

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

FERNAND BLONDEL

La répartition des teneurs dans les gisements minéraux

Journal de la société statistique de Paris, tome 84 (1943), p. 70-74

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1943__84__70_0

© Société de statistique de Paris, 1943, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

VII

LA RÉPARTITION DES TENEURS DANS LES GISEMENTS MINÉRAUX

Depuis plusieurs années j'étudie, avec le but pratique d'aider les prospections, les lois de répartition des gisements minéraux (1). L'idée générale est que la distribution géographique des gisements ainsi que leur importance dépendent, d'une part, de certains *éléments principaux* (conditions géologiques générales, nature des roches éruptives voisines, nature des roches encaissantes, nature du minerai) et, d'autre part, d'une grande quantité de petites causes qui entraînent une dispersion autour de certaines moyennes. L'une des difficultés de cette étude est que, pour éliminer cette dispersion et faire apparaître l'influence des éléments principaux, il est nécessaire de dépouiller une masse énorme de documentation, malheureusement souvent incomplète en elle-même, de telle sorte qu'il faut souvent faire appel à une intuition générale de la question.

(1) F. BLONDEL, La répartition mondiale des gisements de zinc et de plomb. Paris, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 1934.

F. BLONDEL, Le plomb, le zinc et l'argent, in. *Les Ressources minérales de la France d'outre-mer*, t. II. Paris, Bureau des Études géologiques minières coloniales, 1935.

F. BLONDEL, La géologie et les mines des vieilles plateformes. Publ. Bureau des Études géologiques minières coloniales, *Soc. Études Géogr.*, Paris, 1936, 303 p., 59 fig.

F. BLONDEL, Le développement des recherches géologiques et minières dans l'Afrique française. (*Bull. Soc. Encourag.*, Paris, mai-juin 1937, p. 267-283, 7 fig.).

F. BLONDEL, Conférences du Muséum : L'or (1936-1937); Le Cuivre (1937-1938); La Pyrite (1938-1939). Résumé : Les gisements minéraux et leur recherche (cuivre). (*Chron. Mines colon.*, Paris, mars 1938, n° 72, p. 104-105, avril, n° 73, p. 145-148, mai, n° 74, p. 179-180).

F. BLONDEL, La répartition régionale des gisements minéraux (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, Paris, 1938, 5^e série, t. VIII, p. 147-160).

Parmi les problèmes qui se posent à ce sujet, se trouve, en particulier, celui de la répartition des teneurs dans les gisements. J'ai déjà abordé ce problème autrefois dans deux courtes notes (1); mais la suite des études m'a conduit à certaines réflexions que je souhai- terais soumettre à la Société de Statistique et demander à leur sujet l'aide des membres éminents de la Société.

* * *

Je commencerai par quelques considérations préliminaires d'ailleurs fort simples. Il faut dire, tout d'abord, que les gisements minéraux se divisent en deux grandes caté- gories : ceux qui sont d'*origine profonde* et ceux qui sont d'*origine sédimentaire* : je ne m'occupe pas de ces derniers. Parmi les premiers, il faut distinguer également les gisements *filoniens* qui se présentent comme des masses étrangères plus ou moins nettement séparées des roches encaissantes et les gisements de *dissémination* dans lesquels les minerais sont, au contraire, intimement mêlés aux roches encaissantes; ce qui va suivre ne s'applique directement qu'aux gisements filoniens; il ne serait pas très compliqué de l'étendre aux gisements de dissémination, mais il me paraît plus simple de me limiter ici au premier cas.

Le problème que nous voulons étudier est le suivant : supposons qu'on ait entièrement exploité un gisement — un gisement d'or par exemple — et qu'on ait fait cette exploi- tation en analysant tous les fragments sortis du gisement, par exemple mètre cube par mètre cube. Chaque fragment a une certaine teneur t dans un élément déterminé, l'or par exemple. Peut-on dresser la courbe donnant la répartition $m(t)$ en fonction de la teneur, et dans ce cas quelle est la forme de la courbe (2)?

Une dernière précision a trait au volume adopté pour chaque fragment. Les minerais étant en général des mélanges de minéraux, il est évident qu'en prenant des fragments assez petits on pourrait n'avoir que des teneurs égales soit à 1, soit à zéro; mais ce pro- blème est bien connu dans les questions analogues; le volume à choisir est celui qui corres- pond à l'application pratique, en l'espèce l'exploitation minière : les fragments ne seront ni trop grands, ni trop petits, tels que ceux qu'admet cette exploitation, en l'espèce de l'ordre du mètre cube.

Considérons d'abord le cas le plus simple : celui d'un minerai composé de deux substances minérales 1 et 2, par exemple : quartz (1) et pyrite (2). La teneur en quartz [est par exemple t_1 , celle en pyrite t_2 et l'on a évidemment pour chaque fragment de minerai $t_1 + t_2 = 1$.

La masse $m(t_1)$ de minerai en fonction de t_1 — teneur en quartz — est évidemment, en gros, une fonction croissante de t_1 : il y a beaucoup moins de minerai très riche en pyrite que de minerai très riche en quartz (fig. 1).

On peut probablement introduire quelques précisions dans l'affirmation précédente :

a) Bien que le quartz soit l'élément évidemment dominant, il ne semble pas conforme à l'expérience usuelle de la mine d'admettre que le cas le plus fréquent est le quartz absolu- ment pur (on peut dire que les substances absolument pures sont rares dans la nature); de telle sorte que la courbe donnant la masse m de minerai en fonction de la teneur doit passer par un maximum pour une certaine valeur $t_1 = \alpha$, voisine de 1 mais non égale à 1.

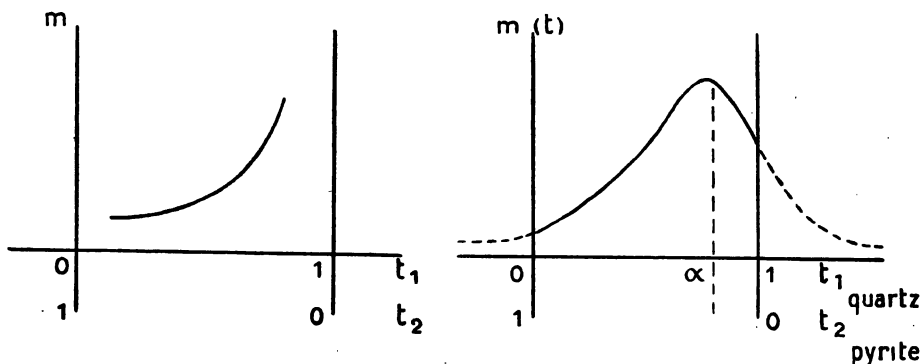


Fig. 1.

Fig. 2.

b) Le cas des fragments composés de pyrite complètement pure est probablement très rare, mais non absolument inexistant, de telle sorte que la valeur de m pour $t_2 = 1$ (ou $t_1 = 0$) ne doit pas être une valeur nulle.

(1) F. BLONDEL. Sur la teneur moyenne de l'extraction des minerais de cuivre (C. R. Acad. Sciences' Paris, 6 mars 1933, t. 196, p. 712-713).

F. BLONDEL. Sur la répartition des teneurs des gisements métallifères (C. R. Acad. Sciences, Paris, 27 mars 1933, t. 196, p. 949-950).

(2) Comme d'ordinaire, $m(t)$ est défini de la manière suivante : $m \Delta t$ est la masse totale du minerai, dont la teneur est comprise entre t et $t + \Delta t$. On suppose que l'on peut prendre des intervalles Δt assez petits pour avoir une courbe sensiblement continue.

Ces deux observations montrent que vraisemblablement la courbe $m(t)$ a la forme indiquée sur la figure 2.

On peut se demander si on ne peut pas l'interpréter comme étant simplement une courbe de dispersion de hasard autour de la valeur α , en la complétant par la pensée comme il est indiqué en pointillé.

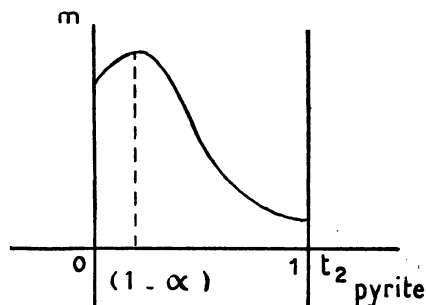


Fig. 3.

On peut aussi remarquer que si on admet ce qui précède et qu'on considère la même courbe en fonction de l'élément rare — pyrite — on voit qu'elle a la forme indiquée dans la figure 3 : la masse la plus grande de minerai n'est pas pour une teneur nulle en pyrite, mais pour une certaine teneur $(1 - \alpha)$ faible; la pyrite apparaît comme étant en dispersion normale autour de cette valeur centrale $(1 - \alpha)$.

**

On peut généraliser ce qui précède avec 3 éléments 1, 2, 3, par exemple : quartz (1), pyrite (2), or (3). Un diagramme triangulaire selon les teneurs en quartz, pyrite, or, donnerait sans doute une figure analogue à la figure 4, où sont reportées les courbes d'égale valeur pour m en fonction des teneurs. Il y a sans doute un maximum en un certain point α près du quartz pur, mais non au quartz pur même. Il y aurait de même une sorte de ligne $\alpha \beta$ de maximums plus proche de la pyrite que de l'or, la pyrite étant elle-même plus fréquente que l'or.

On comprend que ces règles doivent être générales : la courbe donnant m en fonction de la teneur t d'un élément déterminé, répond donc vraisemblablement aux conditions suivantes :

1° Il faut d'abord remarquer qu'il y a probablement dans chaque minerai des éléments *indépendants* : c'est-à-dire que la composition d'une masse de minerai n'est définie que si l'on donne la teneur en chacun de ces éléments (les autres en découlant), par exemple quartz, pyrite, or; mais dans ce cas, quartz, fer, soufre, or, ne sont pas indépendants car la teneur en fer entraîne nécessairement une valeur déterminée pour la teneur en soufre. Il n'est pas toujours facile de connaître les éléments correspondants : c'est ainsi, par exemple, qu'il ne serait pas absurde, dans certains cas, d'admettre que la teneur en or est une fonction bien définie de la teneur en pyrite; de telles relations obligatoires dans les compositions de minerai ont été très peu étudiées jusqu'à présent et l'on n'a sur elles que des idées fort vagues.

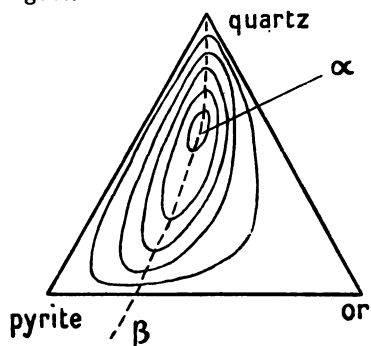
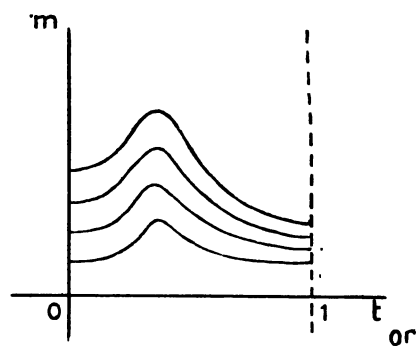


Fig. 4.



Chaque courbe correspond à une valeur t quartz = Constante .

Fig. 5.

2° En revanche, les teneurs des éléments indépendants sont, par définition pourrait-on dire, indépendantes les unes des autres, c'est-à-dire que toutes les valeurs (comprises entre

0 et 1) peuvent être réalisées sous la seule réserve évidemment que la somme de ces teneurs soit toujours égale à 1. Cette dernière condition entraîne, que s'il y a n éléments indépendants, lorsque l'on connaît la teneur de $(n - 1)$ éléments, on connaît la teneur du n° .

3° Il résulte de ce qui précède que parler de la répartition de la masse m du minerai en fonction de la teneur t d'un seul élément n'a pas de sens dès qu'il y a plus de deux éléments indépendants. Par exemple, dans le cas quartz, pyrite, or, on ne peut pas définir la courbe m en fonction de la seule teneur en or; il faut considérer la courbe $m(t) - t$ étant la teneur en or — pour chacune des valeurs de la teneur en quartz, par exemple, ou en pyrite. Si l'on admet, par exemple, de tracer ces courbes pour chaque valeur de la teneur en quartz, on aura une série de courbes analogues à celle de la figure 5, s'abaissant probablement au fur et à mesure que la teneur en quartz diminue, les différents maximums de ces courbes correspondant à la ligne $\alpha\beta$ du diagramme triangulaire de la figure 4.

4° Néanmoins, chacune de ces courbes peut être considérée comme une courbe de dispersion normale autour d'une valeur centrale plus rapprochée de 0 que de 1, pour un élément rare ou plus rapprochée de 1 que de 0 pour un élément banal.

5° On peut probablement admettre qu'il y a une certaine composition (correspondant au point α du diagramme triangulaire) qui correspond à la composition la plus fréquente suivant les teneurs des différents éléments indépendants. On est ainsi en présence d'un problème de dispersion à plusieurs variables.

* *

D'après ce qui précède, on peut admettre, semble-t-il, les conclusions suivantes :

1° À chaque gisement correspond une teneur caractéristique (analogue à celle du point α dans le cas des 3 éléments) autour de laquelle les teneurs réelles se répartissent par dispersion normale;

2° Cette teneur caractéristique n'est pas quelconque; elle dépend probablement des *éléments principaux* qui président à la formation des gisements, éléments qui sont une expression des conditions physico-chimiques de la formation du minerai;

3° Ces éléments principaux ne varient pas d'une manière continue; il est possible de définir un nombre limité de types de gisements; à chacun de ces types correspond probablement une teneur caractéristique. C'est cette idée qui avait été esquissée dans une des notes citées plus haut;

4° Si l'on considère l'ensemble des gisements d'un minerai déterminé, chacun d'entre eux aura une teneur caractéristique en ce minerai d'après le 1°, mais l'ensemble de ces teneurs caractéristiques ne sera pas lui-même quelconque d'après le 3°; il sera constitué par des dispersions normales autour d'un petit nombre (3 ou 4) de valeurs centrales, chacune de ces valeurs centrales correspondant à un type de gisement.

* *

Les considérations qui précèdent, tout en introduisant une certaine clarté, un certain ordre, dans la science encore obscure des gisements minéraux, peuvent, en outre, avoir différentes applications :

a) Si par application du 2° on peut arriver à dresser des tableaux donnant la liaison entre les éléments principaux et la teneur caractéristique, la prospection sera grandement facilitée, car ces éléments principaux peuvent être connus par une prospection superficielle sans travaux souterrains; de cette simple prospection superficielle, on peut donc déduire la teneur caractéristique probable du gisement prospecté et savoir s'il y a lieu ou non de continuer la prospection;

b) On peut déduire des considérations précédentes et notamment du 4°, des remarques intéressantes sur le marché des minerais et des métaux : c'est ce que je me propose de faire dans une autre communication.

Fernand BLONDEL.

DISCUSSION

M. LEPRINCE-RINGUET ne se représente pas comment peut être définie une courbe tonnage-teneur d'un gisement filonien.

Cette courbe aura des aspects très différents selon la manière dont l'exploitation est conduite, soit que l'on abandonne les parties les plus pauvres, soit que l'on abatte des zones stériles en même temps que les parties payantes.

En outre, la proportion des composants du minerai varie selon les niveaux d'exploitation et selon que l'on prend en abondance certaines épontes.

Alors comment déduire d'une caractéristique superficielle la richesse en profondeur.

Prenons, par exemple, un gisement de pyrite massite. En dehors de la partie massive, il y a des zones de minerais plus ou moins disséminées, il y a les parties superficielles riches

en cuivre, or, etc... et les parties profondes où n'existe que la pyrite, puis le gisement se termine toujours en queue de poisson.

Dans les travaux de recherches effectués à chaque niveau, on note toujours la richesse de la minéralisation et les épaisseurs minéralisées, de mètre en mètre par exemple, mais sans que cela conduise à une courbe; seulement à des variations en dent de scie qui résultent de la succession de zones riches et de zones stériles. Comment transformer ces résultats en courbes?

Bref, il semble que les vues de M. BLONDEL devraient être appuyées par des études expérimentales effectuées sur des gisements bien explorés, de manière à se rendre compte si elles peuvent être appliquées à des cas concrets ou si les difficultés que je signale ont un caractère prohibitif.

M. HUBER dit que si M. BLONDEL avait été présent, il lui aurait demandé si les courbes présentées par lui comme ayant la forme d'une portion de courbe normale, résultaient d'un nombre assez grand d'observations ou avaient été tracées de chic. Souvent, en effet, dans l'application des méthodes statistiques, on admet trop vite, sans vérification suffisante, qu'une distribution est normale alors qu'elle ne l'est pas en réalité.

M. René ROY, se bornant à observer que l'auteur de la communication semble vouloir, au début de son exposé, rattacher la question qu'il traite à celle de la distribution des grandeurs géographiques, rappelle que M. FRÉCHET a fait sur cette question un exposé général et qu'il ne serait peut-être pas mauvais d'établir un lien entre les deux exposés.

Observations de M. RISSER. — M. BLONDEL nous rappelle, d'abord, que les gisements minéraux se divisent en deux grandes catégories, et qu'il ne s'occupe, dans son exposé, que de ceux qui sont d'origine profonde en ne s'attachant, d'ailleurs, qu'aux gisements filoniens.

Il nous met immédiatement en présence du problème qu'il étudie, problème relatif à la recherche de la répartition de l'or (par exemple) dans un minerai provenant d'un gisement déterminé.

Il nous signale bien que les fragments destinés à l'analyse sont en pratique du volume d'un mètre cube en moyenne, mais il ne nous donne aucune indication sur le nombre des fragments servant de base à l'établissement des courbes et fonctions de répartition: ce nombre est-il de l'ordre de 100, qui est relativement faible, de 500 ou de 1.000?

M. BLONDEL considère, tout d'abord, avant d'aborder le sujet principal, le cas d'un minerai composé uniquement de deux substances minérales (1) et (2), par exemple le quartz (1) et la pyrite (2). Si les teneurs de ces éléments sont respectivement t_1 et t_2 on a la relation $t_1 + t_2 = 1$. L'auteur admet que les courbes de teneur $m(t_1)$ et $m(t_2)$ peuvent être assimilées l'une et l'autre à la courbe de répartition normale de Laplace-Gauss; or, l'on peut se demander si une telle hypothèse est basée sur l'examen de toute la documentation statistique concernant le minerai composé dont il a été question ci-dessus.

On peut objecter que les courbes $m(t_1)$ et $m(t_2)$ peuvent fort bien dans la région (0,1) pour t_1 et pour t_2 , avoir une forme parabolique concave vers le bas, avec un maximum dans la région plus ou moins voisine de $t_1 = 1$ pour la courbe afférente à la teneur en quartz par exemple.

L'expérience a montré que, dans la nature, pouvaient apparaître d'autres courbes de répartition que la courbe de répartition de Laplace-Gauss, et des surfaces de dispersion différant notablement de la surface classique; au type de courbes de dispersion pour $m(t_1)$ et $m(t_2)$ signalé ci-dessus on peut donc adjoindre des courbes du type de Pearson, dont on ne ferait figurer que la portion comprise entre les abscisses 0 et 1.

Le problème de l'étude consiste donc dans la recherche de surfaces de dispersion (t_1, t_2, \dots, t_n) de deux types, correspondant respectivement; comme l'a fait très judicieusement remarquer M. BLONDEL, le premier à des éléments indépendants, et le second à des éléments qui sont en dépendance, et auquel se rattachent des courbes et des surfaces de régression.

En définitive, l'intérêt de la communication de M. BLONDEL est de premier ordre, si l'on remarque que les grandes productions d'or (par exemple) les seules qui comptent en somme, sont fournies par des minerais généralement très pauvres, c'est-à-dire des minerais dont la pauvreté semble s'accroître avec le temps bien moins par un fait d'épuisement que par la possibilité de traiter économiquement des roches, dont un progrès technique a rendu la valeur supérieure aux frais d'extraction.