JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

G. LÉTINIER

La circulation de la monnaie et le niveau des prix

Journal de la société statistique de Paris, tome 84 (1943), p. 240-273
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1943__84__240_0>

© Société de statistique de Paris, 1943, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

IV

LA CIRCULATION DE LA MONNAIE ET LE NIVEAU DES PRIX [1]

(*Suite*)

CHAPITRE VI

LA THÉORIE DU PRODUIT SOCIAL DE SCHUMPETER ET LA CIRCULATION DU FLUX MONÉTAIRE

La théorie exposée par l'économiste autrichien Schumpeter, dans son ouvrage *Das Sozialprodukt une die Rechenpfennige* se rattache à l'idée, à laquelle il a déjà été fait allusion dans les chapitres précédents, que la monnaie décrit dans l'organisme économique un circuit continuel, les dépenses des consommateurs engendrant les revenus des producteurs. Cette idée est fort ancienne dans la littérature économique, puisqu'elle inspire déjà le Tableau économique de Quesnay. Elle reste à la base de toutes les théories de la répartition. Schumpeter a eu le mérite de se rendre compte qu'elle n'était pas moins importante pour la théorie de la valeur de la monnaie. En cela, Schumpeter se rencontre avec d'autres économistes, notamment Hawtrey et Keynes. Mais, l'originalité de Schumpeter consiste à avoir vu que, pour en faire une application correcte aux phénomènes monétaires, il fallait nécessairement tenir compte du facteur temps.

Dans un système économique, quel qu'il soit, constate Schumpeter, il y a un circuit continuel de services productifs et d'emplois de consommation. Tout le processus économique consiste dans l'échange des services productifs contre les biens de consommation. Ce processus peut être schématisé dans la notion du produit social. Chaque individu met, pour ainsi dire, sa contribution dans un grand automate économique sous forme de services productifs, et en reçoit, par le jeu du mécanisme, une quantité de biens de consommation qui constitue le revenu réel. Il y a donc interdépendance étroite entre les services productifs et le revenu réel de l'individu.

L'emploi de la monnaie coupe en deux ce processus. D'une part, il y a le marché des biens de consommation et, d'autre part, le marché des biens de production. Sur le marché des biens de production, les consommateurs offrent leurs services contre de la monnaie; la monnaie est offerte par les entrepreneurs qui forment la demande. Sur le marché des biens de consommation, c'est le contraire qui se produit. Les entrepreneurs sont les offrants et les consommateurs représentent la demande. Mais les consommateurs du marché des biens sont

(1) Voir *Journal de Statistique*, n° de septembre-octobre 1943.

nécessairement les mêmes qui, sur le marché des biens de production, ont été les offrants, de sorte qu'ils ne peuvent donner sur le marché des biens de consommation que la monnaie qu'ils ont obtenue sur le marché des biens de production.

C'est pourquoi la rupture en deux du processus unique et la fonction d'intermédiaire de la monnaie n'ont qu'une importance technique. Les choses, au fond, se passent comme si le schéma du produit social correspondait à la réalité .

Il y a donc, dans un état d'équilibre stationnaire, égalité entre la somme des prix de tous les biens de consommation et la somme des prix de tous les biens de production. Ces deux sommes sont égales à la somme des revenus en monnaie.

On peut donc écrire, en particulier, l'équation :

$$R = p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots + p_n q_n$$

où R représente la somme des revenus, q_1, q_2 ... q_n les quantités de biens de consommation vendues, et p_1, p_2, ... p_n leurs prix.

Ou, plus brièvement, Q étant le volume total des biens de consommation et P leur prix moyen :

$$R = PQ.$$

Poursuivant son analyse, Schumpeter ne s'arrête pas à l'égalité entre le montant des revenus monétaires et la somme des prix des biens de consommation. Il met en évidence la relation qui existe entre le montant des revenus et la quantité de monnaie en circulation, relation dont il donne la formule suivante :

$$R = MV.$$

Dans M, quantité de monnaie en circulation, figurent tous les instruments de règlement, quelle que soit leur nature : monnaie métallique, billets de banque convertibles ou inconvertibles, monnaie scripturale. Mais il faut en exclure toutes les quantités de monnaie qui ne circulent pas effectivement : réserve métallique des banques d'émissions, réserves de monnaie légale des autres banques, fractions thésaurisées ou inactives des encaisses des particuliers et des entreprises.

Le facteur V auquel Schumpeter donne le nom d'Effizienz et qu'on pourrait appeler avec un économiste américain (1) : vitesse de rotation de la monnaie, a une signification toute spéciale. Schumpeter le définit le nombre de fois que l'unité monétaire parcourt le circuit qui a pour point de départ et pour point d'arrivée le domaine de la consommation en passant par le domaine de la production. C'est le nombre de fois que l'unité monétaire devient unité de revenu et est employée comme telle. Schumpeter estime que la vitesse de rotation ainsi définie ne peut être soumise à des variations très fortes et qu'elle peut être considérée comme à peu près constante.

De l'équation MV = PQ, il résulte qu'il ne peut y avoir un changement de la somme des prix des biens de consommation si le premier membre de l'équation, le produit MV reste constant. Tout changement des prix des produits ou des quantités produites sera compensé par des variations correspondantes d'autres prix ou d'autres quantités de la même somme.

En sens inverse, les changements, soit de M, soit de V, entraînent nécessairement une variation correspondante, dans la somme des prix des biens. Schumpeter n'admet pas qu'il puisse s'établir une compensation interne dans le produit MV, car ces deux facteurs étant indépendants l'un de l'autre, d'après la définition qui en a été donnée, une variation de l'un ne peut pas entraîner de variation compensatrice de l'autre.

Mais Schumpeter va plus loin : dans l'équation MV = PQ, il attribue le rôle causal uniquement aux facteurs monétaires et spécialement au facteur quantité de monnaie puisque V est pratiquement constant. Schumpeter s'applique à montrer que la variation de la quantité de monnaie ne peut être le reflet de la variation de la somme des prix des biens. Il ne conteste pas que la quantité de monnaie en circulation ne dépende de facteurs économiques et, en particulier, du volume de la production et du niveau des prix. Mais cela, dit-il, ne prouve rien contre la causalité du facteur quantité de monnaie. Le niveau des prix ne peut prendre naissance que si une quantité de monnaie et une vitesse de rotation données préexistent. Si un niveau de prix déterminé provoque un changement de la quantité de monnaie, ce niveau n'est pas conservé dans l'état ancien. Car, s'il l'était, cela supposerait qu'à un même produit PQ correspondent deux valeurs de M différentes, donc que la vitesse de rotation V varie d'une période à l'autre pour maintenir l'équilibre, ce qui n'est pas concevable. A la suite de la variation de la quantité de monnaie, le niveau des prix est donc nécessairement changé à son tour. La quantité de monnaie ne s'adapte pas purement et simplement au niveau des prix, elle s'adapte en même temps le niveau des prix à elle-même.

Schumpeter s'affirme donc partisan de la théorie quantitative en ce qu'il attribue aux facteurs monétaires le rôle causal dans les variations des prix. Mais il s'élève contre le principe de la théorie quantitative rigoureuse, d'après lequel les variations de la quantité de

(1) Cf. James-W. Angell : *The Behaviour of Money*, Mac Graw Hill, 1936, p. 129-136.

monnaie entraînent des variations proportionnelles des prix. Il faut distinguer, dit Schumpeter, suivant que la monnaie se porte sur le marché des biens de consommation ou sur celui des biens de production. Dans le deuxième cas, il se produit une transformation de la structure du système économique. On fabrique d'abord plus de biens de production et moins de biens de consommation. Il y a hausse des prix à la fois sur le marché des biens de production et sur celui des biens de consommation. Mais à l'issue de la transformation, quand les moyens de production nouveaux ont accru le volume des biens de consommation, le revenu réel de la communauté se trouve augmenté en même temps que le revenu monétaire et il se produit une baisse des prix.

L'influence stimulante que la monnaie nouvelle exerce sur l'économie peut résulter de l'augmentation de la monnaie métallique, mais elle est normalement l'effet de la création de la monnaie par les banques en vue du crédit. Ce phénomène présente aux yeux de Schumpeter une importance considérable. La création de nouveaux crédits fait disparaître les obstacles qui, dans un régime de propriété privée, s'opposent à ceux qui ne disposent pas encore de moyens de production. Elle permet à des forces créatrices nouvelles de se mettre en action. Le crédit est ainsi, pour Schumpeter, un levier formidable du développement économique; il est la méthode spécifique du progrès économique en régime capitaliste.

Quelque intérêt que présentent les conceptions de Schumpeter sur le rôle du crédit, l'originalité majeure de la théorie réside dans la liaison qu'elle établit entre le revenu et le circuit monétaire. Pour comprendre toute l'importance du point de vue de Schumpeter, il est indispensable de jeter un regard en arrière sur l'ensemble des théories monétaires. La détermination du niveau des prix, objet de toute théorie monétaire, est fondée sur la comparaison d'une certaine somme de biens et d'une certaine somme de monnaie qui s'échangent l'une contre l'autre. Les différentes façons d'envisager les rapports de la monnaie et des prix se distinguent par le choix de la somme de monnaie et, corrélativement, de la somme de biens qui sont pris comme termes de comparaison. De ce point de vue, toutes les théories qui ont été rencontrées au cours des précédents chapitres se ramènent à l'une ou à l'autre de deux conceptions fondamentales, qu'on peut appeler théorie de la masse ou du stock monétaire et théorie du flux monétaire.

Dans les théories du stock monétaire, les deux sommes qui s'opposent sont, d'une part, la somme de tous les biens qui s'échangent au cours d'une période de temps donnée et, d'autre part, la somme de toutes les unités monétaires existantes comptées à un instant donné. Seulement, du fait qu'une même unité monétaire peut figurer plusieurs fois dans les paiements, il n'y a pas égalité entre la somme des prix de tous les biens échangés et la somme des unités monétaires, entre le montant des transactions et le montant du stock monétaire. Pour rétablir l'équilibre, il faut multiplier le stock monétaire par un coefficient, la vitesse de circulation de la monnaie, qui exprime le nombre de fois que chaque unité monétaire a été utilisée pour effectuer des paiements au cours de la période de temps considérée. Tout le problème revient à déterminer la valeur de ce coefficient et aucune des théories du stock monétaire n'en donne de solution satisfaisante parce que, ni la notion de vitesse de renouvellement des encaisses individuelles, ni celle d'encaisse désirée, ne révèlent suffisamment la nature de la vitesse de circulation pour qu'il soit possible de discerner exactement les causes qui peuvent la faire varier et l'amplitude que peuvent prendre ses variations.

Dans les théories du flux monétaire, les deux éléments en présence sont la somme des biens de consommation vendus au cours d'une période de temps donnée et le montant des revenus des consommateurs pendant le même temps, c'est-à-dire le flux de monnaie qui leur parvient et qui est utilisé par eux pour l'achat des biens de consommation. Ici, réserve faite de ce qu'une partie des revenus peut être épargnée au lieu d'être dépensée, il y a égalité entre le prix des biens de consommation et le montant des revenus. Le niveau des prix résulte directement de la comparaison des deux éléments en présence, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir un coefficient complémentaire.

C'est une supériorité certaine des théories du flux monétaire sur celles de la masse monétaire.

Cependant, la simple comparaison du flux des revenus et du flux des biens de consommation qui s'échangent l'un contre l'autre pendant une période de temps donnée ne révèle pas dans toute sa complexité la relation qui existe entre les revenus et les prix. Elle ne rend compte que de l'influence directe des variations des revenus sur le niveau des prix. Mais à cette action directe, se superpose une action indirecte. En effet, si une cause quelconque produit une variation des revenus, une augmentation par exemple, d'où résulte une hausse des prix, les dépenses nouvelles des acheteurs engendrent des revenus nouveaux chez les vendeurs immédiats et chez tous les vendeurs successifs en remontant le processus de la production : l'augmentation des revenus et la hausse des prix tendent à se perpétuer, alors même qu'a disparu la cause première qui leur a donné naissance. Si l'on veut embrasser la question dans toute son ampleur, il faut non seulement connaître l'effet direct de l'augmentation initiale des revenus, mais le rapport qui existe entre cette augmentation initiale et le régime permanent de revenus et de prix qui tend à s'établir et à subsister jusqu'à ce qu'une cause nouvelle provoque une nouvelle variation des revenus. Pour connaître ce rapport, il est nécessaire d'étudier la circulation du flux monétaire créateur de revenus à travers l'organisme économique. A cet effet, il faut déterminer le montant de la monnaie qui participe à cette circulation et la vitesse avec laquelle elle parcourt le circuit.

Ainsi, les théories du flux monétaire, comme celles de la masse monétaire, exigent pour être complètes l'introduction d'un facteur vitesse. Mais la vitesse de circulation qui figure dans les théories de la masse monétaire n'est qu'un coefficient dont la signification reste confuse et dont il est malaisé de prévoir les fluctuations. Au contraire, la vitesse de rotation de la monnaie est un concept plus clair, on voit immédiatement qu'elle se rattache à l'intervalle de temps qui sépare les dépenses et les recettes des diverses individualités qui figurent dans le circuit et il semble, de ce fait, qu'on puisse mieux saisir les causes de ses variations.

Il apparaît, en définitive, que l'explication la plus commode et la plus exacte des phénomènes monétaires doit être recherchée dans l'étude de la circulation du flux monétaire à travers l'organisme économique. De cette étude, la théorie de Schumpeter pose les principes fondamentaux. Mais l'application qui en est faite manque de rigueur. Une théorie plus complète devra s'efforcer d'abord de préciser la notion de thésaurisation et de définir de façon rigoureuse la fraction des encaisses individuelles et collectives qui participe effectivement à la circulation monétaire. Il sera également nécessaire de préciser la notion de vitesse de rotation en déterminant mathématiquement sa relation avec l'intervalle de temps qui sépare les dépenses et les recettes des diverses individualités économiques. Il deviendra alors possible de rechercher si la quantité de monnaie qui circule effectivement n'est pas susceptible de varier, sous certaines influences, indépendamment de la quantité totale de monnaie existante et si la vitesse de rotation de la monnaie elle-même ne peut pas subir des fluctuations importantes, ce qui infirmerait les conclusions quantitatives de la théorie de Schumpeter. Il faudra, enfin, tenir compte de ce que le circuit monétaire présente des points de bifurcation où la monnaie peut s'engager dans des embranchements différents. La monnaie nouvellement créée, au lieu d'aller sur le marché des biens de consommation, peut se porter sur celui des biens de production : c'est, en particulier, la question du rôle du crédit à la production qui se trouve posée. Les revenus des consommateurs, au lieu d'être dépensés, peuvent être thésaurisés ou placés : le problème de l'épargne devra être examiné. Tel semble devoir être dans ses grandes lignes le plan d'une étude des rapports de la monnaie et des prix, envisagée sous l'angle de la circulation du flux monétaire à travers l'économie.

DEUXIÈME PARTIE

La circulation de la monnaie à travers les caisses individuelles.

CHAPITRE PRÉLIMINAIRE

Les chapitres précédents ont montré que la solution exacte du problème des rapports de la monnaie et des prix doit être recherchée dans l'étude de la circulation de la monnaie à travers l'économie. Mais avant d'étudier le mouvement de la monnaie dans le circuit économique entier, il faut analyser son mouvement à travers chaque élément du circuit, il faut évaluer la vitesse avec laquelle la monnaie traverse les différentes encaisses qu'elle rencontre au cours du cycle qu'elle décrit ou, ce qui revient au même, déterminer l'intervalle de temps qui sépare les recettes et les dépenses des individus placés sur le circuit. Il convient tout d'abord de montrer que la vitesse de renouvellement de l'encaisse qui est la base de la notion habituelle de vitesse de circulation de la monnaie n'exprime qu'imparfaitement la vitesse avec laquelle la monnaie traverse les encaisses individuelles.

Supposons, en effet, un individu qui, au début d'une période de 100 jours possède en caisse ou à son compte en banque une somme de 1.100 francs. Le deuxième jour, il fait une dépense de 200 francs; son encaisse est ramenée à 900 francs. Le troisième jour, il fait une recette de 200 francs, son encaisse redevient 1.100 francs et ainsi de suite pendant cent jours.

L'encaisse moyenne de cet individu est de 1.000 francs. Le total de ses dépenses est de 50 fois 200 francs, soit 10.000 francs. La vitesse de renouvellement de son encaisse est de : fr 210

$$\frac{10.000}{1.000} = 10 \text{ pour } 100 \text{ jours.}$$

Supposons maintenant un deuxième individu qui, au début d'une période de 100 jours, possède 2.000 francs; son encaisse reste inchangée pendant les 10 premiers jours. Le onzième jour, il fait une dépense de 2.000 francs et son encaisse reste à zéro pendant dix jours; le vingt et unième jour, il fait une recette de 2.000 francs; son encaisse est ramenée à 2.000 francs et reste inchangée pendant dix jours; le trente et unième jour, il fait une dépense de 2.000 francs et son encaisse reste à zéro pendant dix jours et ainsi de suite pendant cent jours.

L'encaisse moyenne de cet individu est encore de 1.000 francs; la somme de ses dépenses est de 5 fois 2.000 francs; soit 10.000 francs. La vitesse de renouvellement de son encaisse est de :

$$\frac{10.000}{1.000} = 10 \text{ pour } 100 \text{ jours.}$$

Elle est la même que dans le premier cas.

Cependant, il existe entre les deux cas une différence essentielle. Dans le premier, les dépenses de l'individu auraient pu être assurées par une encaisse moyenne de 100 francs seule-

ment, soit un dixième de l'encaisse moyenne réelle; les neuf dixièmes de l'encaisse que possédait effectivement l'individu sont restés inutiles. Par contre, l'intervalle de temps séparant les recettes et les dépenses a été d'un jour.

Dans le deuxième cas, l'encaisse totale moyenne de 1.000 francs a été nécessaire pour couvrir les dépenses. En revanche, l'intervalle de temps séparant les recettes et les dépenses a été de dix jours, c'est-à-dire qu'il a été dix fois plus grand que dans le premier cas.

Cet exemple montre que la notion de vitesse de renouvellement de l'encaisse et, par suite, la notion habituelle de la vitesse de circulation recouvre deux notions distinctes. La première est le rapport qui existe entre l'encaisse minima qui serait nécessaire pour assurer les dépenses et l'encaisse possédée effectivement. C'est ce qu'on peut appeler le coefficient d'utilisation de l'encaisse. La deuxième est la rapidité avec laquelle les dépenses succèdent aux recettes. C'est ce qu'on peut appeler la vitesse avec laquelle la monnaie traverse les encaisses ou plus brièvement la vitesse de traversée des encaisses.

Le chapitre qui suit aura pour objet, connaissant les recettes et les dépenses d'un individu au cours d'une période de temps, de déterminer la vitesse avec laquelle la monnaie traverse son encaisse et de rechercher quelle relation existe entre cette vitesse de traversée et la vitesse de renouvellement de l'encaisse et, par suite, quel rapport elle présente avec la vitesse de circulation telle qu'elle est habituellement définie.

CHAPITRE VII

LA VITESSE DE TRAVERSÉE DES ENCAISSES ET LA VITESSE DE CIRCULATION DE LA MONNAIE

SECTION I

Définition et calcul de la vitesse de traversée d'une encaisse.

Nous nous proposons, connaissant les recettes et les dépenses d'un individu au cours d'une certaine période de temps, de définir et de calculer la vitesse moyenne avec laquelle la monnaie traverse son encaisse. Le terme d'individu est pris ici dans un sens très large; il peut désigner non seulement un individu à proprement parler, mais tout groupement qui constitue une individualité comptable, tel qu'une entreprise industrielle ou commerciale ou même une association à but non lucratif ou une collectivité publique dans la mesure où elles participent à la vie économique.

Soit T la durée de la période envisagée qui s'étend de la date initiale t_0 à la date finale $t_f = t_0 + T$. Entre les dates t_0 et t_f l'individu I considéré a effectué n opérations monétaires aux dates successives $t_1, t_2, \ldots, t_n$. Sur ces n opérations, il y a un certain nombre p de recettes et un nombre $q = n - p$ de dépenses. Mais il est commode pour les notations de faire correspondre à chacune des dates $t_1, t_2, \ldots, t_n$ à la fois une recette et une dépense. Si donc, à la date t_i, I effectue une recette d'un montant R_i, nous dirons aussi qu'à la date t_i il a effectué une dépense d'un montant $D_i = 0$. Si à la date t_k I a effectué une dépense d'un montant D_k, nous dirons aussi qu'à la date t_k il a effectué une recette d'un montant $R_k = 0$.

Moyennant ces conventions, aux n dates $t_1, t_2, \ldots, t_n$, correspondent n recettes $R_1, R_2, \ldots R_n$ (dont p seulement ne sont pas nulles) et n dépenses $D_1, D_2, \ldots, D_n$ (dont q seulement ne sont pas nulles).

Nous appellerons encaisse réduite et pour abréger encaisse E de I à une date quelconque t de la période la somme algébrique des recettes et des dépenses effectuées de la date t_0 à la date t, les recettes étant affectées du signe plus et les dépenses du signe moins. E est ainsi un nombre algébrique qui pourra être positif ou négatif.

Pour calculer son expression, il est commode d'introduire une nouvelle notation. Nous désignerons par A_i l'opération monétaire, recette ou dépense, effectuée par I à la date t_i, A_i étant un nombre algébrique dont la valeur absolue est égale au montant de la recette ou de la dépense et dont le signe est plus ou moins, suivant qu'il s'agit d'une recette ou d'une dépense. Avec ces notations, il correspond aux n dates $t_1, t_2, \ldots, t_n$, n opérations $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

L'encaisse réduite initiale est par définition :

$$E_0 = 0.$$

L'encaisse E_p à une date quelconque comprise entre t_p et t_{p+1} est :

$$E_p = A_1 + A_2 + \ldots + A_p.$$

L'encaisse finale est :

$$E_n = A_1 + A_2 + \ldots + A_n.$$

Ces définitions posées, nous distinguerons plusieurs cas suivant les caractères de l'activité monétaire de I au cours de la période considérée.

§ 1. — *Premier cas.*

Les recettes et les dépenses de I pendant la période T satisfont aux deux conditions suivantes :

Première condition. — A chaque instant, la somme des recettes effectuées depuis le début t_0 de la période jusqu'à l'instant considéré est supérieure ou égale à la somme des dépenses effectuées pendant le même temps.

Cette condition est nécessaire et suffisante pour que toutes les dépenses de la période puissent être acquittées uniquement au moyen de monnaie provenant des recettes de la période.

Algébriquement, la condition exprime que l'encaisse, à tout instant, doit être positive ou nulle.

$$E_k = A_1 + A_2 + \ldots + A_k \geqslant 0.$$

quel que soit k compris entre 0 et n.

Deuxième condition. — La somme totale des dépenses pendant toute la période est égale à la somme totale des recettes pendant le même temps.

Cette condition est nécessaire et suffisante pour que la monnaie provenant des recettes de la période puisse être utilisée intégralement à couvrir les recettes de la période.

Algébriquement, elle exprime que l'encaisse finale est nulle.

$$E_n = A_1 + A_2 + \ldots + A_n = 0,$$

ou, en mettant en évidence les recettes et les dépenses,

$$R_1 + R_2 + \ldots + R_n = D_1 + D_2 + \ldots + D_n$$

ou, plus brièvement :

$$\Sigma A_i = 0$$
$$\Sigma R_i = \Sigma D_i,$$

en convenant que le signe Σ sans indice désigne une sommation étendue à toutes les opérations de la période.

L'ensemble des deux conditions précitées constitue la condition nécessaire et suffisante pour que les dépenses de la période puissent être acquittées uniquement et intégralement au moyen de la totalité de la monnaie provenant des recettes de la période.

Si ces conditions sont remplies, on peut considérer qu'il a circulé pendant la période considérée à travers l'encaisse de l'individu, une somme de monnaie égale à la somme commune des recettes et des dépenses au cours de la période. Pour cette raison, nous donnerons aux deux conditions ci-dessus le nom de conditions de circulation.

Nous dirons, d'autre part, que la somme commune des recettes et des dépenses au cours de la période représente le flux de monnaie M qui a traversé l'encaisse.

$$M = \Sigma R_i = \Sigma D_i.$$

Nous pouvons maintenant définir la vitesse de traversée de l'encaisse de I pendant la période T.

L'acquittement des dépenses de la période au moyen de la monnaie provenant des recettes de la période, possible en vertu des conditions précédemment supposées, peut être réalisé en général d'une infinité de manières.

Considérons l'une d'entre elles :

La recette R_1 réalisée à la date t_1 est fractionnée en n sommes partielles : $M_1^1, M_1^2, \ldots, M_1^n$.

La fraction M_1^1 est dépensée à la date t_1 dans la recette D_1,

La fraction M_1^2 est dépensée à la date t_2 dans la recette D_2,

. . . . . .

La fraction M_1^n est dépensée à la date t_n dans la recette D_n.

Il faut remarquer qu'un certain nombre de ces fractions M_1^k (à commencer par M sont nécessairement nulles; ce sont toutes celles dont l'indice k a trait à une dépense D_k qui est nulle. Mais cela ne nuit en rien à la validité des calculs qui suivront.

D'une façon générale, la recette R_j supposée non nulle est fractionnée en n sommes partielles $M_j^1, M_j^2, \ldots M_j^n$, affectées respectivement aux dépenses $D_1, D_2, \ldots, D_n$, la fraction M_j^k étant affectée à la dépense D_k.

Si R_j était nulle toutes les fractions correspondantes seraient nulles. R_j n'étant pas nulle, un certain nombre de fractions M_j^k sont toutefois nécessairement nulles; ce sont d'abord toutes celles dont l'indice k est inférieur à j (une dépense ne pouvant être acquittée qu'au moyen de monnaie provenant de recettes antérieures) et ensuite toutes celles dont l'indice k correspond à une dépense D_k qui est nulle.

Le fractionnement et l'affectation des recettes étant ainsi précisés, considérons les unités monétaires qui composent la fraction M_j^k. Ces M_j^k unités monétaires entrent dans l'encaisse

à la date t_j et en sortent à la date t_k. Le temps qu'elles ont mis à traverser l'encaïsse est donc :

$$\tau_j^k = t_k - t_j.$$

Nous dirons que τ_j^k est la durée de traversée de l'encaisse pour chacune des M_j unités monétaires considérées.

Nous appellerons pour ces mêmes unités monétaires, vitesse de traversée de l'encaisse, l'inverse de la durée de traversée :

$$w_j^k = \frac{1}{\tau_j^k}.$$

Remarquons que la vitesse de traversée de l'encaisse ainsi définie se confond avec la vitesse de circulation des unités monétaires considérées, telle qu'elle a été définie au chapitre II. En effet, chacune de ces unités monétaires effectuant une opération pendant le temps τ_j^k, (les deux opérations recette et dépense étant situées aux extrémités de l'intervalle de temps τ_j^k, une seule doit être comptée), le nombre d'opérations qu'elle effectue par unité de temps est bien :

$$\frac{1}{\tau_j^k} = w_j^k.$$

Ces définitions posées, nous allons calculer la moyenne arithmétique des durées de traversée de l'encaisse de toutes les unités monétaires M_j^k, c'est-à-dire de la totalité des unités monétaires qui ont circulé à travers l'encaisse de I pendant la période T. Soit τ cette moyenne arithmétique. On a :

$$\tau = \frac{\sum\limits_{j=1}^{j=n}\sum\limits_{k=1}^{k=n} M_j^k (t_k - t_j)}{\sum\limits_{j=1}^{j=n}\sum\limits_{k=1}^{k=n} M_j^k} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{j=n}\sum\limits_{k=1}^{k=n} M_j (t_k - t_j)}{M}.$$

Considérons dans le numérateur tous les termes en $M_j\, t_j$. Ce sont, avec leur signe :

$$\begin{aligned} -\sum_{k=1}^{k=n} M_j^k\, t_j &= -(M_j^1\, t_j + M_j^2\, t_j + \dots + M_j^n\, t_j) \\ &= -(M_j^1 + M_j^2 + \dots + M_j^n)\, t_j \\ &= -R_j\, t_j \end{aligned}$$

puisque $M_j^1, M_j^2, \dots, M_j^n$, sont les n fractions en lesquelles a été décomposée la recette R_j.

Considérons de même tous les termes en $M^k\, t_k$. Ce sont :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{j=n} M_j^k\, t_k &= M_1^k\, t_k + M_2^k\, t_k + \dots + M_n^k\, t_k \\ &= (M_1^k + M_2^k + \dots + M_n^k)\, t_k \\ &= D_k\, t_k \end{aligned}$$

puisque $M_1^k, M_2^k, \dots, M_n^k$ sont les n fractions de recettes qui ont servi à l'acquittement de la dépense D_k.

Il résulte de là que :

$$\tau = \frac{\sum\limits_{k=1}^{k=n} D_k\, t_k - \sum\limits_{j=1}^{j=n} R_j\, t_j}{M}$$

ce qu'on peut écrire plus simplement :

$$\tau = \frac{\Sigma\, D_i\, t_i - \Sigma\, R_i\, t_i}{M}$$

les Σ sans indice indiquant une sommation étendue à toute la période.

L'égalité à laquelle nous venons d'aboutir :

$$\tau = \frac{\Sigma\, D_i\, t_i - \Sigma\, R_i\, t_i}{M}$$

met en évidence un résultat capital. La moyenne arithmétique des durées de traversée des diverses unités monétaires qui ont traversé l'encaisse ne dépend que du montant des diverses

recettes et des diverses dépenses et de leurs dates; elle est indépendante du mode de fractionnement adopté, c'est-à-dire de la façon dont la monnaie provenant des recettes est affectée à l'acquittement des dépenses.

Cette moyenne arithmétique est donc caractéristique de l'activité monétaire de l'individu I au cours de la période considérée. On peut donc légitimement l'appeler la durée moyenne de traversée de l'encaisse de l'individu I pendant la période T.

Nous appellerons vitesse moyenne de traversée de l'encaisse de l'individu I pendant la période T l'inverse de la durée de traversée

$$w = \frac{1}{\tau} = \frac{M}{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}.$$

On verrait facilement que w représente la moyenne harmonique des vitesses de traversée des diverses unités monétaires qui ont traversé l'encaisse de I pendant la période T.

Encaisse réduite moyenne.

Nous appellerons encaisse réduite moyenne E_m de I pendant la période T la moyenne arithmétique des encaisses réduites successives affectées de coefficients égaux aux temps pendant lesquels ces encaisses sont détenues.

Mettons en évidence les valeurs des encaisses susccessives et, en regard, les temps pendant lesquels elles sont détenues.

$$\begin{array}{ll} E_0 = 0 & t_1 - t_0 \\ E_1 = A_1 & t_2 - t_1 \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots \\ E_p = A_1 + A_2 + \dots + A_p & t_{p+1} - t_p \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots \\ E_n = A_1 + A_2 + \dots + A_n & t_f - t_n. \end{array}$$

On a par définition :

$$E_m = \frac{E_0 (t_1 - t_0) + E_1 (t_2 - t_1) + \dots + E_p (t_{p+1} - t_p) + \dots + E_n (t_f - t_n)}{(t_1 - t_0) + (t_2 - t_1) + \dots + (t_{p+1} - t_p) + \dots + (t_f - t_n)}$$

$$E_m = \frac{0 (t_1 - t_0) + A_1 (t_2 - t_1) + \dots + (A_1 + A_2 + \dots + A_p) (t_{p+1} - t_p) + \dots + (A_1 + A_2 + \dots + A_n) (t_f - t_n)}{T}$$

$$E_m = \frac{A_1 (t_f - t_1) + A_2 (t_f - t_2) + \dots + A_n (t_f - t_n)}{T}$$

$$= \frac{(A_1 + A_2 + \dots + A_n) t_f - (A_1 t_1 + A_2 t_2 + \dots + A_n t_n)}{T}$$

Et, comme en vertu de la deuxième condition de circulation,

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n = 0,$$

il reste :

$$E_m = \frac{-(A_1 t_1 + A_2 t_2 + \dots + A_n t_n)}{T} = \frac{-\Sigma A_i t_i}{T}$$

ou, en mettant en évidence les recettes et les dépenses :

$$E_m = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{T}.$$

Si l'on tient compte de la relation :

$$\tau = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{M}$$

qui définit la durée de traversée de l'encaisse, on voit que l'encaisse réduite moyenne et la durée de traversée de l'encaisse sont liées par la relation :

$$E_m = \frac{M\tau}{T}$$

Si l'on introduit la vitesse de traversée de l'encaisse, la relation devient :

$$E_m = \frac{M}{w\,T}$$

ou :

$$M = E_m w T.$$

Si, maintenant, on prend la durée T de la période comme unité de temps, ces relations deviennent :

$$E_m = M \tau$$
$$M = E_m w.$$

L'encaisse réduite moyenne est égale au flux de monnaie qui la traverse dans l'unité de temps multiplié par la durée de traversée de l'encaisse.

Inversement, le flux de monnaie qui traverse l'encaisse par unité de temps est égal à l'encaisse réduite moyenne multipliée par la vitesse de traversée de l'encaisse.

Choix de la période à envisager
par le calcul de la vitesse de traversée de l'encaisse.

Nous n'avons fait jusqu'ici aucune hypothèse sur la période pendant laquelle on détermine la vitesse de traversée de l'encaisse. Mais il est clair que le choix de cette période ne doit pas être fait au hasard si l'on veut que la vitesse de traversée que l'on détermine donne une idée exacte de l'activité monétaire de l'individu considéré.

Tout d'abord, si les recettes et les dépenses d'un individu se retrouvent à peu près les mêmes chaque mois ou chaque année par exemple, c'est évidemment une période d'un mois ou d'une année qu'il faut choisir pour le calcul de la vitesse de traversée de l'encaisse.

Le choix de l'origine de la période ne doit pas non plus être laissé au hasard. Si un individu perçoit par exemple 1.500 francs le 1er et le 15 de chaque mois et dépense 3.000 francs le 30, il est naturel de penser que c'est la monnaie perçue le 1er et le 15 qui lui sert pour acquitter ses dépenses du 30 (il en est même nécessairement ainsi dans le cas où l'encaisse de l'individu se trouve « à sec » à la fin de chaque mois). Il faut donc choisir comme origine de la période, non le 14 ou le 25, mais le 1er du mois.

D'une façon générale, la durée de la période doit être choisie de manière qu'elle corresponde à la périodicité des opérations monétaires, si elle existe, et son origine de manière que les conditions de circulation soient autant que possible satisfaites.

Nous allons montrer que si l'activité monétaire d'un individu présente ce double caractère que les recettes et les dépenses se reproduisent périodiquement au bout d'un intervalle de temps T et que le montant total des recettes et le montant total des dépenses sont égaux pendant une période de durée T, on peut toujours choisir l'origine d'une période de durée T de façon que les conditions de circulation soient satisfaites.

Soit donc t_0 l'origine d'une période de durée T au cours de laquelle le montant total des recettes et le montant total des dépenses d'un individu sont égaux. Nous désignerons toujours par $A_1, A_2, \ldots, A_n$ les opérations effectuées au cours de cette période aux dates respectives $t_1, t_2, \ldots, t_n$.

On a d'abord :

$$E_n = A_1 + A_2 + \ldots + A_n = 0,$$

en vertu des hypothèses faites.

Si, d'autre part, toutes les encaisses successives $E_1, E_2, \ldots, E_n$ sont positives ou nulles, les deux conditions de circulation sont vérifiées et t_0 convient comme origine de la période.

Supposons maintenant qu'il n'en soit pas ainsi, c'est-à-dire que certaines des encaisses E soient négatives. Envisageons alors les opérations effectuées après la fin de la période. En vertu de l'hypothèse de périodicité, une opération A_{n+1} sera effectuée à la date $t_{n+1} = t_n + T$ et l'on aura :

$$A_{n+1} = A_1.$$

D'une façon générale, quel que soit k, à la date $t_{n+k} = t_k + T$ sera effectuée l'opération A_{n+k} et l'on aura :

$$A_{n+k} = A_k.$$

Calculons l'encaisse à la date t_{n+k}.

$$E_{n+k} = A_1 + A_2 + \ldots + A_k + A_{k+1} + \ldots + A_n + A_{n+1} + \ldots + A_{n+k}.$$

Mais $A_1 + A_2 + \ldots + A_n = 0$ par hypothèse.

D'autre part :

$$A_{n+1} = A_1$$
$$A_{n+2} = A_2$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$A_{n+k} = A_k.$$

Donc :

$$E_{n+k} = A_1 + A_2 + \ldots + A_k = E_k.$$

Cela posé, considérons une autre période de durée T ayant pour origine une date t'_0 comprise entre les dates t_p et t_{p+1}.

Les encaisses successives au cours de cette période seront :

$$E'_1 = A_{p+1} = E_{p+1} - E_p$$
$$E'_2 = A_{p+1} + A_{p+2} = E_{p+2} - E_p$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$E'_{n-p} = A_{p+1} + A_{p+2} + \ldots + A_n = E_n - E_p$$
$$E'_{n-p+1} = A_{p+} \quad + A_{p+2} + \ldots + A_n + A_{n+1} = E_{n+1} - E_p = E_1 - E_p$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$E'_{n-p+k} = A_{p+1} + A_{p+2} + \ldots + A_n + A_{n+1} + \ldots + A_{n+k} = E_{n+} \quad - E_p = E_k - E_p$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$E'_n = A_{p+1} + A_{p+2} + \ldots + A_n + A_{n+1} + \ldots + A_{n+p} = E_{n+p} - E_p = E_p - E_p = 0.$$

On voit que l'encaisse finale dans la nouvelle période considérée est nulle et que, par conséquent, la deuxième condition de circulation est réalisée.

(Cela montre en passant que si les dépenses et les recettes se reproduisent périodiquement au bout d'un intervalle de temps T et si le montant total des recettes est égal à celui des dépenses pendant une certaine période de durée T, la même égalité existe entre le montant total des recettes et celui des dépenses pour toute période de durée T quelle qu'en soit l'origine.)

On voit d'autre part que les encaisses successives dans la nouvelle période se déduisent des encaisses successives dans l'ancienne période par soustraction d'un même nombre E_p.

Si donc on choisit la date t'_0 de façon que l'encaisse E_p soit celle des encaisses négatives de l'ancienne période qui a la plus grande valeur absolue (ou l'une d'entre elles s'il y en a plusieurs égales), les encaisses successives dans la nouvelle période seront toutes positives ou nulles et la première condition de circulation sera réalisée.

Il est donc toujours possible, dans les hypothèses envisagées, de choisir l'origine de la période de façon que les conditions de circulation soient vérifiées.

Nous avons, dans ce premier paragraphe, défini la vitesse de traversée d'une encaisse lorsque les conditions de circulation sont vérifiées. Nous dirons plus loin que ces conditions de circulation correspondent aux conditions habituelles de l'activité monétaire des individus. Il n'en est pas moins intéressant, du point de vue théorique, de définir la vitesse de traversée des encaisses lorsque les conditions de circulation ne sont plus réalisées. Ce sera l'objet des deux paragraphes suivants.

§ 2. — *Deuxième cas.*

Les recettes et les dépenses de I pendant la période considérée satisfont à la première condition de circulation, mais non à la deuxième. A chaque instant, la somme des recettes depuis l'origine jusqu'à l'instant considéré est supérieure ou égale à la somme des dépenses pendant le même temps. Mais la somme totale des recettes au cours de la période est supérieure et non plus égale à la somme des dépenses.

Avant de voir les conséquences qui découlent de ces conditions, il est nécessaire, en vue de la suite des calculs, d'introduire une nouvelle notion, celle de coencaisse.

COENCAISSE

Nous avons défini l'encaisse réduite comme la somme algébrique des recettes et des dépenses effectuées depuis le début de la période jusqu'à un instant donné.

Considérons maintenant la quantité analogue obtenue en faisant la somme algébrique des recettes et des dépenses dans l'ordre chronologique inverse en remontant depuis la date finale de la période jusqu'à l'instant considéré. Nous appellerons cette somme coencaisse à l'instant considéré.

L'encaisse, à un instant t compris entre les dates t_p et t_{p+1}, est :

$$E_p = A_1 + A_2 + \ldots + A_p.$$

La coencaisse au même instant, que nous appellerons coencaisse conjuguée de l'encaisse E_p, est :

$$C_{p+1} = A_n + A_{n-1} + \ldots + A_{p+2} + A_{p+1}.$$

On voit immédiatement que :

$$E_p + C_{p+1} = A_1 + A_2 + \ldots + A_p + A_{p+1} + \ldots + A_n = E_n.$$

Il existe donc entre une encaisse quelconque et sa coencaisse conjuguée la relation :

$$E_p + C_{p+1} = E_n.$$

d'où, en particulier,

$$E_0 + C_1 = E_n,$$

et comme

$$E_0 = 0$$
$$C_1 = E_n.$$

La coencaisse initiale est égale à l'encaisse finale.

Dans le cas où la somme totale des recettes et la somme totale des dépenses au cours de la période sont égales, l'encaisse finale E_n étant nulle, la relation entre une encaisse et sa coencaisse conjuguée s'écrit :

$$C_{p+1} = - E_p.$$

L'encaisse et sa coencaisse conjuguée sont opposées.

Il en résulte que, dans le cas où la somme totale des recettes et la somme totale des dépenses au cours de la période sont égales, la condition que l'encaisse à chaque instant soit positive ou nulle est équivalente à la condition que la coencaisse à chaque instant soit négative ou nulle. Nous aurons à utiliser ce résultat ultérieurement.

Revenons maintenant à l'examen des conditions supposées plus haut pour l'activité monétaire de l'individu I.

Du fait que la somme des recettes depuis l'origine jusqu'à un instant quelconque est toujours supérieure ou égale à la somme des dépenses pendant le même temps, il résulte que les dépenses de la période peuvent être acquittées intégralement au moyen de la monnaie provenant des recettes de la période.

Mais, puisque la somme totale des recettes au cours de la période est supérieure à la somme totale des dépenses, toute la monnaie provenant des recettes de la période ne sera pas utilisée pour acquitter les dépenses. Une partie seulement de cette monnaie, d'un montant égal à la somme des dépenses, sera employée pour acquitter les dépenses. Le reste, d'un montant égal à l'excès de la somme des recettes sur la somme des dépenses, s'accumulera dans l'encaisse de l'individu; nous dirons que cette partie de la monnaie provenant des recettes sera thésaurisée.

On peut donc considérer que, pendant la période T, il y aura eu thésaurisation d'une quantité de monnaie égale à l'excès de la somme totale des recettes sur la somme totale des dépenses et que l'encaisse de I n'aura été traversée que par un flux de monnaie égal à la somme totale des dépenses.

La durée de traversée de l'encaisse de I pendant la période T sera la moyenne arithmétique des durées de traversée de l'encaisse relatives à celles des unités monétaires provenant des recettes de I qui auront été affectées au paiement de ses dépenses. Pour calculer ce temps de traversée, il faudra donc déterminer, parmi l'ensemble des recettes de I, les recettes ou fractions de recettes qui seront juste suffisantes pour assurer l'acquittement des dépenses.

Algébriquement, le problème se présente de la façon suivante : Nous appellerons opérations brutes les opérations monétaires $A'_1, A'_2, \ldots, A'_n$, effectuées par I pendant la période T aux dates successives $t_1, t_2, \ldots, t_n$. Ces opérations brutes se divisent en n recettes brutes $R'_1, R'_2, \ldots, R'_n$ et n dépenses brutes $D'_1, D'_2, \ldots, D'_n$ (l'un ou l'autre des R et D de même indice étant nécessairement nul). Nous appellerons encaisse et coencaisse brutes l'encaisse et la coencaisse résultant de ces opérations brutes.

Chacune des recettes brutes R'_i doit être divisée en deux fractions : R_i et L_i.

$$R'_i = R_i + L_i$$

le nombre L_i étant essentiellement positif ou nul, de telle façon que l'ensemble des fractions de recettes $R_1, R_2, \ldots, R_n$ (dont certaines peuvent être égales à la totalité des recettes brutes correspondantes) soit juste suffisant pour assurer l'acquittement des dépenses $D'_1, D'_2, \ldots, D'_n$.

Cela exige en premier lieu que la somme des fractions R_i effectuée depuis l'origine de la période jusqu'à un instant quelconque, soit toujours supérieure ou égale à la somme des dépenses effectuées pendant le même temps. C'est-à-dire qu'on doit avoir, quel que soit le nombre k compris entre 1 et n :

$$\sum_{i=1}^{i=k} R_i \geqslant \sum_{i=1}^{i=k} D'_i.$$

Il faut, en outre, que la somme totale des fractions de recettes R_i pendant toute la période

soit égale à la somme totale des dépenses, la valeur commune de ces deux sommes représentant le flux de monnaie M qui a traversé l'encaisse de I pendant la période T.

$$\sum_{i=1}^{i=n} R_i = \sum_{i=1}^{i=n} D'_i = M.$$

Autrement dit, l'ensemble des fractions de recettes brutes R_i et des dépenses D'_i doit vérifier les conditions de circulation. Nous appellerons pour cette raison les fractions de recettes brutes R_i des recettes de circulation. Et, pour unifier les notations, nous dirons que les n dépenses brutes D'_1, D'_2, ..., D'_n sont égales, à chacune, n dépenses de circulation D_1, D_2, ..., D_n. Enfin, nous appellerons encaisse et coencaisse de circulation l'encaisse et la coencaisse déterminées par les recettes et dépenses de circulation. Les fractions de recette R_i vérifiant ces conditions, la somme totale des fractions L_i, que nous poserons égale à L, vérifie la relation :

$$L = \Sigma L_i = \Sigma R'_i - \Sigma R_i = \Sigma R'_i - \Sigma D_i,$$

la somme totale des fractions L_i est égale à l'excès de la somme totale des recettes brutes sur la somme totale des dépenses. Elle représente donc la quantité totale de monnaie thésaurisée pendant la période. Pour cette raison, nous appellerons les fractions de recettes brutes L_i des recettes de thésaurisation.

Pour effectuer les calculs conduisant à la détermination des fractions R_i et L_i, il est commode de traduire les conditions précédentes dans la notation des A.

Chacune des n opérations brutes A'_i doit être divisée en deux fractions A_i et L_i.

$$A'_i = A_i + L_i,$$

le nombre L_i étant essentiellement positif ou nul.

La fraction A_i constitue une opération de circulation et la fraction L_i une opération de thésaurisation. Ce fractionnement doit remplir les trois conditions suivantes :

1° Si l'opération A'_i est une dépense, elle doit se confondre avec l'opération de circulation A_i. Autrement dit, si A'_i est négatif, on doit avoir :

$$A_i = A'_i \qquad L_i = 0.$$

2° La somme algébrique des opérations de circulation depuis l'origine de la période jusqu'à un instant quelconque doit être positive ou nulle. Autrement dit, l'encaisse de circulation E_i doit être positive ou nulle quelle que soit i.

3° La somme algébrique totale des opérations de circulation pendant toute la période doit être nulle. Autrement dit, l'encaisse finale de circulation doit être nulle :

$$E_n = 0,$$

ou, ce qui revient au même, la coencaisse initiale de circulation doit être nulle :

$$C_1 = 0.$$

Remarquons qu'en vertu de la troisième condition $E_n = 0$, on a :

$$E_i = - C_{i+} \quad .$$

Par conséquent, la deuxième condition est équivalente à la suivante; la coencaisse de circulation C_{i+1} doit être négative ou nulle quelque soit i.

Si les trois conditions précitées déterminaient de façon unique les opérations de circulation, la durée moyenne de traversée de l'encaisse serait déterminée sans ambiguïté. Cette durée serait égale à la moyenne arithmétique des durées de traversée des diverses unités monétaires composant les recettes de circulation R_i, lesquelles sont utilisées pour acquitter les dépenses D_i. D'après ce qui a été vu au paragraphe 1, cette moyenne ne dépend pas de la façon dont les diverses unités monétaires sont affectées au paiement des diverses dépenses, et l'on aurait :

$$\tau = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{M}.$$

Mais il est facile de voir que les trois conditions en question ne suffisent pas à déterminer le système des opérations de circulation et que, par conséquent, elles ne suffisent pas à définir le temps de traversée de l'encaisse. En effet, prenons l'exemple d'un individu qui perçoit 3.000 francs le 1er et le 16 de chaque mois et qui dépense 3.000 francs le 30. Si l'on admet que la dépense du 30 est acquittée au moyen de la monnaie provenant de la recette du 1er, la durée de traversée de l'encaisse sera de 29 jours; si l'on admet que la dépense de 30 est acquittée au moyen de la monnaie provenant de la recette du 16, la durée de traversée sera de 14 jours. Si l'on admettait que la dépense du 30 est acquittée partie au moyen de monnaie provenant de la recette du 1er et partie au moyen de monnaie provenant de la recette du 16, on obtiendrait une série de durées de traversée comprises entre 14 et 29 jours.

Il faut donc, pour définir sans ambiguïté la durée de traversée, imposer aux opérations

de circulation de satisfaire à une condition supplémentaire. La condition que nous choisirons sera la suivante :

4° Les opérations de circulation doivent être choisies de telle façon que la durée de traversée qu'elles déterminent soit la plus faible entre toutes celles qui correspondent aux divers systèmes d'opérations de circulation possibles.

En vertu de la relation :

$$E_m = \frac{M\tau}{T}$$

cette condition est équivalente à la suivante :

Les opérations de circulation doivent être choisies de telle façon que l'encaisse moyenne de circulation qu'elles déterminent soit la plus faible possible.

Nous allons montrer que les quatre conditions précitées déterminent un système unique d'opérations de circulation que l'on obtient en appliquant la règle suivante :

Considérons les opérations brutes dans l'ordre chronologique inverse A'_n, A'_{n-1}, ..., A'_2, A'_1.

Pour l'opération A'_n, deux cas peuvent se présenter :

1° $A'_n < 0$ (A'_n est alors une dépense).

Dans ce cas, A'_n doit être considérée comme une opération de circulation et l'on prendra :

$$A_n = A'_n \qquad L_n = 0.$$

2° $A'_n > 0$ (A'_n est alors une recette).

Dans ce cas, A'_n doit être considérée comme une opération de thésaurisation et l'on prendra :

$$A_n = 0 \qquad L_n = A'_n.$$

Dans le premier cas, la coencaisse de circulation de rang n est :

$$C_n = A_n = A'_n$$

On a donc : $C_n < 0$.

Dans le deuxième cas, la coencaisse de circulation de rang n est :

$$C_n = A_n = 0.$$

On a :

$$C_n = 0.$$

Dans les deux cas, l'on a donc :

$$C_n \leqslant 0.$$

Les opérations suivantes se déterminent par récurrence. Supposons les opérations de circulation et de thésaurisation A_n, A_{n-1}, ..., A_p; L_n, L_{n-1}, ..., L_p, déterminées jusqu'au rang p de façon que la coencaisse de circulation soit toujours négative ou nulle. On a donc en particulier :

$$C_p = A_n + A_{n-1} + \ldots + A_p \leqslant 0.$$

Pour déterminer les opérations de circulation et de thésaurisation de rang $p - 1$, on formera la quantité $C_p + A'_{p-1}$.

Deux cas peuvent se présenter :

Premier cas. $\qquad C_p + A'_{p-1} \leqslant 0.$

ce qui a toujours lieu si A'_{p-1} est une dépense puisque l'on a :

$$C_p \leqslant 0 \qquad \text{et } A'_{p-1} < 0.$$

Dans ce cas A'_{p-1} doit être considérée comme une opération de circulation et l'on prendra :

$$A_{p-1} = A'_{p-1} \qquad L_{p-1} = 0.$$

Deuxième cas. $\qquad C_p + A'_{p-1} > 0.$

Dans ce cas, A'_{p-1} doit être fractionné en une opération de circulation (qui pourra être nulle) et une opération de thésaurisation qui ne sera pas nulle.

On devra prendre comme opération de thésaurisation la quantité :

$$L_{p-1} = C_p + A'_{p-1}.$$

L'opération de circulation sera :

$$A_{p-1} = A'_{p-1} - L_{p-1}.$$

Dans le premier cas, la coencaisse de circulation de rang $p - 1$ sera :

$$C_{p-1} = C_p + A_{p-1} = C_p + A'_{p-1}$$

et l'on aura :

$$C_{p-1} \leqslant 0.$$

Dans le deuxième cas, la coencaisse de circulation de rang $p - 1$ sera :

$$C_{p-1} = C_p + A_{p-1} = C_p + A'_{p-1} - L_{p-1},$$

et l'on aura :

$$C_{p-1} = 0.$$

Dans les deux cas, l'on aura :

$$C_{p-1} \leqslant 0.$$

Les opérations de circulation et de thésaurisation de rang $p - 1$ sont ainsi déterminées, quand on connaît les opérations de circulation jusqu'au rang p. On pourra donc déterminer de proche en proche toutes les opérations de circulation et de thésaurisation en partant des opérations de rang n. Cette détermination est unique. Montrons qu'elle satisfait aux conditions précédemment énoncées.

Nous avons déjà montré, au cours du calcul précédent, que toute dépense brute est choisie comme opération de circulation et que la coencaisse de circulation est toujours négative ou nulle.

Montrons que l'encaisse finale E_n ou, ce qui revient au même, la coencaisse initiale C_1 est nulle.

Soit k le rang de la dernière opération de thésaurisation dans l'ordre chronologique inverse ce qui signifie que l'on a :

$$L_k > 0$$
$$L_{k-1} = L_{k-} \quad = \ldots = L_2 = L_1 = 0.$$

La coencaisse brute de rang k est :

$$\begin{aligned} C'_k &= A'_n + A'_{n-1} + \ldots + A'_k \\ &= A_n + A_{n-1} + \ldots + A_k + L_n + L_{n-1} + \ldots + L_k \\ &= C_k + \sum_{i=n}^{i=k} L_i \end{aligned}$$

On a, d'autre part :

$$\sum_{i=n}^{i=k} L_i = \sum_{i=n}^{i=1} L_i = L$$

puisque $L_{k-1} = L_{k-2} = \ldots = L_2 = L_1 = 0$.

On a donc :

$$C'_k = C_k + L.$$

On a d'autre part :

$$C_k = 0.$$

puisqu'il y a thésaurisation au rang k.

Et, par conséquent :

$$C'_k = L.$$

Cette valeur L est la plus grande valeur que puisse avoir la coencaisse brute au cours de la période.

Considérons, en effet, une coencaisse brute quelconque de rang p. On a :

$$C'_p = C_p + \sum_{i=n}^{i=p} L_i$$

C_p étant une coencaisse de circulation, on a :

$$C_p \leqslant 0.$$

On a, d'autre part, évidemment :

$$\sum_{=n}^{i=p} L_i \leqslant \sum_{i=n}^{i=1} L_i$$

ou :

$$\sum_{i=n}^{i=p} L_i \leqslant L$$

On a donc bien, quel que soit p :

$$C'_p \leqslant L$$

et, en particulier :

$$C'_1 \leqslant L.$$

D'autre part, il n'existe pas de coencaisse brute supérieure à C'_1.

Soit, en effet, C'_{q+1} une coencaisse brute quelconque, on a, d'après la relation entre une encaisse et sa coencaisse conjuguée :

$$\begin{aligned} C'_{q+1} &= E'_n - E'_q \\ &= C'_1 - E'_q. \end{aligned}$$

Toutes les encaisses brutes étant positives ou nulles par hypothèse, on a :

$$E'_q \geqslant 0.$$

Il en résulte que l'on a quel que soit q :

$$C'_{q+1} \leqslant C'_1.$$

Et en particulier :

$$C'_k = L \leqslant C'_1.$$

On doit donc avoir à la fois :

$$C'_1 \leqslant L \qquad \text{et} \qquad C'_1 \geqslant L.$$

On a donc nécessairement :

$$C'_1 = L.$$

Il en résulte que :

$$C_1 = C'_1 - \sum_{i=n}^{i=1} L_i = C'_1 - L = 0.$$

La coencaisse de circulation initiale C_1 est nulle, ce qu'il fallait démontrer.

Montrons enfin que le système d'opérations de circulation adopté est celui qui donne à la durée de circulation ou, ce qui revient au même, à l'encaisse moyenne de circulation, la valeur la plus petite possible.

Supposons qu'il existe un autre système d'opérations de circulation $a_1, a_2, \ldots, a_n$ et d'opérations de thésaurisation $l_1, l_2, \ldots, l_n$ tel qu'il conduise à une valeur e_m de l'encaisse de circulation moyenne inférieure à la valeur E_m qui correspond au système des opérations $A_1, A_2, \ldots, A_n$; $L_1, L_2, \ldots, L_n$.

On a :

$$e_m = -\frac{\Sigma\, a_i t_i}{T}$$

$$E_m = -\frac{\Sigma\, A_i t_i}{T}.$$

L'inégalité $e_m < E_m$
entraîne donc :

$$\Sigma\, a_i t_i > \Sigma\, A_i t_i.$$

Nous allons d'abord montrer que cette inégalité a pour conséquence qu'il existe au moins une coencaisse de circulation c_k correspondant au système d'opérations a_i qui est supérieure à la coencaisse de même rang C_k correspondant aux opérations A_i.

En effet, supposons qu'il n'en soit pas ainsi et qu'on ait quel que soit k,

$$c_k \leqslant C_k.$$

Or on a, en vertu de la relation entre encaisse et coencaisse conjuguées dans un système d'opérations vérifiant les conditions de circulation,

$$C_k = -E_{k-1}$$

et

$$c_k = -e_{k-1},$$

en désignant par e_{k-1} l'encaisse conjuguée de la coencaisse c_k dans le système d'opérations a_i.

La relation

$$c_k \leqslant C_k$$

est donc équivalente à la relation,

$$e_{k-1} \geqslant E_{k-1}.$$

Mais si, quel que soit k, l'on a :

$$e_{k-1} \geqslant E_{k-1},$$

c'est-à-dire si toutes les encaisses de circulation dans le système d'opérations a_i sont supérieures ou égales aux encaisses de même rang dans le système d'opérations A_i, l'encaisse de circulation moyenne dans le système des opérations a_i sera supérieure ou égale à l'encaisse moyenne de circulation dans le système des opérations A_i (il suffit, pour le voir, de se reporter au calcul de l'encaisse moyenne effectué au paragraphe 1); on aura donc :

$$e_m \geqslant E_m,$$

ce qui est contraire à l'hypothèse faite :

$$e_m < E_m.$$

Il existe donc nécessairement au moins une coencaisse c_k supérieure à la coencaisse C_k de même rang.

Soit p le rang de la première de ces coencaisses c_k dans l'ordre chronologique inverse; on a donc :

$$c_{p+1} \leqslant C_{p+1}$$

et

$$c_p > C_p.$$

Il résulte de là que :

$$a_p > A_p.$$

Donc, A_p ne représente qu'une partie de l'opération brute A'_p (qui est donc une recette) et il y a thésaurisation au rang p ; par suite :

$$C_p = 0.$$

Et comme l'on a :

$$c_p > C_p,$$

il en résulte l'inégalité

$$c_p > 0.$$

La coencaisse de rang p dans le système des opérations a_i étant positive, le système des opérations a_i n'est pas un véritable système d'opérations de circulation.

La règle donnée plus haut permet donc bien d'obtenir le système unique des n opérations $A_1, A_2, \ldots, A_n$, composé de n recettes $R_1, R_2, \ldots, R_n$ (constituées par des fractions des n recettes brutes $R'_1, R'_2, \ldots, R'_n$) et de n dépenses $D_1, D_2, \ldots, D_n$ (respectivement égales aux n dépenses brutes $D'_1, D'_2, \ldots, D'_n$), qui satisfait aux conditions imposées.

Ce système étant déterminé, le flux de monnaie qui a traversé l'encaisse de I pendant la période T est :

$$M = \Sigma R_i = \Sigma D_i = \Sigma D'_i.$$

La quantité totale de monnaie thésaurisée est :

$$L = \Sigma L_i = \Sigma (A'_i - A_i) = \Sigma R'_i - \Sigma R_i.$$

La durée moyenne de traversée de l'encaisse est :

$$\tau = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{M}.$$

La vitesse moyenne de traversée de l'encaisse est :

$$w = \frac{1}{\tau} = \frac{M}{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}.$$

§ 3. — *Cas général.*

La première condition de circulation n'est pas vérifiée, c'est-à-dire que la somme des recettes effectuées depuis l'origine de la période jusqu'à un instant quelconque n'est pas toujours supérieure ou égale à la somme des recettes pendant le même temps.

Quant à la deuxième condition de circulation, elle peut être vérifiée ou ne pas l'être, cela ne présente pas d'intérêt du moment que la première condition de circulation n'est pas vérifiée.

Soient $A''_1, A''_2, \ldots, A''_n$ les n opérations effectuées par I au cours de la période T aux dates successives $t_1, t_2, \ldots, t_n$. Nous appellerons ces n opérations, opérations brutes. Elles compren-

nent n recettes brutes $R''_1, R''_2, \ldots, R''_n$ et n dépenses brutes $D''_1, D''_2, \ldots, D''_n$ (l'un ou l'autre des R'' et D'' de même indice étant nécessairement nul).

Nous appellerons encaisse brute E'' l'encaisse qui correspond aux opérations brutes. Le fait que la première condition de circulation n'est pas vérifiée se traduit algébriquement par le fait que certaines des encaisses brutes E'' sont négatives.

Cela posé, de ce que la première condition de circulation n'est pas vérifiée, il résulte qu'un certain nombre de dépenses ou de fractions de dépenses de la période ne peuvent pas être acquittées au moyen de monnaie provenant des recettes de la période; elles le sont au moyen de monnaie détenue par I antérieurement à l'origine de la période. La somme de monnaie correspondant à ces dépenses ou fractions de dépenses n'aura pas traversé l'encaisse de I au cours de la période T; nous dirons qu'elle a été déthésaurisée et nous appellerons les dépenses ou fractions de dépenses en question des dépenses de déthésaurisation. Celles des dépenses ou fractions de dépenses qui peuvent être acquittées au moyen de monnaie provenant des recettes de la période seront appelées dépenses de circulation.

Algébriquement on est conduit à fractionner chacune des dépenses brutes D''_i en une dépense de circulation D_i et une dépense de déthésaurisation N_i :

$$D''_i = D_i + N_i$$

(l'une ou l'autre des quantités D_i et N_i pouvant être nulle) de façon que les dépenses de circulation D_i représentent toutes les dépenses ou fractions de dépenses brutes qui peuvent être acquittées au moyen de monnaie provenant des recettes de la période.

Supposons que l'on ait déterminé les dépenses de circulation D_i. Nous appellerons système d'opérations intermédiaires l'ensemble des recettes brutes et des dépenses de circulation. Nous désignerons les recettes intermédiaires (qui se confondent avec les recettes brutes) par R' et les dépenses intermédiaires (qui se confondent avec les dépenses de circulation) par D'. On aura donc quel que soit i compris entre 1 et n,

$$R'_i = R''_i \qquad D'_i = D_i.$$

Nous appellerons encaisse intermédiaire E' l'encaisse résultant des opérations intermédiaires. D'après la définition des dépenses de circulation on doit avoir :

$$E'_i \geqslant 0,$$

quel que soit i compris entre 1 et n.

Le système des opérations intermédiaires étant déterminé, deux cas peuvent se présenter :

1° L'encaisse intermédiaire finale est nulle.

$$E'_n = 0.$$

Cela exprime que la somme totale des recettes intermédiaires au cours de la période est égale à la somme totale des dépenses intermédiaires :

$$\Sigma R'_i = \Sigma D'_i,$$

ou encore que la somme totale des recettes brutes de la période est égale à la somme totale des dépenses de circulation,

$$\Sigma R''_i = \Sigma D'_i.$$

On se trouve alors ramené au cas du paragraphe 1. Toute la monnaie provenant des recettes brutes de la période pourra être utilisée à acquitter les dépenses de circulation (les dépenses de déthésaurisation étant acquittées au moyen de monnaie détenue par I antérieurement à l'origine de la période). Nous dirons que toutes les recettes brutes de la période constituent des recettes de circulation. Nous désignerons par R ces recettes de circulation et l'on aura, quel que soit i compris entre 1 et n,

$$R_i = R'_i.$$

Le flux de monnaie M qui aura traversé l'encaisse sera égal à la somme commune des recettes de circulation et des dépenses de circulation

$$M = \Sigma R_i = \Sigma D_i.$$

La durée moyenne de traversée de l'encaisse sera la moyenne arithmétique des durées de traversée des diverses unités monétaires composant les recettes de circulation, lesquelles servent à acquitter les dépenses de circulation; et l'on aura :

$$\tau = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{M}.$$

2° L'encaisse intermédiaire finale est positive.

$$E'_n > 0.$$

Cela exprime que la somme totale des recettes intermédiaires au cours de la période est supérieure à la somme totale des dépenses intermédiaires :

$$\Sigma R'_i > \Sigma D'_i,$$

ou encore que la somme totale des recettes brutes de la période est supérieure à la somme totale des dépenses de circulation de la période.

$$\Sigma R''_i > \Sigma D_i.$$

On se trouve alors ramené au cas du paragraphe 2. Il faudra déterminer parmi les recettes brutes R''_i ou, ce qui revient au même, parmi les recettes intermédiaires R'_i, les recettes ou fractions de recettes qui sont juste suffisantes pour assurer l'acquittement des dépenses de circulation D_i ou, ce qui revient au même, des dépenses intermédiaires D'_i. On divisera chacune des recettes R'_i en une recette de circulation R_i et une recette de thésaurisation L_i.

L'ensemble des opérations de circulation devra satisfaire aux conditions de circulation et le flux de monnaie M qui aura traversé l'encaisse de I pendant la période T sera égal à la somme totale commune des recettes de circulation et des dépenses de circulation :

$$M = \Sigma R_i = \Sigma D_i.$$

La quantité totale de monnaie thésaurisée au cours de la période sera égale à la somme totale des recettes de thésaurisation :

$$L = \Sigma L_i.$$

Les recettes de circulation devront, en outre, être choisies de façon que l'encaisse de circulation soit la plus faible possible. La durée moyenne de traversée de l'encaisse sera alors complètement déterminée et l'on aura :

$$\tau = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{M}$$

Tout le problème consiste donc à déterminer les opérations intermédiaires. Nous allons procéder de la façon suivante :

Toute opération brute A''_i sera divisée en une opération intermédiaire A'_i et une opération de déthésaurisation $- N_i$,

$$A''_i = A'_i - N_i,$$

étant entendu que si A''_i est une recette, elle doit se confondre avec l'opération intermédiaire de même rang A'_i. Autrement dit, si l'on a :

$$A''_i > 0,$$

il faut prendre :

$$A'_i = A''_i \qquad N_i = 0.$$

Considérons alors les opérations brutes successives $A''_1, A''_2, \ldots, A''_n$.

Pour la première opération A'_1, deux cas peuvent se présenter :

1° $A''_1 > 0$ (A''_1 est alors une recette).

A''_1 se confond avec l'opération intermédiaire A'_1 et l'on prendra :

$$A'_1 = A''_1 \qquad N_1 = 0.$$

2° $A''_1 < 0$ (A''_1 est alors une dépense).

La dépense A''_1 étant la première opération de la période ne peut être acquittée au moyen de monnaie provenant des recettes antérieures de la période; A''_1 est donc une opération de déthésaurisation et l'on prendra :

$$A'_1 = 0 \qquad - N_1 = A''_1.$$

Dans le premier cas, l'encaisse intermédiaire est :

$$E'_1 = A'_1 = A''_1,$$

et l'on a :

$$E'_1 > 0.$$

Dans le deuxième cas, l'encaisse intermédiaire est :

$$E'_1 = A'_1$$

et l'on a :

$$E'_1 = 0.$$

Dans les deux cas, l'on a :

$$E'_1 \geqslant 0.$$

Les opérations suivantes se déterminent par récurrence. Supposons que les opérations intermédiaires scient déterminées jusqu'au rang p de façon que l'encaisse intermédiaire soit toujours positive ou nulle.

On aura donc en particulier :

$$E'_p = A'_1 + A'_2 + \ldots + A'_p \geqslant 0.$$

Pour déterminer A'_{p+1}, formons la quantité $E'_p + A''_{p+1}$.

Deux cas peuvent se présenter :

1° $E'_p + A''_{p+1} \geqslant 0$ (ce qui a toujours lieu si A''_{p+1} est une recette).

Dans ce cas, ou bien A''_{p+1} est une recette et elle doit être adoptée comme opération intermédiaire,

ou bien A''_{p+1} est une dépense, mais c'est une dépense qui peut être acquittée au moyen des recettes antérieures de la période puisque sa valeur absolue est inférieure ou égale à E'_p, c'est-à-dire à l'excès de la somme des recettes antérieures sur la somme des dépenses de circulation antérieures; et, par conséquent, c'est une dépense intermédiaire.

Il faut donc, de toute façon, prendre A''_{p+1} comme opération intermédiaire, et l'on posera :

$$A'_{p+1} = A_{p+1} \qquad N_{p+1} = 0.$$

2° $E'_p + A''_{p+1} < 0$ (A''_{p+1} est alors nécessairement une dépense).

On posera alors :

$$E'_p + A''_{p+1} = - N_{p+1}.$$

La valeur absolue de la dépense A''_{p+1} est supérieure de N_{p+1} à E'_p, c'est-à-dire à l'excès de la somme des recettes antérieures sur les dépenses de circulation antérieures. Par conséquent, une fraction égale à $- N_{p+1}$ de la dépense A''_{p+1} doit être considérée comme opération de déthésaurisation; le reste de la dépense A''_{p+1} constitue une opération de circulation. On posera donc :

$$- N_{p+1} = E'_p + A''_{p+1} \qquad A'_{p+1} = A''_{p+1} + N_{p+1}.$$

Dans le premier cas, l'encaisse intermédiaire de rang $p + 1$ est :

$$E'_{p+1} = E'_p + A''_{p+1},$$

et l'on a :

$$E'_{p+1} \geqslant 0.$$

Dans le deuxième cas, l'encaisse intermédiaire de rang $p + 1$ est :

$$E'_{p+1} = E'_p + A'_{p+1} = E'_p + A''_{p+1} + N_{p+1},$$

et l'on a :

$$E'_{p+1} = 0.$$

Dans les deux cas, on a :

$$E'_{p+1} \geqslant 0.$$

L'opération intermédiaire et l'opération de déthésaurisation au rang $p + 1$ sont ainsi déterminées quand on connaît les opérations intermédiaires jusqu'au rang p. On pourra donc déterminer de proche en proche les opérations intermédiaires et les opérations de déthésaurisation pour toute la période. Il est clair que cette détermination est unique.

Ces opérations intermédiaires déterminées, on déterminera les opérations de circulation et de thésaurisation comme au paragraphe 2.

On obtiendra finalement les recettes de circulation $R_1, R_2, \ldots, R_n$, les dépenses de circulation $D_1, D_2, \ldots, D_n$, les recettes de thésaurisation $L_1, L_2, \ldots, L_n$, les dépenses de déthésaurisation $N_1, N_2, \ldots, N_n$.

La quantité de monnaie thésaurisée sera :

$$L = \Sigma L_i.$$

La quantité de monnaie déthésaurisée sera :

$$N = \Sigma N_i.$$

Le flux de monnaie qui aura traversé l'encaisse sera :

$$M = \Sigma R_i = \Sigma D_i.$$

La durée moyenne de traversée de l'encaisse sera :

$$\tau = \frac{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}{M}.$$

La vitesse moyenne de traversée de l'encaisse sera :

$$w = \frac{1}{\tau} = \frac{M}{\Sigma D_i t_i - \Sigma R_i t_i}.$$

REMARQUE

Une période peut comprendre à la fois des opérations de thésaurisation et des opérations de déthésaurisation. Il convient de remarquer que toute opération de thésaurisation est nécessairement postérieure à toute opération de déthésaurisation.

Soit p le rang de la dernière opération de déthésaurisation. On a, par conséquent, en considérant l'encaisse intermédiaire de rang p :

$$E'_p = 0.$$

Formons la coencaisse conjuguée. On a :

$$C'_{p+1} = E'_n - E'_p = E'_n = L.$$

On a, d'autre part :

$$C'_{p+1} = C_{p+1} + \sum_{i=n}^{i=p+1} L_i.$$

D'où :

$$\sum_{i=n}^{=p+1} L_i = C'_{p+1} - C_{p+1} = L - C_{p+1},$$

et comme l'on a :

$$C_{p+1} \leqslant 0,$$

il en résulte que l'on a :

$$\sum_{i=n}^{i=p+1} L_i \geqslant L.$$

D'autre part, les quantités L_i étant essentiellement positives ou nulles, on a nécessairement :

$$\sum_{i=n}^{i=p+1} L_i \leqslant \sum_{i=n}^{i=1} L_i,$$

c'est-à-dire :

$$\sum_{i=n}^{i=p+1} L_i \leqslant L.$$

Comme on doit avoir à la fois :

$$\sum_{i=n}^{i=p+1} L_i \geqslant L \quad \text{et} \quad \sum_{i=n}^{i=p+1} L_i.$$

On a nécessairement :

$$\sum_{i=n}^{i=p+1} L_i = L.$$

Il en résulte que :

$$\sum_{i=p}^{i=1} L_i = 0,$$

ce qui entraîne, les L_i étant essentiellement positifs ou nuls :

$$L_p = L_{p-1} = \ldots = L_2 = L_1 = 0.$$

Il n'y a donc pas d'opérations de thésaurisation de rang égal ou inférieur à p, ce qu'il fallait démontrer.

Section II

Relation entre la vitesse de traversée et la vitesse de renouvellement d'une encaisse.

Nous avons vu que la vitesse moyenne de traversée de l'encaisse w était liée à l'encaisse moyenne de circulation E_m par la relation :

$$M = E_m . w.$$

(en prenant la durée de la période comme unité de temps).

Nous allons nous demander d'abord quelle relation existe entre l'encaisse de circulation et l'encaisse totale de l'individu et à quelle réalité économique correspond l'encaisse de circulation.

Raisonnons d'abord dans le cas où les conditions de circulation sont vérifiées. L'encaisse de circulation se confond alors avec l'encaisse réduite, c'est-à-dire avec la somme algébrique des recettes et des dépenses de l'individu au cours de la période.

Si H désigne l'encaisse totale effectivement détenue par l'individu I à un instant quelconque, cette encaisse H est égale à la somme K positive ou nulle que détenait I au début de la période augmentée de la somme algébrique des recettes et des dépenses de l'individu depuis le début de la période jusqu'à l'instant considéré. On a donc, à tout instant :

$$H = K + E$$

K étant un nombre positif ou nul, on voit que l'encaisse totale détenue par l'individu I à un instant quelconque est au moins égale à E.

D'autre part, puisque les conditions de circulation sont satisfaites, il est possible à l'individu I d'acquitter ses dépenses au cours de la période au moyen de la monnaie provenant des recettes de la période; il n'est donc pas nécessaire qu'il détienne à l'origine de la période une somme de monnaie quelconque; autrement dit K peut être nul.

Il résulte de là que E représente la valeur minimum η que doit avoir l'encaisse totale de l'individu pour que soient assurées les recettes et les dépenses de la période.

Dans le cas où les conditions de circulation ne sont pas satisfaites, la relation entre l'encaisse de circulation et l'encaisse totale n'est pas aussi simple.

A un instant quelconque, l'encaisse totale de I est toujours égale à la somme K qu'il détenait à l'origine de la période augmentée de la somme algébrique de ses recettes et de ses dépenses de l'origine à l'instant considéré. Mais cette somme algébrique est égale non plus à l'encaisse de circulation E mais à l'encaisse réduite brute E″.

$$H = K + E''.$$

D'autre part, K doit être au moins égal à la somme des dépenses de déthésaurisation au cours de la période. La valeur minimum de H est donc :

$$\eta = N + E''.$$

Mais il faut faire ici une remarque sur laquelle nous reviendrons d'ailleurs plus loin; c'est que le montant total des recettes et le montant total des dépenses d'un individu sont normalement à peu près égaux l'un à l'autre si l'on considère une période de temps assez longue. Par conséquent, moyennant un choix convenable de la durée et de l'origine de la période, les conditions de circulation sont généralement satisfaites de façon approximative et les opérations de thésaurisation et de déthésaurisation peuvent être négligées par rapport aux opérations de circulation.

On peut donc considérer que, dans la généralité des cas, l'encaisse de circulation constitue la valeur minima qu'impose à l'encaisse de l'individu la succession de ses recettes et de ses dépenses. L'encaisse de circulation est la fraction de l'encaisse réelle de l'individu, qui est nécessaire et suffisante pour l'exercice de son activité monétaire. Nous dirons que l'encaisse de circulation représente la fraction active de l'encaisse de l'individu ou, plus brièvement, son encaisse active.

L'excès de l'encaisse totale sur l'encaisse active constitue une fraction de l'encaisse qui est superflue pour l'exercice de l'activité monétaire de l'individu; c'est, peut-on dire, la fraction inactive de l'encaisse.

Nous appellerons coefficient d'utilisation de l'encaisse et nous désignerons par la lettre λ le rapport de l'encaisse active moyenne E_m à l'encaisse totale moyenne H_m :

$$\lambda = \frac{E_m}{H_m}.$$

La valeur de ce coefficient d'utilisation dépend naturellement des individus et des circonstances. Mais on peut penser qu'il existe généralement une marge assez importante entre l'encaisse active et l'encaisse totale. Personnellement, ayant suivi pendant plusieurs mois

l'encaisse, les recettes et les dépenses en monnaie réelle d'une famille de cinq personnes, nous avons constaté que l'encaisse active représentait en moyenne la moitié de l'encaisse totale.

Nous allons maintenant, en nous servant du coefficient d'utilisation de l'encaisse, déterminer la relation qui existe entre la vitesse de traversée de l'encaisse et la vitesse de renouvellement de l'encaisse.

On sait que la vitesse de renouvellement de l'encaisse v est le quotient de la somme des dépenses de l'individu au cours d'une période prise comme unité de temps par son encaisse totale moyenne pendant la même période.

Si l'on fait abstraction des dépenses de déthésaurisation, la somme des dépenses de l'individu au cours de la période est égale au flux de monnaie M qui a traversé l'encaisse. On a donc, avec les notations précédentes :

$$v = \frac{M}{H_m}.$$

Mais on a vu, d'autre part, que la vitesse de traversée de l'encaisse w vérifie la relation

$$M = E_m . w$$

c'est-à-dire :

$$w = \frac{E_m}{M}.$$

On a donc

$$\frac{v}{w} = \frac{E_m}{H_m} = \lambda$$

ou enfin

$$v = \lambda w.$$

La vitesse de renouvellement de l'encaisse est égale au produit de sa vitesse de traversée par son coefficient d'utilisation.

On a vu enfin que la vitesse globale de circulation de la monnaie pour l'ensemble des individus constituant une communauté économique, est une moyenne des vitesses de renouvellement des encaisses individuelles. Il résulte par conséquent de la relation précédente que la vitesse globale de circulation de la monnaie dépend à la fois de la vitesse de traversée des encaisses individuelles et de leur coefficient d'utilisation et qu'elle est une fonction croissante de l'une et de l'autre.

CHAPITRE VIII

LES VARIATIONS DE LA VITESSE DE CIRCULATION DE LA MONNAIE

SECTION I

Les causes de variation de la vitesse de circulation.

La vitesse de circulation de la monnaie étant, ainsi qu'on l'a vu, une moyenne des vitesses de renouvellement des encaisses individuelles, la recherche des causes de variation de la vitesse de circulation se ramène à celle des causes de variation de la vitesse de renouvellement de l'encaisse.

Quelles sont donc les influences qui peuvent modifier la vitesse de renouvellement de l'encaisse de l'individu? Il faut ici rappeler les analyses du chapitre précédent. L'activité monétaire des individus consiste en une succession de recettes et de dépenses. Ces recettes et ces dépenses augmentent et diminuent alternativement l'encaisse de l'individu dont le montant oscille autour d'une certaine valeur moyenne. Mais cette valeur moyenne est généralement supérieure au minimum nécessaire pour assurer la succession des recettes et des dépenses effectivement réalisées par l'individu. On est ainsi conduit à distinguer de l'encaisse totale de l'individu, son encaisse active, définie comme étant la fraction de l'encaisse nécessaire et suffisante pour assurer la succession des recettes et des dépenses, le rapport de l'encaisse active à l'encaisse totale représentant le coefficient d'utilisation de l'encaisse. La vitesse de renouvellement de l'encaisse résulte à la fois du rapport de l'encaisse active à l'encaisse totale et de l'intervalle de temps qui sépare en moyenne les recettes et les dépenses; d'une façon précise, c'est le produit du coefficient d'utilisation de l'encaisse par sa vitesse de traversée.

Il faut maintenant faire deux remarques essentielles. La première, c'est que les recettes des individus sont généralement utilisées, et utilisées en totalité, pour acquitter les dépenses. Les recettes des consommateurs, c'est-à-dire les revenus provenant de leur travail ou de l'intérêt de leurs capitaux, sont employées d'abord à l'acquisition de biens de consommation de toute nature; le reste est consacré à des placements divers et au paiement des impôts.

Quant aux producteurs, en prenant ce terme dans le sens le plus large, qui englobe aussi bien les commerçants que les industriels, ils emploient les recettes provenant de la vente de leurs produits d'abord au paiement des dépenses de production : matières premières, traitements et salaires, frais généraux; le reste est distribué sous forme d'intérêts, de parts de bénéfices, de dividendes. On peut donc dire que pour tous les individus, tant producteurs que consommateurs, il y a normalement égalité entre le montant total de leurs recettes et celui de leurs dépenses.

La deuxième remarque à faire, c'est que tant qu'un individu conserve la même activité économique, ses recettes et ses dépenses se reproduisent habituellement à intervalles réguliers. Les consommateurs perçoivent périodiquement les revenus de leur travail ou de leurs capitaux et la répartition de leurs dépenses dans le temps reste à peu près le même d'une année à l'autre. On peut en dire autant en ce qui concerne les recettes et les dépenses des producteurs. Pour chacun d'entre eux, les rentrées de fonds provenant de la vente de leurs produits, d'une part, et le règlement de leurs échéances, d'autre part, s'effectuent toujours à peu près aux mêmes dates.

Il résulte de là que tant que le total des recettes et le total des dépenses d'un individu restent constants, les mêmes dépenses et les mêmes recettes se reproduisant périodiquement et leur somme algébrique étant nulle, l'encaisse reprend périodiquement les mêmes valeurs, et par conséquent sa valeur moyenne reste la même. L'encaisse restant la même et le montant total des recettes et des dépenses restant aussi le même, leur quotient reste inchangé et la vitesse de renouvellement de l'encaisse reste constante.

La vitesse de renouvellement de l'encaisse apparaît ainsi comme devant rester pratiquement invariable, tant que les recettes et les dépenses de l'individu ne subissent pas de modifications. Mais que va-t-il se passer lorsqu'il survient un changement, soit dans les recettes, soit dans les dépenses des individus?

Examinons d'abord le cas où il se produit une variation des dépenses d'un individu, préalablement à toute variation de ses recettes. Nous nous demanderons plus tard quelles sont les raisons qui peuvent amener un individu à dépenser plus ou moins que le montant total de ses recettes. Pour le moment, nous recherchons seulement comment va s'effectuer cette variation.

Nous allons raisonner d'abord dans le cas d'une augmentation. Le premier moyen qui s'offre à un individu désireux d'augmenter ses dépenses en l'absence de toute augmentation de ses recettes est d'utiliser la fraction inactive de son encaisse.

Supposons, par exemple, un individu qui touche 3.000 francs à la fin de chaque mois et qui dépense régulièrement 100 francs par jour (pour un mois de 30 jours). Son encaisse active est :

$$\frac{3.000 + 2.900 + \ldots + 200 + 100}{30} = 1.550 \text{ francs},$$

soit environ 1.500 francs. Si, d'autre part, son encaisse totale moyenne est de 3.000 francs, le coefficient d'utilisation de son encaisse est :

$$\frac{1.500}{3.000} = \frac{1}{2}.$$

En utilisant la fraction inactive de son encaisse, il peut dépenser en un mois 4.500 francs. Mais le mois suivant, il ne pourra plus dépenser que 3.000 francs et si, reprenant ses habitudes anciennes, il dépense régulièrement 100 francs par jour, son encaisse active sera encore de 1.500 francs; son encaisse totale diminuée de 1.500 francs sera égale à son encaisse active et le coefficient d'utilisation de l'encaisse sera donc 1 au lieu de 1/2. La vitesse de traversée de l'encaisse n'ayant pas été modifiée, la vitesse de renouvellement de l'encaisse augmentera dans la même proportion : elle sera donc doublée. Si la fraction inactive de l'encaisse n'avait été utilisée qu'en partie, ce qui correspondrait à un accroissement moindre des dépenses, le coefficient d'utilisation de l'encaisse aurait pris une nouvelle valeur inférieure à l'unité mais supérieure à 1/2 et il y aurait eu toujours accroissement de la vitesse de renouvellement de l'encaisse (1).

Ainsi, l'augmentation de la vitesse de renouvellement de l'encaisse produite par une augmentation de son coefficient d'utilisation permet à un individu d'accroître pour un temps ses dépenses sans que ses recettes soient augmentées.

Le même résultat peut être obtenu par un accroissement de la vitesse de traversée de l'encaisse. Supposons ici un individu qui touche 1.500 francs le 1er et le 16 de chaque mois et qui dépense 3.000 francs d'un coup, le dernier jour du mois.

Cet état de choses dure jusqu'à un certain mois que nous appellerons le mois A. A partir du mois suivant B, l'individu, touchant toujours 1.500 francs le 1er et le 16 de chaque mois, les dépense intégralement dès le lendemain.

---

(1) Il va sans dire que cet exemple, comme ceux qui le suivront, est purement schématique, les données numériques ayant été choisies de façon à simplifier au maximum l'exposé. Dans la réalité, la succession des recettes et des dépenses est beaucoup plus compliquée. Mais le raisonnement utilisé et les conclusions auxquelles il aboutit demeurent valables dans tous les cas.

Jusqu'à la fin du mois A, la durée de traversée de l'encaisse est : $\frac{14 + 29}{2} = 21$ jours 1/2 (pour un mois de 30 jours). A partir du mois B, elle est devenue égale à un jour seulement.

En vertu de ces hypothèses, pendant toute période de un mois finissant un jour quelconque avant la fin du mois A, la somme des recettes et la somme des dépenses de l'individu sont égales l'une à l'autre, leur valeur commune étant de 3.000 francs; il en est de même pour toute période de un mois commençant un jour quelconque après le 2 du mois B. Mais si l'on envisage une période de un mois comprenant la date où s'effectue le changement dans la vitesse de traversée de l'encaisse, il est clair que la somme des dépenses va être supérieure à celle des recettes. Si l'on considère, par exemple, la période allant du 20 du mois A au 19 du mois B, la somme des recettes étant toujours de 3.000 francs, celle des dépenses sera :

$$3.000 + 1.500 + 1.500 = 6.000 \text{ francs.}$$

Ainsi l'accroissement de la vitesse de renouvellement de l'encaisse produit par une augmentation de sa vitesse de traversée a pour conséquence que, pendant un certain temps, le total des dépenses de l'individu est supérieur au total de ses recettes (1).

On voit en définitive qu'une augmentation de la vitesse de renouvellement de l'encaisse, qu'elle soit réalisée par une augmentation de coefficient d'utilisation ou par un accroissement de la vitesse de traversée, correspond au fait que, pendant un certain temps, le montant total des dépenses de l'individu est supérieur à celui de ses recettes. On montrerait de la même façon qu'une diminution de la vitesse de renouvellement de l'encaisse, qu'elle soit réalisée par une diminution du coefficient d'utilisation ou une diminution de la vitesse de traversée, correspond au fait que, pendant un certain temps, le montant total des dépenses de l'individu est inférieur à celui de ses recettes.

Nous avons ainsi mis en évidence une première catégorie de variations de la vitesse de renouvellement des encaisses, celles qui correspondent à une modification des dépenses des individus, sans modification préalable de leurs recettes. Les variations de cette catégorie constituent des variations volontaires de la vitesse de renouvellement de l'encaisse, puisqu'elles sont provoquées par la volonté de l'individu de dépenser plus ou moins que ses recettes.

Envisageons maintenant le cas où il se produit une modification initiale du montant des recettes de l'individu, en supposant, comme cela a lieu généralement, que cette modification des recettes soit suivie d'une modification égale du montant des dépenses.

Considérons, cette fois, un individu qui perçoit 3.000 francs à la fin de chaque mois et qui les dépense régulièrement au cours du mois suivant, à raison de 100 francs par jour (pour un mois de 30 jours). L'encaisse active de cet individu est :

$$\frac{3.000 + 2.900 + \ldots + 200 + 100}{30} = 1.550 \text{ francs.}$$

soit environ 1.500 francs. Si son encaisse totale moyenne est, par exemple, de 3.000 francs, le coefficient d'utilisation de l'encaisse est 1/2. Supposons maintenant que cet individu vienne à gagner 6.000 francs par mois et que, conservant les mêmes habitudes quant à la répartition de ses dépenses dans le temps, il dépense régulièrement 200 francs par jour. L'encaisse active de cet individu deviendra 3.000 francs environ (exactement 3.100 francs). L'encaisse totale moyenne sera augmentée de la même somme que l'encaisse active; elle deviendra 3.000 + 1.500 = 4.500 francs. Le coefficient d'utilisation de l'encaisse deviendra donc :

$$\frac{3.000}{4.500} = \frac{2}{3}.$$

Il sera supérieur à sa valeur antérieure $\frac{1}{2}$. La vitesse de traversée de l'encaisse n'ayant pas varié, la vitesse de renouvellement de l'encaisse augmentera également dans le rapport de $\frac{1}{2}$ à $\frac{2}{3}$.

Ainsi, lorsque les recettes d'un individu s'accroissent et que cet accroissement de ses recettes provoque un accroissement égal de ses dépenses, cette augmentation des recettes entraîne une augmentation du coefficient d'utilisation de l'encaisse et, par suite, de sa vitesse de renouvellement.

Il se révèle ainsi une deuxième catégorie de variations de la vitesse de renouvellement des encaisses, celles qui correspondent à une variation initiale des recettes des individus. Ces variations se produisent du seul fait que les individus, continuant à régler, comme il est

(1) Il faut signaler ici une difficulté qui ne se présentait pas dans le cas précédent. L'accroissement de la vitesse de traversée de l'encaisse réduit l'encaisse active et elle réduit aussi l'encaisse totale de la même somme. Il en résulte une diminution de rapport de l'encaisse active à l'encaisse totale, c'est-à-dire du coefficient d'utilisation de l'encaisse. Mais, malgré cette diminution du coefficient d'utilisation, il y a bien, au total, accroissement de la vitesse de renouvellement de l'encaisse, puisque, le montant des dépenses estant le même, l'encaisse totale est diminuée.

normal, le montant de leurs dépenses sur celui de leurs recettes, modifient le montant total de leurs dépenses d'une somme égale à celle dont s'est trouvé modifié le montant total de leurs recettes.

Elles résultent quasi-automatiquement de la variation des recettes des individus; elles constituent, peut-on dire, des variations réflexes de la vitesse de renouvellement.

En définitive, à la suite de l'analyse qui précède, la cause essentielle des variations de la vitesse de renouvellement des encaisses, par conséquent de la vitesse de circulation de la monnaie, apparaît résider dans les modifications, soit des recettes, soit des dépenses des individus.

Ce sont pourtant d'autres causes de variation de la vitesse de circulation qui sont couramment indiquées par les économistes. Les recherches systématiques sur ce sujet sont d'ailleurs assez peu nombreuses et nous nous bornerons à rapporter les opinions d'Irving Fisher (1) (dont nous avons déjà parlé précédemment) et de M. Landry (2), qui sont les deux économistes qui ont le plus sérieusement étudié la question.

Irving Fisher et M. Landry s'accordent pour affirmer que la vitesse de circulation de la monnaie dépend essentiellement des habitudes en usage en matière de paiements et spécialement de la fréquence des paiements, de leur régularité, de leur certitude et du synchronisme entre les recettes et les dépenses. Nous allons examiner successivement l'influence de ces divers facteurs, ce qui, après les analyses du chapitre précédent, n'exigera pas de longs développements.

En ce qui concerne la fréquence des paiements, prenons avec Irving Fisher le cas d'un ouvrier qui touche 30 dollars à la fin de chaque mois (3) et qui dépense régulièrement un dollar par jour. La durée moyenne de traversée de son encaisse est de :

$$\frac{1 + 2 + \ldots + 29 + 30}{30} = 15 \text{ jours } 1/2.$$

Si les paiements, au lieu d'être mensuels, étaient hebdomadaires, l'ouvrier touchant 7 dollars à la fin de chaque semaine et dépensant toujours un dollar par jour, la durée de traversée de son encaisse serait :

$$\frac{1 + 2 + \ldots + 6 + 7}{7} = 4 \text{ jours.}$$

On voit que la vitesse de traversée de l'encaisse devient plus grande quand la fréquence des paiements est plus grande. Or l'augmentation de la vitesse de traversée de l'encaisse, correspond à la diminution de l'encaisse active. Une fréquence plus grande des paiements permet donc d'effectuer la même somme de versements avec une encaisse moindre, c'est-à-dire de réduire la vitesse de renouvellement de l'encaisse.

Pour étudier l'influence de la fréquence des paiements nous emprunterons cette fois notre exemple à M. Landry, que nous citons textuellement :

« Si un individu dépense 1.000 francs à la fin de chaque mois et qu'il reçoive régulièrement 12.000 francs au commencement de chaque année, le temps moyen que l'argent séjourne dans sa caisse sera de six mois (4). Mais si, dépensant son argent de la même façon, notre individu reçoit une année 20.000 francs et l'autre 4.000 francs alternativement, l'argent séjournera dans sa caisse dix mois en moyenne (5). »

Cela montre bien que la régularité des paiements augmente la vitesse de traversée de l'encaisse et permet par conséquent d'accroître sa vitesse de renouvellement.

Il en est de même évidemment du synchronisme entre les recettes et les dépenses : plus étroit est ce synchronisme, plus réduit est, par définition, l'intervalle de temps moyen qui sépare les dépenses des recettes.

En ce qui concerne l'influence de la certitude dans les paiements, nous citerons encore M. Landry :

« On conçoit, dit-il, qu'un commerçant qui ne sait pas au juste à quelles dates se feront ses rentrées, à quelles dates il aura à effectuer ses paiements, sera obligé de garder plus d'argent par devers lui qu'un autre commerçant qui, ayant un chiffre d'affaires égal, a des échéances sûres pour ses recettes et ses dépenses. »

La certitude dans les paiements permet donc d'effectuer un même volume de dépenses avec une encaisse moindre, c'est-à-dire de réduire la vitesse du renouvellement de l'encaisse.

Aux divers facteurs qui viennent d'être examinés, il faut encore ajouter, toujours d'après les mêmes économistes, les habitudes de prodigalité ou d'économie et le recours plus ou moins grand au crédit.

L'influence des habitudes de prodigalité ou d'économie est évidente. Le prodigue dépense son argent sans compter et réduit son encaisse au strict minimum au risque de se trouver parfois démuni. L'individu économe conserve par devers lui une plus grande somme d'argent

(1) Cf. *Pouvoir d'achat de la monnaie*, chap. V, §§ 3 à 5.
(2) Cf. *Manuel d'économique*. p. 553 et suiv.
(3) Il s'agit de salaires de 1911.
(4) Exactement six mois et demi.
(5) Exactement dix mois et demi.

pour faire face aux événements imprévus. La vitesse de renouvellement de l'encaisse est donc plus grande chez l'homme prodigue que chez l'homme économe.

Il est clair, d'autre part, que l'usage du crédit, en donnant aux individus la possibilité de parer aux déficits momentanés de leur caisse, leur permet de conserver une encaisse moins élevée.

Cela concerne surtout les industriels et les commerçants. Pour les consommateurs, c'est l'usage du crédit en compte qui intervient. Reprenons avec Irving Fisher l'exemple de l'ouvrier qui gagne 7 dollars par semaine et qui dépense un dollar par jour. La durée de traversée de son encaisse est, on l'a vu, de 4 jours. Si au lieu de régler ses dépenses chaque jour, il les fait porter en compte chez ses fournisseurs, pour les régler en bloc le lendemain du jour de la paie, la durée de traversée de son encaisse ne sera plus que de 1 jour au lieu de 4 jours. Augmentant la vitesse de traversée de l'encaisse, l'usage du crédit en compte permet donc d'augmenter sa vitesse de renouvellement.

Doit-on déduire de ce qui précède que les changements dans les habitudes du public en matière de paiements, de recours au crédit, dans les tendances à la prodigalité ou à l'économie constituent des causes de variation de la vitesse de circulation de la monnaie?

Il faut distinguer. Les différences entre les habitudes des individus en matière monétaire, provenant de la diversité de leurs caractères et de leurs activités économiques, expliquent que la vitesse de renouvellement de l'encaisse varie d'un individu à un autre. La différence entre ces habitudes dans les divers pays, relativement à la moyenne des individus, explique que la circulation de la monnaie puisse varier d'un pays à l'autre.

Mais, pour un individu déterminé, aussi longtemps qu'il conserve le même genre d'activité économique, ces habitudes restent normalement invariables. Et, pour l'ensemble de la population d'un pays, les changements dans ces habitudes s'effectuent seulement par une lente évolution. Les changements dans les habitudes monétaires du public ne peuvent donc expliquer que des variations à long terme et relativement faibles de la vitesse de circulation de la monnaie. Aussi n'est-il pas étonnant qu'Irving Fisher, qui voit dans les changements des habitudes du public les seules causes de variation de la vitesse de circulation, ait conclu à la quasi-stabilité de ce facteur.

Mais on peut serrer la question de plus près et se demander si les modifications des habitudes du public, à supposer qu'elles se produisent, entraînent nécessairement des variations de la vitesse de circulation.

Mettons à part le cas de l'individu économe qui se transforme en prodigue. Réduisant au minimum son encaisse, il accroît incontestablement sa vitesse de renouvellement. Il faut observer en même temps que ce cas rentre dans une des catégories de variations de la vitesse de circulation que nous avons indiquées plus haut, celle des variations provoquées par la volonté de l'individu d'accroître ses dépenses en l'absence de toute augmentation de ses recettes. Car le passage de l'économie à la prodigalité s'effectue au moment où l'individu dilapide ses réserves monétaires pour pouvoir dépenser un peu plus.

Mais, si l'on envisage les changements dans les habitudes relatives à l'usage du crédit ou aux divers caractères des paiements énumérés par Irving Fisher et M. Landry, il suffit de se reporter à ce qui a été dit plus haut pour voir que le seul effet certain de ces changements dans les habitudes est de modifier l'encaisse minima nécessaire aux individus. Mais rien ne prouve qu'un individu, du fait que l'encaisse minima nécessaire à ses paiements devient plus faible, réduira effectivement l'encaisse totale qu'il possède. Rien ne prouve donc qu'il accroîtra la vitesse de renouvellement de son encaisse. Il n'en sera ainsi que s'il profite de la réduction de son encaisse active pour accroître momentanément ses dépenses au delà de ses recettes.

Reprenons l'exemple de l'ouvrier qui touche 30 dollars à la fin de chaque mois et qui dépense un dollar par jour. S'il ne possède pas d'économies, son encaisse moyenne totale est de :

$$\frac{30 + 29 + \ldots + 2 + 1}{30} = 15 \text{ dollars } 1/2$$

et la vitesse de renouvellement de son encaisse :

$$\frac{30}{15{,}5} = 2 \text{ par mois environ.}$$

Si la paie devient hebdomadaire, il pourra dépenser 30 dollars dans la première semaine du mois qui suit le changement dans le mode de paie et ensuite se remettre à dépenser un dollar par jour. Son encaisse totale moyenne à partir de ce moment deviendra donc :

$$\frac{7 + 6 + \ldots + 2 + 1}{7} = 4 \text{ dollars.}$$

La vitesse de renouvellement de son encaisse deviendra :

$$\frac{30}{4} = 8 \text{ par mois environ.}$$

Elle aura augmenté à peu près dans la même proportion que la fréquence des paiements.

Mais si, s'abstenant d'user de la possibilité qui lui est offerte d'accroître momentanément ses dépenses, l'ouvrier en question continue après le changement dans le mode de paie à ne dépenser qu'un dollar par jour, il lui restera à la veille de la première paie hebdomadaire 23 dollars du mois précédent. A partir de ce moment, son encaisse totale moyenne sera de 23 + 4 = 27 dollars. Elle sera supérieure à ce qu'elle était avant la substitution du salaire hebdomadaire au salaire mensuel. La vitesse de renouvellement de l'encaisse, au lieu d'être accrue, se trouvera donc diminuée.

Cet exemple montre qu'une augmentation de la fréquence des paiements n'accroît la vitesse de renouvellement des encaisses que si les individus la mettent à profit pour accroître momentanément leurs dépenses. On pourrait faire un raisonnement analogue dans tous les autres cas et l'on aboutirait à cette conclusion générale que les changements favorables dans les caractères des paiements ou dans l'usage du crédit, n'entraînent pas *ipso facto* une augmentation de la vitesse de renouvellement des encaisses. Ces changements, en entraînant une réduction de l'encaisse active, ont seulement pour effet de créer ou d'élargir une marge d'augmentation de la vitesse de renouvellement des encaisses, marge que les individus sont libres d'utiliser ou de ne pas utiliser. Si l'augmentation de la vitesse de renouvellement se réalise, sa véritable cause réside dans la volonté des individus d'accroître leurs dépenses au delà de leurs recettes.

L'examen de l'influence des habitudes monétaires du public ne modifie donc pas les conclusions que nous avions formulées plus haut. Il faut considérer que les modifications, soit des dépenses, soit des recettes des individus, constituent la cause directe fondamentale des variations de la vitesse de circulation.

Il reste à rechercher quelles sont les circonstances d'ordre psychologique ou d'ordre économique qui, provoquant des modifications des recettes ou des dépenses des individus, constituent les causes premières des variations de la vitesse de circulation.

Quelles sont d'abord les raisons qui peuvent déterminer les individus à accroître leurs dépenses sans que leurs recettes soient modifiées?

Nous avons déjà dit que cet accroissement des dépenses peut résulter d'une augmentation des tendances à la prodigalité chez les individus.

Si les tendances à la prodigalité s'accentuent pour la moyenne des individus ou encore s'il se produit un déplacement de ressources d'une classe économe à une classe plus dépensière, il en résultera une augmentation de la vitesse de circulation de la monnaie. L'effet direct de ces changements doit être toutefois peu important, parce que le montant total des encaisses des consommateurs est certainement assez faible en comparaison du montant total des encaisses des industriels et des commerçants. Mais nous verrons plus loin qu'à cet effet direct s'en ajoute un autre, qui contribue également à augmenter la vitesse de circulation.

En restant toujours dans le domaine des influences psychologiques, on peut rapprocher de l'accroissement des tendances à la prodigalité le phénomène de défiance à l'égard de la monnaie qui se manifeste dans les périodes de hausse très rapide des prix. Dans ce cas, tous les individus, industriels et commerçants aussi bien que consommateurs, réduisent au minimum possible le montant d'une encaisse dont la valeur réelle décroît chaque jour et il se produit une très grande augmentation de la vitesse de circulation de la monnaie.

Mais indépendamment de l'action des facteurs psychologiques, les circonstances économiques peuvent, elles aussi, provoquer — et ce sont elles qui provoqueront le plus souvent — un accroissement des dépenses des individus.

Envisageons d'abord ce qui se passe dans le cas d'un accroissement du volume des transactions. Il se traduit pour les industriels par une augmentation du montant de leurs dépenses de production préalablement à toute augmentation du montant de leur chiffre de ventes. Pour les commerçants, il se traduit par une augmentation du montant de leurs achats qui a lieu avant que s'accroisse le montant de leurs ventes. L'augmentation du volume des transactions doit donc accroître la vitesse de circulation de la monnaie.

L'augmentation des prix de revient de la production produira également le même effet. Il entraînera, en effet, pour les industriels, une augmentation de leurs dépenses de production qu'ils subiront avant d'avoir pu accroître leurs recettes par l'élévation de leurs prix de vente. Ensuite, la hausse des prix imposée par les producteurs entraînera pour les commerçants un accroissement du montant de leurs achats préalable à l'augmentation de celui de leurs ventes.

Quelles sont maintenant les causes qui peuvent provoquer un accroissement initial des recettes des individus?

Il faut observer tout d'abord que l'augmentation du volume de la production et de son prix de revient, qui constitue pour les industriels et les commerçants une augmentation de leurs dépenses préalable à celle de leurs recettes, constitue pour leurs ouvriers et employés un accroissement initial de leurs recettes. Mais ce deuxième aspect de phénomène est moins important que le premier, parce que, ainsi que nous l'avons déjà dit, le montant total des encaisses des consommateurs est bien inférieur à celui des encaisses des commerçants et industriels.

C'est dans les variations du stock monétaire qu'il faut chercher essentiellement la cause des variations des recettes individuelles. Nous reviendrons sur ce point quand nous examinerons les rapports du stock monétaire et des revenus. Mais il est clair qu'une augmentation du

stock monétaire, provoquée, par exemple, par un accroissement de la production de l'or ou par un accroissement des dépenses publiques, entraîne pour un certain nombre d'individus un accroissement initial de leurs recettes. Cet accroissement des recettes de certains individus entraînera une augmentation de leurs dépenses et, par suite, de proche en proche, un accroissement des recettes de l'ensemble des membres de la communauté économique. L'augmentation du stock monétaire provoquera donc une accélération de la vitesse de circulation.

Mais il arrive parfois que l'augmentation du stock monétaire corresponde, non à un accroissement véritable des recettes des individus, mais à un simple changement dans la forme sous laquelle ils conservent leurs capitaux. Nous en verrons plus loin des exemples. Dans ce cas, l'augmentation du stock monétaire ne provoque pas l'augmentation générale des recettes et des dépenses dont il vient d'être question et elle ne doit pas entraîner d'augmentation de la vitesse de circulation. Au contraire, en l'absence d'influences compensatrices, il se produira une diminution de la vitesse de circulation puisque l'augmentation du stock monétaire ne correspondra pas à un accroissement du volume des paiements.

Enfin, nous avons vu que la hausse des prix de revient de la production, provoquant une augmentation des dépenses des commerçants et des industriels, entraînait un accroissement de la vitesse de circulation. Mais que se passe-t-il dans le cas où la hausse des prix résulte, non plus d'une élévation des prix de revient, mais d'un accroissement de la demande sans accroissement parallèle de la production, c'est-à-dire dans le cas où la hausse du prix se manifeste initialement sur le marché des biens de consommation? Elle entraîne, cette fois, pour les commerçants et industriels, une augmentation de leurs recettes et, dans ce cas encore, elle provoque un accroissement de la vitesse de circulation.

Il faut toutefois remarquer que l'accroissement de la demande provient généralement d'une élévation des recettes des consommateurs, laquelle, si elle ne correspond pas à une élévation des prix de revient ou à un accroissement de la production, ce que nous supposons, résultera d'un accroissement du stock monétaire (provoqué par exemple par une élévation des dépenses publiques). La hausse des prix et l'accroissement de la vitesse de circulation se rattachent alors à la variation du stock monétaire.

Lorsque l'augmentation de la demande ne correspond pas à un accroissement des recettes des consommateurs, c'est que ceux-ci ont tendance à dépenser plus qu'ils ne gagnent. La hausse des prix et l'accroissement de la vitesse de circulation se rattachent alors à l'influence des facteurs psychologiques que nous avons mentionnés.

Ni dans l'un, ni dans l'autre cas, la hausse des prix ne se présente comme un nouveau facteur autonome de variation de la vitesse de circulation. Il convenait cependant d'observer qu'à la hausse des prix, qu'elle provienne d'un accroissement de la demande ou qu'elle résulte de l'élévation du coût de production, correspond toujours un accroissement de la vitesse de circulation.

On peut donc conclure en définitive qu'en dehors des influences psychologiques, l'augmentation du volume des transactions et la hausse des prix, quelle que soit son origine, constituent les causes essentielles d'accroissement de la vitesse de circulation. En outre, l'augmentation du stock monétaire a le plus souvent pour effet d'accélérer la vitesse de circulation, mais, dans certains cas, elle peut au contraire la ralentir.

Nous aurons à rechercher dans la 2e section de ce chapitre si les données statistiques que l'on possède sur les variations de la vitesse de circulation confirment ces conclusions théoriques. Mais il nous paraît utile auparavant de nous arrêter quelques instants à l'examen d'une théorie soutenue par quelques économistes, notamment par M. Gide, et d'après laquelle la vitesse de circulation ne pourrait varier que par l'effet d'un changement dans l'activité des échanges et par suite dans le volume des transactions. La réfutation de cette théorie résulte indirectement de ce qui précède, puisque nous avons vu que la vitesse de circulation peut varier, non seulement par suite de changements dans le volume des transactions, mais aussi par suite de changements dans le niveau des prix et dans le montant du stock monétaire. Il n'en est pas moins intéressant de mettre en évidence le vice de raisonnement sur lequel repose l'opinion en question.

Nous nous bornerons à le faire en montrant que la vitesse de circulation peut changer si les prix se modifient, le volume des transactions et le stock monétaire restant constants.

« Si la monnaie accomplit deux fois plus d'actes d'échange dans la journée, écrit M. Gide, ce ne peut être que parce qu'il y a deux fois plus de marchandises échangées (1). » D'une façon plus explicite, l'argumentation de M. Gide et des partisans de la théorie en question consiste à dire que les unités monétaires décrivant le circuit des échanges d'acheteurs à vendeurs successifs en même temps que les biens le décrivent de vendeurs à acheteurs, le nombre moyen de fois que les unités monétaires changent de mains est égal au nombre moyen de fois que les biens font l'objet d'opérations d'échange. La vitesse de circulation de la monnaie serait, peut-on dire, égale et de sens contraire à la vitesse de circulation des biens.

Elle ne pourrait donc varier que par suite de changements dans le volume des transactions et encore seulement de ceux de ces changements qui résultent non d'une variation de la quantité des biens produits, mais d'une modification de la rapidité avec laquelle les biens

(1) Cf. *Cours d'économie politique*, tome I, p. 593. — Voir aussi Baron Mourre : « Les causes de la hausse des prix » (*Revue d'éc. pol.*, 1919, p. 141 et 323).

circulent. La vitesse de circulation serait par suite sans influence sur les prix, puisque ses variations seraient toujours exactement compensées par celles de l'activité des échanges.

L'erreur de raisonnement consiste à oublier que toutes les unités monétaires ne sont pas utilisées simultanément, mais qu'elles se relaient pour accomplir leur fonction d'intermédiaires des échanges. Par suite, le nombre moyen des paiements effectués pour chaque unité monétaire dans un temps donné dépend non seulement du nombre total des paiements effectués dans la communauté économique pendant le temps considéré, mais du nombre moyen d'unités monétaires utilisé pour chaque paiement. Pour reprendre une comparaison de M. Gide, considérons une compagnie de chemins de fer qui dispose d'un certain nombre de wagons dans son parc de matériel. Le nombre de kilomètres effectué en moyenne par chaque wagon dans un temps donné augmenteranon seulement si les trains circulent plus vite, mais si la Compagnie, laissant les wagons séjourner moins longtemps dans le parc, accroche un plus grand nombre de wagons à chaque train.

Algébriquement, le produit MV du nombre des unités monétaires multiplié par le nombre de paiements effectués en moyenne par chacune d'elles dans l'unité de temps est égal au produit N n du nombre total N des opérations de paiements effectués dans l'unité de temps par le nombre n d'unités monétaires utilisées en moyenne pour chaque paiement. Ces deux produits sont en effet égaux l'un et l'autre au montant total des paiements effectués dans l'unité de temps.

Pour un même nombre M d'unités monétaires, la vitesse de circulation V augmente :

1° Lorsqu'un plus grand nombre N d'opérations de paiement est effectué;

2° Lorsque chaque paiement met en jeu un nombre n d'unités monétaires plus grand.

Dans le premier cas, l'augmentation de la vitesse de circulation correspond bien à une augmentation du volume des transactions (en supposant encore qu'il n'y ait pas de changement dans la quantité de biens faisant l'objet de chaque opération de paiement).

Dans le deuxième cas, l'augmentation de la vitesse de circulation correspond à une hausse des prix et nullement à une augmentation du volume des transactions.

Section II

Aperçu statistique sur les variations de la vitesse de circulation.

Les travaux statistiques consacrés à la vitesse de circulation de la monnaie ne sont pas très nombreux.

Avant de parler des recherches statistiques relatives à la vitesse globale de circulation de la monnaie, pour l'ensemble de la population d'un pays, nous dirons un mot de résultats rapportés par Irving Fisher (1) concernant la vitesse de renouvellement des encaisses d'un certain nombre d'étudiants de l'Université de Yale. Ces étudiants ayant, au cours d'une année, calculé le montant total de leurs dépenses et de leur encaisse moyenne, la vitesse de renouvellement de leur encaisse se trouvait être égale en moyenne à 66 par an. Ce chiffre ne peut évidemment pas donner une idée exacte de la vitesse de circulation dans l'ensemble du pays pour l'année considérée, étant donné que les recherches portaient sur un très petit nombre d'individus appartenant tous à la catégorie des consommateurs. Mais ce qu'il y a d'intéressant dans les résultats rapportés par Irving Fisher, c'est la correspondance entre le montant total des dépenses des individus et la vitesse de renouvellement de leurs encaisses. Les individus ayant été répartis en cinq catégories suivant le montant total de leurs dépenses annuelles et la vitesse de circulation ayant été calculée séparément pour chacun de ces groupes, on obtenait le tableau suivant :

Dépenses annuelles	Vitesse de renouvellement de l'encaisse
Moins de 300 dollars	17
De 300 à 600 —	59
De 600 à 900 —	61
De 900 à 1.200 —	96
Plus de 1.200 —	137

Ce tableau montre une corrélation directe frappante entre le montant total des dépenses et la valeur de la vitesse de renouvellement de l'encaisse. Il concorde avec l'affirmation faite précédemment, que la vitesse de renouvellement de l'encaisse s'accroît quand augmentent les recettes et les dépenses des individus. Mais la vérification est évidemment bien trop partielle pour être démonstrative et nous ne nous occuperons désormais que de recherches proprement statistiques portant sur des groupes beaucoup plus étendus.

Parmi ces recherches statistiques, il faut citer en premier lieu celles de des Essars, dont les résultats ont été publiés au *Journal de la Société de Statistique de Paris* (année 1895, p. 148). Des Essars ayant calculé la vitesse moyenne de circulation des comptes courants particuliers de la Banque de France jusqu'à l'année 1894, avait mis en évidence l'existence

(1) Cf. *Pouvoir d'achat de la monnaie*, p. 434.

de variations cycliques de la vitesse de circulation, celle-ci s'accroissant en période de prospérité et diminuant en période de dépression.

Les recherches de des Essars ont été poursuivies par M. Roulleau pour la période allant de 1894 à 1936 (1). Comme l'avait fait des Essars, M. Roulleau calcule la vitesse de circulation des comptes courants en divisant la demi-somme des débits et crédits imputés aux comptes courants au cours d'une année par le solde moyen de ces comptes pendant la même période.

Nous reproduisons ci-dessous les chiffres relatifs à la période allant de 1920 à 1936, qui est particulièrement riche en variations des divers facteurs de l'activité économique :

ANNÉES	VITESSE DE CIRCULATION	ANNÉES	VITESSE DE CIRCULATION
1920	190,1	1930	152,3
1921	196,5	1931	76,1
1922	240,0	1932	41,7
1923	311,2	1933	57,2
1924	383,7	1934	59,7
1925	370,7	1935	78,1
1926	357,4	1936	145,4
1927	285,1		
1928	241,2		
1929	185,3		

Ce tableau suffit à montrer l'importance des variations de la vitesse de circulation. On voit que dans l'espace de trois années allant de 1921 à 1924, la vitesse de circulation est passée de 196,5 à 383,7, c'est-à-dire qu'elle a à peu près doublé. En huit ans, de 1924 à 1932, la vitesse de circulation a varié de 383,7 (valeur maximum au cours de la période envisagée) à 41,7 (valeur minimum), c'est-à-dire qu'elle est devenue neuf fois plus faible.

Remarquons aussi la grande valeur absolue que peut atteindre la vitesse de circulation. La valeur maximum de 383,7 indique qu'en 1924, les encaisses se renouvelaient intégralement plus d'une fois par jour.

Il faut toutefois observer que ces résultats concernent la monnaie scripturale qui constitue la fraction la plus active et la plus sensible du stock monétaire. Si l'on pouvait connaître la vitesse de circulation de l'ensemble du stock monétaire, il est probable qu'on constaterait que l'amplitude de ses variations est moins grande. Mais, en ce qui concerne le sens des variations, les mêmes causes agissant sur les diverses fractions du stock monétaire doivent produire les mêmes effets. On peut donc considérer que les variations de la vitesse de circulation des comptes courants reflètent, en direction sinon en intensité, les variations de la vitesse de circulation du stock monétaire total. Il n'est donc pas sans intérêt de les comparer aux variations des autres facteurs de l'équation des échanges : volume des transactions, prix et stock monétaire. Cette comparaison fait l'objet d'un autre tableau qu'on trouvera plus loin.

A défaut d'indice du volume des transactions, nous avons fait figurer dans ce tableau l'indice général de la production de la Statistique générale de la France (base 1913 = 100). Nous avons adopté comme indice des prix l'indice des prix de gros de 45 articles de la Statistique générale de la France (base : juillet 1914 = 100). Les prix de gros interviennent en effet pour une bien plus grande part que les prix de détail dans le montant total des paiements.

Les chiffres relatifs au stock monétaire ont été obtenus en ajoutant au montant des billets de circulation celui du solde total des comptes courants créditeurs à la Banque de France (y compris celui du Trésor). Ces chiffres ne représentent pas le stock monétaire total puisqu'ils ne comprennent pas le solde des comptes courants dans les banques privées. Mais on peut penser qu'ils en reflètent assez fidèlement les variations.

Les divers indices et les chiffres relatifs au stock monétaire concernent les moyennes annuelles.

Le tableau suivant montre dans l'ensemble une concordance assez nette entre les variations de la vitesse de circulation et celles du volume de la production et des prix.

TABLEAU

(1) *Journal de la Société de Statistique de Paris* année 1937, p. 115.

ANNÉES	VITESSE de circulation	INDICE de la production	INDICE DES PRIX	STOCK MONÉTAIRE (en milliards de francs)
1920	190,1	62	520	41,6
1921	196,5	55	352	40,6
1922	240,0	78	334	38,7
1923	311,2	88	428	39,5
1924	383,7	109	499	42,1
1925	370,7	108	561	46,4
1926	357,4	126	718	56,7
1927	285,1	110	630	62,4
1928	241,2	127	634	68,9
1929	185,3	139	623	83,7
1930	152,3	140	543	89,5
1931	76,1	124	462	104,5
1932	41,7	96	407	108,8
1933	57,2	107	388	103,4
1934	59,7	99	366	99,6
1935	78,1	94	347	97,9
1936	145,4	98	405	94,5

Après une discordance dans la période 1920-1921, où la vitesse de circulation s'accroît légèrement alors que les prix baissent et que le volume de la production diminue, on observe une remarquable concordance pendant les années 1921 à 1924. De 1921 à 1924, la vitesse de circulation est sensiblement doublée; en même temps, le volume de la production double lui aussi et l'indice des prix passe de 352 à 428 (hausse de 22 %). Ici, l'influence du volume de la production apparaît prépondérante.

De 1924 à 1926, on constate une discordance : la vitesse de circulation décroît légèrement, alors que l'indice de la production passe de 109 à 126 (augmentation de 16 %) et celui des prix de 499 à 718 (hausse de 44 %).

A partir de 1926, on assiste à une réduction très grande de la vitesse de circulation, qui atteint son point le plus bas en 1932. Cette décroissance de la vitesse de circulation coïncide avec une diminution du volume de la production dont l'indice, à travers des fluctuations diverses, passe de 126 en 1926 à 96 en 1932 (diminution de 24 %) et avec une baisse continue et profonde des prix dont l'indice décroît régulièrement de 718 à 407 (baisse de 43 %). Ici l'influence des prix apparaît plus importante que celle du volume de la production.

De 1932 à 1935, cependant, la vitesse de circulation se relève sensiblement de 41,7 à 78,1 (augmentation de 87 %), alors que le volume de la production décroît légèrement (de 96 à 94) et que la baisse des prix se poursuit, l'indice passant de 407 à 347 (diminution de 15 %).

La concordance reparaît de 1935 à 1936. La brusque augmentation de la vitesse de circulation qui, en un an, double à peu près de valeur, coïncide avec un léger accroissement de la production et avec un renversement de la tendance des prix dont l'indice passe de 347 à 405 (hausse de 17 %).

Dans l'ensemble, au cours de la période de seize ans envisagée, les concordances portent sur dix années et les discordances sur six années seulement. On peut remarquer, en outre, que dans tous les cas où il y a discordance, le stock monétaire et la vitesse de circulation varient également en sens contraire, et cela nous amène à la comparaison de ces deux facteurs.

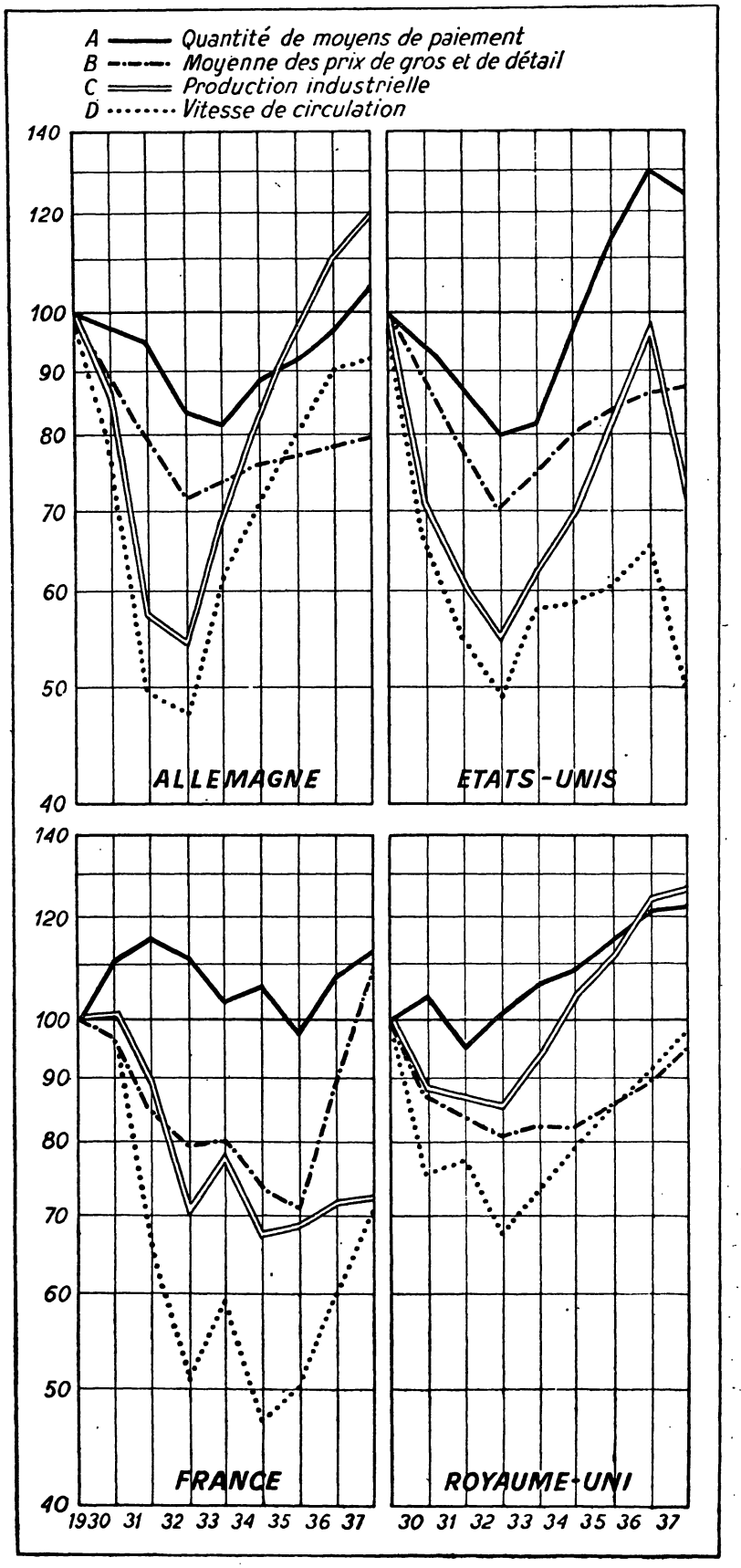
Un simple regard suffit à montrer l'absence générale de concordance entre les variations de la vitesse de circulation et celles du stock monétaire.

Il y a bien concordance pendant la période 1921-1924, où l'augmentation de la vitesse de circulation correspond à un léger accroissement du stock monétaire.

Mais de 1924 à 1932, la décroissance de la vitesse de circulation, qui prend à partir de 1926 l'allure d'une chute verticale, coïncide avec un accroissement considérable du stock monétaire. Et à partir de 1932, alors que la vitesse de circulation se relève, le stock monétaire se met à décroître.

En ce qui concerne les années 1925-1926, on peut penser que l'augmentation en volume des paiements, qui s'est produite de 1921 à 1924 sans grande augmentation du stock monétaire, ayant entraîné une très grande augmentation de la vitesse de circulation, l'accroissement ultérieur du stock monétaire a permis la réduction de cette vitesse excessive. Du reste, si l'on considère la période 1921-1926 dans son ensemble, il y a au total une augmentation parallèle de la vitesse de circulation et du stock monétaire.

La discordance éclatante qui s'observe de 1926 à 1932 doit être rapprochée du fait qu'au cours de cette période l'augmentation du stock monétaire correspond d'abord à l'augmentation du portefeuille de devises de la Banque de France (qui atteint 25,9 milliards à la fin de 1929) et ensuite à une augmentation considérable de l'encaisse-or (qui, de 31,8 milliards à la fin de 1928, atteint 79,3 milliards en 1932 et 81,1 milliards en 1933 et qui décroîtra ensuite). L'accroissement du stock monétaire au cours des années considérées a été provoqué d'abord par les rapatriements de capitaux français émigrés et par les achats de francs de la spéculation internationale qui ont suivi le redressement financier de 1926. Cet accroissement s'est


A Quantité de moyens de paiement
B Moyenne des prix de gros et de détail
C Production industrielle
D Vitesse de circulation
140
120
100
90
80
70
60
50
40
ALLEMAGNE
ETATS-UNIS
FRANCE
ROYAUME-UNI
1930 31 32 33 34 35 36 37
30 31 32 33 34 35 36 37

ensuite poursuivi parce que, même avant la dévaluation de la livre sterling en septembre 1931, le franc était devenu une monnaie refuge pour les capitaux internationaux. Le stock monétaire s'étant ainsi accru d'une masse énorme de capitaux qui ne participaient pas à l'activité économique et qui n'intervenaient donc pas dans les paiements, il n'est pas étonnant que la vitesse de circulation ait décru dans des proportions considérables.

Après 1932, le relèvement de la vitesse de circulation correspond à la disparition progressive de ces capitaux oisifs que révèlent la diminution du stock monétaire et la diminution parallèle de l'encaisse or qui passe de 81,1 milliards en 1933 à 76,3 milliards en 1935 et 59,6 milliards en 1936 (avant la dévaluation du 1er octobre).

Pour plus de clarté, nous donnons ci-dessous les valeurs comparées du stock monétaire et de l'encaisse or de la Banque de France de 1928 à 1936. Les chiffres sont relatifs aux moyennes annuelles (sauf ceux de 1928 et 1936 concernant l'encaisse or).

ANNÉES	STOCK MONÉTAIRE (en milliards de francs)	ENCAISSE OR (en milliards de francs)
1928	68,9	31,8 (1)
1929	83,7	38,9
1930	89,5	46,7
1931	104,5	58,7
1932	108,8	79,3
1933	103,4	81,1
1934	99,6	78,9
1935	97,9	76,3
1936	94,5	59,6 (2)

(1) Encaisse au 22 décembre réévaluée suivant convention du 23 juillet 1928.
(2) Moyenne des neuf premiers mois (avant la dévaluation).

Les considérations précédentes expliquent que la vitesse de circulation ait décru de 1926 à 1932 dans des proportions beaucoup plus grandes que la production et les prix et que, de 1932 à 1935, la vitesse de circulation se soit accrue bien que la production et les prix aient continué à diminuer.

En définitive, une interprétation correcte des résultats statistiques envisagés semble être la suivante : le volume des transactions et les prix ont exercé sur la vitesse de circulation une nette influence, qui a été parfois contrariée, parfois accentuée par des variations perturbatrices du stock monétaire provoquées par des mouvements internationaux de capitaux.

Cette influence perturbatrice du stock monétaire pendant la période de 1926 à 1935 est d'ailleurs particulière à la France, ainsi que le montrent les résultats statistiques relatifs à divers pays étrangers.

Nous reproduisons plus loin un graphique dressé par les services d'études économiques de la Société des Nations (1) relatif aux variations de la vitesse de circulation dans divers pays (Allemagne, États-Unis, France, Grande-Bretagne) de la fin de 1929 à la fin de 1937. Sur ce graphique, les variations de la vitesse de circulation sont comparées à celles du volume de la production, du niveau des prix et du stock monétaire.

La valeur du stock monétaire a été calculée en ajoutant au montant des billets en circulation le montant total des dépôts en banque à vue, y compris les dépôts dans les banques privées. On a pris comme indice des prix la moyenne des indices des prix de gros et des prix de détail (il aurait peut-être été préférable de prendre simplement l'indice des prix de gros). On a obtenu l'indice de la vitesse de circulation en multipliant l'indice de la production (considéré comme représentant le volume des transactions) par l'indice des prix et en divisant le produit obtenu par l'indice du stock monétaire. Les chiffres utilisés pour la construction du graphique sont ceux relatifs au dernier mois de chaque année. Les divers indices sont rapportés à la moyenne de 1929 prise comme base. L'échelle verticale est logarithmique.

Ce graphique illustre de façon saisissante, pour les quatre pays considérés, la concordance des variations de la vitesse de circulation avec celles du volume de la production et des prix. La corrélation qui apparaît la plus étroite est celle qui existe entre la vitesse de circulation et le volume de la production. De ce dernier point de vue, le cas de la France pendant les années 1936-1937 fait toutefois exception : la vitesse de circulation s'élève parallèlement aux prix alors que la production reste à peu près stationnaire.

En ce qui concerne les rapports de stock monétaire et la vitesse de circulation, les courbes relatives aux pays autres que la France montrent une nette concordance entre les variations de ces deux facteurs. Elles permettent en outre de constater que l'amplitude des variations est sensiblement plus grande pour la vitesse de circulation que pour le stock monétaire. Par contre, le graphique relatif à la France montre la discordance des variations du stock monétaire et de la vitesse de circulation jusqu'à la fin de 1935, discordance dont nous avons donné

(1) Cf. S. d. N. : *Monnaies et Banques*, 1937-1938 (vol. I, p. 80).

plus haut l'explication. Il permet aussi de faire cette constatation particulièrement intéressante que la concordance des variations de ces deux facteurs reparaît en France à la fin de 1936, au moment où le relèvement du stock monétaire correspond, non plus à des mouvements internationaux de capitaux, mais à un accroissement des dépenses publiques et à la reprise des avances de la Banque de France à l'État.

Nous arrêterons là ce bref exposé statistique en constatant que les données qu'il fournit s'accordent en tous points avec les conclusions des raisonnements qui le précédaient. Les uns et les autres montrent que la vitesse de circulation est modifiée dans de larges proportions par les changements qui se produisent dans les prix et dans le volume des transactions et aussi, mais pas toujours, dans le même sens, par ceux qui affectent le montant du stock monétaire.

De cette variabilité de la vitesse de circulation résulte l'absence de toute relation quantitative fixe entre le stock monétaire et les prix. Nous avons suffisamment insisté sur ce point à propos de l'équation des échanges et nous n'y reviendrons pas. Mais ce qu'il convient de remarquer, c'est qu'en cherchant les causes de variation de la vitesse de circulation, nous avons été amenés constamment à nous demander quelle est l'origine de la monnaie perçue par les individus et quelle est la destination de celle qu'ils dépensent. Nous avons ainsi dépassé la simple étude de la traversée des encaisses individuelles pour esquisser celle du circuit décrit par la monnaie dans l'économie. Cela montre l'intérêt que présente, pour la compréhension des phénomènes monétaires, l'étude de la circulation de la monnaie dans l'ensemble de l'économie, étude que nous allons maintenant entreprendre.

(*A suivre.*)

G. Létinier