

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

ROBERT HÉNON

Contribution statistique aux méthodes de classification des finesse de la laine

Journal de la société statistique de Paris, tome 93 (1952), p. 120-133

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1952__93__120_0>

© Société de statistique de Paris, 1952, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>*

VII

CONTRIBUTION STATISTIQUE AUX MÉTHODES DE CLASSIFICATION DES FINESSES DE LA LAINE

La recherche des facteurs qui conditionnent le comportement des fibres au cours des opérations de filature ont conduit les lainiers à porter leur attention sur la *finesse de la laine*.

Par finesse il faut comprendre l'idée que les spécialistes se font sur le *diamètre moyen* des fibres dans un lot de laine (balle ou peigné) ainsi que sur l'*homogénéité* de la distribution dans ce lot.

Des experts parviennent à classer les lots *au juge* par simple inspection au toucher et des vérifications en laboratoire ont permis de constater, qu'effectivement, la sensibilité humaine après un long entraînement était capable de porter des jugements convenables (1).

Cependant, un besoin de précision s'est fait sentir, des mesures ont été faites, des familles d'histogrammes ont été retenues et une *classification empirique internationale* proposée par l'American Society for Testing Materials a été adoptée (*classification ASTM*).

Nous nous proposons dans cette étude :

— *d'interpréter en termes statistiques*, les limitations qui résultent de la classification ASTM;

— de montrer que, par un choix approprié des *caractéristiques de distribution* des diamètres des fibres, il est possible de concevoir une classification continue et plus générale, capable de décrire soit des caractères biologiques propres aux espèces, soit des comportements en filature et tissage (filabilité).

Fibres.

Les fibres que l'on mesure à l'aide de microscopes à projection ont un diamètre de l'ordre de 20 à 30 μ . Elles ne sont pas absolument rondes, il existe toujours une certaine ovalisation dans une section droite. De plus, le diamètre moyen n'est pas rigoureusement constant le long de la fibre. Il y a donc une double source d'erreurs dans l'estimation de la variance des échantillons soumis aux mesures; nous supposerons provisoirement ces erreurs négligeables.

Précisons que les mesures se font en atmosphère conditionnée à partir de fibres coupées en tranches de 0,8 mm. à partir d'une masse parallélisée (les coupures se faisant sur des *sections droites*).

L'examen des sections montre la présence d'une partie principale, appelée *cortex*, entourée d'une ceinture d'*écailles*.

Nous verrons plus loin que les statistiques peuvent donner une idée de l'*homogénéité* du cortex le long du diamètre.

(1) F. MONFORT et W. REY, *L'appréciation à la longueur de la laine sur ruban de peigné par les Lainiers*. — *Bulletin de l'Institut Textile de France*, mars 1951.

Histogrammes.

Pratiquement, les résultats de mesures sont présentés sous forme d'histogrammes et à partir de 300 observations au moins. Ils présentent tous une dissymétrie marquée. La figure 1 montre une « feuille de contrôle » d'un peigné (1) avec 2 histogrammes.

Classification ASTM.

Chaque histogramme est comparé aux 13 classes prévues dans la classification ASTM. Chaque classe comporte une limitation des fréquences dans

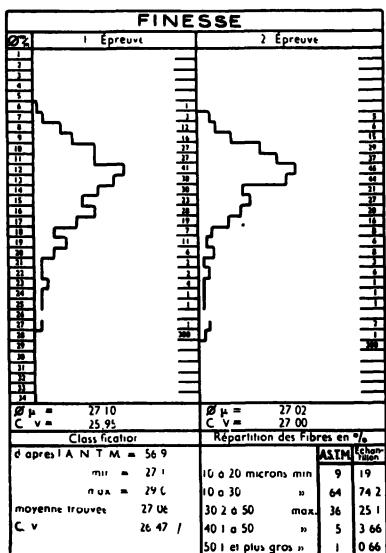


Fig. 1.
Feuille de contrôle de finesse d'un peigné.

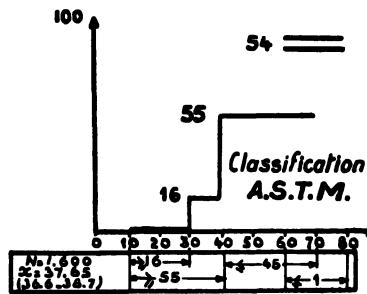


Fig. 2
Exemple des limitations imposées
dans l'une des classes de la classification ASTM

quatre zones situées sur l'échelle des diamètres, et une double limitation de la moyenne (Maxi-mini) soit en général 6 conditions (2).

Le tableau de l'une de ces classes est indiqué sur la figure 2. Nous y avons ajouté le graphique des fréquences cumulées avec des zones ombrées de manière à bien montrer les parties de la surface qui restent compatibles avec les limitations prévues.

Recherche d'une loi de distribution des diamètres.

Toutes les distributions de peignés que nous avons pu obtenir étaient dissymétriques. Cette constatation nous a conduit à admettre en première approximation l'hypothèse d'une *loi logarthmo-normale* à 2 paramètres (loi de Galton, Mac-Alister).

Si cette hypothèse ne peut satisfaire entièrement le statisticien il nous semble

(1) Ce document nous a été communiqué par le laboratoire de la Filature de laine peignée d'Erstein, que son animateur, M. Vogel trouve ici l'expression de nos bien vifs remerciements.

(2) En général, car, dans certaines classes, les limitations de fréquences sont réduites à 3 au lieu de 4 comme le montre la figure 2.

qu'elle ne présenterait que des avantages dans l'application des contrôles en filature.

Rappelons que si X désigne le logarithme du diamètre x de la fibre mesurée, la loi de distribution de X est une loi normale à deux paramètres : X_0 la moyenne et σ , l'écart-type dans la nouvelle échelle. On a :

$$X = \log x \\ X_0 = \log x_0 \quad \text{et } x_0 \text{ étant la médiane de la distribution des } x$$

et la variable normée z s'écrit :

$$z = \frac{X - X_0}{\sigma} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\sigma} \log \frac{x}{x_0}$$

La probabilité de trouver une valeur de la variable normée égale ou supérieure à z est donc :

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$$

On sait que pour cette loi la moyenne des diamètres m a pour expression :

$$m = x_0 e^{\frac{\sigma^2}{2}}$$

et le coefficient de variation

$$(CV)^2 = \left(\frac{s}{m}\right)^2 = e^{\sigma^2} - 1 = \sigma^2 \left(1 + \frac{\sigma^2}{2} + \dots\right) \neq \sigma^2$$

s étant l'écart-type de la distribution de x , σ étant de l'ordre de 0,23 la simplification $CV(x) = \sigma$ peut être admise (1).

Ajustement des répartitions par la droite d'Henry.

HENRY a montré que par une transformation appropriée de l'échelle de fréquences cumulées, la courbe de répartition « en ogive » était représentable

(1) Cette hypothèse d'une loi logarithmo-normale conduit à des simplifications intéressantes. Ainsi la loi de distribution des aires des sections qui intervient dans les contrôles de régularité des fils par pesées est aussi une loi logarithmo-normale. En effet, la loi de l'aire est celle de x^2 , dont le changement de variable est obtenu en écrivant :

$$z = \frac{1}{\sigma} \log \frac{x}{x_0} = \frac{1}{2\sigma} \log \left(\frac{x}{x_0}\right)^2$$

L'écart type σ est doublé dans la nouvelle représentation.

Ceci justifie l'approximation employée : $CV(A) = 2CV(D)$, A et D étant les notations employées dans la pratique, A correspondant à l'aire x^2 et D au diamètre x .

D'une manière plus précise on peut calculer le coefficient de variation de l'aire $CV(A)$ à partir du $CV(D)$ du diamètre. On trouve :

$$\begin{aligned} [CV(A)]^2 &= 4\sigma^2 (1 + 2\sigma^2 + \dots) = 4 \left(\sigma^2 + \frac{\sigma^4}{2}\right) + 6\sigma^4 \\ &= 4[CV(D)]^2 + 6\sigma^4 \\ &= 4[CV(D)]^2 \left[1 + \frac{3}{2}[CV(D)]^2\right] \end{aligned}$$

Cette correction positive correspond parfaitement aux observations. Par contre, si nous avions admis une loi normale, la correction serait négative. Voir sur le même sujet l'étude de H. BRENY : Sur le coefficient de variation du carré d'une variable aléatoire (Comité Technique de la Fédération Lainière Internationale, Rapport n° 15, janvier 1952).

HENRY, Probabilité du Tir, Cours de l'École Polytechnique, 1894.

par une droite. L'intérêt de cette transformation est de faciliter singulièrement les ajustements graphiques à partir des points observés. La transformation revient à utiliser deux échelles accolées en prenant comme support l'axe des ordonnées. Sur un côté s'inscrit l'échelle cartésienne des z précédemment définie et sur l'autre, l'échelle des probabilités $F(z)$ correspondante.

Comme il existe pour toute observation un couple x_i de la variable et F_i de la fréquence, celle-ci permet de connaître la valeur correspondante z_i définie par $F(z_i) = F_i$ (calculée ou lue sur l'échelle).

L'ensemble des points (x_i, z_i) forme un polygone que l'on se propose d'ajuster à la droite :

$$z = \frac{X - X_0}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \log \frac{x}{x_0}$$

La détermination des deux paramètres X_0 et σ est donc très rapide, elle peut être effectuée soit à vue soit par la méthode des moindres carrés.

De plus, pour chaque point correspondant à la fréquence F_i , on peut calculer la variance $\frac{F_i(1 - F_i)}{N}$ si l'échantillon comporte N observations. Il en résulte qu'en encadrant le point de \pm deux écarts-types on délimite dans le plan une

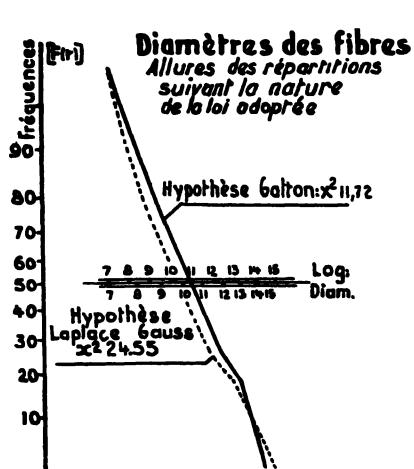


Fig. 3. — Ajustement des fréquences cumulées par une droite d'Henry Cas d'une loi logarithmo-normale.

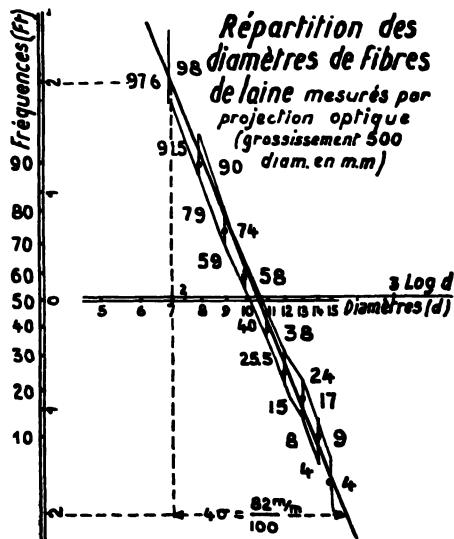


Fig. 4. — Comparaison de la qualité de deux ajustements suivant deux lois différentes.

bande polygonale ou domaine de confiance dans laquelle la droite d'ajustement doit être comprise.

Le dépassement du domaine de confiance ou mieux, la signification du test de χ^2 indique si la distribution du lot est *classable* ou non dans une famille de lois logarithmo-normales.

La figure 3 montre un tel ajustement (1). La simple inspection graphique

(1) Données provenant de la *Wool Industries Research Association — Technical Committee Proceedings*, p. 26, vol. 2, 1948.

montre que cet ajustement doit être convenable. A notre avis c'est ce mode de représentation qui devrait se substituer à celui des histogrammes.

Par contre, sur la figure 4 on a représenté simultanément deux polygones de fréquences cumulées à partir de deux échelles accolées sur l'axe des abscisses : l'une en diamètres, l'autre en logarithmes des diamètres.

A la première échelle correspond l'ajustement par une loi normale et à la seconde l'ajustement indiqué précédemment. On voit que l'hypothèse d'une loi normale se traduit par une tendance du polygone à s'incurver : l'ajustement par une droite est-il encore légitime?

L'application du test de χ^2 à ces deux ajustements montre que la distribution normale est significativement non acceptable, par contre l'hypothèse de la distribution logarithmo-normale peut être admise.

Interprétation de la classification ASTM par les droites d'Henry

Admettons que les limites de classes appartiennent à des distributions frontières choisies parmi les lois logarithmo-normales à deux paramètres.

L'interprétation des limites de classes devient très simple.

Reprendons l'exemple de la figure 2, les deux limitations prévues à 30 et

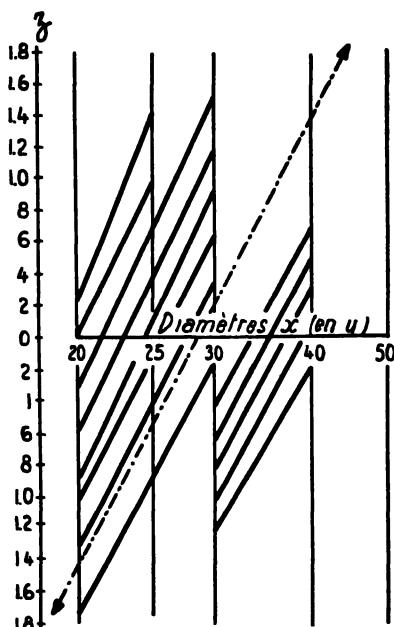


Fig. 5. — Interprétation des doubles limitations de fréquences ASTM par les droites d'Henry.

40μ sont respectivement 16 % et 55 %, la droite d'Henry dans la représentation logarithmo-normale doit donc passer par les points de cotés (fig. 5).

$$(x_1 = 30\mu, z_1 = -0,99) \text{ et } (x_2 = 40\mu, z_2 = 0,126)$$

qui correspondent (dans le sens croissant) à :

$$F(z_1) = 16 \% \text{ et } F(z_2) = 55 \%.$$

La limitation de classe revient évidemment à ne conserver que le segment de droite compris entre 30μ et 40μ . L'ensemble des deux premières limitations pour les 13 classes de l'ASTM définit donc un réseau de 13 segments de droites qui sont à peu près parallèles. Les distributions expérimentales représentables par des droites, viendront s'inscrire au-dessus du réseau ou le couper. Pour qu'une distribution soit capable d'être classée il faut qu'elle soit située au-dessus de l'un au moins des segments de droite.

Dans ces conditions le classement possible sera attaché au n° d'ordre du premier segment non coupé.

Quant aux deux autres limitations, elles ne semblent pas présenter d'intérêt pratique, nous le verrons plus loin.

En ce qui concerne les limitations des moyennes la représentation graphique indiquée ne peut être exploitée par des moyens suffisamment simples et c'est le passage à la représentation paramétrique qui nous apportera une solution pratique.

Passage de la représentation ponctuelle à la représentation paramétrique.

Considérons dans la figure 6a la limitation de classe $P_1 P_2$ sur la droite D . Toute droite D'_1 tournant autour du point $P_1 (X_1 z_1)$ est aussi une droite limite

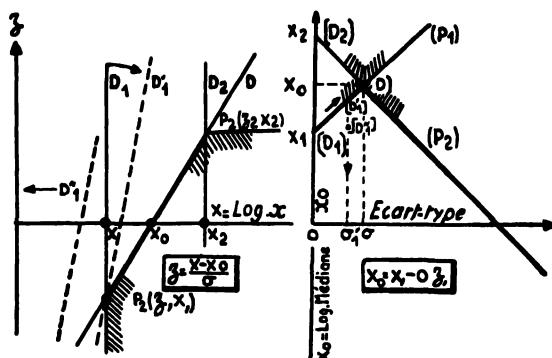


Fig. 6.

Dans la représentation ponctuelle la double limitation de fréquence est figurée par une droite (Droite d'Henry de la figure précédente).

Dans la représentation paramétrique la double limitation de fréquence est figurée par un point.

de classe pour toutes les distributions représentables par des parallèles D'_1 à D'_2 .

L'équation des droites telles que D'_1 satisfait à la relation :

$$z_1 = \frac{X_1 - X_0}{\sigma}$$

d'où :

$$X_0 = X_1 - \sigma z_1$$

et :

$$X = [X_1 - \sigma z_1] + [\sigma] z$$

Les paramètres de cette droite qui figurent entre crochets sont :

$$[X_1 - \sigma z_1] \text{ et } [\sigma]$$

Ils sont représentés, sur la figure 6b par le point [D] dans le plan des paramètres σ et X_0 . Quand la droite D'_1 tourne, son point représentatif décrit la droite (P_1) d'équation :

$$X_0 = X_1 - \sigma z_1$$

σ étant la variable.

Quand la droite D' se déplace à gauche parallèlement à elle-même, la valeur de X_0 décroît et, dans le plan σ - X_0 , le point [D_1] se déplace vers le bas. La zone d'interdiction est donc située au-dessus de cette droite.

Quand la droite D'_1 part d'une situation verticale, elle arrive dans une position limite où elle se confond avec D . C'est alors qu'il y a un changement de pivot : les droites limites tournent maintenant autour du point P_2 (X_2 - z_2) jusqu'au moment où la pente devient nulle ($\sigma = \infty$).

Au pivotement autour de P_2 correspond la droite (P_2) dans le plan des paramètres :

$$X_0 = X_2 - \sigma z_2$$

Finalement, dans cette nouvelle représentation, les limitations de fréquences se traduisent dans chaque classe par une aire limitée par un angle rectiligne.

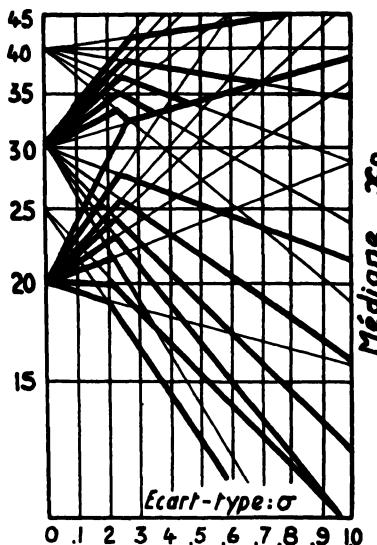


Fig. 7 — Interprétation des doubles limitations de fréquences ASTM dans la représentation paramétrique

L'ensemble des limitations pour les 13 classes est représenté sur la figure 7.

Si maintenant nous faisons intervenir les limitations des moyennes, nous pouvons écrire successivement :

$$m = x_0 e^{\frac{\sigma^2}{2}}$$

$$\log m = \log x_0 + \frac{\sigma^2}{2}$$

$$M = X_0 + \frac{\sigma^2}{2}$$

Dans le plan des paramètres, les limitations des moyennes correspondront aux paraboles figure 8 :

$$X_0 = M - \frac{\sigma^2}{2}$$

qui sont toutes parallèles dans un déplacement vertical.

Interprétation de la classification ASTM.

Les aires communes aux limitations de fréquences et de moyennes sont indiquées sur la figure 9 en parties ombrées. Tout point du plan des paramètres correspond à une distribution et on remarque que la classification ASTM ne permet pas de déplacement continu de ces points dans le plan. Certaines zones ne rentrent pas dans la classification, par contre, d'autres zones s'étendent vers des régions qui ne correspondent à aucune réalité.

C'est pourquoi nous avons déjà signalé que les limitations de fréquences de troisième et quatrième classes étaient sans intérêt puisqu'elles tombent en dehors du domaine d'utilisation pratique, les σ expérimentaux étant compris entre 0,14 et 0,34.

Ce mode de représentation paramétrique trouverait des applications dans l'étude de « nuages de points », nuages qui pourraient être statistiquement

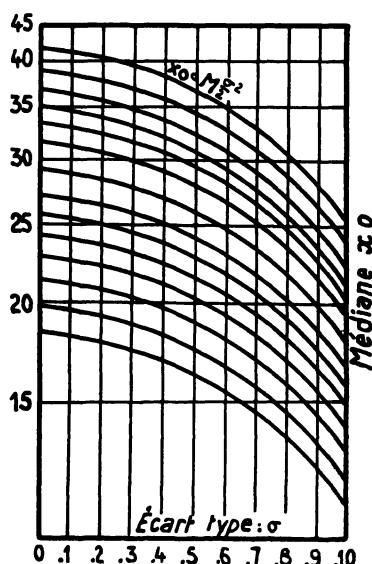


Fig. 8. — Interprétation des limitations des moyennes ASTM dans la représentation paramétrique:

séparés par la méthode des fonctions discriminantes, précisés dans leur forme et leur direction. Par exemple, nuages de points propres aux espèces de moutons, aux conditions climatiques ou d'alimentation et, dans les applications industrielles : nuages de points de peignés intervenant dans la filabilité et concernant le nombre de casses de fil, la résistance aux teintures, etc...

Dans cet ordre d'idées, on peut rechercher dans quelle zone du plan des

paramètres on doit attendre les points - observations provenant d'un grand nombre d'échantillons. C'est l'objet de l'étude suivante.

Dépendance entre paramètres.

A la « Filature de Laine peignée d'Erstein », le général OTT utilisant plusieurs centaines d'observations a montré qu'il existait une dépendance remarquable entre le diamètre moyen m d'un lot et son écart-type s . Il a obtenu des ajustements linéaires excellents dont la figure 10 donne l'un des cas.

Sur le même graphique, nous avons tracé à titre de comparaison la droite $s = 0,23 m$ qui correspond au coefficient de variation à peu près constant 0,23, admis pour la distribution de fréquence constituant les frontières de la classification ASTM.

Il est à remarquer que toutes les droites de régression de σ en m coupent « significativement » l'axe des m au voisinage de 7μ , ceci laisserait supposer l'existence d'un seuil qui trouverait son explication dans le fait qu'un poil ou une fibre ne peut apparaître à la surface de l'épiderme qu'une fois entièrement formé. Cependant, la conséquence d'une variance nulle en ce point (extrapolé) semble difficilement admissible, l'esprit n'est pas entièrement

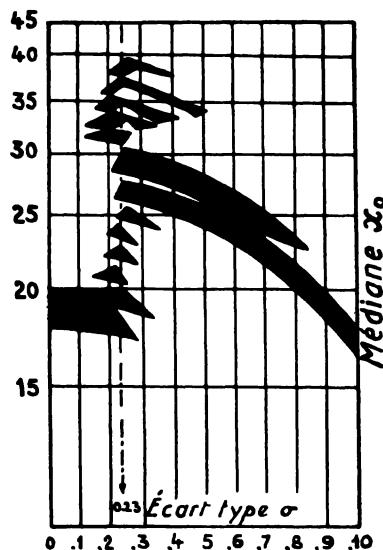


Fig. 9 — Interprétation de la classification ASTM
dans le plan des paramètres
de la distribution logarithmo normale

satisfait et cherche une certaine continuité qui voudrait saisir dans une même loi le processus évolutif de la croissance.

Cette étude a une grande portée théorique car elle remet en question deux problèmes : celui de la loi de distribution des finesse et celui de l'homogénéité de la structure moléculaire du cortex de la fibre. En effet, nous pouvons

nous proposer de donner une explication statistique de cette loi en nous basant sur les hypothèses que voici :

Première hypothèse. — Les diamètres croissants de la fibre se comportent

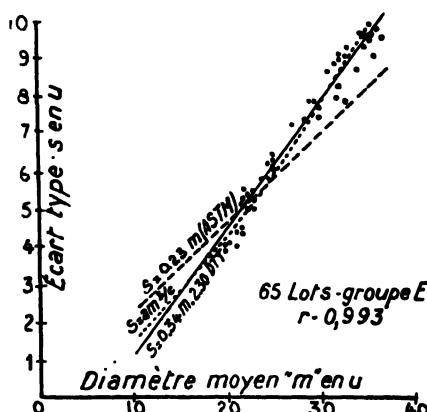


Fig. 10. — Dépendance entre paramètres.

comme s'ils étaient constitués de couches successives d'épaisseurs et indépendantes. Il en résulte qu'en passant du diamètre moyen m_0 au diamètre $m_k = km_0$, l'écart-type s_0 doit devenir $s_k = s_0 \sqrt{k}$ que nous écrirons :

$$s_k = s_0 \sqrt{k} = \frac{s_0}{\sqrt{m_0}} \sqrt{km_0} = \text{constante} \sqrt{m_k}$$

C'est une parabole dont la courbure est tournée vers le bas et il est impossible de la faire passer à travers le nuage de points de la figure 10. L'hypothèse doit être rejetée; il n'y a pas indépendance entre les couches : ceci pose un problème d'homogénéité de la structure moléculaire aux laboratoires de recherches.

Deuxième hypothèse. — Les diamètres croissants de la fibre se comportent comme s'ils étaient constitués de couches successives, d'épaisseurs relatives constantes et indépendantes. Il en résulte que $\frac{\Delta m}{m}$ suit une loi normale, et m suit une loi logarithmo-normale. Dans ces conditions, nous devons considérer l'écart-type σ de la loi transformée et nous écrirons :

$$\sigma_k = \sigma_0 \sqrt{k} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{m_0}} \sqrt{m_k}$$

d'où :

$$s_k = \sigma_k m_k = \text{constante} (m)^{3/2}$$

C'est une parabole passant par l'origine dont la courbure est tournée vers le haut; elle est tracée sur le graphique en pointillé et traverse convenablement le nuage de points.

Une étude plus raffinée faisant intervenir les connaissances acquises sur le cortex permettrait certainement d'améliorer l'ajustement (1).

(1) Nous avons admis pour la simplicité de l'exposé l'hétérogénéité statistique des couches successives avec homogénéité des mêmes numéros de couches entre fibres.

Inversement, nous pourrions encore admettre l'homogénéité entre couches d'une même

Si ces questions intéressent le laboratoire de recherches, il faut bien admettre que, dans la pratique, l'important est de saisir l'ensemble de la distribution en ne s'inquiétant pas des extrémités de la courbe. On perd ainsi le contrôle de 5 % de la distribution en limitant son amplitude à quatre écarts-types.

De plus, la transformation logarithmique apporte le maximum d'information avec deux paramètres seulement dont l'estimation est à la portée du plus petit laboratoire de contrôle.

Classification.

Les paramètres que nous avons définis variant d'une manière continue, il ne semble pas absolument nécessaire de prévoir une classification. Cependant, un échelonnement peut rendre des services et faciliter l'identification des

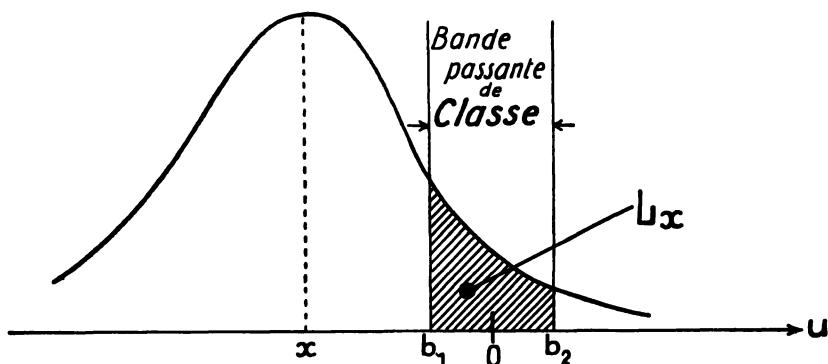


Fig. 11. — Distribution de la moyenne d'un échantillon prélevé dans un lot de moyenne vraie x .
En grisé, surface représentant la probabilité L_x d'accepter le lot.

qualités dans les échanges commerciaux. C'est pourquoi nous allons indiquer comment on peut concevoir une classification.

Le plus simple consiste à quadriller le plan des paramètres $X_0 \sigma$ parallèlement aux axes.

Ceci ne veut pas dire que ce soit la meilleure classification car on pourrait, suivant sa destination, imaginer d'autres réseaux dont les paramètres rendraient constantes certaines qualités ou caractéristiques importantes.

L'avantage du quadrillage, c'est de permettre une variation continue des paramètres et une extension d'emploi aux besoins les plus divers.

La classification d'un lot s'effectuant par échantillonnage de N essais, l'intervalle de confiance au niveau de probabilité désirée déterminera les espacements entre limites de classes.

D'une manière plus précise :

- soit u l'échelle des classes figure 11;
- O l'origine prise au milieu d'une classe $b_1 b_2 = 2 b$;
- x la moyenne vraie du lot;

fibres avec hétérogénéité des fibres de diamètres différents. Comment relier ces données statistiques à celles concernant l'arrangement des longues chaînes polypeptidiques constituant le cortex ainsi qu'à leur structure cristalline (alternant avec des éléments amorphes) révélée par la diffraction aux rayons X?

— \bar{u} la moyenne expérimentale de l'échantillon suivant une loi normale d'écart-type unité.

La loi de probabilité de \bar{u} est :

$$f(\bar{u} - x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\bar{u}-x)^2}$$

Si la moyenne *expérimentale* tombe à l'intérieur de l'intervalle de classe $b_1 b_2$, on convient *d'accepter* le lot comme appartenant à la classe considérée, sinon on refuse et ce lot tombe dans une classe voisine.

Il y a donc un *risque d'accepter* un lot dont la moyenne vraie ne tombe pas dans la bande passante et un *risque de refuser* un lot dont la moyenne vraie tombe dans la bande passante.

La probabilité L_x d'accepter un lot de moyenne vraie x est donc :

$$L_x = \int_{b_1 = -b}^{b_2 = b} f(\bar{u} - x) d\bar{u} = F(-b - x) - F(b - x)$$

elle définit la *courbe d'efficacité du classement* pour la bande passante $b_1 b_2$ (Operating characteristic curve : O. C.).

La figure 12 montre cette courbe pour $b = 2$ écarts-types.

On y remarque qu'aux frontières, la probabilité d'accepter est $1/2$, c'est aussi la probabilité α de déclasser. En particulier, quand $x = \pm 4$ écarts-

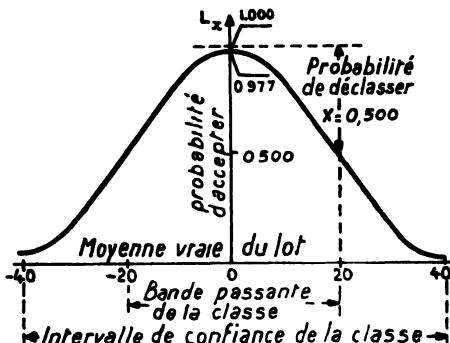


Fig. 12. — Courbe d'efficacité du procédé de classement ou probabilité L_x d'accepter un lot de moyenne vraie x .

types, la probabilité la plus forte β d'accepter un lot au moins aussi mauvais est très faible.

De cette analyse, on peut définir une classe par deux paires de limites :

1^o Une *bande passante* d'intervalle 4σ qui permet de choisir le numéro de classe auquel appartient l'échantillon.

2^o Un *intervalle de confiance* d'amplitude 8σ qui fixe les *limites de classe* avec un risque au plus égal à $2\beta = 5\%$ d'accepter un mauvais lot, c'est-à-dire, un lot dont la moyenne vraie serait en dehors de l'intervalle de confiance.

Chaque intervalle de classe débordant sur la moitié de la bande passante suivante, il faut prévoir deux séries de classes : une *série paire* et une *série impaire*.

Exemple : Pour le paramètre σ des distributions de finesse, sa valeur

moyenne est 0,23, le nombre de mesures étant supposé de $N = 300$, l'écart-type sur le $\bar{\sigma}$ de l'échantillon est :

$$\sigma_{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{2N}} = \frac{0,23}{\sqrt{600}} \neq 0,01$$

d'où $4\sigma = 0,04$ et les échelons :

- bande passante : — 14 — 18 — 22 — 26 — 30 — 34 —
- limites classes paires : 12 — 20 — 28 — 36
- limites classes impaires : — 16 — 24 — 32 —

Pour le paramètre X_0 des médianes, son écart-type pour $N = 300$ est :

$$\sigma_{X_0} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{N}} \frac{0,23}{17,4} = 0,132$$

la bande passante entre deux ordonnées X_0 croissantes est donc de $4 \times 0,0132 = 0,0528$ ou, en fonction des données initiales :

$$\frac{x_{0,i+1} - x_{0,i}}{x_{0,i}} = e^{0,0528} = 1,0542$$

qui peut s'écrire finalement :

$$\frac{x_{0,i+1} - x_{0,i}}{x_{0,i}} = 5,42 \text{ %}.$$

L'étendue des x_0 qui correspond à celle des moyennes prévues dans la classification ASTM étant comprise entre 17 u et 41 u , l'échelonnement des bandes passantes de 5,42 % donne la possibilité d'introduire 10 classes de médianes divisées en classes paires et impaires échelonnées chacune de 10,84 %.

En résumé,

- L'emploi de la médiane au lieu de la moyenne n'a pu qu'augmenter légèrement la précision des mesures.
- La classification est continue.
- La dimension N de l'échantillon ne dépend pas du rang de la classe (1).
- La dimension commune N des échantillons est liée à l'intervalle de classe désiré; il ne peut être fixé que par les usagers.
- La détermination graphique des paramètres σ et x_0 est rapide, elle permet sur un imprimé standard par le tracé du polygone de confiance d'accepter ou de refuser une distribution (éventuellement justifiable du test de χ^2).

DISCUSSION

M. FERIGNAC demande :

1^o Y a-t-il une liaison entre la longueur des fibres de laine et leur diamètre?

2^o Comment mesure-t-on le diamètre d'une fibre de laine? La section droite est-elle circulaire? Est-elle la même sur toute la longueur de la fibre? Il peut,

(1) La classification ASTM prévoit suivant la classe des valeurs de N égales à 400, 600, 800, 1200, 1600 mesures.

en effet, arriver qu'une définition vague du diamètre crée une variation susceptible d'occulter certaines permanences statistiques.

M. ROEHRICH dit qu'au stade peigné il y a certainement corrélation, et que les laines les plus longues sont dans ce cas les plus grosses. Mais il n'en est rien au stade toison. Pour l'éleveur, la longueur dépend : 1^o de la pousse; 2^o de la tonte. La finesse n'a rien à voir avec ces paramètres.

Un assistant demande si l'étude statistique de la finesse tient compte des variations de finesse à l'intérieur d'une même fibre. M. Roehrich répond qu'au stade industriel (peignés), ce n'est pas le cas. On étudie la finesse d'une population de fibres prise à la section d'un peigné : un microtoine permet de couper des bouts de 0,8 mm de longueur en travers du peigné. Ces bouts semés au hasard sur des lames porte-objet, et montés en huile de cèdre, sont projetés au moyen d'un microscope à projection d'un grossissement connu (Lanamètre), et le mécanisme de lecture impose la prise de mesure sur chaque fibre projetée en un point *non choisi* de la fibre.

Au point de vue élevage, les différences de diamètre à l'intérieur de la même fibre, signe de différence de nutrition, ont une grande importance, comme le dira M. CHARLET.

On demande sur quoi est basée la méthode de classement ASTM. M. Roehrich dit qu'elle remplit le rôle du classeur à vue, qui ne se contente pas de juger la finesse moyenne du lot, mais le déclasse lorsqu'il contient une proportion anormale de « gros brin ».

On demande si l'étude statistique du classement des laines peut être utilisée dans le cas des poils animaux et cheveux.

M. Roehrich répond que peu de poils sont susceptibles d'être classés comme la laine. Il faut une toison homogène, autant que possible sans jarres ni poils médullés (au moins exagérément). Parmi les chèvres, seul le poil de la chèvre d'Angora ou « Mohair » remplit ces conditions.

Quant aux cheveux, ceux de certaines races, comme les cheveux de Chinois, semblent assez homogènes pour permettre une étude statistique valable. Mais la question peut être reprise, en particulier par l'Identité judiciaire.
