

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

M. ALLAIS

## Intérêt et productivité sociale

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 89 (1948), p. 355-380

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1948\\_\\_89\\_\\_355\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1948__89__355_0)

© Société de statistique de Paris, 1948, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## II

### VARIÉTÉ

#### Intérêt et productivité sociale.

La présente étude se propose de montrer que, dans une économie de régime permanent (1), il existe un équipement capitaliste optimum et de rechercher les conditions qui le caractérisent.

Nous avons cru, en décembre 1940, être le premier à apercevoir les principes de cette théorie mais, depuis, nous en avons retrouvé par deux fois l'indication formelle dans la littérature anglo-saxonne. Il s'agit tout d'abord d'une courte allusion faite par Keynes dans sa théorie générale de l'emploi et de la monnaie publiée en 1936 (2) et par ailleurs de développements étendus et précis présentés par Meade dans son ouvrage « *Economic Analysis and Policy* » publié également en 1936 (3). Dans l'un et l'autre cas, le contexte semble indiquer qu'il s'agit là de résultats généralement admis; néanmoins nous n'avons pu en trouver aucune trace dans toute la littérature française et certains contacts directs avec des économistes anglo-saxons nous ont incliné à penser qu'en Angleterre même, il s'agit là d'une théorie non encore répandue. Quoi qu'il en soit, le lecteur pourra trouver dans ce qui suit une exposition entièrement différente de celle de Meade, quoique conduisant essentiellement aux mêmes résultats.

---

(1) Dans un régime permanent, les différents prix et les paramètres collectifs de quantité restent constants dans le temps.

Dans un tel régime, les structures psychologique et technique sont supposées rester identiques à elles-mêmes dans le temps. Le nombre des individus de chaque catégorie est supposé ne pas varier et les goûts et les besoins correspondant à chaque catégorie restent invariables. Les techniques de production restent également inchangées et il n'y a pas de progrès technique.

Au cours d'une même période, disons une année, les mêmes biens font le même chemin. Sur le produit total, la fraction juste nécessaire pour reconstituer les capitaux matériels au fur et à mesure de leur usure est prélevée: le reste est consommé.

De période en période, la vie de cette économie se poursuit, « aujourd'hui » reproduisant « hier » et « demain » reproduisant « aujourd'hui ». Cette vie dont le risque économique est exclu se déroule en un circuit qui se répète sans qu'une évolution en vienne déplacer le cours. Si l'équilibre est concurrentiel, elle correspond à des emplois optima, pour des structures psychologiques et techniques données, des biens directs et indirects, obtenus après des tâtonnements initiaux.

*Les régimes permanents peuvent être considérés comme constituant une première approximation de l'économie réelle*, dans les périodes de stabilité économique tout au moins. En effet, dans la plupart des secteurs et pour des périodes pouvant comprendre plusieurs années, les consommations et les productions restent sensiblement constantes et de même nature. Tel est, par exemple, le cas de la production de houille, d'électricité, de la consommation de pain, de vin etc..., dans un pays donné.

Statistiquement les goûts des individus se modifient en effet relativement peu d'une année à l'autre. Quant au progrès technique il est généralement *beaucoup plus faible* en moyenne que ne peut faire penser un examen superficiel (les recherches entreprises par l'Institut de Conjoncture français ont montré que le progrès technique n'a été en moyenne que de 1,5% par an et cela aussi bien pour la période 1900-1940, que pour la période 1860-1900. « *Le progrès technique en France depuis 100 ans* », Paris, Imprimerie Nationale, 1944).

(2) Traduction française, Payot, 1942, p. 232, lignes 11 à 16. (Chap. XVI § II *in fine*).

(3) Pages 394 à 403 de la traduction française publiée chez Payot en 1939, sous le titre *Économie politique et politique économique*. (Section IV § 2, L'optimum de capital.)

### 1. — *Le problème de la productivité sociale.*

La théorie de l'optimum de gestion économique que nous avons développée sous le nom de théorie du rendement social (4) donne les conditions pour que la gestion économique soit optimum pour des conditions aux limites de structure (population, sol et équipement) et des conditions de répartition données. Ces conditions déterminent entièrement les différents paramètres économiques pour les instants  $t_1, t_2 \dots t_{p-1}$  intermédiaires entre les instants limites  $t_o$  et  $t_p$ . Elles déterminent en particulier l'épargne effectuée par les individus et les investissements réalisés par les entreprises à ces différentes époques.

Ces conditions de rendement social maximum étant données, on peut rechercher si une variation de l'équipement initial à l'instant  $t_o$  n'est pas susceptible de procurer une augmentation de satisfaction au sens de Pareto (5). On peut se poser une question analogue pour l'équipement existant à l'instant  $t_p$ . Dans l'un et l'autre cas, il s'agit d'examiner la liaison existant entre l'équipement matériel de l'économie et les satisfactions des individus. Cet examen fait l'objet de ce que nous appellerons la théorie de la productivité sociale.

Si on fait varier par exemple le seul équipement existant à l'instant  $t_o$ , on voit immédiatement que le maximum recherché correspond à une production marginale nulle (6) des différents capitaux matériels à l'instant initial  $t_o$ . On peut ainsi considérer que la quantité de capital correspondante est pratiquement infinie. Un tel résultat est en fait évident et ne présente guère d'intérêt pratique.

Mais il n'en est plus ainsi si on considère un régime économique supposé *permanent*. Pour un tel régime une modification de l'équipement à l'instant  $t_o$  doit en effet s'accompagner d'une modification parallèle de l'équipement à l'instant  $t_p$  et on n'aperçoit pas immédiatement s'il y a un maximum et, dans l'affirmative, quelles conditions le caractérisent.

En fait, ce problème présente un très grand intérêt pratique, car *en première approximation* notre système économique peut être assimilé à un régime permanent et *il est essentiel de rechercher si ce régime permanent peut être considéré ou non comme optimum au point de vue de son équipement capitaliste*.

Comme cet équipement dépend essentiellement des quantités de facteurs primaires de production (7) consacrés à sa production, on voit que le problème étudié revient à rechercher s'il existe une répartition optimum des facteurs

(4) Voir le tome I de notre ouvrage général : *A la Recherche d'une Discipline économique*, chez l'auteur 1943, (dépositaire Librairie des Publications officielles, Paris, 40, rue de Verneuil). Nous avons donné un résumé et une vue d'ensemble de cette théorie, dans notre plaquette : *Economie pure et Rendement social*, Paris, Sirey 1945.

Nous avons également donné une généralisation de cette théorie faisant intervenir les différentes satisfactions des individus aux différentes époques dans le chapitre VI de notre ouvrage : *Economie et intérêt*, Paris, Librairie des Publications officielles, 1946.

(5) Augmentation de la satisfaction d'au moins un individu, les autres satisfactions restant constantes.

(6) Condition correspondant à des égalités du type. :

$$\frac{\partial A}{\partial X} = 0$$

où A représente une des quantités produites et X un des facteurs de production.

(7) Travail et sol.

primaires de production disponibles à chaque instant entre la production de biens capitaux et leur utilisation en vue de la production de services consomables. Ainsi chaque année un pays comme la France dispose d'environ 40 milliards d'heures de travail (8) et le problème se pose de savoir s'il y a une répartition de ce montant total d'heures entre le travail direct et le travail indirect (9), qui permette de porter les satisfactions à leur maximum possible (10).

*Nous dirons que la productivité sociale d'un régime permanent de rendement social maximum est maximum lorsque les satisfactions (11) y sont maxima au sens de Pareto pour un équipement variable en capitaux matériels (12), c'est-à-dire lorsqu'il n'existe aucune modification virtuelle de cet équipement susceptible d'augmenter au moins une satisfaction, les autres restant constantes (13).*

La théorie de la productivité sociale apparaît ainsi comme se rapportant à la recherche d'un *optimum de structure* par opposition à la théorie du rendement social qui se rapporte à la recherche d'un *optimum de gestion*.

---

(8) Sur la base d'un régime de 40 heures par semaine et d'une population active de 20 millions d'habitants, et en supposant en première approximation qu'il n'y a qu'une seule qualité de travail. (Cette approximation, qui n'est faite ici que pour faire comprendre simplement la position du problème, n'intervient pas dans ce qui suit.)

(9) Rappelons qu'on appelle *procès de production* l'ensemble des opérations nécessaires à la production.

Les procès de production peuvent se classer en deux catégories, les procès directs et les procès indirects qu'on appelle encore procès médiatis.

Les *procès directs* correspondent à la production immédiate du produit fini à partir des facteurs primaires de production (Travail et terres). Ils sont aujourd'hui relativement rares et ne comprennent guère que la fourniture de services directs (services des domestiques par exemple).

Les *procès indirects* mettent en œuvre des capitaux matériels mobiliers (capitaux matériels autres que les terres). Ils comprennent plusieurs stades. Les stades primaires correspondent à la création du capital et les stades secondaires à l'utilisation du capital pour la production des biens de consommation. Nous appellerons *travail direct* le travail utilisé dans les stades secondaires et *travail indirect* le travail utilisé dans les stades primaires.

Alors que les procès directs correspondent à une production quasi instantanée, les procès indirects font intervenir le temps et un délai est nécessaire entre l'utilisation des premiers facteurs de production et la production des produits finis consommables.

(10) Au sens de Pareto.

(11) Il s'agit ici de la double multitude des satisfactions des différents individus considérés aux différents instants.

(12) Il est possible de montrer *qu'en dehors de toute intervention de l'État*, il n'existe qu'un seul régime permanent concurrentiel correspondant à des psychologies et à des techniques données. Il se peut donc que le lecteur puisse être surpris à première vue de ce que nous considérons l'équipement en capitaux matériels comme variable.

Indiquons dès maintenant que nous considérons ici, *tous les états économiques possibles et non pas les seuls états économiques correspondant à l'équilibre concurrentiel spontané d'une économie de propriété privée*. Rien ne nous empêche donc de considérer *au point de vue physique* auquel nous nous plaçons, comme libres des paramètres qui, *au point de vue économique, et dans certaines conditions*, doivent être considérés comme liés (nous disons « dans certaines conditions » car nous verrons que certains états économiques non réalisables dans une économie concurrentielle en dehors de toute intervention de l'État le deviendraient dans le cadre de cette intervention).

Cette distinction est absolument analogue à celle couramment effectuée en physique entre les déplacements réels qui se produisent effectivement et les déplacements virtuels qui ne pourraient se produire que si seules intervenaient les conditions de liaison existantes en dehors de toute action des forces caractérisant le système étudié. Aux déplacements réels et virtuels de la physique correspondent respectivement les déplacements qui se produisent ou pourraient se produire effectivement dans l'économie et les déplacements qui pourraient se produire si seules intervenaient les liaisons *d'ordre physique* (techniques de production, échelles de choix individuelles, etc...) en dehors de toute action économique (emploi de prix, recherche du revenu maximum, etc...).

Ces indications nécessairement sommaires s'éclaireront dans la suite du texte.

(13) Pas plus que le rendement social, la productivité sociale ainsi définie ne saurait se chiffrer; il ne faut voir là encore qu'un *concept d'ordre qualitatif*, dont l'emploi est particulièrement commode.

## 2. — *Productivité physique des procès indirects de production.*

On sait que dans le cas de la pêche l'emploi d'un filet, c'est-à-dire d'un procédé détourné de production, permet d'obtenir une production plus grande pour un même travail, ou encore une même production pour un travail moindre. Suivant la terminologie généralement adoptée, on dit que l'emploi de procès détournés de production est *physiquement productif*. On parle encore plus simplement de productivité physique du capital.

*On peut caractériser cette productivité physique par l'accroissement de production obtenu dans le procès indirect considéré pour une même dépense unitaire de facteurs primaires de production.*

Ainsi si on désigne par  $A_d$  et  $A_i$  les productions obtenues d'un bien (A) à partir d'une même dépense  $C_u$  de facteurs primaires de production, la productivité physique peut être caractérisée par le rapport

$$(1) \quad \pi = \frac{A_i - A_d}{A_d}$$

L'expérience montre que dans un régime permanent la productivité physique commence par croître, passe par un maximum, puis décroît généralement lorsque l'emploi du capital augmente. Ainsi, la production de chaussures augmente bien pour une quantité donnée de travail, lorsque l'on fait usage de machines, mais il est visible que, si on tendait à diminuer progressivement l'emploi de travail direct, par exemple par l'emploi de machines automatiques extrêmement perfectionnées, on finirait par diminuer jusqu'à l'annuler à la limite la quantité produite pour la quantité considérée de travail, car le remplacement progressif du travail direct par le travail indirect nécessiterait l'emploi de machines de plus en plus complexes, dont la production exigerait elle-même une quantité croissante de travail. La productivité du capital deviendrait alors négative.

Il est visible que *dans un régime permanent la condition nécessaire et suffisante de la maximisation de la productivité sociale telle que nous l'avons définie est que la productivité physique des différents procès de production utilisés soit maximum.*

Cette condition est nécessaire car si elle n'était pas réalisée il serait possible d'imaginer un déplacement virtuel consistant dans une modification de l'équipement matériel qui permette d'accroître à chaque instant au moins une production, donc d'augmenter à chaque instant au moins une satisfaction, les autres restant constantes.

Elle est également suffisante, car si elle est remplie un tel déplacement virtuel ne saurait être imaginé.

## 3. — *Conditions de maximisation de la productivité physique des procès indirects de production.*

Les indications que nous venons de donner montrent que dans un régime permanent existe un degré d'emploi optimum du capital ou encore une répartition

optimum des facteurs de production disponibles entre l'emploi direct et l'emploi indirect (14) qui rend maximum la productivité sociale.

Il est en fait facile de dégager les conditions qui là caractérisent, et de montrer que la condition nécessaire et suffisante pour que la productivité sociale d'une économie ou régime permanent de rendement social maximum soit maximum (15), c'est-à-dire pour que la productivité physique (16) des différents procès de production y soit maximum, est que le taux d'intérêt caractérisant l'équilibre concurrentiel dans le secteur production soit nul.

A cet effet nous procéderons à un double exposé, l'un direct à partir de la définition de la maximisation de la productivité sociale, l'autre indirect à partir de la considération de la productivité physique des procès indirects de production.

#### *Exposé direct.*

La théorie du rendement social montre que toute modification virtuelle d'un état économique qui rend disponible un surplus de valeur est susceptible d'augmenter les satisfactions au sens de Pareto (5).

Soit alors ( $\bar{H}$ ) un des biens durables utilisés par le régime permanent considéré supposé de rendement social maximum et ( $H_1$ ) ( $H_2$ ) ... ( $H_n$ ) les services futurs qu'il rend successivement. Le rendement social étant supposé maximum les conditions d'équilibre concurrentiel sont réalisées et la valeur d'un bien étant à l'équilibre égale à la somme des valeurs actuelles de ses revenus futurs, on a :

$$(1) \quad \bar{h} = \frac{h_1}{(1+I)} + \frac{h_2}{(1+I)^2} + \dots + \frac{h_n}{(1+I)^n}$$

en désignant respectivement par  $\bar{h}$ ,  $h_1$  ...,  $h_n$  et  $I$  les prix du bien ( $\bar{H}$ ) et de ses services ( $H$ ) et le taux d'intérêt caractérisant le régime permanent considéré et en prenant comme unité de service du bien durable ( $\bar{H}$ ) le service rendu par l'unité de ce bien pendant l'unité de temps.

Supposons qu'à chaque instant nous fassions varier de  $\delta \bar{H}$  la quantité produite du bien ( $\bar{H}$ ). Le régime étant permanent les quantités utilisées  $H_1$ ,  $H_2$ ...,  $H_n$  des services ( $H$ ) à chaque instant varieront de quantités  $\delta H_1$ ,  $\delta H_2$ , ...,  $\delta H_n$  égales à  $\delta \bar{H}$ . Comme à chaque instant la production de  $\delta \bar{H}$  nécessite une dépense  $\bar{h} \delta \bar{H}$  alors que les quantités supplémentaires disponibles des services ( $H$ ) procurent des surplus de valeur  $h_1 \delta H_1$ ,  $h_2 \delta H_2$ , ...,  $H_n \delta H_n$ , il en résultera à chaque instant un surplus net de valeur égal à :

$$(2) \quad \delta \Omega = (h_1 \delta H_1 + h_2 \delta H_2 + \dots + h_n \delta H_n) - \bar{h} \delta \bar{H}$$

Or d'après la relation (1) et l'égalité des différents  $\delta$ , ce surplus de valeur peut s'écrire :

$$(3) \quad \delta \Omega = \left[ h_1 \left( 1 - \frac{1}{(1+I)} \right) + h_2 \left( 1 - \frac{1}{(1+I)^2} \right) + \dots + h_n \left( 1 - \frac{1}{(1+I)^n} \right) \right] \delta H$$

(14) Au sens de la note (9). Rappelons que l'emploi direct de facteurs primaires de production, ne se rapporte pas à la mise en œuvre de procès directs, mais à leur utilisation dans le dernier stade de production d'un procès indirect.

(15) Au sens du n° 1.

(16) Au sens du n° 2.

Comme les prix  $h_1, h_2, \dots, h_n$  sont positifs, on voit que, suivant que le taux d'intérêt  $I$  est positif ou négatif, une augmentation ou une diminution du capital  $\bar{H}$  permet de produire un surplus de valeur et par suite une augmentation des satisfactions (17) au sens de Pareto. Il en résulte que la maximisation de la productivité sociale ne peut être réalisée que si le taux d'intérêt *correspondant dans le secteur production à l'équilibre concurrentiel* est nul. Cette condition est donc nécessaire.

Il est facile de voir qu'elle est également suffisante, c'est-à-dire que si le taux d'intérêt est nul la productivité sociale qui est stationnaire est effectivement maximum. La relation (3) montre en effet que si le taux d'intérêt  $I$  est positif un accroissement de capital donne un surplus de valeur positif. Or on sait qu'un tel accroissement correspond à une diminution du taux de l'intérêt à l'équilibre. Il en résulte que la productivité sociale augmente lorsque le taux d'intérêt tend vers zéro par valeurs positives. On verrait qu'il en est de même lorsque le taux d'intérêt tend vers zéro par valeurs négatives. Il en résulte qu'il y a bien effectivement maximum.

On voit ainsi que la condition nécessaire et suffisante pour que la productivité sociale soit maximum est que le taux d'intérêt *caractérisant l'équilibre concurrentiel dans le secteur production* soit nul.

#### *Exposé indirect.*

Soit  $A$  la production du bien ( $A$ ) dans le régime permanent considéré supposé de rendement social maximum et soient  $X_{-p}^A, \dots, X_{-q}^A, \dots, X_o^A$  les quantités du facteur primaire de production ( $X$ ) (18) utilisées pour la production  $A$  pendant les périodes  $T_{-p}, \dots, T_{-q}, \dots, T_o$  précédant l'instant  $t$  où la production  $A$  devient disponible.

---

(17) Compte tenu des indications données dans la note (12) ci-dessus le lecteur pourra peut-être s'étonner à première vue que dans l'étude d'une question qui se rapporte à des quantités physiques, nous utilisions des prix, quantités spécifiquement économiques.

La raison en est que, lorsque le rendement social est maximum, les rapports des prix deux à deux représentent des quantités physiques, les coefficients d'équivalence marginaux, et que le signe de quantités du type  $\delta \Omega$  ne dépend que de tels rapports.

Rappelons que si la production  $A$  est une fonction

$$(1) \quad A = A(X, Y, \dots, Z)$$

des quantités consommées  $X, Y, \dots, Z$  des facteurs de production, ( $X$ ) ( $Y$ ) ... ( $Z$ ), la variation  $dA$  est dite équivalente à la variation  $dX$  si

$$(2) \quad dA = \frac{\partial A}{\partial X} dX$$

et que la quantité  $A'_{\bar{x}}$  peut être appelée coefficient d'équivalence marginale de ( $A$ ) à ( $X$ ). (C'est la quantité de  $A$  qui est équivalente à la marge à une unité de ( $X$ ). Comme à l'équilibre concurrentiel, le prix  $x$  du facteur de production ( $X$ ) est égal à la valeur de la production marginale  $A'_{\bar{x}}$ , on vérifie que le rapport du prix  $x$  au prix  $a$  est précisément égal au coefficient d'équivalence marginale  $A'_{\bar{x}}$  de ( $A$ ) à ( $X$ ).)

(18) On doit, en effet, avoir

$$\frac{\partial A}{\partial X_{-p}^A} dX_{-p}^A + \dots + \frac{\partial A}{\partial X_{-q}^A} dX_{-q}^A + \dots + \frac{\partial A}{\partial X_o^A} dX_o^A = 0$$

pour tout système de valeurs  $dX_{-p}^A, \dots, dX_{-q}^A, \dots, dX_o^A$ , vérifiant la condition

$$dX_{-p}^A + \dots + dX_{-q}^A + \dots + dX_o^A = 0.$$

On a alors :

$$(4) \quad A = A(X_{-p}^A, \dots, X_{-q}^A, \dots, X_o^A).$$

Naturellement la quantité A dépend également de quantités du type  $Y_{-q}^A$ , représentant les quantités des autres facteurs primaires de production (Y) nécessaires à la production A et fournies aux différentes époques, mais nous considérons ici ces quantités comme des données.

Le régime considéré étant supposé permanent, la somme :

$$(5) \quad X^A = X_{-p}^A + \dots + X_{-q}^A + \dots + X_o^A$$

représente *la quantité totale du facteur de production (X) utilisée à chaque instant directement ou indirectement pour la production A*.

On peut alors se demander à quelles conditions la production A peut être considérée comme maximum pour une quantité totale  $X^A$  du facteur (X) supposée donnée. Cela revient à rechercher quelle est la répartition *à chaque instant* de la quantité  $X^A$  entre les différents stades de la production qui rend maximum la production A et, par suite, la productivité physique du procès indirect de production aboutissant à la production A.

La théorie des maxima liés montre qu'il est nécessaire, pour qu'il en soit ainsi, que l'on ait :

$$(6) \quad \frac{\partial A}{\partial X_{-p}^A} = \dots = \frac{\partial A}{\partial X_{-q}^A} = \dots = \frac{\partial A}{\partial X_o^A}.$$

Or le rendement social étant supposé maximum le prix  $x_{-q}$  à l'instant  $t$  du facteur ( $X_{-q}$ ) est égal à la valeur  $a \frac{\partial A}{\partial X_{-q}^A}$  de sa production marginale au même instant. On a donc :

$$(7) \quad x_{-q} = a \frac{\partial A}{\partial X_{-q}^A}$$

Comme par ailleurs on a :

$$(8) \quad x_{-q} = x(1 + I)^q$$

puisque le coût à l'instant  $t$  d'une dépense faite à l'instant  $t_{-q}$  est égal au produit de cette dépense par le binôme  $(1+I)^q$ , on voit finalement que l'on a :

$$(9) \quad a \frac{\partial A}{\partial X_{-q}^A} = x(1 + I)^q$$

et par suite :

$$(10) \quad \frac{\partial A}{\partial X_{-p}^A} = \dots = \frac{\partial A}{\partial X_{-q}^A} = \dots = \frac{\partial A}{\partial X_o^A} \quad (1 + I)^p \quad (1 + I)^q \quad 1$$

Ces conditions rapprochées des conditions (6) montrent que la condition nécessaire pour que la production A puisse être considérée comme maximum pour une quantité totale  $X^A$  du facteur primaire (X) supposée donnée est que le taux d'intérêt I soit nul (19).

(19) On trouverait encore la même condition si l'on recherchait le minimum de la quantité  $X^A$  du facteur de production (X) consacré à la production (A) pour une production (A) donnée.

Compte tenu des propriétés générales des fonctions de satisfaction et de production et de la maximisation supposée du rendement social, il est alors possible de montrer que cette condition nécessaire est également suffisante (20) (21).

Il est essentiel de remarquer que la condition trouvée est indépendante de la production (A) et du facteur primaire (X) de production considérés. Il résulte que lorsquè le taux d'intérêt est nul, la productivité physique des procès de production est *simultanément* maximum pour les différentes productions et les différents facteurs primaires de production utilisés.

On voit finalement que la condition nécessaire et suffisante pour que la productivité physique du capital et par suite la productivité sociale d'un régime permanent de rendement social maximum soit maximum est que le taux d'intérêt utilisé dans le secteur production soit nul (22).

#### *Productivité sociale et paramètres indépendants.*

Nous avons déjà rappelé (23) que pour des psychologies et des techniques données et en dehors de toute intervention de l'État, il n'existe qu'un seul régime permanent, dont l'équipement est ainsi parfaitement déterminé en fonction des conditions de structure psychologique et technique.

Dans ces conditions et à première vue le lecteur pourra peut-être se demander comment il est possible de rechercher les conditions de maximum d'un système dont tous les paramètres sont bien déterminés. Il est en fait facile de prévenir cette objection.

Cette détermination ne vaut en effet que pour un équilibre économique concurrentiel spontané alors qu'*a priori* rien n'impose de ne considérer que des régimes économiques concurrentiels spontanés. Tout au contraire on peut et *on doit* rechercher si parmi *tous* les systèmes physiques possibles (c'est-à-dire dont les conditions de structure psychologique et technique sont celles données) il n'y en a pas qui soient absolument préférables et on ne saurait éliminer de cette recherche les régimes ne correspondant pas à un équilibre concurrentiel

---

(20) Le lecteur pourra en trouver la démonstration dans un cas particulier à l'Annexe I.

(21) On peut donner une idée intuitive de l'ensemble de la démonstration qui précède de la manière suivante, qui nous a été suggérée par un de nos élèves, M. Jacquelain, ingénieur au Corps des mines.

Si, pour une quantité totale de travail donnée, on envisage toutes les répartitions (R) possibles de ce travail entre la fabrication de machines et celle de produits directement consommables, on conçoit (n° 2) qu'il y a une de ces répartitions qui donne une production maximum. Soit  $R_m$  cette répartition.

Comme l'entreprise se place sur le plan valeur et qu'elle cherche à rendre minimum son coût unitaire, il est visible que si le taux d'intérêt est positif la répartition la plus avantageuse pour elle ne peut pas être la répartition  $R_m$ , car s'il en était ainsi, elle pourrait, en consacrant aux investissements une quantité de travail légèrement inférieure et en augmentant le travail indirect (au sens de la note (9) ci-dessus), diminuer ses charges d'intérêt, tout en perdant très peu sur la production puisque cette dernière serait par hypothèse au voisinage de son maximum. Elle est ainsi amenée à choisir une répartition R du travail intermédiaire entre la répartition  $R_m$  et la répartition correspondant à l'absence de machines.

Il n'y a qu'un cas où l'entreprise choisit la répartition  $R_m$ , c'est celui où le taux d'intérêt est nul. Dans ce cas, elle ne peut avoir en effet, intérêt à modifier la répartition  $R_m$ .

Ces indications montrent que la condition nécessaire et suffisante pour que la productivité physique du capital soit maximum est que le taux d'intérêt soit nul.

(22) Le lecteur désireux d'approfondir la démonstration du théorème de la productivité sociale pourra trouver quelques indications complémentaires dans l'étude du cas particulier étudié en annexe.

(23) Note (12) ci-dessus.

spontané. Il n'y a en effet aucune raison *a priori* pour qu'optimum intrinsèque et régime concurrentiel spontané soient identiques l'un à l'autre. Il se peut parfaitement que dans certaines circonstances il en soit ainsi mais le résultat n'est nullement évident *a priori* et dans la mesure même où il doit être accepté, une démonstration en est absolument nécessaire (24).

Comme la théorie montre que parmi tous les états économiques physiquement possibles ceux dont le rendement social est maximum sont préférables, il y a lieu de se limiter à ces états dans la recherche des états particuliers pour lesquels l'équipement capitaliste apparaît comme optimum. Or il est facile de vérifier que les conditions d'être permanent et de rendement social maximum *ne suffisent pas pour déterminer* complètement un état économique dont la structure psychologique et technique est donnée. Il reste en fait des variables indépendantes parmi lesquelles figure le volume de l'équipement capitaliste (25) des procès de production utilisés. Il est ainsi possible et indiqué d'étudier la variation de la productivité sociale avec ce volume.

En réalité, la détermination complète du régime permanent concurrentiel correspondant à des conditions données de structure psychologique et technique ne vaut qu'en dehors de toute intervention de l'État. Si l'État intervient, sur le marché de l'épargne par exemple, il s'introduit un paramètre supplémentaire (égal suivant les cas au montant de la dette publique ou au montant global de ces créances sur les personnes privées) en fonction duquel il est à la fois possible et indiqué d'étudier les variations de la productivité sociale correspondant à un volume variable de l'équipement capitaliste.

En fait l'expérience justifie entièrement cette manière de voir. Elle montre en effet que l'équipement dont dispose une collectivité ne résulte nullement de circonstances sur lesquelles elle n'aurait aucun contrôle ni aucune action. Ainsi, dans le cas de la Russie Soviétique, le Gouvernement a pu en 20 ans modifier complètement l'équipement industriel dont dispose l'économie russe. Il est donc absolument légitime de considérer dans la théorie économique l'équipement en capital comme une variable.

#### 4. — *Variation de la productivité physique des procès de production avec le degré d'emploi du capital et le taux d'intérêt.*

On peut caractériser le degré d'emploi de capital dans une collectivité donnée par l'éloignement moyen pondéré

$$\mathbb{B}_N = \frac{\sum (t_o - t_{-p}) \Delta_{-p}}{\sum \Delta_{-p}}$$

dans le temps des dépenses  $\Delta_{-p}$  de facteurs primaires de production (travail et sol) faites pendant la période  $(t_{-p-1}, t_{-p})$  et incorporées dans le capital national mobilier existant à l'instant  $t_o$ .

(24) En fait nous verrons plus loin (n° 10) que si les concepts d'équilibre concurrentiel et d'optimum intrinsèque sont liés, il n'en sont pas moins distincts et qu'ils peuvent ne pas se réduire l'un à l'autre.

(25) Qui peut être caractérisé par le capital national originaire  $C_{N,0}$ , valeur des facteurs primaires de production (travail et terres) qui ont été dépensés pour la production du capital national, ou encore par la durée moyenne  $\mathbb{B}_N$  des procès de production, ou enfin par le taux d'intérêt utilisé dans le secteur production (qui, d'après les relations (10) ci-dessus apparaît comme une quantité physique).

La durée  $\bar{\alpha}_N$  représente le temps moyen qu'il faut attendre après la fourniture des facteurs primaires de production pour obtenir les produits définitifs. Elle caractérise donc la durée moyenne de la production et on peut l'appeler *période nationale de production*.

On peut montrer que, dans un régime permanent, la valeur originale du capital employé dans un procès donné égale, à la valeur des facteurs primaires de production (travail et sol) qui ont été nécessaires à sa production, est d'autant plus grande que la période  $\bar{\alpha}$  est plus élevée. *On peut ainsi considérer la période  $\bar{\alpha}$  comme caractéristique du degré d'emploi du capital.*

Les développements qui précèdent montrent alors que lorsque le degré d'emploi national  $\bar{\alpha}_N$  du capital croît, la productivité physique des procès de production

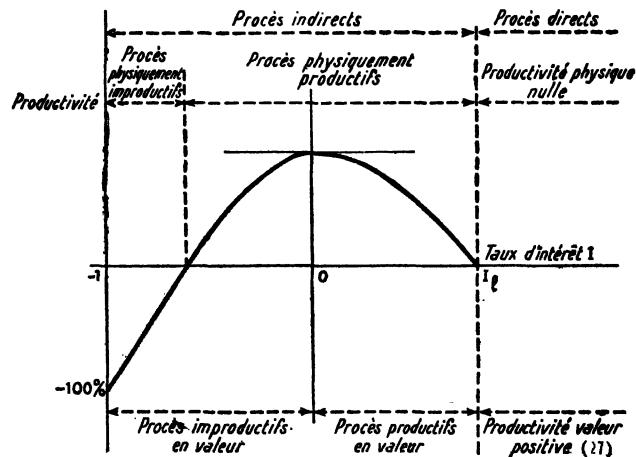


Fig. 1.

commence par croître (26), qu'elle passe par un maximum puis qu'elle décroît pour finalement devenir négative.

Comme on sait que le degré d'emploi  $\bar{\alpha}_N$  du capital augmente à partir de zéro lorsque le taux d'intérêt s'abaisse au-dessous d'une certaine valeur  $I_l$ , et que nous venons de voir que la productivité physique est maximum pour la valeur  $I = 0$  (28), on voit alors que lorsque le taux d'intérêt décroît, la productivité physique d'abord nulle, s'élève, passe par un maximum pour  $I = 0$ , puis décroît progressivement jusqu'à atteindre la valeur limite de  $-100\%$  (29).

On peut alors représenter les différents résultats obtenus par le diagramme de la figure 1.

#### Productivité-valeur et productivité physique

Lorsque le taux d'intérêt du marché est de 5%, un capital présent de 100 francs peut s'échanger contre un capital de 105 francs disponible dans un an. On dit que le capital est productif en valeur et que l'intérêt perçu de 5 francs représente la productivité-valeur du capital.

Les développements qui précèdent montrent que, comme l'avait indiqué

(26) Nous conviendrons alors de dire que la « productivité sociale » croît.

(27) Il s'agit ici de la productivité valeur des placements et non des investissements puisque les procès de production sont alors directs.

(28) n° 3.

(29) n° 2.

Boehm-Bawerk, la productivité-valeur du capital ne se confond pas avec sa productivité physique et qu'il peut y avoir productivité physique sans qu'il y ait productivité-valeur. Tout ce que l'on peut dire, c'est que s'il y a productivité-valeur, il y a certainement productivité physique et que s'il y a improductivité physique, il y a certainement improductivité-valeur.

*Grandeur de l'équipement optimum.*

Contrairement à ce que beaucoup d'économistes pensent plus ou moins intuitivement, l'équipement correspondant à un taux d'intérêt nul ne correspond pas à une valeur infinie.

En fait, on peut montrer par des considérations qui sortent du cadre de cette étude qu'à partir d'une situation où le taux d'intérêt pur est de l'ordre de 4 à 5% (situation d'avant-guerre) l'accroissement de capital nécessaire pour réaliser la maximisation de la productivité sociale serait de l'ordre de 3 à 4 fois le revenu national ce qui correspondrait à une majoration d'environ 75 à 100% du capital national.

5. — *Signification des résultats trouvés.*

Chaque jour l'ensemble de l'économie dispose d'un certain nombre d'heures de travail et la question se pose de savoir quelle est la répartition la meilleure qu'il y a lieu de faire de ce travail entre les différents stades de la production (biens directs et biens indirects) de manière que les satisfactions soient maxima au sens de Pareto, c'est-à-dire en langage simple, mais approximatif et imprécis, de manière que la production obtenue de services consommables soit maximum (30). Les indications que nous avons données montrent que ce maximum est atteint lorsque le taux d'intérêt est nul.

Il est facile de se faire une idée simple de ce résultat sur un exemple particulier, celui de l'énergie.

Un kwh fourni par la houille blanche nécessite pour sa production beaucoup moins d'heures de travail qu'un kwh fourni à partir de la houille noire. Si, néanmoins, et malgré cet avantage, la houille blanche ne se développe pas au détriment de la houille noire, c'est en raison du prix du kwh de la houille blanche qui, dans les conditions actuelles, est égal au prix du kwh houille noire. S'il en est effectivement ainsi bien que le coût en travail soit moindre pour la houille blanche, c'est que cette dernière se trouve grevée d'une charge d'intérêt qui empêche son développement.

Les résultats obtenus signifient que, pour une production donnée de kwh, le nombre d'heures de travail nécessaire directement ou indirectement pour produire un kwh est minimum lorsque le taux d'intérêt est nul.

Or et précisément on vérifie immédiatement sur notre exemple que, si le taux d'intérêt était nul, il y aurait effectivement un gain en travail pour une production donnée de kwh, puisque dans cette hypothèse, l'énergie houille blanche arriverait à supplanter dans tous les domaines (31) en raison de son moindre prix l'énergie noire.

---

(30) Ce qui précède indique ce qu'il faut entendre par là.

(31) L'emploi de la houille ne serait plus nécessaire que pour certaines opérations comme les traitements métallurgiques où elle est indispensable en raison, non de son pouvoir calorifique, mais de ses propriétés chimiques.

*Avantages correspondant à la maximisation de la productivité sociale.*

Les avantages attachés à la maximisation de la productivité sociale dépendent évidemment de l'allure des courbes représentatives de la productivité physique moyenne des différents procès de production dans le domaine de variation du taux d'intérêt allant de 0 aux valeurs courantes de l'ordre de 4 à 8%. Dans le cas d'un *maximum plat* (fig. 2) les avantages que l'on pourrait tirer de la maximisation de la productivité sociale seraient évidemment négligeables alors que dans le cas d'un *maximum pointu* (fig. 3), ils seraient considérables.

En fait tout permet de penser que nous nous trouvons plutôt dans le cas d'un maximum pointu. Il suffit pour cela de considérer les transformations qui résultent

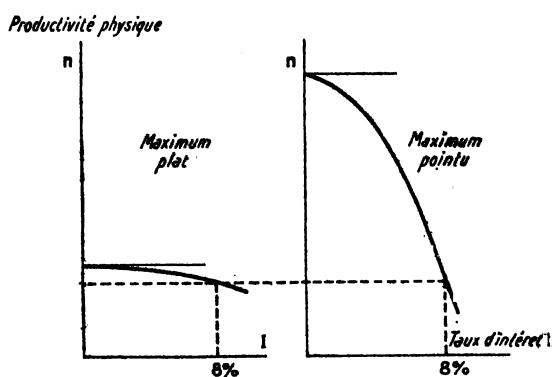


Fig. 2.

Fig. 3.

teraient dans les deux secteurs de l'énergie et de l'urbanisme d'un abaissement à zéro (32) du taux de l'intérêt.

Dans le secteur de l'énergie se produirait, dans le cas de la France par exemple, une transformation radicale des conditions actuelles. On peut considérer que la production d'énergie électrique d'origine hydraulique serait portée de 1 à 10 (33), la production de la houille réduite au 1/5, et son importation annulée; il est en fait probable que le coût de l'énergie serait réduit d'au moins des 4/5. Les conséquences économiques d'une telle évolution sont immenses et elles ne peuvent être indiquées que de manière approximative.

Dans le secteur de l'urbanisme, la transformation des conditions économiques actuelles ne serait pas moins profonde et on peut considérer que sur la base d'un amortissement des immeubles en cinquante ans, le prix des loyers serait abaissé d'une fraction voisine de 50% (34) (35) (36).

(32) Où à une valeur voisine de zéro telle que 1/4 ou même 1/2%.

(33) Cette évaluation d'ailleurs très approximative, qui à première vue pourra apparaître un peu forte aux personnes compétentes en matière de production d'énergie hydro-électrique, est naturellement effectuée en tenant compte d'une *rentabilité calculée sur la base d'un taux d'intérêt nul*. Elle est donc naturellement bien supérieure aux évaluations actuelles de nos possibilités hydro-électriques qui en moyenne sont calculées sur la base d'une rentabilité donnant un taux d'intérêt de 5 à 6% ou plus, et elle tient compte de l'utilisation de l'énergie marémotrice rentable à un taux d'intérêt nul.

(34) Ce chiffre ne tient pas compte de la rente foncière.

(35) Cette observation ne vaut naturellement pas pour les loyers français actuels maintenus artificiellement bas par la loi, mais aux coûts *effectivement* supportés d'une manière ou d'une autre par la collectivité pour les services de logement correspondants.

(36) Il est facile de voir que les effets de l'abaissement du taux de l'intérêt seraient en fait

### *Évaluation des avantages correspondant à la maximisation de la productivité sociale.*

Il est en fait possible de donner par des développements qui sortent du cadre de cette étude une évaluation du gain en revenu réel qui pourrait être obtenu par abaissement du taux de l'intérêt.

On peut ainsi montrer que l'abaissement du taux de l'intérêt d'une valeur de 5% à zéro est probablement susceptible de fournir un accroissement minimum du revenu réel de l'ordre de 20%, mais que toutefois le gain ainsi obtenu est presque entièrement acquis par l'abaissement du taux de l'intérêt pur de 5% à 1,5%. Si le taux de l'intérêt pur initial n'est que de 4%, un abaissement à 1,5% procure encore un gain de l'ordre de 10%.

En tout état de cause, les pertes paraissent devenir très élevées lorsque le taux de l'intérêt pur dépasse 5% (37) (38) (39).

---

d'autant plus considérables que, dans les secteurs considérés, la durée des investissements est plus élevée.

Le prix d'usage annuel  $a$  d'un investissement ( $\bar{A}$ ) de coût  $\bar{a}$  étant égal à la somme de l'intérêt et de l'amortissement de sa valeur, on a en première approximation et en moyenne

$$a = I \frac{\bar{a}}{2} + \frac{\bar{a}}{n}$$

en désignant par  $n$  la durée de l'investissement et en supposant que les amortissements sont tous égaux. On en a déduit que l'on a pour le rapport  $\alpha$  des variations relatives de  $a$  et de  $I$

$$\alpha = \frac{\frac{d a}{a}}{\frac{d I}{I}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{n I}}$$

en supposant que le coût  $a$  reste sensiblement inchangé lors d'une variation de  $I$ .

Pour un taux d'intérêt de 5% et des durées d'amortissement de 2, 5, 10, 50 et 100 ans, les valeurs de  $\alpha$  sont respectivement de 0,05, 0,11, 0,20, 0,55 et 0,71. Ainsi un même abaissement du taux d'intérêt à la valeur de 1% représentant une baisse de 80% en valeur relative amènerait des diminutions de prix égales respectivement à 4%, 8%, 16%, 44%, et 57%. Ces diminutions de prix seraient donc d'autant plus élevées et par suite les effets de l'abaissement envisagé du taux d'intérêt d'autant plus considérables que les durées des investissements considérés sont plus grandes. Ces effets seraient donc particulièrement nets dans les secteurs du bâtiment et de l'énergie hydro-électrique.

(37) Il résulte de ces indications et du fait que le pourcentage d'intérêts contenus dans les prix est en moyenne de l'ordre de 20%, que la baisse des prix salariaux (quotient des prix nominaux par la valeur du salaire de base), à escompter de la maximisation du rendement social à partir d'un état initial où le taux d'intérêt pur serait de 5% serait de l'ordre de 40%.

(38) Peut-être certains pourront-ils trouver ces chiffres relativement modestes si on les rapproche des promesses de ceux qui n'hésitent pas à faire miroiter aux yeux des foules le revenu décuplé qui pourrait être atteint facilement selon eux. Mais si l'on se tient modestement sur le plan des réalités, il n'échappera à aucun esprit sensé quelle amélioration considérable du bien-être une augmentation permanente de 20% du revenu réel national est susceptible d'entraîner. Ce qui fait, en effet, le charme de notre vie, c'est le surplus de revenu qui nous reste lorsque nos besoins vitaux sont assurés. Or, une simple augmentation de 20% du revenu total réel peut certainement dans beaucoup de cas permettre de porter ce surplus au décuple sinon plus.

Indiquons encore qu'une telle amélioration aurait équivaut pour la France de 1938 à une découverte technique qui lui aurait permis d'accroître, toutes choses égales d'ailleurs, sa production de charbon de 46 millions à 300 millions de tonnes.

(39) La dernière guerre mondiale ayant amené pour la France une diminution de son capital de l'ordre de deux années de revenu national, on peut montrer que l'élévation du taux d'intérêt d'équilibre, sur la base des données de 1913, est de l'ordre de 2,5 %.

Comme le taux d'intérêt pur d'équilibre était en 1939 d'au moins 5%, on peut alors montrer que la non-reconstitution de notre capital national à son niveau de 1938, se traduirait à l'équilibre par une perte permanente d'au moins 20% de notre revenu national.

*Portée de la théorie.*

Il y a lieu de remarquer que les résultats obtenus n'étaient, à première vue tout au moins, nullement évidents *a priori*. On aurait pu penser au contraire que plus il y a de capital, plus la production est grande, que plus le taux d'intérêt est faible, voire même négatif, et plus les procès détournés de production sont socialement avantageux compte tenu du faible coût de l'usage du capital correspondant à de telles conditions.

En fait, cette constatation ne vaut qu'au point de vue individuel de l'entreprise isolée; elle ne vaut en aucune façon pour l'ensemble de l'économie pour laquelle l'entretien et le renouvellement d'un capital plus grand nécessite l'emploi d'une fraction plus grande des facteurs primaires de production disponibles.

L'emploi de quantités toujours plus grandes de capital ne pourrait être avantageux que si le capital était un bien libre dont la production n'exigerait qu'une dépense nulle ou tout au moins très faible de facteurs primaires de production, mais, en réalité, il n'en est pas ainsi et il y a un point où le travail indirect devient moins avantageux que le travail direct (40). Ce point correspond à une limite au delà de laquelle le développement de l'équipement capitaliste n'est plus souhaitable.

6. — *Productivité sociale et répartition.*

Il importe de souligner que les conditions de maximisation de la productivité sociale laissent entière la question de la répartition des services consommables, qu'il s'agisse de la répartition du revenu collectif entre les différents individus ou de celle des revenus individuels entre les différentes époques.

De même que l'augmentation du rendement social n'améliore pas forcément la condition d'un individu donné (41), l'amélioration de la productivité sociale, si elle augmente la production par tête, n'a pas nécessairement pour effet, dans la réalité, de relever la satisfaction de tel ou tel individu à un instant donné. Dans les deux cas, les améliorations obtenues se répartissent dans une économie de concurrence, compte tenu des lois de distribution fonctionnelle des revenus et de la répartition de la propriété.

En fait, à la maximisation de la productivité sociale correspondrait dans le cadre actuel de la propriété une annulation des revenus des capitalistes, puisque le taux d'intérêt y serait alors nul, donc une diminution de leurs satisfactions.

Par ailleurs on peut montrer (42) que cette maximisation nécessiterait en régime concurrentiel la collectivisation préalable de la propriété des terres et par suite l'appropriation par l'État des revenus fonciers.

La situation des travailleurs, dans un équilibre concurrentiel de productivité sociale maximum, se trouverait ainsi triplement améliorée en raison à la fois de l'augmentation de la productivité sociale, de l'annulation des intérêts purs des capitaux mobiliers et enfin de l'appropriation collective des revenus fonciers. Autant qu'on puisse en juger, cette amélioration, évaluée à partir d'un état d'équilibre concurrentiel où le taux d'intérêt pur est de l'ordre de 5%,

---

(40) Voir note (9) ci-dessus.

(41) Voir nos études concernant le rendement social indiquées dans la note (4) ci-dessus.

(42) Par des considérations qui sortent du cadre de cette étude.

peut être évaluée à environ 50% des revenus correspondant à la situation actuelle (43).

De même, et dans le cas d'un régime permanent, l'annulation en régime concurrentiel du taux d'intérêt n'aurait pas pour effet nécessaire d'augmenter simultanément les différentes satisfactions d'un même individu aux différentes époques et il se pourrait fort bien que les unes diminuent, alors que les autres augmentent, mais, et c'est là ce qui est essentiel, *il serait toujours techniquement possible*, par une modification convenable de la répartition dans le temps des revenus de l'individu considéré (44), de faire correspondre à une augmentation de la productivité sociale, donnée par une variation de l'équipement capitaliste de l'économie, une amélioration des différentes satisfactions d'un même individu.

Les différences qui peuvent exister entre tel ou tel état de productivité sociale maximum ne résident en fait que dans les modalités de répartition des services consommables (45). Pour une répartition donnée, la maximisation de la productivité sociale permet d'utiliser au mieux les possibilités de la technique; une productivité sociale inférieure, au contraire, entraîne une perte de satisfactions possibles sans compensation d'aucune sorte.

#### 7. — *Productivité sociale et rendement social.*

Les développements qui précèdent permettent d'apercevoir clairement quelle est la liaison existant entre la théorie du rendement social et celle de la productivité sociale.

La théorie du rendement social recherche les conditions de gestion optimum de l'économie pour des structures capitalistiques initiale et finale données (46).

La théorie de la productivité sociale recherche les conditions de structure optimum lorsque, le rendement social étant déjà maximum, on fait varier l'équipement capitaliste (47).

On voit quelle analogie profonde existe entre les deux concepts de rendement social et de productivité sociale. Le premier se rapporte aux conditions d'exploitation, le second aux conditions de structure, mais tous deux se rattachent à la recherche d'un certain optimum des conditions techniques de production, abstraction faite de toute question de répartition du revenu collectif entre les différents individus ou des revenus individuels entre les différentes époques.

La maximisation du rendement social correspond à un optimum d'exploitation, celle de la productivité sociale à un optimum de structure, l'une et l'autre constituent des problèmes purement économiques dont l'étude s'impose à toute collectivité quelle qu'elle soit.

---

(43) Ce pourcentage se répartit comme suit : annulation des intérêts purs des capitaux mobiliers, 20%; appropriation collective des revenus fonciers (égaux au produit du capital foncier par le taux d'intérêt pur), 10%; maximisation de la productivité sociale, 20%.

(44) Obtenu par exemple par la pratique de taux d'intérêt dans le secteur consommation différent du taux d'intérêt nul pratiqué dans le secteur production.

(45) Rappelons que cette répartition a un double aspect, puisqu'elle comprend d'une part la répartition du revenu consommable collectif entre les différents individus et, d'autre part, la répartition dans le temps de leurs revenus consommables par les différents individus.

(46) Rappelons que dans le cas d'un régime permanent la donnée des conditions aux limites revient à la donnée de l'équipement capitaliste existant à un instant quelconque.

(47) Rappelons que cet optimum ne correspond à un taux d'intérêt nul que pour les régimes permanents.

Il est facile d'arriver à une représentation nette de la liaison existant entre les notions de rendement social et de productivité sociale, à partir des surfaces de rendement social maximum (48).

Pour un volume d'équipement, c'est-à-dire pour un capital national original  $C \mu \omega$ , donné, tous les états économiques possibles sont limités par une ligne  $\Sigma_p$  de rendement social maximum, en chaque point de laquelle la gestion économique doit être considérée comme optimum (fig. 4) (48').

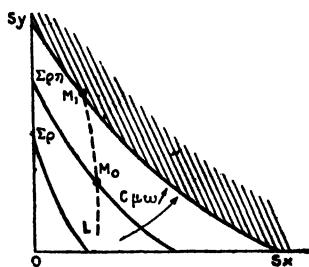


Fig. 4.

Lorsque le rendement social étant maximum, le capital original  $C \mu \omega$  augmente, les développements qui précèdent montrent qu'il est possible d'augmenter les satisfactions au sens de Pareto (49). Cela veut dire que la ligne  $\Sigma_p$  se déplace en s'éloignant de l'origine. Lorsque la productivité sociale est maximum, la ligne  $\Sigma_p$  atteint une position limite  $\Sigma_{p \infty}$  qui représente la limite de tous les états économiques possibles à gestion économique et à équipement variables.

On voit ainsi qu'il n'y a pas un point de maximum de la productivité sociale mais une infinité et que la surface de productivité sociale maximum correspond à une situation de *maximum maximorum*.

Par ailleurs, lorsque pour une répartition donnée de la propriété, le capital original  $C \mu \omega$  augmente par suite d'une intervention de l'État par exemple dans le cadre d'un taux d'intérêt unique, le point représentatif de l'économie supposée de rendement social maximum décrit une ligne L et on voit que dans ce déplacement il est possible que certaines satisfactions  $S_y$  augmentent rapidement alors que d'autres  $S_x$  augmentent peu ou même diminuent (50).

Si l'on considère de même, non plus la répartition du revenu national entre les différents individus, mais la répartition des revenus d'un même individu entre les différentes époques, on obtient des résultats analogues.

Supposons par exemple une économie de régime permanent comprenant deux groupes d'individus identiques, les uns jeunes, les autres vieux et soient respectivement  $S_0$  et  $S_1$  les satisfactions des jeunes et des vieux; supposons également pour simplifier qu'il n'y ait qu'un seul bien consommable A.

(48) Voir notre étude « Économie pure et rendement social » Paris, Sirey 1945, no 15.

(48') La figure représente le cas où il n'y a que deux individus (X) et (Y) dont les satisfactions sont  $S_x$  et  $S_y$  et où par conséquent la surface de rendement social maximum pour un équipement capitaliste donné se réduit à une ligne dans le plan des ( $S_x$ ,  $S_y$ ). Chaque point de cette ligne correspond d'une manière univoque à une répartition donnée de revenus consommables, déterminée par exemple par une certaine répartition de la propriété des biens durables (équipement et sol).

(49) Voir note (5) ci-dessus.

(50) Voir note 6 ci-dessus.

Pour un volume d'équipement donné, c'est-à-dire pour un taux d'intérêt technique donné, tous les états économiques de rendement social maximum se trouvent sur une ligne  $\Sigma_p$ , d'égale productivité en chaque point de laquelle la gestion économique doit être considérée comme optimum.

Lorsque le rendement social étant maximum, le capital origininaire  $C_{p,n}$  augmente la ligne  $\Sigma_p$  se déplace en s'éloignant de l'origine et elle atteint une position limite  $E_{p,n}$  lorsque la productivité sociale est maximum.

Pour une répartition donnée de la propriété supposée par exemple égale entre

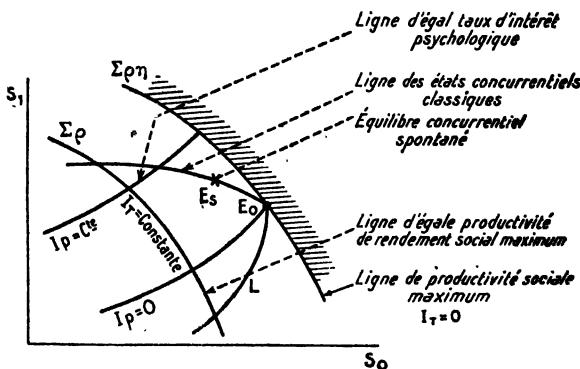


Fig. 5.

tous les individus d'un même groupe, il n'y a qu'un seul point  $E_0$  d'équilibre concurrentiel spontané caractérisé par l'unicité du taux d'intérêt et l'absence d'intervention de l'État. Lorsque l'État intervient sur le marché des capitaux tout en maintenant l'unicité des taux d'intérêt le point représentatif de l'équilibre décrit une ligne  $L$  que l'on peut appeler ligne des états concurrentiels classiques.

Le point d'équilibre ne peut s'écartier de la ligne  $L$  que lorsque les taux d'intérêt psychologiques (51) et technique (52) sont dissociés. En supposant qu'il y a unicité des taux d'intérêt psychologiques (53), il existe ainsi un double réseau de lignes : les lignes d'égal taux d'intérêt technique (ou d'égale productivité) et les lignes d'égal taux d'intérêts psychologique. A chaque ligne d'égale productivité correspond un double taux d'intérêts technique (54). La ligne  $L$  est naturellement tangente à la ligne  $\Sigma_{p,n}$  au point  $E_0$  où les taux d'intérêt psychologique et technique sont simultanément nuls.

On voit que dans le cadre de l'unicité des taux d'intérêt qui caractérise les états d'équilibre concurrentiels classiques une augmentation de la productivité sociale peut amener des variations de sens contraire de  $S_0$  et  $S_1$ , mais on voit également qu'à partir d'un état initial quelconque il est toujours possible de faire correspondre à une augmentation de la productivité sociale une augmentation simultanée des deux satisfactions  $S_0$  et  $S_1$ . Il suffit pour cela de dissocier les taux d'intérêt psychologique et technique.

(51) C'est-à-dire les taux d'intérêt correspondant aux situations individuelles des consommateurs.

(52) C'est-à-dire le taux unique d'intérêt employé dans le secteur production lorsque le rendement social est maximum.

(53) Ce qui, soulignons-le, n'est pas une condition nécessaire d'un rendement social maximum.

(54) Ainsi qu'il résulte de la figure (1) du no 4.

*Double problème posé par les investissements.*

On peut dire que les investissements posent un double problème : le premier est un problème de répartition, d'orientation, de spécialisation des moyens de production dans les diverses branches pour un volume total d'investissements donné, il relève de la théorie du rendement social; le second est un problème de masse totale, de volume des investissements, il relève de la théorie de la productivité sociale (55).

**8. — Passage d'un régime permanent à un autre régime permanent.**

D'après ce qui précède à un régime permanent donné d'équipement capitaliste inférieur à l'optimum devra être préféré, au point de vue de la structure de son appareil productif, et toute question de répartition mise à part, tout régime permanent (56) dont la productivité sociale y est plus voisine de son maximum.

Toutefois, il va sans dire que le passage du premier régime permanent au second nécessite une accumulation préalable de capitaux matériels qui permette l'augmentation envisagée de la productivité sociale et par suite la réalisation

---

(55) On peut donner de ce double aspect la représentation simple suivante :

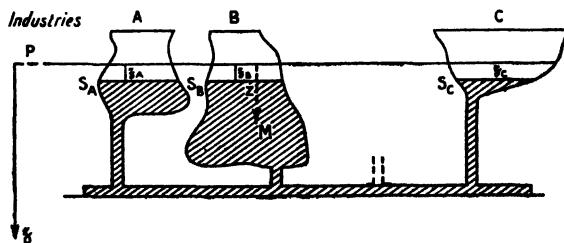


Fig. 6.

Soient  $n$  récipients communicants A, B, ..., C contenant un liquide de masse totale  $M$  et supposons que l'on cherche à répartir ce liquide de manière que l'éloignement moyen des

$$z_m = \frac{1}{M} \int z dm$$

particules de liquide compté verticalement vers le bas à partir d'un plan horizontal P soit maximum.

Il est visible, d'une part, que la répartition obtenue par le jeu de la pesanteur réalisera pour une masse donnée de liquide ce maximum, et que d'autre part le maximum absolu sera atteint lorsque la masse totale de liquide sera telle que la surface supérieure du liquide dans les différents récipients coïncide avec le plan P (puisque au dessus de P les  $z$  deviennent négatifs).

On peut en fait comparer l'éloignement moyen  $z_m$  avec la productivité sociale et les différentes masses  $M_A, M_B, \dots, M_C$  se trouvant dans les différents récipients A, B, ..., C avec les capitaux investis dans les différentes industries A, B, ..., C.

Pour un équipement total donné (représenté par une masse totale de liquide donnée), les satisfactions (représentées par l'éloignement moyen  $z_m$ ) sont maxima au sens de Pareto lorsque les différents taux d'intérêt technique (représentés par les éloignements  $z_A, z_B, \dots, z_C$  des surfaces  $S_A, S_B, \dots, S_C$ ) sont les mêmes dans les différentes industries. Cette égalité correspond à une certaine répartition des capitaux entre ces industries (représentée par la répartition du liquide entre les différents récipients) et le maximum relatif obtenu correspond à la maximisation du rendement social.

Lorsque la masse totale des investissements (représentée par la masse de liquide) augmente, la productivité sociale (représentée par  $z_m$ ) commence par croître, passe par un maximum, puis décroît. Le maximum absolu atteint pour une valeur nulle du taux d'intérêt (représenté par l'éloignement commun  $z_A = z_B = \dots = z_C$  des surfaces du liquide) correspond à la maximisation de la productivité sociale.

(56) Correspondant naturellement aux mêmes conditions de structure psychologique et technique.

pendant un certain temps d'une épargne nette (57) ou encore une augmentation de l'épargne brute, à laquelle correspond nécessairement pendant la même période une diminution de la production consommable (58).

On peut, en fait représenter schématiquement le passage d'un régime permanent où le niveau de la production consommable est  $Q_0$  à un régime permanent où ce niveau est  $Q_1$  par le graphique de la figure 7.

On voit qu'à une restriction *temporaire* de la production consommable pendant la période transitoire correspond ultérieurement et en compensation une augmentation *indéfinie* de cette production, à travail fourni égal (59). On aperçoit

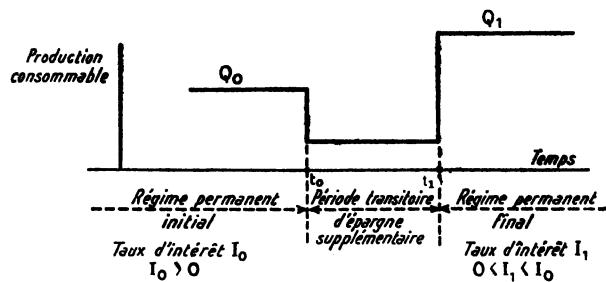


Fig. 7.

ici quelle importance sociale a l'épargne pour la réalisation d'une vie économique supérieure.

Si, d'ailleurs, le passage d'un régime permanent à un autre plus avantageux comporte nécessairement une période transitoire de restriction de la consommation, il est facile de voir qu'il n'y a pas nécessairement de génération sacrifiée, autrement dit que la consommation d'une génération donnée n'est pas nécessairement diminuée au seul profit des générations suivantes.

On peut en effet toujours faire en sorte que, dans la période intermédiaire d'augmentation de l'épargne, la consommation des vieux soit laissée inchangée et que seule la consommation des jeunes soit diminuée et que tout le surplus de production obtenu ultérieurement soit attribué aux vieux que seront devenus les jeunes de l'époque immédiatement précédente, en sorte que, pendant la

(57) Rappelons qu'en régime permanent l'épargne nette est nulle.

(58) On voit également que si le passage d'un taux d'intérêt positif à un taux d'intérêt nul implique une certaine abstention de consommer, le passage d'un taux d'intérêt négatif à un taux nul est toujours possible, puisque le second état ne nécessite qu'une quantité moindre de capital. On voit alors que l'établissement d'un régime permanent à taux d'intérêt négatif serait socialement désavantageux, en ce sens que, avec le capital existant, on pourrait obtenir la même production consommable, avec un travail moindre.

(59) Rappelons ici que la structure technique étant supposée constante, il n'y a pas de progrès technique et que l'effort d'augmentation de l'équipement une fois fourni n'est plus à recommencer. Seul n'intervient plus ultérieurement que le renouvellement constant des capitaux existants dont il est tenu compte dans le calcul du niveau  $Q_1$ .

*L'intervention du progrès technique ne modifie rien à cette conclusion.* En effet, l'effort d'équipement une fois réalisé servira à la mise en œuvre des techniques nouvelles. Il est bien certain, par exemple, que la mise en œuvre de l'énergie atomique, mise en évidence par le progrès technique, ne saurait être envisagée par une économie ne disposant pas d'un équipement capitaliste préalable suffisant..

Naturellement et lorsqu'il y a progrès technique, aux avantages qui résulteraient à techniques constantes de la maximisation de la productivité sociale à un instant donné viennent se surajouter les avantages résultant du progrès technique considéré en lui-même (voir également n° 9 note (71)).

période intermédiaire, le revenu total consommable attribué à chaque génération (60) soit constamment supérieur à ce qu'il était dans le régime permanent initial.

On voit ainsi que *le passage au régime permanent optimum peut toujours s'effectuer par une simple modification de la répartition des revenus dans le temps de chaque génération* (61).

#### 9. — *Maximation de la productivité sociale et restriction temporaire de la production consommable.*

Comme nous l'avons indiqué, la maximisation de la productivité sociale à partir d'une situation normale (62) où le taux d'intérêt d'équilibre serait de l'ordre de 4 à 5%, nécessiterait une restriction préalable de la consommation, mais il ne faudrait pas en conclure qu'une telle politique impliquerait nécessairement des sacrifices insupportables.

Il convient tout d'abord d'indiquer qu'autant qu'on puisse en juger le passage à un taux d'intérêt sensiblement nul n'exigerait guère que le maintien pendant vingt ou trente ans du volume d'investissement constaté pendant les périodes de prospérité. Cet effort peut donc être supporté sans aucune difficulté si les conditions de plein emploi peuvent être maintenues de manière durable.

Par ailleurs, on peut certainement affirmer que si les individus dans leur ensemble avaient une perception plus nette des avantages considérables qu'entraînerait pour eux dans l'avenir le développement des capitaux, ils épargneraient beaucoup plus. En mettant les choses au mieux, un individu donné épargne en faisant un calcul d'équivalence entre ce qu'il pourrait se procurer actuellement avec son épargne et ce qu'il compte se procurer dans l'avenir avec son épargne augmentée de ses intérêts. Seulement, pour faire cette comparaison, il suppose généralement implicitement que les prix relatifs des différents biens resteront les mêmes. Or, il y a là erreur fondamentale, puisque l'accumulation des capitaux entraîne la baisse des prix salariaux (63). A l'avantage de l'intérêt, l'individu devrait donc ajouter, si son information était parfaite, l'avantage présenté par la baisse des prix qui constitue un véritable intérêt supplémentaire. On peut ainsi conclure que, dans les conditions actuelles, l'épargne des individus est généralement inférieure à celle qu'ils effectueraient s'ils avaient une information plus exacte de l'avenir et une perception plus nette des avantages que représenterait ultérieurement pour eux cette épargne.

De plus, on peut montrer que si les conditions de structures actuelles étaient convenablement modifiées (64) de manière à permettre l'annulation du taux de l'intérêt pur, actuellement impossible, en régime permanent tout au moins,

---

(60) Résultant de l'addition des revenus consommables correspondant aux différents âges.

(61) Il est possible de montrer par des développements qui sortent du cadre de cette étude que la réalisation de la politique d'augmentation de l'équipement impliquée par ce passage ne serait en fait possible en régime concurrentiel que si *au préalable* la propriété des terres était collectivisée.

(62) Nous ne tenons donc pas compte ici des restrictions supplémentaires exceptionnelles imposées actuellement aux pays dévastés par la guerre pour reconstituer leur équipement de 1938.

(63) C'est-à-dire des quotients des prix nominaux par le salaire unitaire de base.

(64) On peut montrer par des développements qui sortent du cadre de cette étude que ces modifications consistent dans la collectivisation du sol et dans la dévalorisation de la monnaie circulante par rapport à l'unité de compte.

le taux d'intérêt d'équilibre prendrait spontanément une valeur plus basse que celle correspondant aux conditions de structure actuelles. Cette valeur pourrait même être négative (65) (66).

Il convient encore de rappeler que dans la mesure même où les conditions de structure actuelles convenablement modifiées ne conduiraient pas spontanément à un taux d'intérêt nul ou négatif, il serait techniquement possible de réaliser une politique d'augmentation de l'épargne telle qu'aucune génération ne puisse être considérée comme indûment sacrifiée (67).

Ce n'est donc que dans la mesure où aucun des éléments ci-dessus ne pourrait intervenir que l'épargne supplémentaire à réaliser pourrait nécessiter un effort sensible (68) et qu'un arbitrage serait nécessaire entre le sacrifice à faire subir à la génération actuelle et les avantages permanents qu'en retireraient les générations futures (69). Il résulte de ce qui précède que cet arbitrage ne saurait être effectué qu'en tenant compte de données non spécifiquement économiques, d'ordre moral et politique (70) (71) (72).

---

(65) Dans ce cas, naturellement, l'épargne spontanée serait trop grande et il y aurait lieu de la ralentir.

(66) On ne saurait trop souligner que l'insuffisance de l'épargne constatée en France dans les dernières décades tient pour la plus grande partie au fait que les taux d'intérêt réels correspondant aux taux nominaux ont des valeurs négatives élevées en raison de la hausse des prix. Il ne faudrait donc pas en conclure qu'à un taux nul l'épargne deviendrait absolument insuffisante.

Nous sommes, en fait, convaincu que si l'État faisait actuellement des emprunts à un taux d'intérêt nul, même négatif, *mais en garantissant le pouvoir d'achat des sommes épargnées*, il recevrait immédiatement une épargne considérable. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, *l'encouragement essentiel de l'épargne, c'est bien plus la conservation du pouvoir d'achat que la prime de l'intérêt.*

(67) Voir note 8 ci-dessus.

(68) Qu'il ne faut d'ailleurs pas exagérer.

(69) Cet arbitrage serait, en fait, absolument analogue à celui qu'un peuple sous-peuplé doit effectuer s'il se propose d'atteindre son volume démographique optimum. Son niveau de vie moyen ne pourrait, en effet, qu'augmenter si sa population s'accroissait, mais cet accroissement de population nécessiterait pour la génération présente une restriction de sa consommation moyenne par suite des charges plus grandes qui pèseraient sur elle en raison d'une jeunesse plus nombreuse. Il y a donc dans ce cas pour l'État une balance à faire entre les accroissements de satisfaction à obtenir par les générations futures et les diminutions de satisfaction à subir par les générations présentes. Cette balance ne peut être faite que suivant des motifs arbitraires, ne relevant pas de la technique économique proprement dite mais d'appréciation d'ordre moral et politique.

(70) Indiquons que si l'État prend en égale considération la génération présente et les générations futures, c'est-à-dire s'il estime que toutes les générations sont identiques au point de vue de l'estimation des accroissements et des diminutions de satisfaction, il sera nécessairement conduit à rechercher la maximisation de la productivité sociale, quelque sacrifice qu'il puisse en coûter pour la génération présente. Nous avons vu, en effet, que l'épargne supplémentaire nécessaire une fois créée permet une augmentation *indéfinie* du revenu collectif réel pour toutes les générations futures et qu'ainsi, dans toute politique d'abaissement du taux d'intérêt qui tient un égal compte des générations présente et future, la peine éventuelle de la génération présente pour constituer l'épargne supplémentaire nécessaire est infiniment compensée par le supplément de satisfaction dont bénéficieront les générations futures.

(71) Le lecteur pourra peut-être objecter ici que la théorie de la productivité sociale ne valant qu'à structure technique constante, le *progrès technique* risque de rendre inutile, du jour au lendemain, les efforts faits par une génération pour atteindre la maximisation de la productivité sociale dans un état donné de la technique.

Cette objection a son poids mais elle vaut également pour tout état économique. Quels que soient, en effet, le volume de l'équipement et le taux d'intérêt pur qui lui correspond, la question se pose toujours de savoir si un investissement nouveau doit être réalisé, compte tenu de la possibilité *toujours existante* d'un progrès technique inattendu susceptible de contraindre à l'abandon brutal d'installations ayant nécessité des efforts considérables. Il y a donc un arbitrage à faire entre les avantages à attendre des nouveaux investissements et les risques qu'ils font courir. Mais c'est là précisément le rôle de la prime de risque qui vient s'ajouter aux taux d'intérêt pur que de permettre la comparaison des risques offerts par les différents investis-

#### 10. — *Productivité sociale et théorie classique.*

La théorie classique enseigne que de tous les régimes permanents possibles c'est celui (73) qui s'établit spontanément dans le cadre de la concurrence et en dehors de toute intervention de l'État qui doit être préféré en tant que réalisant la maximisation des satisfactions au sens de Pareto.

En fait, il n'y a aucune raison *a priori* pour que ce régime permanent réalise précisément les conditions de maximisation de la productivité sociale qu'une étude approfondie indique, comme préférables à toutes autres. L'analyse théorique montre, au contraire, qu'il n'en est rien (74). On voit, dès lors, que des restrictions importantes doivent être apportées à la théorie classique suivant laquelle l'équilibre concurrentiel correspond à un optimum intrinsèque (75) et combien l'école économique classique a insuffisamment creusé le problème de l'intérêt (76).

### ANNEXE

#### ILLUSTRATION DE LA THÉORIE DE LA PRODUCTIVITÉ SOCIALE

##### 11. — *Conditions supposées.*

Considérons une économie complexe et supposons que l'un des biens produits, soit ( $\bar{A}$ ), soit obtenu à partir du travail ( $X$ ), des services ( $H$ ) d'un bien indirect ( $\bar{H}$ ) utilisé dans la seule production ( $\bar{A}$ ) et des services ( $U$ ) de la terre ( $\bar{U}$ ) suivant la fonction de production.

$$(1) \quad \bar{A} = f(X_A, H_A, U_A)$$

où  $\bar{A}$  représente la quantité de bien ( $\bar{A}$ ) obtenue à partir des quantités  $X_A$ ,  $H_A$ ,  $U_A$  des services ( $X$ ), ( $H$ ) et ( $U$ ), que le bien indirect ( $\bar{H}$ ) soit lui-même obtenu à partir du travail ( $X$ ) suivant la fonction de production.

$$(2) \quad \bar{H}_A = g(X_H)$$

où  $\bar{H}_A$  représente la quantité de bien ( $\bar{H}$ ) obtenue à partir de la quantité ( $X_H$ ) du service ( $X$ ), que ce bien ( $\bar{H}$ ) disparaisse après un premier usage et qu'il ne soit utilisé dans aucune autre production.

---

tissements possibles et de ralentir ceux d'entre eux pour lesquels les risques sont particulièrement considérables.

Or, et nous ne saurions trop le souligner, la maximisation de la productivité sociale qui nécessite l'annulation du taux d'intérêt pur n'implique, en aucune façon, l'annulation de la prime de risque. En fait, que le taux d'intérêt pur soit ou non, nul, cette prime doit continuer à jouer son rôle dans l'appréciation des risques.

La prise en considération du progrès technique laisse donc intacte la thèse suivant laquelle la maximisation de la productivité sociale serait avantageuse.

(72) Naturellement, toutes ces indications valent pour des psychologies individuelles supposées données, et il est bien certain qu'une modification de ces psychologies dans le sens d'une augmentation de la propension à épargner par une propagande appropriée reste toujours possible.

(73) Rappelons en effet, qu'il n'y a qu'un seul régime permanent correspondant à des conditions de structure et à une répartition de la propriété des capitaux matériels données.

(74) On peut en fait montrer qu'il est absolument impossible que le taux d'intérêt puisse prendre des valeurs nulles dans une économie concurrentielle de propriété privée des terres.

(75) Au sens de Pareto.

(76) Les développements, que nous nous sommes volontairement efforcés de réduire à l'essentiel qui précédent, seront précisés et développés avec tous les commentaires nécessaires, notamment quant à la possibilité et à l'opportunité de réaliser un taux d'intérêt nul dans notre prochain ouvrage « Économie et Intérêt » dépositaire M. Poinsot, libraire des Publications officielles, 40, rue de Verneuil, Paris.

Supposons encore que l'économie considérée soit en régime permanent. Dans ces conditions chaque période  $T_q$  reproduit identiquement la période précédente  $T_{q-1}$ . Les productions, les consommations et les prix restent ainsi constants lorsque le temps s'écoule.

Dans cet équilibre le procès de production du bien ( $\bar{A}$ ) se présente de la manière suivante. Dans chaque période une certaine quantité  $X$  de travail ( $X$ ) est consacrée par l'économie à la production du bien ( $\bar{A}$ ). Une partie  $X_A$  est utilisée directement à cette production concurremment avec la quantité  $U_A$  du service foncier ( $U$ ) et la quantité  $H$  du bien ( $\bar{H}$ ) produite pendant la période précédente. L'autre partie  $X_H$  est employée indirectement à la production d'une quantité  $H_A$  de biens ( $\bar{H}$ ) qui sera utilisée la période suivante.

*Schéma de la production dans une période  $T$*

INDUSTRIES	FACTEURS DE PRODUCTION UTILISÉS			PRODUCTIONS	
	Travail	Terre	Équipement	Biens d'équipement	Biens consommables
	$X_H$			$H_A$	
Industrie d'équipement . . .					
Industrie de consommation . .	$X_A$	$U_A$	$H_A$		$A$
Ensemble . . . . .	$X$	$U_A$			$A$

Nous supposerons enfin que le rendement social est maximum (77), une telle hypothèse impliquant en particulier que le prix de tout bien ou service est égal à son coût marginal (78).

Soient alors respectivement  $x$ ,  $u$  et  $h$  les prix des services ( $X$ ), ( $U$ ) et ( $H$ ) et  $\bar{a}$  et  $\bar{h}$  les prix de vente des biens ( $\bar{A}$ ) et ( $\bar{H}$ ).

Les facteurs de production ( $X$ ), ( $H$ ) et ( $U$ ) étant employés dans les industries ( $\bar{A}$ ) et ( $\bar{H}$ ) jusqu'à ce que leurs produits marginaux en valeur  $\bar{a}'_X$ ,  $\bar{h}'_H$ ,  $\bar{a}'_U$ , soient égaux à leurs coûts  $x$ ,  $h$  et  $u$ , on a :

$$(3) \quad \frac{1}{\bar{a}'} = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_A}}{x} = \frac{\frac{\partial f}{\partial H_A}}{h} = \frac{\frac{\partial f}{\partial U_A}}{u}$$

et

$$(4) \quad \frac{1}{\bar{h}} = \frac{\frac{dg}{dX_H}}{x}.$$

Comme la production  $\bar{H}$  produite pendant une période n'est utilisée que la période suivante et qu'elle disparaît après un premier usage, on a encore en

(77) Rappelons que la théorie de la productivité sociale n'a de sens que dans une économie supposée déjà de rendement social maximum (n° 1).

(78) La théorie du rendement social montre en effet qu'une condition nécessaire pour que le rendement social d'une économie soit maximum est qu'il y soit fait usage explicitement ou implicitement d'un système de prix tels que le prix de chaque bien ou service soit égal à son coût marginal.

tenant comme unité de service ( $H$ ) le service rendu par une unité de bien ( $H$ ) pendant une période  $T$

$$(5) \quad h = (1 + I) \bar{h}$$

$I$  étant le taux d'intérêt correspondant à la période considérée. Cette relation exprime que la valeur du service ( $H$ ) est égale à la somme de l'amortissement  $\bar{h}$  et de l'intérêt  $I \bar{h}$  de sa valeur.

### 12. — Condition de maximisation de la productivité sociale

La collectivité employant chaque année pour la production du bien ( $\bar{A}$ ) des quantités

$$(6) \quad X = X_A + X_H \quad (79)$$

de travail ( $\bar{X}$ ) et  $U_A$  de service foncier ( $U$ ), on peut se demander à quelle condition la production  $\bar{A}$  obtenue à partir des quantités  $X$  et  $U_A$  supposées données est maximum. Cela revient à rechercher s'il existe une répartition optimum du travail global  $X$  consacré à la production ( $\bar{A}$ ) entre le travail direct  $X_A$  et le travail indirect  $X_H$ .

Comme l'on a :

$$(7) \quad \bar{A} = f [X_A, g (X - X_A), U_A]$$

on voit que pour  $X$  et  $U_A$  supposés donnés,  $A$  ne peut être maximum que si l'on a :

$$(8) \quad \frac{d \bar{A}}{d X_A} = 0$$

soit :

$$(9) \quad \frac{\partial f}{\partial X_A} - \frac{\partial f}{\partial H_A} \frac{d g}{d X_H} = 0.$$

Or, compte tenu des relations (3) et (4), cette condition donne :

$$(10) \quad h = \bar{h}$$

soit encore, compte tenu de la relation (5),

$$(11) \quad I = 0$$

On voit ainsi que pour que la production  $A$  soit maximum, il est nécessaire que le taux d'intérêt  $I$  caractérisant le régime permanent étudié soit nul.

Il est facile de voir que si l'économie étudiée est de rendement social maximum, cette condition est également suffisante.

En effet si les conditions (3), (4), (5), et (11) sont vérifiées la condition (9) l'est également et la production  $\bar{A}$  est stationnaire.

Par ailleurs, pour que la production  $\bar{A}$  soit effectivement maximum, il suffit que l'on ait

$$(12) \quad \frac{d^2 A}{d X_A^2} < 0$$

soit

$$(13) \quad \frac{\partial^2 f}{\partial X_A^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial X_A \partial H_A} \frac{d H_A}{d X_A} + \frac{\partial^2 f}{\partial H_A^2} \left( \frac{d H_A}{d X_A} \right)^2 + \frac{\partial f}{\partial H_A} \frac{d^2 H_A}{d X_A^2} < 0.$$

(79) Pour faciliter les renvois, la numérotation des relations est faite ici, non par numéro mais à l'intérieur de toute l'Annexe.

Or la théorie montre que, pour que le rendement social soit maximum, il est nécessaire qu'aucun surplus de valeur ne puisse être produit dans un déplacement virtuel quelconque lorsque l'on considère les prix comme des données. Ceci implique ici que l'on ait :

$$(14) \quad \bar{a} \delta \bar{A} + \bar{h} \delta \bar{H} \leq 0$$

pour tout déplacement virtuel compatible avec les liaisons

$$(15) \quad \bar{A} = f(X_A H_A U_A) \quad \bar{H}_A = g(X_H) \quad H_A = \bar{H}_A \quad X_A + X_H = X$$

$\bar{a}$  et  $\bar{h}$  étant les prix correspondant au rendement social maximum des biens ( $\bar{A}$ ) et ( $\bar{H}$ ). Comme l'on a :

$$(16) \quad \delta \bar{A} = d \bar{A} + \frac{d^2 \bar{A}}{2} \quad \delta \bar{H} = d \bar{H} + \frac{d^2 \bar{H}}{2}$$

et d'après les conditions (3), (4) et (5)

$$(17) \quad \bar{a} d \bar{A} + \bar{h} d \bar{H} = 0.$$

la condition (14) s'écrit :

$$(18) \quad \bar{a} d^2 \bar{A} + \bar{h} d^2 \bar{H} \leq 0.$$

comme, pour  $I = 0$ , on a :

$$(19) \quad \frac{\bar{h}}{\bar{a}} = \frac{h}{a} = \frac{\partial f}{\partial H_A}$$

la condition (18) s'écrit elle-même :

$$(20) \quad \frac{\partial^2 f}{\partial X_A^2} d X_A^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial X_A \partial H_A} d X_A d H_A + \frac{\partial^2 f}{\partial H_A^2} d H_A^2 + \frac{\partial f}{\partial H_A} \frac{d^2 H}{d X_A^2} d X_A^2 \leq 0$$

condition qui n'est autre que la relation (13).

Finalement on voit ainsi qu'à rendement social maximum et pour des quantités données des facteurs primaires de production ( $X$ ) et ( $U$ ) consacrées à la production ( $\bar{A}$ ), la condition nécessaire et suffisante pour que la production  $\bar{A}$  soit maximum est que le taux d'intérêt soit nul.

#### Remarque 1. — Cas des autres productions.

Un raisonnement analogue pourrait être effectué pour les différentes productions de biens directs ( $\bar{A}$ ) ( $\bar{B}$ ) ... ( $\bar{C}$ ) de l'économie considérée.

On verrait ainsi que lorsque le taux d'intérêt est nul, la répartition du travail entre l'utilisation directe et l'utilisation indirecte est optimum pour chaque production.

#### Remarque 11. — Cas des autres facteurs primaires de production.

Il est essentiel de remarquer que si la production ( $\bar{H}$ ) nécessitait également l'utilisation du service foncier ( $U$ ), de sorte que la quantité utilisée  $U$  serait répartie entre l'utilisation directs  $U_A$  et l'utilisation indirecte  $U_H$ , la condition de maximisation de la production  $A$  pour une quantité de services fonciers.

$$(21) \quad U = U_A + U_H$$

donnée serait encore :

$$(22) \quad I = o.$$

La marche des calculs reste en effet identiquement la même.

On voit ainsi que lorsque le taux de l'intérêt est nul, la répartition de tous les facteurs primaires de production (différentes qualités de travail et différents services fonciers) entre l'utilisation directe et l'utilisation indirecte correspond à la maximisation des différentes productions.

### 13. — Application à un cas particulier.

Il est facile de vérifier les conclusions qui précèdent sur un cas particulier. Supposons par exemple que l'on ait :

$$(1') \quad A = \sqrt{X_A (K H_A + K' U_A)}$$

$$(2') \quad \bar{H}_A = K'' X_H \quad (80)$$

où  $K$ ,  $K'$  et  $K''$  sont des constantes.

Les relations (3) et (4) s'écrivent :

$$(3') \quad \frac{1}{a} = \frac{K H_A + K' U_A}{2 x \sqrt{X_A (K H_A + K' U_A)}} = \frac{K X_A}{2 h \sqrt{X_A (K H_A + K' U_A)}} = \frac{K' X_A}{2 u \sqrt{X_A (K H_A + K' U_A)}}$$

$$(4') \quad \frac{1}{h} = \frac{K''}{x}.$$

Compte de la relation (5), un calcul facile donne alors :

$$(23) \quad \bar{A} = \frac{K K'' X + K' U}{\sqrt{K K''}} \frac{\sqrt{1 + I}}{2 + I}$$

Or *physiquement* on a :

$$(24) \quad \bar{A} = \frac{\sqrt{K K'' X_A [K K'' (X - X_A) + K' U_A]}}{\sqrt{K K''}}$$

— A apparaît ainsi comme une fonction croissante d'un produit de deux termes dont la somme est constante. Son maximum pour  $X$  donné est réalisé lorsqu'ils sont égaux, c'est-à-dire lorsque l'on a :

$$(25) \quad X_A = \frac{K K'' X + K' U}{2 K K''}.$$

On a alors :

$$(26) \quad \bar{A} m = \frac{K K'' X + K' U}{2 \sqrt{K K''}}$$

et on vérifie immédiatement d'après la relation (23) que cette valeur maximum est effectivement atteinte dans l'état économique de rendement social maximum considéré lorsque le taux d'intérêt est nul.

M. ALLAIS.

---

(80) Les fonctions que nous considérons ici et qui sont homogènes et du premier degré par rapport aux facteurs de production correspondent à des conditions de concurrence parfaite (voir notre ouvrage : *A la Recherche d'une Discipline Économique*, chez l'auteur n° 78, 83 et 124). Mais la vérification pourrait être faite, comme le lecteur pourra facilement s'en assurer, avec des fonctions quelconques, *pourvu naturellement que l'état économique considéré soit de rendement social maximum*.