %; nous fournirons l'hypothèse qu'en 1985, ayant atteint le plafond de 100 %, les « ressources » seront tombées à zéro % : nous recalculerons donc les pourcentages cumulés selon cette hypothèse, soit (n); ces valeurs de n, portées sur l'échelle des pourcentages n correspondant à la transformation $-\ ln\ (-\ ln\ n)$, s'alignent sur une droite :

	A				T			
		cumul	% cumul	n		cumul	% cumul	n
1960	72	72	5,5	94,5	11	11	1,5	98,5
1965	103	175	13,5	86,5	31	42	7,5	94,5
1970	150	325	24	76	69	111	15	85,0
1975	205	530	40	60	116	227	39	71,0
1980	290	820	63	37	196	423	57	43,0
1985	410	1 230			310	733		
Total	1 230				733			

J. Dufrénoy