JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

ROBERT HÉNON

L'amortissement du matériel industriel

Journal de la société statistique de Paris, tome 84 (1943), p. 119-155
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1943__84__119_0>

© Société de statistique de Paris, 1943, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

II

L'AMORTISSEMENT DU MATÉRIEL INDUSTRIEL

L'amortissement du matériel industriel est une des question les plus difficile à résoudre que l'on rencontre dans les problèmes de *prix de revient* et de *renouvellement de matériel.* Sa part dans le prix de revient varie dans de grandes proportions. Très importante, quand il s'agit de Centrales hydro-électriques, elle devient très faible dans d'autres industries où les opérations humaines manuelles et intellectuelles deviennent dominantes.

La conception que l'on se fait de l'amortissement influence non seulement le prix de revient et leur *comparabilité dans l'espace et dans le temps*, mais encore les résultats d'exploitation et, par voie de conséquence, la stabilité des dividendes. Les effets économiques, qui résulteraient de l'application obligatoire d'une méthode uniforme, seraient donc loin d'être négligeables à cause de l'intensité que prendrait la convergence des résultats dans de telles conditions. Suivant les conceptions qui pourraient être admises, on aboutirait soit à une *stabilisation* des prix de revient et des dividendes, soit, au contraire, à une accentuation des écarts de ceux-ci. Les variations de la conjoncture économique peuvent donc être influencées par l'application d'une méthode de calcul des amortissements. Pour toutes ces raisons, il est du plus grand intérêt d'entreprendre une étude scientifique de ce problème. C'est cette étude que nous avons tentée de faire ici en nous appuyant tout particulièrement sur la discipline que nous apportent les méthodes statistiques.

Tout d'abord nous désignerons par *matériel*, non seulement l'ensemble des moyens par lesquels on transforme, on façonne des matières ou au moyen desquels on fournit des services qui font l'objet de la profession, mais encore ce qu'on désigne plus particulièrement sous l'appellation d'*installations et d'agencements*. C'est donc par une extension de langage que nous appellerons matériel toutes immobilisations corporelles utilisées dans l'industrie autres que des immeubles.

D'autre part, pour éviter des répétitions, nous conviendrons de comprendre sous l'appellation générale de *matériel ; une* machine-outil, *un* appareil de mesure, *un* pont roulant, etc... Un matériel désignera donc *une unité* dans le cours de cet exposé.

Une remarque analogue sera faite quand nous dirons *production*, il sera sous-entendu qu'il s'agira du nombre d'opérations ou de services rendus par un matériel, et non pas nécessairement de la production d'objets finis.

Au point de vue prix de revient, nous préciserons que tout matériel fait partie d'un *poste de travail*, car ce matériel, pour être utilisé, a fait l'objet d'une certaine organisation du travail et, au point de vue économique, c'est la plus petite cellule qui peut être obtenue par une division de l'entreprise. Ce poste de travail est *responsable* de certains frais qu'on lui impute, c'est l'ensemble de ces frais, qui, rapportés à l'unité de production, constitue le prix de revient unitaire.

Le problème théorique et pratique du prix de revient ne semble pas avoir fait l'objet d'une solution scientifique, car, actuellement, il est encore traité par des méthodes posées

à priori et à l'aide de définitions conventionnelles. Cependant, pour le statisticien, le problème du prix de revient est un problème parfaitement clair de *corrélation* entre quelques variables physiques et certains groupes de dépenses. Si la corrélation est évidente pour les « dépenses directes » elle ne l'est pas toujours pour les frais généraux et, dans ce cas, la méthode statistique pourrait intervenir avantageusement pour les calculer. C'est pourquoi nous avons fait remarquer ce premier caractère qualitatif de la corrélation en disant que le poste de travail est *responsable* de certains frais. Dans ces conditions, le poste de travail est responsable de l'*amortissement* de son matériel et de la charge de *loyer d'argent* entraîné par l'immobilisation correspondante de capitaux. *Amortissements et intérêts doivent donc être individualisés dans un calcul de prix de revient unitaire et non incorporés dans un pourcentage uniforme de frais généraux sur l'ensemble de la production* (1).

En ce qui concerne l'évaluation des amortissements, nous rappellerons que c'est à l'occasion d'opérations financières que des méthodes de calcul ont été mises au point (2) et qu'elles ont été étendues à d'autres domaines. Au point de vue financier, amortir une dette signifie répartir dans le temps la charge du remboursement suivant un programme rigide et par annuités généralement constantes. Au point de vue industriel, le matériel, richesse qui se détruit, demande un amortissement ayant pour but de reconstituer le coût d'acquisition de manière à retrouver sous forme disponible le capital initial à l'époque de réforme. Il est donc tentant d'appliquer les calculs d'amortissements financiers aux amortissements industriels, avec cette différence fondamentale que l'époque de réforme est une base de temps incertaine.

Suivant la manière dont les auteurs ont lié jusqu'ici la loi de dépréciation du matériel à la loi d'amortissement, ils ont obtenu trois méthodes classiques d'évaluation qui sont résumées dans le tableau suivant.

AMORTISSEMENT	ANNUITÉ	LOI DE DÉPRÉCIATION *a priori* en fonction du temps	OBSERVATIONS
Évalué d'après expertise.	Variable.		L'amortissement compense exactement la diminution de valeur vénale estimée.
Calculé sur une base de temps.	Constante à un seul taux.	Ligne droite.	Méthode classique, un taux fixe de la valeur d'acquisition.
	Constante à plusieurs taux.	Ligne brisée.	
	Décroissante en progression arithmétique.	Branche parabolique.	Méthode proposée par Cole de l'Université de Harward.
	Décroissante en progression géométrique.	Branche exponentielle.	Méthode classique, un taux fixe de la valeur comptable restante.
Calculé sur une base de production.	Variable, proportionnelle à la production.		Méthode souvent employée par des entreprises de transport et dans les industries extractives.

Toutes ces méthodes ont le grave défaut de ne pouvoir assurer la comparaison des prix de revient de matériels analogues dans l'espace et dans le temps, soit parce que le quantum d'amortissement par unité de production est variable d'un exercice à l'autre, soit encore parce que ce quantum cesse d'être appliqué dès que le montant des amortissements cumulés atteint la valeur d'acquisition du matériel en question.

Dans la méthode la plus employée de l'annuité constante, les résultats d'exploitation sont exagérément favorables durant les périodes de suractivité ou exagérément défavorables pendant les périodes de sous-activité. Il faut donc préciser cette notion d'amortissement industriel en général et dire : *qu'amortir un matériel c'est répartir la charge du remboursement de son prix d'acquisition d'une manière uniforme sur la production totale ou les services rendus pendant toute la durée de vie de ce matériel.*

(1) Cependant cette opération peut être légitime en comptabilité si elle repose sur une étude préalable de corrélation entre un ou plusieurs indices d'activité et un compte collectif d'amortissement. Des simplifications très substantielles pour la tenue des comptabilités industrielles pourraient ainsi être proposées par les comités professionnels à condition toutefois de pouvoir contrôler l'évolution des coefficients au cours du temps dans un très petit nombre d' « entreprises témoins ».

(2) BARRIOL, *Traité des opérations financières*. Doin, Paris, 1931.

Cette opération s'apparente donc à l'idée d'une assurance-vie entière contre le risque de réforme, l'âge de réforme étant une donnée incertaine : une « variable aléatoire ». Dans ces conditions, on impute au prix de revient de chaque unité de production *une prime constante* d'amortissement. Les prix de revient deviennent comparables, l'annuité d'amortissement, qui figure aux résultats d'exploitation, dépend de l'activité annuelle, et le compte « amortissement du matériel » qui figure au Bilan prend le caractère d'une provision pour risque de réforme. Ce sont les conséquences de cette conception probabiliste de l'amortissement que nous allons maintenant développer. Il est encore bien entendu que nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un régime monétaire stable; ce n'est qu'à la fin de cette étude que nous indiquerons brièvement les conséquences qu'entraînerait l'instabilité de ce facteur.

Dans une première partie, nous étudierons tout ce qui intéresse le problème fondamental de la prévision des durées de vie. Dans une deuxième partie, nous montrerons la manière de calculer et comptabiliser les amortissements. Enfin nous indiquerons comment se posent quelques problèmes qui dépendent des amortissements.

A. — DURÉE DE VIE D'UN MATÉRIEL

Nous commencerons par faire un exposé des données théoriques sur la nature et l'importance des facteurs qui conduisent à reformer un matériel.

Puis nous indiquerons les travaux de Kurtz qui a pu faire une étude expérimentale des courbes de mortalité par nature de matériel.

Enfin nous donnerons une solution pratique du problème de la prévision en faisant intervenir une classification du matériel par « classes » échelonnées suivant les nombres de la série de Renard qui font partie des normes techniques de l'Afnor.

I — CONCEPTIONS THÉORIQUES

1. — *Analyse des causes de réforme.*

Trois facteurs influencent la mortalité du matériel, ce sont :

— l'usure;
— la désuétude;
— l'accident.

a) **L'usure :**

L'usure d'un matériel dépend de la qualité de sa conception du choix des matériaux employés et de la condition d'usage : horaire journalier, vitesse de régime, échauffement, corrosion.

Parmi ces dernières la vitesse est un facteur très complexe qui provoque l'usure, non seulement par frottement et roulement des organes mobiles, mais encore par l'apparition de phénomènes vibratoires. Ces derniers phénomènes, ainsi que les percussions, tendent à modifier la structure cristalline des métaux en leur faisant perdre leurs qualités d'origine. L'usure n'est pas toujours proportionnelle à la vitesse et l'observation scientifique des machines montre souvent que l'usure est moindre en augmentant cette vitesse qui passe par plusieurs régimes « critiques ».

Au point de vue industriel ce n'est pas toujours le *régime de la plus faible usure* qui est à préconiser, mais le *régime le plus rentable*, tel que : lié à la fraction de bénéfice dont il est la source, ce bénéfice soit maximum au régime choisi.

Une machine étant composée par un assemblage d'organes, ces organes ont, à la naissance, des durées de vie différentes. Par exemple pour les roulements à billes, en désignant par U le nombre de tours avant toute fatigue, P les charges totales statistiques et dynamiques pouvant s'exercer sur le roulement, C une constante, fonction du type de roulement et des dimensions, la durée du roulement exprimée en nombre de tours est : $U = CP^{-3,33}$, la durée signifiant le nombre de tours minimum que 90 % de ces roulements atteignent sans présenter la moindre trace de fatigue dans aucun de leurs éléments.

Si l'ingénieur du bureau d'études pouvait régler les durées des organes d'un matériel sur une même base de temps, nous aurions une approximation très suffisante de la durée certaine d'utilisation et le problème de l'amortissement serait grandement simplifié.

On peut prévoir que, dans ce but, des statistiques de durées des organes de machines permettraient d'appliquer le théorème des probabilités composées à la recherche de la durée pratique d'utilisation d'un ensemble. Ce serait une source d'économie de matière et de main-d'œuvre non négligeable. Nous donnons à titre d'exemple (fig. 1) une fiche très bien conçue par les Services techniques de la S. N. C. F. et destinée à la surveillance des organes de machines et à l'élaboration de statistiques ultérieures.

En fait, l'usure s'échelonne sur une plus ou moins grande période et elle se répare au fur et à mesure. Les réparations, bien souvent, au lieu d'amoindrir les qualités d'une machine, permettent de les perfectionner sans cesse en précision même. Et nous citerons encore une fois l'expérience de la S. N. C. F. avec certaines machines-outils de ses ateliers de réparation.

Nous dirons donc, malgré tout ce qu'on à pu avancer à ce sujet, que l'usure n'est pas nécessairement une cause de réforme et qu'elle ne constitue pas, en général, le facteur dominant des causes de réforme.

On peut déterminer graphiquement la durée de vie qui correspond au prix de revient minimum calculé sur la vie entière. Pour cela, on trace sur un graphique (fig. 2) en fonction du temps (ou de la production) une *fonction de dépenses* cumulées du poste de travail depuis l'origine et comprenant la valeur d'acquisition du matériel. Si S est l'un des points figuratifs, l'ordonnée SP peut être décomposée en trois segments : PQ, la valeur d'acquisition du matériel, QR tous autres frais à l'exclusion des frais d'entretien et de réparation, et RS cette dernière catégorie de frais. Pratiquement, on obtient un polygone entre les points desquels on peut tracer une courbe moyenne IS qui est la fonction de dépenses. Cette courbe a nettement tendance à se relever à cause des frais croissants de réparations et l'on conçoit facilement qu'il existe *en général* un point S d'où l'on peut mener une tangente passant par l'origine du temps. La signification de la pente de cette droite est immédiate,

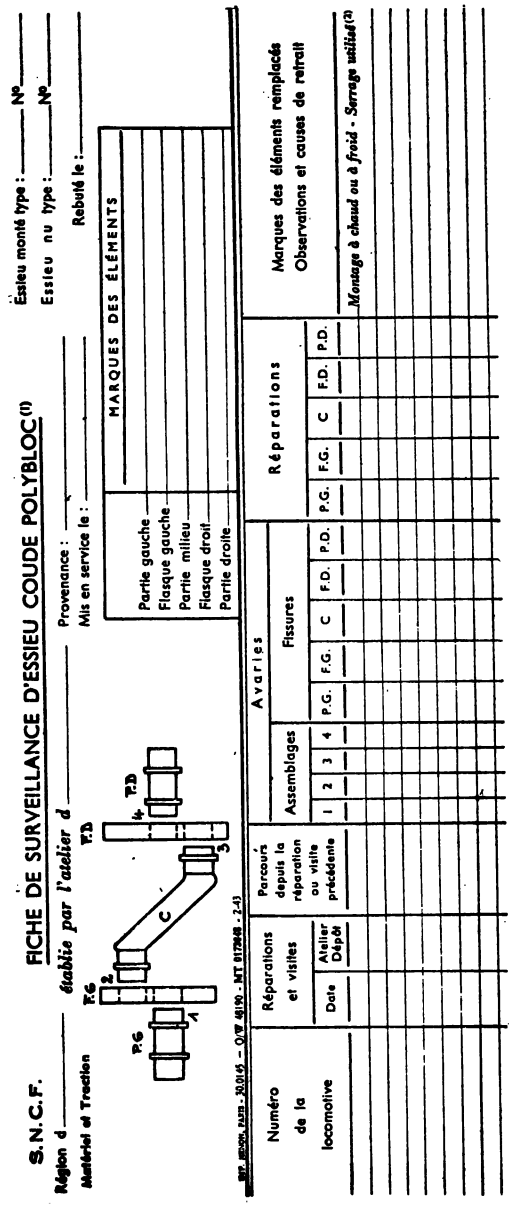

Fig. 1.

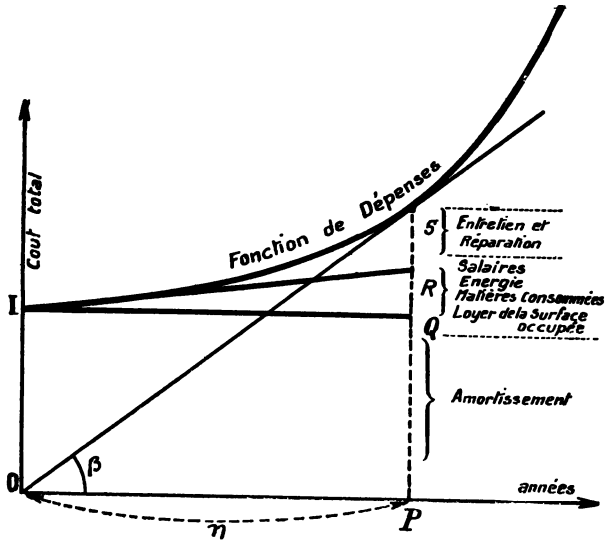

Fig. 2.

tg β mesure le prix de revient moyen par unité d'abscisse qui peut être l'année où l'unité de production. C'est le prix de revient minimum qui détermine la base d'amortissement. Si OP = n années, le taux d'amortissement annuel sera PQ/n. Théoriquement, l'amortissement devrait donc comporter en plus une part constante de frais d'entretien et de réparation pendant la durée n et, les frais réels devraient être en augmentation du compte « Matériel ». Pratiquement, il faudrait donc ouvrir un compte individuel par matériel pour le débiter des dépenses réelles : coût d'acquisition, entretien, réparations et le créditer des amortissements effectués et des provisions constituées.

On arriverait ainsi *à stabiliser* l'un des éléments du prix de revient dans le temps. Cette méthode pourrait être employée avantageusement en utilisant les statistiques d'un petit nombre d'*entreprises témoins* qui seraient chargées de faire ces observations suivant un plan uniforme, ce qui permettrait de fixer des *taux d'abonnement* professionnels par type de matériel. Il suffirait donc, dans ce cas, pour les autres entreprises, d'avoir un seul compte collectif provisionnel « Entretien et Réparation » ce qui permettrait d'alimenter ce compte sans ambiguïté et de simplifier le travail du comptable qui ne sait à partir de quelle valeur ou de quelle fréquence une réparation doit être considérée comme une « dépense d'exploitation » ou une « augmentation d'actif » susceptible d'amortissement.

D'autre part, le débit d'un tel compte pourrait facilement être ajusté avec le crédit provisionné soit par l'emploi d'une moyenne mobile sur quelques années rectifiant les abonnements professionnels, soit par l'emploi de toute autre formule. De plus, au point de vue gestion du matériel, le solde de ce compte pourrait devenir un précieux symptôme pour la Direction, celle-ci serait amenée surtout dans les *petites et moyennes entreprises*, en cas d'augmentation de ce solde à prendre des mesures d'organisation pour mieux entretenir le matériel ou pour rectifier un programme de renouvellement.

b) La désuétude.

La désuétude exprime l'idée d'une dépréciation qui permet d'*aligner à une même parité* la valeur d'un matériel ancien à celle d'un matériel concurrent plus favorisé sur le marché.

La désuétude peut être d'*origine technique* ou d'*origine économique*.

a) La désuétude technique dépend des progrés réalisés dans la construction des matériels analogues mais encore de ceux réalisés dans d'autres branches pour produire des objets de substitution destinés à être distribués sur le marché côté consommateur. Le producteur qui utilise un matériel est donc soumis :

— *aux offres de renouvellement des constructeurs* qui proposent : un prix de revient abaissé, une précision et un automatisme croissant, une technique opératoire simplifiée, un bouleversement des procédés;

— *aux demandes des consommateurs* qui peuvent changer leur choix et favoriser des *produits de substitution* plus avantageux.

La désuétude technique est le facteur le plus important qui contribue à réformer un matériel. Il se manifeste au cours du temps et conditionne la vie moyenne. Cette désuétude peut se traduire par une *évolution lente* ou par un *changement* brusque. Suivant le degré de spécia-

lisation du matériel, celui-ci sera réformé s'il a perdu toute utilité, ou réutilisé dans un autre plan de fabrication.

b) La désuétude économique est la résultante sur *la densité d'utilisation* de l'offre du producteur et de la demande du consommateur. En effet, le producteur qui utilise un matériel déterminé exécute un programme de production qui dépend :

— de l'*offre totale des producteurs*, fonction de l'équipement professionnel ou de manière plus précise de leur *puissance installée*, mesurée en unités d'œuvre ou de service par unité de temps (1).

— de la *demande du consommateur*, fonction de la conjoncture économique générale et de celle relative à la profession en particulier.

L'incidence de ces deux derniers facteurs se traduit par la fixation d'un *prix de vente moyen* P des œuvres ou services créés par le producteur.

— d'*un programme de production* qui d'ailleurs, au sein d'un même atelier, pourra mettre des matériels en concurrence.

La *désuétude économique est donc liée aux conditions d'exploitation d'un matériel.*

c) **L'accident.**

De l'accident mécanique, nous ne dirons rien, faute d'observations statistiques suffisantes. Cependant, nous ferons remarquer que la probabilité de cet événement très faible par heure de travail, n'est tout de même pas négligeable pour une durée d'exploitation de dix, vingt ans ou plus; une étude théorique complète devrait en tenir compte en faisant apparaître en facteur dans la loi de survie d'un matériel la probabilité d'existence qui ne serait soumise qu'à la dépréciation par accident seulement. On sait que cette probabilité est de la forme $e^{-\beta x}$, pour tout âge x.

2. — *Valeur d'un matériel.*

Tenant compte de tous les facteurs techniques et économiques qui contribuent à reformer un matériel, il est possible de mesurer l'efficacité d'une immobilisation en cherchant son usufruit observé ou attendu et ce sera la mesure de son taux de rentabilité, ou encore en comparant ce matériel à d'autres de même type pour en connaître une valeur relative « en parité », ce sera la mesure du coefficient de désuétude.

a) **Taux de rentabilité.**

Nous appellerons taux de rentabilité K *d'un matériel l'usufruit moyen de ce matériel par franc immobilisé pendant toute son existence.*

Nous avons donc :

$$K = \frac{\text{moyenne annuelle des bénéfices réalisés pendant la durée d'utilisation}}{\text{Valeur d'acquisition de la machine}}.$$

Dans le cas très simple où les éléments d'exploitation sont invariables, on peut exprimer ce coefficient en posant :

n, durée d'utilisation;
N, nombre d'unités de service par an;
I, valeur d'acquisition : $I = N\,n\,a$;
a, amortissement par unité;
m, les autres frais par unité;
b, bénéfice par unité;
P, prix de vente par unité : $P = b + a + m$; (2)

on a :
$$K = \frac{N\,(P - a - m)}{I} = \frac{P - a - m}{na}.$$

Cette forme est importante en ce sens qu'elle conserve toute sa valeur dans le cas général où elle représente le *taux attendu de rentabilité*. En désignant par R (x) la *fonction de recettes* cumulées depuis l'origine, par D (x) la *fonction de dépenses* et x l'âge de réforme, le taux de rentabilité généralisé serait

$$K = \frac{R\,(x) - D\,(x)}{I\,x}$$

(1) Il n'y aurait pas de difficulté à construire des *indices d'équipement* en prenant pour bases des conditions standards d'utilisation et de rendement.

(2) On peut prendre comme bases de prix de vente ceux fournis par les tarifs professionnels s'ils existent. D'une manière précise, si les gammes de fabrication changent pour chaque commande il faut chercher l'*équation de régression* des bénéfices en fonction des coûts des opérations principales, on arrive ainsi à fixer la contribution de chaque opération dans la formation globale du bénéfice d'exploitation. Il n'est pas rare de trouver par cette méthode l'existence d'atelier dont la contribution aux bénéfices est négative. Nous avons employé tout particulièrement la méthode des coefficients d'influence dont M. P. Delaporte a donné une application dans le n° 3 de septembre 1938 de la revue *Biotypologie*.

Les fonctions de dépenses et de recettes font évidemment intervenir des *programmes individuels* et l'on devine toute la complexité du problème de la prévision si l'on veut, en même temps, tenir compte de l'*élasticité de la demande* qui règle la production en fonction des prix unitaires.

Pour être correcte, l'expression de la rentabilité devrait faire intervenir *les valeurs actuelles* et en désignant par i le taux moyen de capitalisation, il faudrait écrire :

$$K = \frac{1}{I\,x} \int^{x} \left[\frac{\partial\, R\,(x)}{\partial x} - \frac{\partial\, D\,(x)}{\partial x} \right] (1 + i)^{-x}\, dx.$$

qui représente bien l'usufruit par franc immobilisé. S'il s'agit d'une prévision, ce taux dépend du revenu *attendu* de l'argent investi en capital nouveau.

Nous verrons plus loin comment le taux de rentabilité permet de fixer, au moins théoriquement, la durée d'utilisation la plus économique.

Malgré les difficultés qui se présentent dans ces problèmes de prévision, la comparaison des taux de rentabilité offre cependant un moyen pratique de mesurer la désuétude par un *coefficient de désuétude* d'un matériel par rapport à un autre plus avantageux, nous allons voir comment.

b) **Coefficient de désuétude.**

Le coefficient de désuétude est le coefficient μ par lequel il faut multiplier la valeur du matériel ancien pour amener son taux de rentabilité en parité avec celui du matériel neuf.

Dans ces conditions : $I' = \mu\, I$ et $a' = \mu\, a$ et en « primant » les autres symboles :

$$K' = \frac{P - \mu a - m'}{n'\, \mu a}.$$

En exprimant qu'il y a parité $K = K'$ et, si pour simplifier, on suppose $n = n'$

$$\mu = \frac{N\,(P - m)}{N'\,(P - m')}\,\frac{I'}{I}.$$

Cette formule est indispensable pour comparer les matériels, elle conserve toute sa valeur dans le cas général où elle représente alors le *coefficient attendu de désuétude.*

Pratiquement, il faut tenir compte des densités d'utilisation et des vitesses de production, il faudrait alors diviser « m » en frais proportionnels au temps, frais proportionnels aux durées d'utilisation et frais fonction des vitesses de production. Cette complication ne change pas le sens des conséquences que l'on peut déduire de l'expression simplifiée de μ et qui sont les suivantes : l'apparition d'un nouveau matériel entraîne, sans modifier P une diminution brusque du coefficient μ égale à $\frac{N\,I'}{N'I}$; c'est une concurrence directe; l'existence d'un nouveau matériel dans une profession tend à faire baisser le prix de vente P et μ finit par décroître proportionnellement à $\frac{P - m}{P - m'}$,c'est une concurrence indirecte (1).

3. — *Recherche de la durée de vie optima.*

Proposons-nous maintenant de rechercher la durée de vie économiquement la plus favorable d'un matériel. Pour cela traçons un graphique de rentabilité pour le poste de travail étudié, en portant les durées en abscisses et les valeurs en ordonnées. Sur la figure 3, la courbe croissante $S_1\,S_2$ représente la fonction de dépense totale D (x) obtenue comme il

(1) Le coefficient μ est d'un intérêt très grand à la fois pour l'utilisateur et le constructeur. Il gagnerait en signification si l'on pouvait préciser la tolérance admissible sur les quanta d'amortissement a et a'. Il gagnerait en généralité si, par l'intermédiaire des *entreprises témoins* on pouvait donner des moyennes professionnelles « comparatives » pour les frais m et les vitesses.

Nous avons pu construire pour quelques machines à imprimer des nomogrammes basés sur ces principes faisant intervenir les vitesses de production en nombre de feuilles à l'heure ou en surfaces à l'heure. Les écarts entre machines sont importants, preuve qu'une meilleure organisation de l'information économique permettrait d'augmenter la rentabilité des investissements sur le plan national. On peut aussi se demander si l'homologation des machines-outils telle qu'elle semble excellemment prévue par M. Salmon, du Comité d'organisation de la machine-outil, ne devrait pas comporter en plus des normes techniques une *performance économique* destinée précisément à s'assurer d'une forte rentabilité.

On peut encore aller plus loin et poser une question d'un immense intérêt, c'est de savoir quel est finalement le bénéfice humain qu'apporte le lancement d'un nouveau type de matériel. Autrement dit, au lieu de faire un bilan de rentabilité du point de vue du capitaliste pris isolément, nous pouvons chercher à établir un « bilan économique » tel qu'il fasse intervenir sur le plan collectif, non seulement la rentabilité mais encore d'autres facteurs comme le chômage technologique, la baisse du prix de revient, l'accroissement de production, l'épargne, le temps. Cette mise en équation basée sur des données économétriques concrètes ne semble pas impossible. Si de telles recherches pouvaient être entreprises et fournir des résultats on pourrait imposer aux constructeurs un certain nombre de « normes économiques » auxquelles devraient satisfaire les types nouveaux de matériel.

Un essai qualitatif de ce genre aurait été tenté en U. R. S. S. en faisant intervenir dans les résultats des entreprises « planifiées » les bénéfices sociaux réalisés, de sorte que le jugement de gestion ne se ferait pas d'après la présentation d'un bilan sous sa forme classique, mais d'un « Khoseratshot » ou décompte économique.

a déjà été dit. Nous pouvons, d'une manière analogue, tracer la fonction des *Recettes totales* R (x). Celle-ci reste à peu près une droite jusqu'à une certaine époque ou apparaît une machine concurrente. Dès cet instant, le nombre des nouvelles machines installées augmente,

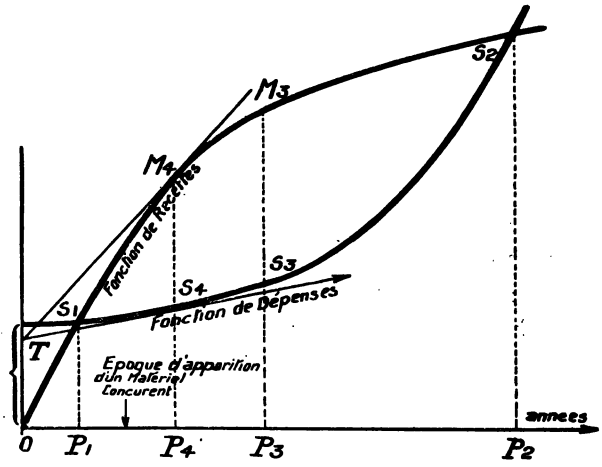

Fig. 3.

la concurrence sur le marché de distribution devient plus âpre, P diminue et la fonction de recettes R(x) s'incurve vers l'axe des abscisses. L'intervalle entre les deux courbes représente à chaque instant le résultat intégral d'exploitation au bout de X années.

Cinq points sont remarquables :

P_0, durée rendant le prix de revient moyen minimum. C'est le point que nous avons déjà trouvé à propos de l'usure;

P_1, durée telle que les recettes couvrent la totalité des dépenses. C'est une durée dont la définition est très importante dans l'établissement de programmes financiers. C'est le point mort « classique » des comptables. Dans cet intervalle de temps relativement court ou les éléments peuvent être considérés comme invariables, on a $x_p = \frac{I}{N\,(P - m)}$;

P_2, c'est la durée qui correspond au deuxième point mort;

P_3, c'est une durée telle que la valeur absolue du bénéfice est maximum. En ces points, les tangentes sont parallèles.

P_4, c'est la deuxième valeur importante de la durée définie par le maximum du taux de rentabilité généralisé.

$$K = \frac{R\,(x) - D\,(x)}{I\,x}$$

Ce maximum est atteint pour

$$\frac{\partial K}{\partial x} = o, \text{ c'est-à-dire } R\,(x) - x\,\frac{\partial\,R\,(x)}{\partial\,x} = D\,(x) - x\,\frac{\partial\,D\,(x)}{\partial\,x} = OT.$$

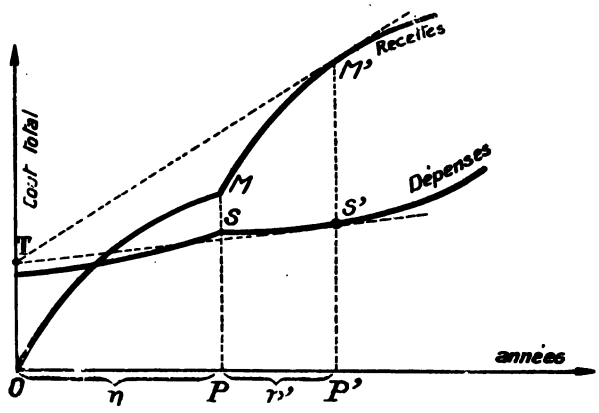

Fig. 4.

La valeur de x satisfaisant à cette condition détermine la durée optima d'un matériel. Elle signifie que par le point T situé sur l'axe des ordonnées on peut mener une tangente à chaque courbe et que les points de contact ont même abscisse OP_4. Étant donnée la forme vraisemblable de la courbe fonction de dépenses et la position de T au-dessus de l'origine, on déduit que $OP_4 < OP_3$ et $OP_4 < OP_0$ c'est-à-dire que *la durée économiquement la plus favorable est inférieure à la fois aux durées assurant le maximum de bénéfice et le prix de revient minimum.*

Si les calculs peuvent être appliqués à des données « historiques », ils restent encore dans un domaine bien théorique en ce qui concerne la prévision. On aperçoit ici le rôle de l'intuition de l'entrepreneur que certains économistes ont désigné sous le terme général d' « horizon » et qui dans une certaine mesure conditionne la conjoncture.

En fait le problème qui se pose est encore plus général, on renouvelle un matériel au bout de n années par un autre plus perfectionné et n va dépendre de ce nouveau matériel; il s'agira donc de trouver les valeurs des durées d'utilisation et n et n' qui rendront maximum le coefficient de rentabilité de l'ensemble (fig. 4), ceci conduit à employer dans ces recherches le calcul des variations. Roos, Evans, Hotteling ont traité ces problèmes (1) dans le cas du bénéfice maximum. On voit ainsi apparaître dans une solution purement mathématique un problème de causalité en chaîne qui semble bien sans issue...

Pour être correct, ce calcul devrait faire intervenir les *valeurs actuelles* comme il a été déjà indiqué.

Peut être cependant l'étude statistique du passé, alliée au calcul des probabilités, permettrait-elle aux conceptions théoriques de trouver des applications en prévoyant des champs de confiance suffisamment étroits pour être utilisables, mais il ne semble pas qu'aucune recherche ait été faite à ce sujet.

II — Étude expérimentale des courbes de réforme

L'étude des durées d'utilisation peut être faite par des procédés empiriques, c'est-à-dire par observation statistique des courbes de fréquence des réformes sans faire aucune hypothèse sur l'influence des facteurs tels que l'usure, la désuétude ou l'accident.

Les résultats historiques ainsi obtenus peuvent ainsi faciliter grandement le jugement de prédiction que l'on peut porter sur la durée d'utilisation d'un matériel nouveau.

1. — *L'étude du professeur Edwin B. Kurtz.*

E.-B. Kurtz dans son ouvrage « Life Expectancy of Physical Property » (2) propose l'observation des courbes de réforme de différents types de matériels de manière à retenir des familles de courbes qui resteraient applicables au nouveau. Cet auteur a étudié les polygones de fréquence de réforme de 52 types de matériels différents.

L'examen des moments des polygones lui a montré qu'ils répondaient tous à une représentation par une courbe du type I de Pearson à trois paramètres (fig. 5) :

$$y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{\nu a_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{\nu a_2}$$

en désignant par y la probabilité de réforme à l'âge x.

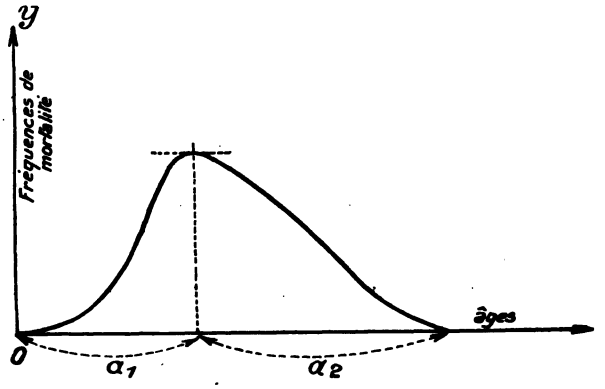

Fig. 5.

(1) M. G. Evans, Stabilité et dynamique de la production dans l'économie politique (*Mémorial des Sciences mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1932, p. 41, 45.)

(2) Ronald press C°, New-York, 1930.

Il nous a été impossible de nous procurer cet ouvrage à cause de la guerre. Ce travail important est cité à plusieurs reprises par Gabriel A. D. Preinreich dans deux articles parus dans la revue *Econometrica* : « Annual Survey of Economic Theory. The Theory of Depreciation », vol. 6, july 1938, p. 219-241 ; « The practice of Depreciation », vol. 7, July 1939, p. 235-265.

En donnant aux paramètres des valeurs convenables, on peut représenter correctement les courbes de réforme des différents types. Il semble que Kurtz propose d'appliquer dans la prévision les *formules historiques* trouvées pour chaque type de matériel. Ceci fait supposer qu'un type de matériel est statistiquement assimilable, quant à sa mortalité, à une population qui garde son homogénéité dans le temps. Si cela est vrai pour des caractères biologiques nous ne pouvons l'admettre pour le matériel dont le principal facteur de réforme est la désuétude, c'est-à-dire le *progrès* qui se manifeste par l'apparition *irrégulière* de machines nouvelles au cours du temps. Dès lors, si l'on désigne les types de courbes trouvées par Kurtz pour P_1 P_2... P_n et que l'on considère le type P_i correspondant au groupe de matériel i. On n'est pas sûr de retrouver une courbe de mortalité P_i pour la prochaine génération. En d'autres termes, l'apparition de P_i pour une nouvelle série de matériel est un événement aléatoire. Nous sommes donc obligés de choisir comme instrument de prévision une ou plusieurs courbes moyennes dans le champ des valeurs possibles.

Il semble encore que les statistiques de Kurtz n'aient eues pour objet que de dégager des lois globales de réforme par type de matériel. Il serait cependant intéressant d'avoir des indications sur les causes de réforme : désuétude, usure, accident. De telles statistiques seraient facilement réalisables par des groupes d'entreprises-témoins chargées de faire ces observations.

2. — *Réduction de la courbe de réforme à une loi « normale ».*

a) Le changement de variable de Galton Mac-Alister.

Si un choix doit être fait parmi un certain nombre de courbes de même famille, ce choix doit reposer sur ce que l'on sait de l'état d'avancement de la technique d'un type de matériel à un instant donné et non pas d'après l'évolution de ce matériel pendant les dix ou vingt dernières années.

Nous croyons encore qu'étant donné le manque de précision des données futures, il est préférable de choisir la forme analytique la plus simple, exprimant l'allure générale des courbes en cloche trouvées par Kurtz. En conséquence, nous proposons de prendre comme courbe moyenne la courbe de Galton Mac-Alister qui, on le sait, se transforme en une *courbe normale* quand on prend pour abscisses non les valeurs absolues de la variable mais leurs logarithmes (1).

b) Courbe de réforme.

x étant l'âge d'un matériel de type donné, y la densité de mortalité, l'allure de la *courbe de mortalité* d'une génération est représentée par une courbe en cloche dissymétrique (fig. 6).

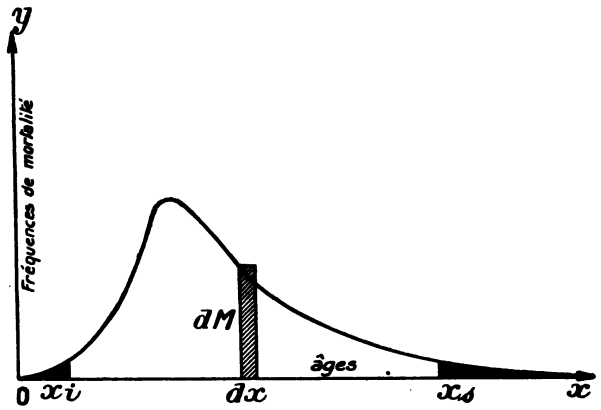

Fig. 6.

Courbe de mortalité d'une génération. — La tranche hachurée mesure le pourcentage de matériels qui a été réformé entre les âges x et $x + dx$.
Les parties noires, aux extrémités des âges limites, comprennent chacune 2,5 % de la population initiale.

En posant $z = \frac{1}{\sigma} \mathrm{L} \frac{x}{x_0}$ la mortalité élémentaire $d\mathrm{M}$ comprise entre les âges x et $x + dx$

(1) Cette loi a été trouvée pour représenter certaines distributions rencontrées en biométrie ; Edgeworth (F. Y) l'a appliquée dans quelques problèmes d'assurance et Gibrat l'a étendue avec succès à la représentation de certains faits économiques dans son ouvrage : *Les inégalités économiques*, Sirey, Paris, 1931.
C'est une loi très générale qui semble s'adapter tout particulièrement aux cas où les variables ont un champ de variation toujours positif comme des « prix », des « revenus », des « contrats », des « débits » de chutes d'eau.

s'écrit $dM = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$, c'est la « loi normale » à *deux paramètres*. La correspondance entre la représentation en z et celle en x s'exprime en écrivant que les probabilités élémentaires sont les mêmes dans les deux systèmes :

$$y\,d\,x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \text{ (partie hachurée)}$$

avec : $$dz = \frac{dx}{\sigma x}.$$

c) **Courbe de survie.**

Si l'on intègre la courbe de mortalité y, on obtient la probabilité totale ou pourcentage de machines vivantes M (x) pour l'âge x.

$$M(x) = \int_x^\infty y\,dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

c'est la *courbe de survie* (fig. 7).

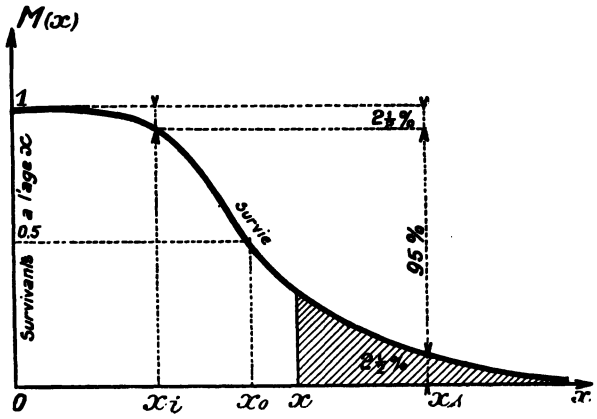

Fig. 7.

Courbe de survie d'une génération. — La partie hachurée représente le potentiel de durée restant à l'âge x Le potentiel de durée « à l'origine » correspond à toute la surface intérieure à la courbe de survie, équivalente à la surface du rectangle de base « n » et de hauteur égale à l'unité.

d) **Signification des paramètres.**

En particulier pour M $(x) = \frac{1}{2}$, $z = 0$ est la *médiane* de la distribution. Pour $z = 0$ on a $x = x_0$: donc, l'abscisse x sépare la distribution en deux parties égales. L'interprétation des paramètres est alors la suivante :

Le premier paramètre x_0 est la médiane de la distribution, c'est l'âge *probable*;

Le deuxième paramètre $\frac{1}{\sigma}$ est une mesure de la *concentration* autour de la moyenne arithmétique des z.

Ces paramètres nous permettent :

1° De déplacer la médiane de la courbe de mortalité en faisant varier x_0;

2° De déformer cette courbe pour la rendre aplatie ou très pointue en agissant sur la concentration.

Ce sont ces deux paramètres qui seront utilisés pour l'échelonnement des limites de « classes ».

e) **Durée limite d'utilisation pratique.**

La courbe de mortalité présente encore deux valeurs remarquables, ce sont les âges limites inférieurs et supérieurs x_i et x_s qui contiennent 95 % de la mortalité autour de la médiane. Sur la courbe en z, on sait que ces valeurs correspondent a deux écarts-types de part et d'autre de $z = 0$, les valeurs de x sont donc $x_i = x_0\, e^{-2\sigma}$ et $x_s = x_0\, e^{2\sigma}$.

Dans ces conditions, 2 1/2 % de la mortalité se produit en moyenne pour les âges inférieurs à x_i et 2 1/2 % pour les âges supérieurs à x_s. Cette limite supérieure x_s fixe une limite

pratique d'utilisation. Sous cet aspect, la courbe de survie peut-être décomposée en deux périodes : la première depuis l'origine des temps jusqu'à x_i est une période « étale », la deuxième de x_i à x_s est une période de « décroissance ». Au point de vue pratique, il est donc intéressant de pouvoir prendre comme nouveaux paramètres ces âges limites et *il semble que le diagnostic d'une évolution à venir peut être très améliorée par la considération de ces deux périodes.*

f) **Potentiel-vie.**

Reprenons la courbe de survie (fig. 7), il est clair que la surface intérieure limitée à droite de l'abscisse x mesure le nombre d'années de services de la fraction du matériel encore en vie à l'époque x. C'est donc l'intégrale : $\int_x^\infty M(x)\,dx$ qui mesure le *potentiel-vie* d'une génération à l'âge x (fig. 8) mesuré en années, ou encore le *potentiel de durée* en heures.

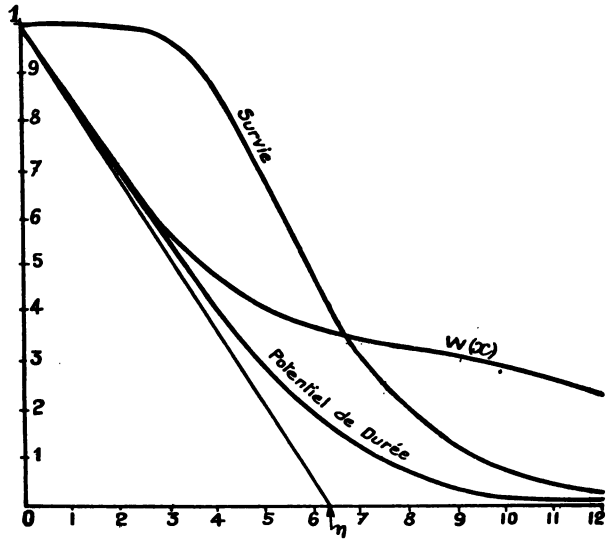

Fig. 8.

Le potentiel de durée, c'est l'utilité restante d'un ensemble de matériels ayant atteint effectivement l'âge x.
La courbe ci-dessus représente ce potentiel en pour cent de sa valeur. initiale
Le coefficient d'utilité restante $w(x)$ est le quotient de la vie moyenne à l'âge x par la vie moyenne à l'origine.

g) **Vie moyenne.**

Divisant par le nombre de matériels restant, on a le potentiel-vie par matériel ou *vie moyenne l_x à l'âge x :*

$$l_x = \frac{\int_x^\infty M(x)\,dx}{M(x)}.$$

Géométriquement, c'est la sous-tangente au potentiel-vie de la génération à l'âge x. En particulier, à l'origine, la vie moyenne est : $n = \int_0^\infty M(x)\,dx = x_0\, e^{\frac{\sigma^2}{2}}$.

On peut le montrer en remarquant que $dx = x_0\, e^{\sigma z}\,\sigma\, dz$, ce qui permet d'écrire :

$$n = \int_0^\infty M(x)\,dx = x_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\sigma z}\,\sigma\,dz \int_z^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\tau^2}\,d\tau$$

τ étant la variable d'intégration. Appliquant la relation de Dirichlet, on trouve :

$$n = x_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\tau^2}\,d\tau \int_{-\infty}^{\tau} e^{\sigma z}\,\sigma\,dz$$

la deuxième intégrale étant égale à $e^{\sigma\tau}$, on a pour n :

$$n = x_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\tau^2}\, e^{\sigma\tau}\,d\tau = x_0\, e^{\frac{\sigma^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}(\tau-\sigma)^2}\,d\tau = x_0\, e^{\frac{\sigma^2}{2}}.$$

h) **Age moyen d'un groupe de matériels.**

Soit x l'âge d'un matériel et dx un accroissement de l'âge. Le *taux de mortalité* à l'âge x sera :

$$\chi_x = -\lim \frac{M(x+dx) - M(x)}{M(x)} = -\frac{M'(x)}{M(x)}.$$

On trouve un résultat très simple en remplaçant la valeur exacte de M (x) par son développement en série convergente suivant la méthode de Gram-Charlier :

$$M(x) = \frac{1}{\rho\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\rho^2}} [1 + a_4 H_4(x) + \ldots].$$

Cette expression montre que la courbe de survie M (x) correspond à une demi-courbe « *normale* » dont le sommet serait aplati. Pratiquement, nous pouvons nous contenter du premier terme seulement, ce qui entraîne pour χ_x la forme

$$\chi_x = \frac{x}{\rho^2}.$$

ce qui signifie que le taux de mortalité est une fonction linéaire croissante de l'âge.

Soient $x_1, x_2, \ldots x_N$ les âges de N matériels utilisés, le taux de mortalité du groupe est :

$$\Sigma\, \chi_{x_i} = \frac{1}{\rho^2}[x_1 + x_2 + \ldots x_N]$$

dans l'hypothèse où les lois de survie sont identiques.

Il est équivalent à la substitution d'un groupe de même importance composé de matériels identiques d'*âges moyens* x, égaux à la moyenne arithmétique des âges :

$$\Sigma\, \chi_{x_i} = \frac{N\bar{x}}{\rho^2} \qquad \text{avec} \qquad \bar{x} = \frac{\Sigma\, x_i}{N}.$$

Cette propriété se généraliserait dans le cas où les paramètres des lois de survie seraient différents.

On pourrait montrer encore qu'au bout de u années l'âge commun du groupe deviendrait $\bar{x} + u$ obéissant à la loi dite de *vieillissement uniforme*.

Ces résultats permettent de fixer par un seul chiffre le vieillissement du matériel d'une entreprise. La notion d'âge moyen apporte encore dans la comparaison des prix de revient et des bilans un élément d'explication extrêmement intéressant au point de vue professionnel.

i) **Amortissement obligatoire et amortissement complémentaire.**

Si nous adoptons la vie moyenne n comme base d'amortissement, nous serons certains *en moyenne* d'amortir complètement le matériel puisque des compensations se produisent entre durées courtes et durées longues. On peut le montrer en cherchant la courbe de distribution des *soldes des comptes d'amortissement qui se sont effectivement clôturés à l'âge* x, époque de réforme. Soit $\varpi = \frac{1}{n}$ le taux d'amortissement par franc immobilisé, $\frac{dM}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \frac{dz}{dx}$ la probabilité de réforme à l'âge x et $\frac{dA}{dx}$ la densité des soldes de clôture des comptes d'amortissement. Pour un matériel reformé à l'âge x, le solde est ωx. Si la densité des réformes à cet âge est $\frac{dM}{dx}$ la densité du solde sera :

$$\frac{dA}{dx} = \omega x \frac{dM(x)}{dx}.$$

Or :

$$x = x_0 e^{\sigma z}, \quad \omega = \frac{1}{n} = \frac{1}{x_0 e^{\frac{\sigma^2}{2}}} \quad \text{et :} \quad \frac{dM(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \frac{dz}{dx}$$

il reste, après simplification :

$$\frac{dA}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z-\sigma)^2} \frac{dz}{dx}$$

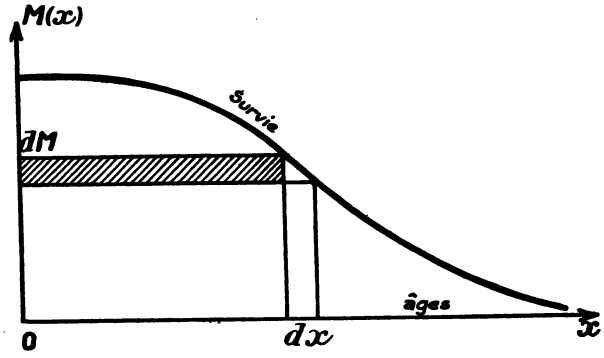

Fig. 9.

Courbe de survie montrant le classement du matériel par tranches successives de durées croissantes. La tranche hachurée est proportionnelle aux « soldes de clôture des comptes Amortissements », qui ont été atteints aux âges de réforme compris entre x et $x + dx$.

dont l'intégration dans le champ de toutes les valeurs possibles est égal à l'unité, ce qui prouve que l'amortissement total est bien assuré par le choix du taux $\varpi = \frac{1}{n}$.

Remarquons encore qu'en supprimant le facteur ϖ, l'intégrale $\int_0^\infty x \frac{d\,M\,(x)}{dx} dx = n$. C'est le *moment* de la distribution de fréquence de réforme $y = \frac{d\,M}{d\,x}$. L'abscisse de la vie moyenne n est donc située au centre de gravité de la distribution sur $o\,x$. Le taux d'amortissement ϖ doit donc être considéré comme une prime d'assurance contre le risque de réforme, applicable pendant toute la durée d'utilisation du matériel. Nous désignerons par *amortissement obligatoire* l'amortissement ainsi défini.

Précisons maintenant l'influence des fluctuations qui se produisent dans la mortalité. Nous avons montré qu'il existait deux valeurs remarquables des limites d'utilisation x_i et x_s, par conséquent il existe aussi pour le taux d'amortissement, deux taux limités : $\frac{1}{x_i}$ et $\frac{1}{x_s}$ qui ne peuvent être dépassés avec quasi-certitude que dans 95 % des cas. En particulier, le taux le plus fort $\frac{1}{x_i}$ permettra d'amortir complètement dans 97,5 % des cas. Le *risque* d'une insuffisance d'amortissement est donc très diminué. Pour parfaire la prime d'amortissement obligatoire, il faut alors ajouter une *prime complémentaire :* $\varpi_1 = \frac{1}{x_i} - \frac{1}{n}$.

Le solde individuel d'amortissement obligatoire tel qu'il se présente au moment de la réforme est donc compris entre des limites A_i et A_s, dans 95 % des cas et avec la loi de fréquence de la mortalité ((fig. 10).

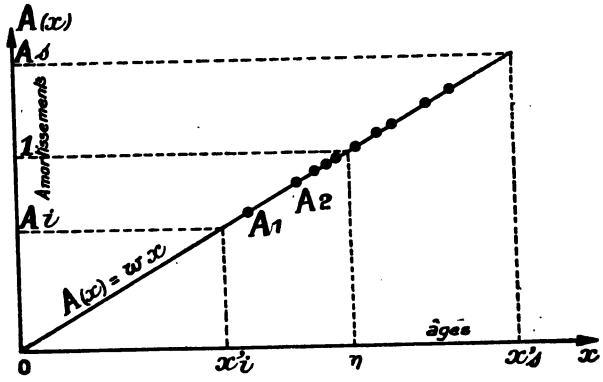

Fig. 10.

Soldes de clôture des comptes individuels d'amortissements. Comparer ce graphique à la figure 6.

Dans le cas où figurent à l'inventaire du matériel plusieurs unités, on peut avec certaines précautions réduire de manière appréciable cette prime complémentaire et ne l'appliquer

que si le solde du compte général Amortissement est inférieur à un certain niveau. La prime complémentaire perd ainsi le caractère individuel que nous lui avions donné pour prendre celui de caractère collectif.

Dans ces conditions, nous dirons que :

a) *L'amortissement* ϖ *ayant pour base de temps la vie moyenne est une prime pure, vie entière*, c'est-à-dire qu'il ne permet d'amortir une unité de matériel qu'en moyenne et par le jeu de la loi des grands nombres.

Cet amortissement doit être imputé au prix de revient de chaque poste de travail et pendant toute la durée d'utilisation du matériel. Il constitue une opération comptable obligatoire indépendante des résultats de l'exercice. Ces primes peuvent être calculées professionnellement et faciliter la comparaison des prix de revient et des comptes d'exploitation dans l'espace et dans le temps.

b) *L'amortissement complémentaire a le caractère d'une provision pour risques de réformes prématurées ; il doit être prélevé sur le compte de pertes et profits avant toute répartition de bénéfice* et tant que le solde global des amortissements de matériel reste inférieur à la valeur d'acquisition du matériel utilisé.

III — Prévision des durées de vie et classification du matériel.

a) Choix des données déterminant la courbe de survie.

Une propriété importante de la courbe de réforme choisie, c'est de permettre l'emploi de *deux paramètres* ayant une signification pratique : 1° *la durée limite inférieure* x_i de la période de décroissance, qui apparaît sur la courbe de survie; 2° *la durée limite supérieure* x_s qui termine cette période de décroissance.

Voici comment on peut passer du premier système de paramètre à ce dernier : la relation qui lie n aux deux paramètres est $n = x_0 e^{\frac{\sigma^2}{2}}$; elle est fonction de x_0 et de σ, en prenant les logarithmes on a : $\mathrm{L}\, n = \mathrm{L} x_0 + \frac{\sigma^2}{2}$;

d'autre part :

$$\mathrm{L}\,\frac{x_i}{x_0} = -2\,\sigma \text{ et } \mathrm{L}\,\frac{x_s}{x_0} = +2\,\sigma$$

on a donc :

$$\sigma = \frac{1}{4}\,\mathrm{L}\,\frac{x_i}{x_s} \text{ et } \mathrm{L}\,x_0 = \frac{1}{2}\,\mathrm{L}\,x_i\,x_s.$$

Si l'on pose :

$$x' = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathrm{L}\,\frac{x_i}{x_s} \text{ et } y' = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathrm{L}\,x_i\,x_s$$

la relation devient :

$$y' = -\frac{\sqrt{2}}{8}\,x'^2 + \sqrt{2}\,\mathrm{L}\,n;$$

elle n'est plus fonction que de x_i et x_s.

C'est une parabole dans le système d'axes rectangulaires $x'y'$. Ce changement de coordonnées revient à dire que nous avons fait subir une rotation de $-\frac{\pi}{4}$ au système de coordonnées ($\mathrm{L}\,x_i$, $\mathrm{L}\,x_s$). C'est ce que montre la figure 11. Si donc on trace la parabole qui correspond à une valeur déterminée de n nous avons une courbe équipotentielle, et tout point P de la parabole donnera les valeurs de x_i et x_s satisfaisant à cette condition. De même, toute parallèle à l'axe des y' (x' = constante) donnera le lieu des points d'égale concentration. Il est donc possible de tracer dans le plan par un échelonnement convenable des valeurs de n et de σ un réseau de courbes qui sera susceptible de définir des limites de classes. Tel est le principe qui est à l'origine d'une *classification du matériel*. Si nous avions gardé trois paramètres, la représentation géométrique des classes aurait été plus complexe : elle aurait exigé l'emploi d'un espace à trois dimensions et les paramètres n'auraient peut-être pas trouvé une interprétation aussi naturelle que celle donnée par la loi de survie de Galton-Mac Alister.

b) Fixation des « classes » par l'emploi des séries Renard.

Le but de cette classification est de permettre le classement *a priori* d'un matériel déterminé dans un groupe bien défini et avec le moins d'hésitation possible. *Ici nous sortons du domaine de la statistique appliquée à des données « historiques » pour entrer dans celui de la prévision.* Un matériel étant donné, il faut lui choisir une « classe » en supputant l'avenir d'après ce que nous savons de l'évolution technique et économique actuelle de ce type.

Pour cela, il faut agir un peu comme un médecin qui, après examen des *symptômes*, formule un *diagnostic* sur l'évolution future.

Examiner les symptômes, c'est juger de l'influence qu'apporteront les facteurs techniques et économiques sur la durée de vie moyenne d'abord et sur la densité attendue de l'utilisation du matériel ensuite. Formuler le *diagnostic*, c'est choisir la « classe » à laquelle un matériel peut s'apparenter. Donner un *pronostic*, c'est préciser les caractéristiques de la

classe, c'est-à-dire fixer l'annuité d'amortissement et de loyer d'argent et donner les valeurs probables d'utilisation du matériel. L'élément important qui joue est la durée de vie moyenne : n. Comme une erreur d'une année dans l'appréciation de n a une importance beaucoup plus grande pour les faibles durées que pour les longues, on en déduit qu'il faut préférer un échelonnement en *écarts relatifs* constants et qu'il faut choisir pour échelle des durées une progression géométrique. Dans ces conditions, il est naturel de penser à la *série des nombres Renard*, série qui est homologuée internationalement et qui fait partie des normes techniques de l'I. S. A. (1). Par exemple, la série R 5 donne les nombres suivants :

1 1,6 2,5 4 6,3 10 16 25...,

nombres qui se reproduisent périodiquement tous les 5 termes et qui représentent une série dont la progression est $\sqrt[5]{10}$. De même, la série R 10 donne :

1, 1,25, 1,60, 2,00, 2,50, 3,15, 4,09, 5,00, 6,30, 8,00, 10,00,...

avec une raison de $\sqrt[10]{10}$.

Si on applique cette série à l'échelonnement des durées nous avons :

SÉRIE R 5 VIES MOYENNES « n » EN ANNÉE

Classe	A	B	C	D	E	F	G	H
Valeurs centrales . .	1,6	2,5	4	6,3	10	16	25,0	40
Limites de classes.	1,25 — 2,0	2,0 — 3,15	3,15 — 5,0	5,0 — 8,0	8,0 — 12,5	12,5 — 20,00	20,00 — 31,50	31,50 — 50

C'est cet échelonnement qui est indiqué sur la diagonale « Vies moyennes » du diagramme de la figure 11 ; il fixe les positions des paraboles équipotentielles.

Pour caractériser la période de décroissance, celle qui correspond à la concentration de la mortalité dans le temps, nous pouvons prendre le rapport des durées limites $\frac{x_s}{x_i}$ dont le logarithme est proportionnel à l'écart type σ. Si on applique la série Renard en prenant seulement les termes deux à deux, l'échelonnement de ces rapports est le suivant :

SÉRIE R 5/2 ÉCHELONNEMENT DES CONCENTRATIONS

Groupe	1	2	3
$\frac{x_s}{x_i}$	1,6	4	10
σ	0,05	0,15	0,25

C'est cet échelonnement qui est respecté par les parallèles d'égale concentration du diagramme.

On remarque que la limite inférieure du groupe 1 est précisément égale à l'unité, c'est-à-dire que $x_i = x_s$ et *la durée de vie est certaine.*

Les groupes 1, 2, 3, spécifiant la concentration des réformes peuvent être interprétés dans le tableau suivant :

Groupe 1.	Matériel d'*utilité temporaire :* On peut prévoir à partir d'une durée x un changement dans la qualité du matériel, les techniques opératoires ou la situation du marché de distribution. Ce *matériel spécialisé*, lié d'une manière rigide au programme de fabrication, est sans valeur hors de ce programme. C'est le cas de la construction automobile et, en général, des équipements « en chaîne » destinés aux fabrications en séries.
Groupe 2.	Matériel d'*utilité permanente :* On peut prévoir à partir d'une durée x un changement dans la qualité du matériel où les techniques opératoires n'entraînent pas pour cela une réforme certaine du matériel mais seulement une diminution progressive du taux de rentabilité. C'est le cas du *matériel professionnel* machines-outils, machines à imprimer, camions automobiles, péniches, distilleries, etc...
Groupe 3.	Matériel d'*utilité permanente :* On peut difficilement prévoir dans ce groupe une époque de réforme, sauf cas d'accident ou de réparation importante, la décision d'une réforme ne s'impose pas d'une manière pressante et peut être différée sur de nombreuses années. C'est le cas du *matériel auxiliaire* tel que meubles, machines universelles, tours, perceuses, instruments aratoires, installations immobilières, chauffage, éclairage, appareils de manutention, ponts roulants, grues, etc...

(1) La présidence du Comité technique de l'I. S. A. a été confiée à la France. Les séries de Renard ont été homologuées le 4 mai 1940. Document AFNOR X-1600, édité par l'Association française de Normalisation.

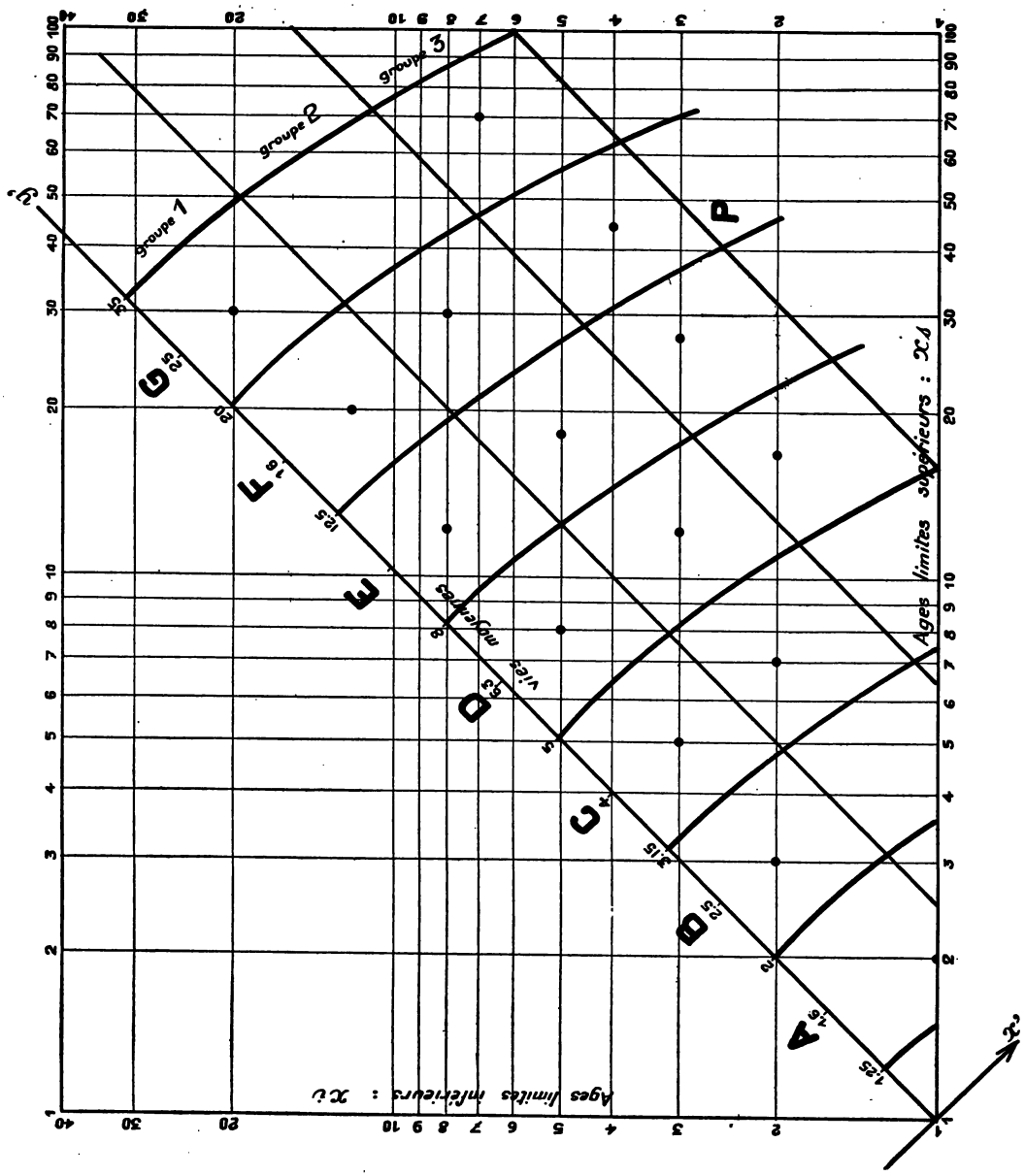

Fig. 11.

Ce diagramme montre la méthode de classification du matériel.
Les mailles forment les limites de classes et de groupes.
Les points sont les valeurs centrales arrondies qui ont été retenues. Par exemple : Classe C 2 s'étend de deux ans à sept ans.

Finalement, nous pouvons construire un tableau des classes où figureront dans chaque cadre deux nombres :

x_i la limite inférieure de durée correspondant à la période « étale »;

x_s la limite supérieure de durée correspondant à la fin de la période de décroissance.

Voici le tableau :

DURÉES LIMITES D'UTILISATION PAR CLASSE

Groupe	A	B	C	D	E	F	G
1	1-2	2-3	3-5	5-8	8-12	12-20	
2			2-7	3-12	5-18	8-30	12-45
3				2-17	3-27	4-45	7-70
Vie moyenne : n	**1,6**	**2,3**	**4**	**6,3**	**10**	**16**	**25**

Chaque classe est caractérisée par deux symboles, par exemple la classe E 2 correspond à une durée de vie moyenne de dix ans, la période étale s'étend sur cinq ans, et la période de décroissance sur treize années, la durée pratique maximum étant de dix-huit ans, au delà de cette durée il ne reste plus que 2 1/2 % du matériel initial.

Nous donnerons comme exemple de classement d'un matériel professionnel le cas de machines à imprimer dites « offsets ». Celles-ci sont arrivées techniquement à une certaine stabilisation, elles sont susceptibles de recevoir des perfectionnements de détails qui n'affecteront pas profondément leur rentabilité. On peut donc les classer dans la catégorie F. Cependant, ces offsets, dans les grands formats, se trouvent en concurrence avec les machines dites héliogravures, cette concurrence sur le marché de distribution ira en augmentant et pour cette catégorie le risque de rentabilité décroissante sera plus accentué, ce qui indique pour le choix du classement la classe E.

Au point de vue de la vie moyenne nous caractériserons donc le matériel offset en :

Machines offsets petits formats : classe F 2;

Machines offsets grands formats : classe E 2.

Comme nous le disions précédemment, nous avons jugé sur symptômes et nous avons pu formuler un diagnostic.

Ces caractéristiques peuvent donc être fixées professionnellement et d'une manière uniforme.

La figure 12 montre une fiche d'inventaire utilisant cette classification.

B — CALCUL ET COMPTABILITÉ DES AMORTISSEMENTS

1. — *Choix de la base de répartition.*

Nous avons dit qu'amortir un matériel, c'est répartir la charge de remboursement de son prix d'acquisition d'une manière uniforme sur l'utilité potentielle, c'est-à-dire sur la production totale ou les services rendus pendant toute la durée de ce matériel.

Dans ces conditions, il nous faut estimer la base de répartition. D'une manière générale, on peut choisir comme unité de répartition l'*heure d'utilisation* et rechercher combien il peut y avoir de ces unités pendant toute la durée d'emploi d'un matériel. Si la densité d'utilisation est à peu près constante au cours du temps, alors le potentiel de durée exprimée en heures sera : H n, H étant la durée d'utilisation annuelle et n la vie moyenne.

Un matériel ainsi utilisé est lié d'une manière rigide au programme de fabrication de l'entreprise, il s'agira donc plus particulièrement de matériels spécialisés incorporés dans une organisation du travail à la chaîne. C'est le cas de matériel inclus dans un poste de travail essentiel, tel que : commutatrice, pont roulant, colonne à distiller; l'arrêt d'un de ces postes paralyserait toute l'usine.

Si le matériel utilisé est lié d'une manière plus ou moins lâche au programme de production, la durée d'utilisation annuelle n'est pas nécessairement celle qui correspond à l'horaire de l'usine. Dans ce cas, il arrive même que du matériel neuf arrive en supplément et non pas toujours en remplacement, de telle manière qu'à l'intérieur d'un même atelier une concurrence s'établit dans l'emploi des machines. Ce mécanisme donne à l'évolution de la *densité d'utilisation* une allure tout à fait semblable aux courbes de survie (1).

(1) La densité d'utilisation de certaines machines lithographiques de quarante ans présentes dans certains ateliers, est encore de quelques centaines d'heures. Aux États-Unis, bien des professions possèdent des statistiques de durée par type de matériel. Il serait facile d'établir des statistiques moins coûteuses et plus précises si dans chaque profession on organisait des entreprises-témoins.

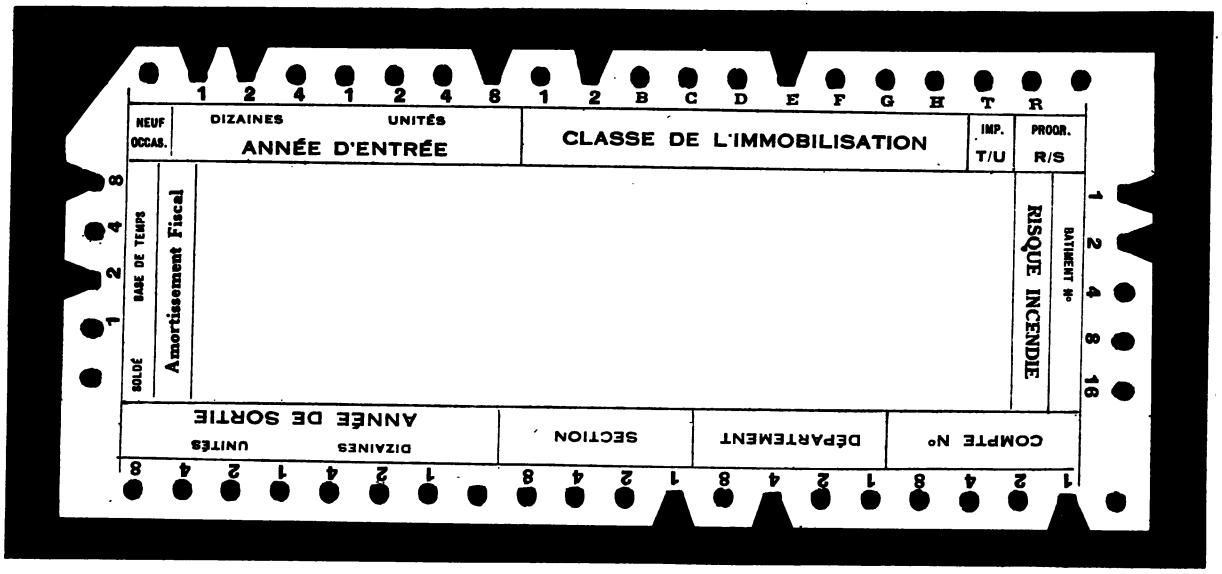

Fig. 12.

Modèle de fiche employée pour tenir l'inventaire du matériel. Les encoches permettent de faire les sélections à l'aide d'une simple aiguille à tricoter. Les possibilités statistiques du système à encoche ont été décrites dans e supplément du *Journal of the Royal Statistical Society*, n° 1, 1934.

En lisant le modèle dans le sens des aiguilles d'une montre, le code indique qu'il s'agit d'un matériel :

— entré neuf,
— en 1938,
— appartenant à la classe E 2,
— que l'amortissement s'impute par heure effective de travail,
— qu'au point de vue risque incendie, il figure dans le bâtiment n° 3,
— qu'il est pris en charge par le compte d'immobilisation : 01,
— qu'il est affecté au Département, 4, section 1,
— que le compte d'amortissement fiscal n'est pas encore soldé,
— qu'il a pour base d'amortissement fiscal : dix ans.

Si l'on voulait en tenir compte dans le calcul du *potentiel de durée* exprimé en heures, il faudrait remplacer la première expression du potentiel vie : $\int_0^\infty M(x)\,dx$ par

$$W_0 = \int_0^\infty H(x)\,M(x)\,dx,$$

en désignant par H (x) la loi d'évolution de la densité d'utilisation à chaque époque x et par W_0 le potentiel de durée à l'origine.

Nous pourrions, comme on le fait pour l'énergie, exprimer W_0 par la surface équivalente d'un rectangle de base n et de hauteur $k\,H_0$, H_0 désignant la densité maxima d'utilisation, k le facteur d'utilisation, l'expression du potentiel serait : $W_0 = k\,H_0\,n$ (analogue à l'énergie consommée par un réseau de distribution d'électricité = puissance moyenne × durée).

En l'absence de statistiques de densité d'utilisation, la valeur de k ne peut être fixée avec précision. Cependant il semble qu'en adoptant pour k la valeur 0,63 qui correspond à la raison $\sqrt[5]{30}$ de la série Renard, on aurait non seulement une correction raisonnable, mais encore une simplification appréciable en remarquant que le produit 0,63 n correspond au terme de la série Renard immédiatement inférieur à n. Par exemple, dans le cas des offsets de la classe E ayant une densité d'utilisation décroissante, la vie moyenne est de dix ans et le potentiel de durée n'est pas 10 H_0 mais 6,3 H_0; il suffit donc de faire le calcul avec la classe D immédiatement inférieure à celle qui précise la vie moyenne.

Nous dirons que le matériel offset en question appartient à la classe E quant à sa vie moyenne et à la classe D quant à son potentiel de durée.

Ces caractéristiques peuvent être fixées professionnellement.

Quant à la valeur de H_0, elle reste une *donnée individuelle de l'entreprise* et dépend essentiellement de son organisation, pour les entreprises qui travaillent avec une seule équipe, sa valeur a pour ordre de grandeur 2.000 heures, y compris les heures supplémentaires. Ainsi, dans l'exemple indiqué des machines offsets, la base de répartition des amortissements a pour mesure le potentiel de durée : 6,3 H^o = 12.600 heures et le taux de prime d'amortissement par heure d'utilisation est $\varpi = 1/12.600^e$. L'amortissement annuel aura donc tendance à décroître et suivra de plus les fluctuations du marché de distribution.

Au lieu d'heures, nous pourrions encore choisir d'autres unités physiques, le procédé serait toujours le même et, en toute généralité, nous dirons que W_0 représente l'*utilité potentielle* d'un matériel à l'*origine* (1).

Dans tous les cas, la prime d'amortissement a pour base cette utilité potentielle et nous l'écrirons par franc immobilisé $\varpi = \frac{1}{W_0}$.

Le choix, comme unité, de l'heure d'utilisation, s'impose chaque fois qu'un matériel est susceptible de produire des œuvres de qualités différentes à des vitesses différentes. Par exemple, dans le cas des machines offsets, la vitesse de production varie avec la qualité du papier employé suivant sa force au mètre carré. C'est donc bien le cas général des machines-outils. Cependant, quand l'*unité de production* est toujours la même, ce peut être une simplification que de la choisir comme unité de répartition de l'amortissement; on pourra donc prendre comme unités la « tonne », la « tonne-kilomètre », le « kilowatt-heure » ou le « nombre » de produits finis.

Pour des matériels auxiliaires tels que les installations, on ne peut guère choisir autre chose que l'année comme unité de service, le *potentiel* service est égal à la vie moyenne et le taux annuel d'amortissement est $\varpi = \frac{1}{n}$.

En résumé, la base de répartition peut être choisie dans le tableau suivant :

Choix de la base de répartition.

L'AMORTISSEMENT est proportionnel	UNITÉ DE RÉPARTITION	MATÉRIEL
au temps.	l'année.	Cas général du *matériel auxiliaire* installations Vie moyenne = n.
aux durées d'utilisation.	l'heure d'utilisation.	Cas général du *matériel professionnel :* 1° à densité d'utilisation constante : potentiel de durée = $H_0 n$; 2° à densité d'utilisation décroissante potentiel de durée = 0,63 $H_0 n$.
aux unités de production.	l'unité de production.	*Matériel spécialisé.* *Matériel professionnel :* distilleries, centrales thermiques, camions. *Matériel auxiliaire :* appareils de levage et de manutention.

(1) C'est dans le même sens que l'on emploie ce terme quand on compare les « utilités relatives » de deux marchandises tels que deux échantillons de même poids de charbon par exemple en comparant les nombres de calories qu'on en peut tirer. L'utilité est alors proportionnelle au nombre de calories. L'idée

2. — *Calcul des annuités.*

Jusqu'à présent, nous n'avons pas fait intervenir le taux d'intérêt, nous indiquerons maintenant la manière d'en tenir compte.

Nous ferons d'abord une remarque : sauf le cas d'exploitations concédées, la durée d'utilisation d'un matériel est incertaine, ce qui se traduit par la courbe de survie M (x), mais nous avons vu qu'il existait cependant une vie moyenne, ce qui permet de ramener tous les cas au problème financier de l'amortissement d'un capital au bout d'une date certaine.

Supposons donc que la durée d'amortissement coïncide avec la durée d'utilisation. Quatre méthodes peuvent être proposées pour tenir compte du taux d'intérêt.

Nous allons les examiner pour voir jusqu'à quel point elles peuvent satisfaire aux conditions déjà posées et qui étaient les suivantes :

1° L'annuité doit correspondre à une prime de risque applicable pendant *la vie entière* du matériel;

2° L'annuité imputée au prix de revient du poste de travail doit être constante;

3° Le jeu des intérêts doit être combiné de manière à rendre possible à tout moment la séparation comptable et l'interdépendance entre la *gestion des capitaux immobilisés* et la gestion du fonds de roulement.

a) Intérêts simples sur la valeur des livres.

Dans la première méthode, le taux d'amortissement étant $\varpi = \frac{1}{n}$, le solde du compte d'amortissement à la fin de la xe année est $A_x = \varpi x$ et la *valeur des livres* du matériel est $B_x = 1 - \varpi x$. On compte alors un intérêt $r_x = i\ B_{x-1}$ sur la valeur restante de l'année précédente.

L'*annuité* imputée au prix de revient du poste de travail est : $a = \varpi + i\ B_{x-1}$, elle décroît en progression arithmétique; d'autre part elle exige une revision périodique. Donc méthode incorrecte quant aux prix de revient.

b) Intérêts simples sur la moyenne de la valeur des livres.

Dans une deuxième méthode, on stabilise *artificiellement* l'annuité en cherchant la moyenne de B_x dans le temps. On est ainsi amené à choisir pour B_x la valeur 1/2. On corrige le défaut précédent, mais *dans l'appréciation des revenus financiers d'une entreprise on risque, par cette méthode, de faire apparaître des résultats d' « exploitation financière » beaucoup trop forts dans les premières années et beaucoup trop faibles dans les dernières.* Car, au fur et à mesure du vieillissement du matériel, le compte d'amortissement augmente entraînant une augmentation correspondante des éléments d'actifs et, par conséquent, des revenus. Mais une compensation peut s'établir surtout si la moyenne des âges d'un ensemble de matériels se trouve peu éloignée de la moyenne théorique, comme dans le cas d'entreprises importantes comportant une grande diversité de matériel ou même à la limite dans le cas de plantations. « C'est, en effet, une pratique courante chez les planteurs de thé de Ceylan d'arracher, tous les ans, sur quelques acres, de vieux arbres de 30 à 40 ans pour en repiquer de jeunes. Ainsi l'âge moyen de la plantation est maintenu constant (1). »

En fait des écarts importants de la moyenne des âges peuvent être observés, soit parce que l'entreprise est de petites dimensions et comporte peu d'éléments, soit encore parce que l'ensemble forme un tout qui ne peut être renouvelé par fractions a peu près constantes. C'est le cas des fabriques de papier, d'installations de cracking, de centrales hydro-électriques. La méthode proposée, souvent appliquée, constitue une amélioration sur la première méthode mais ne constitue pas une solution encore suffisamment correcte, la troisième condition n'étant pas satisfaite.

c) Intérêts composés : système français.

Dans la troisième méthode dite du *système français* on calcule l'annuité constante a qu amortit le capital investi avec le taux d'intérêt i pendant n années. A chaque instant on a la relation $a = \omega_x + i\ B_{x-1}$. L'annuité imputée au prix de revient est constante. Au bilan, à l'actif, la valeur de livres des immobilisations est B_{x-1} et le fond disponible de réinvestissement $= A_{x-1}$ est la contre-partie exacte des amortissements effectués.

---

d'utilité permet ainsi d'effectuer des achats scientifiques. On pourra consulter à ce sujet le mémoire 113 de l'Intendant général Chayron, « Achats rationnels », présenté au IVe Congrès international de l'Organisation scientifique du travail de 1928. Nous ferons remarquer tout l'intérêt qu'il y aurait au point de vue terminologie de comprendre dans le sens concret d'utilité, une mesure physique de la capacité de service d'un matériel, d'un outil ou d'une matière sans faire intervenir l'idée de valeur monétaire. A ce titre, l'énergie mécanique serait une forme d'utilité. Quant au sens abstrait d'utilité tel qu'il a été défini par Walras au sujet de la théorie des choix, il ne peut prêter à confusion avec la signification concrète que nous lui donnons.

(1) M. G. Pulby, *L'incorporation des charges financières dans les prix de revient*, p. 43. Cegos, 1942.

Le compte d'exploitation financière se trouve donc alimenté par les revenus budgétés de ces deux postes suivant le schéma suivant :

	PRIX DE REVIENT	AMORTISSEMENP	EXPLOITATION FINANCIÈRE	CAISSE
A nouveau		A_{x-1}		
Annuité d'amortissement . .	a	ϖ_x	$i\,B_{x-1}$	
Intérêt sur le fonds de réinvestissement.		i	$i\,A_{x-1}$ / A_x	$i\,A_{x-1}$

Les deuxième et troisième conditions sont donc satisfaites.

Cependant, nous remarquerons :

1° Qu'au delà de la vie moyenne, la méthode n'est plus applicable, la loi n'a plus de signification réelle, l'annuité calculée ne peut s'assimiler à une prime de risque « vie entière », condition que nous avons posée à la base d'une méthode correcte d'amortissement;

2° Avant d'atteindre la vie moyenne, les amortissements ϖ_x sont fonction de l'âge, augmentent en progression géométrique et les intérêts $i\,B_{x-1}$ varient en sens inverse de telle manière que pour comptabiliser les écritures ci-dessus il faut un travail matériel assez considérable pour totaliser séparément amortissements et intérêts proportionnels aux durées d'utilisation de tous les postes de travail. En effet, si h_0 est la durée d'utilisation annuelle prévue au programme d'amortissement et h la durée observée, on a :

$$\Sigma \frac{h}{h_0} \cdot \mathrm{I}\, a = \Sigma \frac{h}{h_0}\, \mathrm{I}\, \varpi_x + i\, \Sigma \frac{h}{h_0}\, \mathrm{I}\, B_{x-1}.$$

Cette méthode fait intervenir l'âge de chaque matériel. C'est pour obvier à ce grave inconvénient pratique qu'on a pu proposer de stabiliser artificiellement la proportion des deux termes comme dans la deuxième méthode en faisant intervenir un « taux d'intérêt simple équivalent i' tel que $a = i' + \frac{1}{n}$ (1). Mais nous aurions pu tout aussi bien conserver le taux d'intérêt simple i et l'appliquer à la valeur moyenne I_m du matériel. Nous aurions alors : $a = \frac{\mathrm{I}_m}{\mathrm{I}} \cdot i + \frac{1}{n}$. Cette annuité a l'avantage de pouvoir s'appliquer au delà de la vie moyenne.

Correct au point de vue des prix de revient, le système français, malgré la simplification apportée par l'idée de taux équivalent, présente les mêmes inconvénients que la deuxième méthode.

d) Intérêts composés : sinking fund.

Dans la quatrième méthode, on utilise encore l'annuité constante, mais suivant le procédé du *sinking fund* (2), qui consiste à payer chaque année au prêteur l'intérêt i du capital et de placer les amortissements à intérêts composés de manière à rembourser le capital en une seule fois à l'échéance, c'est-à-dire à l'époque de réforme. Ceci se traduit par une décomposition de l'annuité en deux termes constants *indépendants de l'âge :* $a = \varpi + i$. L'importance pratique de ce fait est très grande, car elle permet pour une même « classe » de matériel de décomposer immédiatement l'annuité globale imputée au compte collectif du prix de revient de la manière suivante :

$$\Sigma \frac{h}{h_0}\, \mathrm{I}\, a = \alpha\, \Sigma \frac{h}{h_0}\, \mathrm{I}\, a + \beta\, \Sigma \frac{h}{h_0}\, \mathrm{I}\, a \text{ avec } \alpha = \frac{\varpi}{a} \text{ et } \beta = \frac{i}{a}.$$

D'autre part, l'annuité continue à s'appliquer au delà de la vie moyenne telle une prime vie entière et les trois conditions initiales sont bien remplies.

Le tableau ci-après donne un exemple numérique qui permet de comparer ces quatre méthodes de calcul d'annuités.

---

(1) M. G. P. Pulby, *op. cit.*

(2) Barriol, *Traité des opérations financières*, p. 186. Doin, Paris, 1931, 4e édit.

MATÉRIEL D'UNE VALEUR DE 1 MILLION DE FRANCS APPARTENANT A LA CLASSE E (n = 10)
Amortissement proportionnel au temps pour i = 5 %

	Intérêts simples		Intérêts composés	
	sur la valeur restante	sur la moyenne de la valeur restante	Système français	Sinking fund
Fin de la 1re année :				
Amortissement . . . π	100.000	100.000	79.500	79.500
Intérêts	50.000	25.000	50.000	50.000
Annuité . . . . . a	150.000	125.000	129.500	129.500
Fin de la 10e année :				
Amortissements . . . π	100.000	100.000	123.300	79.500
Intérêts	5.000	25.000	6.200	50.000
Annuité . . . . . a	105.000	125.000	129.500	129.500
Au delà de la vie moyenne:				
Amortissement . . . π	?	100.000	?	79.500
Intérêts		25.000		50.000
Annuité . . . . . a		125.000		129.500

Le tableau suivant donne pour le « groupe 2 » les valeurs numériques des annuités ainsi que les valeurs du coefficient β.

GROUPE 2 — ANNUITÉ D'AMORTISSEMENT a PAR 1.000 FRANCS IMMOBILISÉS ET VALEUR DU COEFFICIENT $\beta = \frac{i}{a}$

CLASSE		C 2	D 2	E 2	F 2	G 2
Pour i = 4 %	a	275,5	184,7	123,3	85,8	64,0
	β	0.145	0.215	0.324	0.466	0.623
pour i = 5 %	a	282,0	191,0	129,5	92,3	71,0
	β	0.177	0.261	0.386	0.540	0.700
pour i = 6 %	a	288,6	197,3	135,9	99,0	78,2
	β	0.203	0.305	0.441	0.605	0.765

Cette méthode a cependant un défaut, c'est de rompre avec les habitudes comptables en considérant le compte « Amortissements » comme un compte courant susceptible d'être crédité d'intérêts. Schématiquement, les amortissements sont comptabilisés ainsi :

	PRIX DE REVIENT	AMORTISSEMENTS	EXPLOITATION FINANCIÈRE	CAISSE
A nouveau		A_{x-1}		
Annuité d'amortissement	a	π	i	
Intérêts sur le fonds de réinvestissement . . .		$i\ A_{x-1}$		$i\ A_{x-1}$
		A_x	i	

En fait, le *fond de réinvestissement* est une fiction; il se trouve incorporé dans l'actif et la charge d'intérêts qui lui correspond se trouve noyée dans la masse des intérêts déjà inscrits au crédit du compte d'exploitation financière. Il faut donc les reprendre au débit de ce compte suivant le schéma définitif :

	PRIX DE REVIENT	AMORTISSEMENTS	EXPLOITATION FINANCIÈRE
A nouveau		A_{x-1}	
Annuité d'amortissement . .	a	π	i
Intérêts sur le fonds de réinvestissement		$i\ A_{x-1}$	A_{x-1}
		A_x	

Toutes ces méthodes n'exigent donc que deux opérations comptables et restent des plus simples.

On peut se demander s'il y a une différence entre ces deux dernières méthodes au point de vue mouvement de soldes. Pour s'en rendre compte il suffit d'évaluer les soldes A_x dans les deux cas. On a :

Système français : $A_x = A_{x-1} + \varpi_x$; or $a = \varpi_x + i\, B_{x-1} = \varpi_1 + i$

d'où $\varpi_x = \varpi_1 + i\,(1 - B_{x-1}) = \varpi_1 + i\, A_{x-1}$; donc $A_x = \varpi_1 + (1 + i)\, A_{x-1}$

Sinking fund : $A_x = A_{x-1} + \varpi_1 + i\, A_{x-1} = \varpi_1 + (1 + i)\, A_{x-1}$.

Il y a donc identité d'évolution dans les deux cas.

Le sinking fund permet encore de faire fonctionner d'une manière rationnelle un compte *Réserve de dividendes* destiné à stabiliser les dividendes. En effet, la part des intérêts compris dans l'annuité proportionnelle d'amortissement est $\beta\, \Sigma\, \frac{h}{h_0}\, I\, a$. Si $h = h_0$ alors la part moyenne des intérêts devient $\beta\, \Sigma\, I\, a = i\, \Sigma\, I$. L'écart à la moyenne destinée à être « réservée » est alors :

$$\beta\, \Sigma\, \frac{\Delta h}{h_0}\, I\, a = \beta\, \Sigma\, \frac{h}{h_0}\, I\, a - i\, \Sigma\, I.$$

Les éléments du second membre sont donnés par la comptabilité, on peut donc passer les écritures suivantes en trois opérations.

	PRIX DE REVIENT	AMORTISSEMENTS	EXPLOITATION FINANCIÈRE	RÉSERVE DE DIVIDENDES
Report à nouveau . . .		A_{x-1}		
Annuité d'amortissement	$\Sigma\, \frac{h}{h_0}\, I\, a$	$\alpha\, \Sigma\, \frac{h}{h_0}\, I\, a$	$\beta\, \Sigma\, \frac{h}{h_0}\, I\, a$	
Intérêts sur le fonds de réinvestissement. . .		$i\, A_{x-1}$	$i\, A_{x-1}$	
Réserve de dividende . .			$\beta\, \Sigma\, \frac{\Delta h}{h_0}\, I\, a$	$\beta\, \Sigma\, \frac{\Delta h}{h_0}\, I\, a$

Ainsi par cette méthode les résultats d'exploitation professionnelle et financière restent statistiquement indépendants de l'importance du compte d'amortissement et c'est bien là l'essentiel, pour tendre vers une stabilisation de dividendes dans le temps et pour permettre les comparaisons d'entreprises similaires ; c'est enfin l'expression de la réalité économique.

e) **Calcul de la prime d'annuité.**

Jusqu'à présent nous avons laissé supposer que le calcul de l'annuité se faisait à partir des tables ou de la formule connue $a = \frac{i\,(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$ en considérant la durée d'utilisation certaine. En toute rigueur, les annuités trouvées sont approchées et si l'on veut les calculer d'une manière plus précise, il faut tenir le raisonnement suivant en utilisant la courbe de survie (fig. 9). Nous dirons donc que le nombre de matériels utilisés à l'âge x est $M\,(x)$ et le montant des primes encaissées pendant le temps dx est $= \varpi\, M\,(x)\, dx$ dont la valeur actuelle à l'origine est $\varpi\, M\,(x)\,(1 + i)^{-x}\, dx$, on obtient la valeur actuelle des primes à recevoir à l'origine en calculant l'intégrale :

$$\pi_1 = \varpi \int_0^\infty M\,(x)\,(1 + i)^{-x}\, dx$$

qui représente d'ailleurs une prime unique.

D'autre part, la densité de fréquence de la mortalité à l'âge x est $y = \frac{d\, M\,(x)}{dx}$ c'est le pourcentage de matériel réformé à cet âge, matériel dont la provision doit trouver sa contre-partie disponible dans l'actif du Bilan.

La valeur actuelle de cette provision à l'origine est donc entre les âges x et $x + dx$ égale à $y\,(1 + i)^{-x}\, dx$ et la valeur actuelle du risque de décès à l'origine devient :

$$\pi_2 = \int_0^\infty y\,(1 + i)^{-x}\, dx.$$

C'est une expression différente de la prime unique, alors $\pi_1 = \pi_2$, et la prime constante vie entière est

$$\varpi = \frac{\int_0^\infty y\,(1 + i)^{-x}\, dx}{\int_0^\infty M\,(x)\,(1 + i)^{-x}\, dx}.$$

Les primes ainsi calculées diffèrent fort peu de celles trouvées par la méthode du sinking fund, car celle-ci est un cas particulier de la méthode générale. En effet, si la date certaine de réforme correspond à la vie moyenne, la valeur actuelle des primes d'amortissement à recevoir est :

$$\pi_1 = \varpi \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots \frac{1}{(1+i)^n} \right] = \varpi - \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

puisque M $(x) = 1$ pour $0 \leqslant x \leqslant n$.

D'autre part, la valeur actuelle de la provision à constituer pour retrouver le fonds de renouvellement à l'époque de réforme est :

$$\pi_2 = \frac{1}{(1+i)^n}$$

On a donc :

$$\varpi = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

C'est précisément la valeur de la prime d'amortissement donnée par la méthode du sinking fund. On le vérifie en calculant l'annuité $\varpi + i$.

$$a = \varpi + i = \frac{i}{(1+i)^n - 1} + i = \frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

on retrouve ainsi la formule classique.

La méthode du sinking fund est donc la seule méthode rationnelle à retenir pour calculer les annuités d'amortissement.

Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'un seul taux d'intérêt. Il pourrait cependant y avoir avantage à utiliser *deux taux d'intérêt :* l'un, i, pour la capitalisation des amortissements; l'autre, i', pour le service du loyer d'argent destiné à créditer les « Résultats d'exploitation financière ». Cette méthode serait même nécessaire dans le cas où la *réévaluation des annuités d'amortissement* serait admise car ces annuités seraient soustraites du risque de dépréciation monétaire et le risque d'investissement serait réduit au seul risque industriel. Ceci entraînerait l'adoption d'un taux d'intérêt i' bien plus faible pour le service du loyer d'argent porté au crédit du compte « Exploitation financière ».

Par contre, le taux de capitalisation des amortissements i devrait être plus élevé puisque ceux-ci se trouvent représentés par le fonds de réinvestissement qui figure au bilan parmi tous les éléments d'actif et dont la majeure partie court le risque de dépréciation monétaire.

On voit ainsi, comment une étude rationnelle de l'amortissement s'accorde avec les théories économiques et permet :

1° *Une stabilisation des prix de revient et des dividendes ;*

2° *Un abaissement très sensible des annuités d'amortissement et, par suite, du prix de revient ;*

3° *Une baisse du taux d'intérêt des immobilisations*, baisse toujours désirable qui favorise les investissements et, d'une manière indirecte, la consommation si l'on en croit les conceptions de J. M. Keynes.

C — SUR QUELQUES PROBLÈMES POSÉS PAR LES AMORTISSEMENTS

I — Valeurs vénales

Nous pouvons maintenant aller plus loin dans nos déductions et faire l'hypothèse que la courbe réelle de réforme coïncide avec la courbe prévue. On peut alors calculer la *valeur vénale* d'un matériel à chaque instant. Il suffit de remarquer que cette valeur doit rester proportionnelle à l'utilité potentielle restante. Soit $w(x)$ (voir fig. 8) le coefficient d'utilité restante, défini par $w(x) = \frac{l_x}{n}$; la valeur moyenne d'échange avec un acquéreur sera $\mathrm{I}\, w(x)$. Cet acheteur utilisera ce matériel en calculant l'amortissement sur la base de la vie moyenne l_x et comptera dans son prix de revient un quantum $\frac{\mathrm{I}w(x)}{l_x} = \frac{\mathrm{I}}{n} = \varpi\, \mathrm{I}$ puisque $l_x = nw(x)$. Donc, si les conditions réelles sont voisines de l'hypothèse initiale :

La vente de matériels sur la base des valeurs vénales conserve aux amortissements une valeur constante (1).

(1) Nous n'avons pas tenu compte des valeurs résiduelles car celles-ci sont partiellement compensées par les frais de démontage et la prévision de ce facteur supplémentaire n'apporte pas de précision plus grande au problème des valeurs vénales.

Malheureusement ce schéma simplifié qui fait comprendre le mécanisme fondamental de la dépréciation est incomplet et, si l'on voulait donner une loi de la valeur vénale d'un matériel, il faudrait faire intervenir la loi du bénéfice attendu à chaque instant comme nous l'avons indiqué au sujet de la rentabilité et du coefficient de désuétude. L'offre et la demande du matériel d'occasion pourraient aussi intervenir pour certains matériels de types courants, nous ne faisons que donner une indication sur ce problème qui sort des limites de notre sujet tout en ayant cependant des relations étroites avec l'amortissement du matériel.

Ces quelques remarques nous font encore comprendre l'idée de comptables qui préconisent souvent, pour amortir le matériel, une loi dite du « pourcentage fixe de la valeur restante » et qui consiste à amortir d'un pourcentage fixe λ le solde du compte I—A, en appelant A le montant des amortissements cumulés. Nous aurions alors en fonction de l'âge la « valeur des livres » du matériel $I - A = I\, e^{-\lambda x}$ puisque $\frac{dA}{dx} = \lambda (I - A)$. Dans ces conditions, le taux d'amortissement serait *dégressif* (sauf si la densité d'utilisation suivait exactement la même loi) et compenserait en moyenne la dépréciation supposée acquise de manière à maintenir la valeur restante voisine de la valeur d'échange. Or si cela est normal pour un immeuble qui, à tout moment, peut faire l'objet d'une transaction, il ne l'est pas pour du matériel industriel car celui-ci n'a pas été acheté pour être revendu, mais bien pour être utilisé. C'est pourquoi la méthode peut être retenue pour apprécier

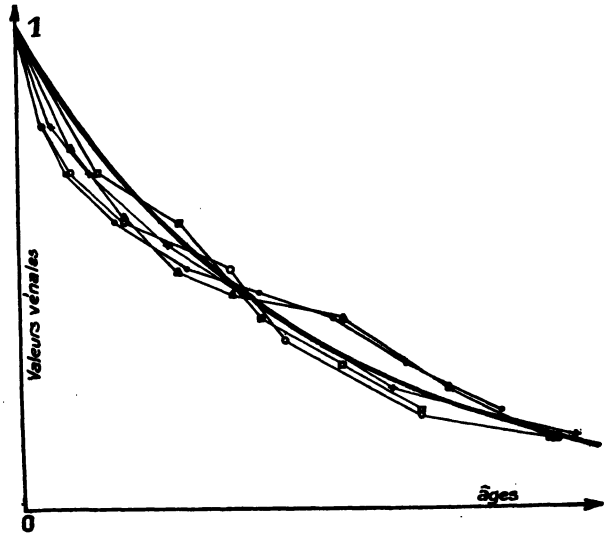

Fig. 13.

Valeurs « vénales » de matériels d'imprimerie pour 5 groupes d'âges ramenés à la même unité en âges relatifs. Ces valeurs empiriques qui résultent des observations d'Otto Richter pourraient probablement être ajustées par une loi exponentielle comme il est indiqué par la courbe en trait fort.

l'ordre de grandeur de la valeur vénale, mais non comme méthode de fixation de l'amortissement industriel imputable aux prix de revient.

La figure 13 montre à titre indicatif (sans aucune déduction statistique) la correspondance de cette loi des valeurs restantes avec les pourcentages expérimentaux qui ont été donnés par Otto Richter (1) pour 5 catégories de matériels d'imprimerie d'utilisation moyenne comprises entre cinq et vingt ans, les bases de temps ayant été réduites à la même unité. Il semble que si une loi individuelle de dépréciation est difficile à proposer, une loi collective pourrait peut-être avoir une signification statistique plus intéressante. C'est pourquoi les entreprises pratiquant l'estimation décénale de leurs immobilisations corporelles peuvent estimer les valeurs vénales des durées intermédiaires par un procédé de calcul en chaîne faisant intervenir cette loi d'application extrêmement simple. Il est alors intéressant de dresser un bilan faisant apparaître *à l'actif* la valeur vénale du matériel. Par exemple, voici un bilan classique sous forme simplifiée :

ACTIF		PASSIF	
Valeur d'acquisition du matériel utilisé	I = 202,86	Amortissements	A = 155
Fonds de roulement	R = 22,86	Capital	C = 70,72
	225,72		225,72

(1) Otto Richter. Leipzig, 1929. Amortissements et estimations dans l'imprimerie.

Si la valeur d'utilisation du matériel est V = 62,86, la dépréciation de 140, la part restante des amortissements est égale à 15 et représente une « provision pour réforme prématurée ». Dans *ces conditions seulement*, et avec les réserves que nous avons faites sur ces évaluations, nous pouvons dire que l'actif représente la valeur actuelle du patrimoine de l'entreprise et nous pouvons dresser le bilan sous la forme suivante :

ACTIF		PASSIF	
Valeur d'utilisation du matériel	V = 62,86	Provision pour réforme prématurée	P = 15
	R = 22,86		C = 70,72
	85,72		85,72

Nous ferons remarquer que cette valeur d'utilisation correspond à ce qu'en assurance-vie on appelle l'*engagement* de l'assuré à l'âge x. La part des dépréciations acquises, figurant dans les amortissements, a donc été soustraite et le solde représente donc bien une provision, c'est-à-dire une marge de sécurité qu'il est des plus intéressant de préciser.

Nous ferons encore remarquer combien il serait souhaitable d'établir une distinction entre les termes de *valeur d'utilisation* d'un matériel dans l'entreprise et sa *valeur d'échange* qui dépend des conditions particulières d'utilisation du nouvel acquéreur. La première valeur qui intéresse le bilan d'exploitation est donc beaucoup plus stable que la seconde.

II — Équilibre statistique des comptes

Les soldes des comptes « Amortissement » et « Matériels » peuvent être étudiés soit pour déterminer leur évaluation future en les assimilant à des « oscillateurs économétriques » (1), soit encore pour être considérés comme des variables aléatoires, auquel cas un schéma de tirage de boules peut être mis en correspondance avec les observations.

Le premier cas conduit à étudier l'équilibre dynamique d'ensembles renouvelés, comme on le fait en démographie, équilibre qui ne donne en réalité qu'une moyenne statistique des soldes des comptes en fonction du temps.

Le deuxième cas, d'une portée plus générale, s'efforce en particulier de fixer des limites de sécurité ou solde du compte « Amortissements » indépendant du temps. Nous porterons ici notre attention sur deux problèmes, celui de l'auto-financement par le jeu des amortissements et celui des limites de sécurité du compte « Amortissement ».

1. — *Équilibre dynamique.*

a) Auto-financement.

Une forme d'auto-financement au sujet de laquelle bien des erreurs sont répandues consiste à croire qu'en *investissant* en matériel supplémentaire les fonds libérés par les amortissements, on peut augmenter presque indéfiniment le compte « Matériels ». Nous montrerons d'abord que cet auto-financement est limité et nous remarquerons ensuite qu'il n'y a pas au sens strict du terme : auto-financement, car cette opération d'investissement (qui se superpose au réinvestissement par remplacement) assure, en réalité, la constance du patrimoine (actif net). S'il y a changement de structure qui s'opère, c'est un changement qui se traduit par une augmentation des moyens de production et une nouvelle répartition dans les éléments de l'actif, changement qui comporte une limite supérieure. Supposons-nous donc en présence d'un matériel à effectif constant, c'est-à-dire normalement renouvelé. Si ce matériel comporte de nombreux éléments d'âges x_i, x_2,... x_n, le solde du compte amortissement est $\varpi x_1 + \varpi x_2 + \ldots \omega x_n = \omega \Sigma x_i$; il dépend donc de la moyenne des âges $\bar{x}$. L'espérance mathématique de cette moyenne est alors :

$$E(\bar{x}) = E\left[\frac{x_1, M(x_1) + x_2 M(x_2) + \ldots . x_n M(x_n)}{M(x_1) + M(x_2) + \ldots . M(x_n)}\right]$$

d'où

$$E(\bar{x}) = \frac{\int_0^\infty x M(x)\, dx}{\int_0^\infty M(x)\, dx} = \frac{1}{n}\int_0^\infty x M(x)\, dx = \frac{n}{2} e^{\sigma^2} \qquad (2) \qquad \text{et } E(\overline{\varpi x}) = \frac{e^{\sigma^2}}{2}$$

très voisin de $\frac{1}{2}$ puisque $\sigma < 1$. Soit k cette valeur, l'espérance mathématique du solde du compte « Amortissement » est kI et le bilan a pour limite de stabilité les éléments ci-dessous :

ACTIF		PASSIF	
Matériel :	I	Capital :	C
Fonds de renouvellement :	F	Amortissement :	kI

avec F = kI.

(1) Y. Rocard, *Théorie des oscillateurs*, chap. V. Édition de la *Revue Scientifique*, Paris, 1941.
(2) Le calcul se fait comme nous l'avons indiqué pour calculer la vie moyenne.

Le fonds de renouvellement est disponible et les amortissements annuels compensent le remplacement du matériel reformé. On peut donc investir en matériel supplémentaire ces fonds disponibles, le compte « Matériel » s'augmentera de kI et quand un certain équilibre statistique sera atteint, le solde des amortissements sera augmenté de k (kI) et le fond de renouvellement sera k (kI). En continuant indéfiniment par récurrence, on peut dresser le tableau suivant :

SOLDES SUCCESSIFS du compte « Matériel »	FONDS DE RENOUVELLEMENT disponible en fin de période	SOLDES SUCCESSIFS du compte « Amortissements »
I	k	k
I + k	k^2	$k + k^2$
I + k + k^2	k^2	$k + k^2 + k^3$
	.....	.....
I + k +... k^{p-1}	k^p	$k + k_1 + ...k^p$

Le solde du compte « Matériel » a pour limite $\frac{1}{1-k}$ voisin de 2.

Le solde du compte « Amortissement » a pour limite $\frac{k}{1-k}$ voisin de 1 et le bilan a pour limite :

ACTIF		PASSIF	
Matériel :	2I	Capital :	C
		Amortissement :	I

Par rapport au bilan initial, l'importance du matériel a donc *doublé* et le patrimoine de l'entreprise, son actif net, est resté inchangé.

b) **Loi de remplacement ou de renouvellement.**

L'étude dynamique de cette évolution peut être étudiée à deux points de vue : soit en recherchant la loi de remplacement (budget de réinvestissement) à effectif constant, soit en recherchant la loi de renouvellement avec emploi immédiat des amortissements effectués.

Le premier cas a été étudié par Kurtz et la loi exprimée par R. Risser et Preinreich (1) en écrivant que le nombre de reformes de la génération initiale est égale au nombre d'éléments encore en vie des unités remplacées. En désignant par $u(t)$ le nombre d'éléments entrés pendant l'intervalle de temps dt, et par $f(t)$ la loi de mortalité, on a, en prenant τ comme variable d'intégration :

$$\int_0^t f(\tau)\, d\tau = \int_0^t u(\tau)\, M(t-\tau)\, d\tau$$

qui est une équation de Volterra de première espèce.

Le deuxième cas, qui correspond à des situations beaucoup plus proches de la réalité pourrait aussi s'exprimer en écrivant :

$$(1) \qquad \underbrace{\frac{dN}{dt}}_{\text{Variation de l'effectif}} = \underbrace{\varpi N}_{\text{Nombre de nouveaux éléments entrés}}$$

ceci en ne tenant pas compte de la mortalité. Si on exprime celle-ci on a :

$$(2) \qquad \frac{dN}{dt} = \underbrace{u(t)}_{\text{nombre d'éléments entrés}} - \underbrace{\int_0^t u(\tau)\, f(t-\tau)\, d\tau}_{\text{mortalité à l'instant } t \text{ des générations précédentes,}}$$

comme l'effectif à cet instant est le nombre d'éléments vivants des générations antérieures, il faut remplacer ϖ N de l'équation (1) par :

$$(3) \qquad \frac{dN}{dt} = \varpi \int_0^t u(\tau).\, M(t-\tau)\, d\tau.$$

(1) A. D. Preinreich, *Econometrica*, vol. 6, n° 3, July 1938, p. 221.
R. Risser, « Application de l'équation de Volterra à divers problèmes d'assurances sur la vie ». Congrès de Tunis, 1913 (*Comptes rendus de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*, Paris, 1914, p. 7.)

Ces deux dernières égalités permettent donc de décrire ce nouvel oscillateur. Avec $\varpi = \frac{1}{n}$ on se trouve dans le cas d'auto-financement précédent.

Avec des valeurs de ϖ différentes, on est en présence d'un système très général d'une population renouvelée croissante ou décroissante.

2. — *Fluctuations autour des moyennes.*

Immédiatement avant réforme d'un matériel, le compte individuel d'amortissement présente un *solde de clôture* dont l'importance est fonction de l'âge. Ce solde oscille entre des limites et, si nous prenons un groupe de matériels, ces limites en valeurs relatives sont plus faibles et assignent au compte collectif « Amortissements » des limites de confiance. Ce sont ces limites que nous allons fixer.

Nous avons déjà vu que 95 % des réformes étaient comprises entre les abscisses x_i et x_s. Les soldes eux-mêmes sont alors compris entre

$$A_i = \varpi\, x_i = \varpi\, x_0\, e^{-2\sigma} = \frac{x_0\, e^{-2\sigma}}{x_0\, e^{\frac{\sigma^2}{2}}} = e^{-2\sigma - \frac{\sigma^2}{2}}$$

et :

$$A_s = e^{-\frac{\sigma^2}{2} + 2\sigma}$$

Ces soldes ont la propriété remarquable d'être indépendants de la vie moyenne « n » (ils ne dépendent que du paramètre σ). *Les écarts* à la moyenne de ces soldes sont alors :

$$g_i = 1 - e^{-\frac{\sigma^2}{2} - 2\sigma} \quad \text{et } g_s = e^{-\frac{\sigma^2}{2} + 2\sigma} - 1$$

puisque la moyenne de A est 1 d'où le tableau suivant (1) :

MOYENNES ET ÉCARTS DU COMPTE INDIVIDUEL D'AMORTISSEMENT DANS 95 % DES CAS ET PAR FRANC IMMOBILISÉ

Toutes classes groupe n°	Moyenne	Écart inférieur g_i	Écart supérieur g_s	g_i^2	g_s^2
1	1,00	0,20	0.25	0,04	0,0625
2	1,15	0,60	1,00	0,36	1,0000
3	1,40	1,00	1,35	1,00	1,8225

Si les réformes ne résultaient que de l'état d'usure ou d'accidents, celles-ci seraient indépendantes les unes des autres et, la seule variable déterminant la probabilité de reforme serait l'âge. En désignant par N le nombre de matériels utilisés, l'écart des amortissements à la moyenne est $G = g\sqrt{N}$, ou encore de manière plus précise en tenant compte des valeurs différentes I des matériels :

$$G = \sqrt{\Sigma\, I^2\, g^2}.$$

Mais nous avons vu que le principal facteur de reforme était la désuétude, c'est-à-dire qu'à partir d'une certaine époque, c'est un type ou une famille de matériel qu'il faudra reformer en un court délai.

Nous voyons donc comment la reforme est en fait un événement aléatoire lié à deux variables non indépendantes : le temps du calendrier et l'âge en tant qu'usure.

Négligeons l'influence de l'âge et ne retenons comme variable que le temps, correspondant à la désuétude, alors tout se passera comme si à partir d'une certaine époque il y avait une « épidémie » et le calcul de l'écart fera intervenir le matériel non pas séparément mais par famille en groupant des types ou des procédés de fabrication.

Au point de vue statistique, la mise en correspondance de ce phénomène avec un schéma de tirage de boules se rapproche donc du « schéma de Borel », où les boules que l'on extrait de l'urne sont en « grappes rouges ou blanches ». On sait que dans ces conditions la stabilité est bien plus mauvaise que dans le cas ou les boules sont indépendantes.

(1) Pour les calculs numériques, les valeurs de σ sont ramenées au système des logarithmes vulgaires obtenu en posant $z = \frac{1}{\sigma} \log_{10} \frac{x}{x_0}$.

Nous sommes ainsi en présence de deux cas extrêmes pour calculer nos limites de stabilité, un choix peut être fait suivant la nature des immobilisations, néanmoins, il semble que pour le matériel industriel, il faille choisir les conditions les plus défavorables, c'est-à-dire celles où la désuétude seule est en cause. C'est dans cette hypothèse que nous allons préciser les limites de confiance du compte collectif « Amortissements ».

Soit I_f la valeur d'un ensemble de matériels *appartenant à une même famille* et ΣI_f la valeur totale de l'inventaire du matériel, étendue à toutes les familles et tous les groupes tel qu'il figure au bilan pour sa valeur d'acquisition. Il est commode de faire apparaître l'importance relative de chaque famille en calculant les pourcentages par rapport à l'ensemble ou « ratios » de structure tels que : $r_f = \frac{I_{fo}}{\Sigma I_{fo}}$ (avec $\Sigma r_f = 1$). Dans ces conditions le carré des écarts, en valeur, est par famille $g^2 I^2_f$, la moyenne I_f et les limites de confiances du compte collectif « Amortissements » sont en pourcentage des immobilisations :

$$\frac{\Sigma I_f \pm \sqrt{\Sigma g^2 I_f^2}}{\Sigma I_f} = \Sigma 1 \mp \sqrt{\Sigma g^2 r_f^2}.$$

en donnant à l'indice de g la valeur convenable i ou s.

Par exemple, le matériel d'une imprimerie se décomposera en immobilisations dont les valeurs seront groupées par famille :

VALEURS DU MATÉRIEL r_g EN POURCENTAGE DE L'ENSEMBLE

Famille	ratio : r_g	$(r_g)^2$
Groupe 2 : matériels professionnels		
Machines à composer	6	36
Presses typo	20	400
Composition litho	1	1
Photo	3	9
Presses offsets	50	2.500
Façonnage brochure	12	144
		3.090
Groupe 3 : matériels auxiliaires		
Installations et ateliers d'entretien	8	64
	100	64

Si l'on forme les carrés des écarts par groupe $g^2 r_g^2$ ainsi que les valeurs moyennes $g_o r_f$ on obtient pour le groupe 2 : = 0,28 × 3.090 = 0.865, etc.; d'où le tableau :

	$g^2_i r_f^2$	$g_s^2 r_f^2$	r_f
Matériel professionnel, groupe 2	1.112	1.112	105,8
Matériel auxiliaire, groupe 3	64	116,5	112
Σ =	1.176	1.228,5	117

Les limites de confiance sont alors en appliquant la formule indiquée :

Limite inférieure : $100 - \sqrt{900} = 70$ % (Point A_i de la fig. 10).

Limite supérieure : $1000 + \sqrt{2543} = 150$ % (Point A_s de la fig. 10),

la base 100 représentant la valeur d'acquisition des immobilisations.

On en déduit immédiatement, que la prime d'amortissement obligatoire ne couvre que les 70 % du risque et, par conséquent, le montant de la prime complémentaire d'amortissement doit être de 30 % ϖ.

Ceci, bien entendu, dans l'hypothèse faite au début, où l'on accepte de courir le risque de ne pas amortir complètement dans 2 1/2 % des cas « en moyenne ». En d'autres termes nous avons admis l'apparition de cet événement défavorable avec une probabilité égale à $p = 2,5$ % tout comme dans le schéma de Bernoulli où l'on tire des boules dans une urne. On sait dans ce cas que si l'on fait N = 100 tirages successifs, l'espérance mathématique de perdre est $Np = 2$ fois 1/2 et que le nombre de cas défavorables dans 95 % des cas sera compris entre $Np + 2\sqrt{Npq} = 5$ et $Np - 2\sqrt{Npq} = 0$.

Telle est donc la signification relative des limites de confiance que nous avons calculées sur ces bases. Nous en retiendrons que le fait d'admettre une limite de confiance de 2,5 % revient à admettre l'apparition d'un événement défavorable *au plus* 1 fois sur vingt années consécutives et *en moyenne* 2 fois 1/2 sur cent ans.

Nous venons d'examiner ici les fluctuations du « solde de clôture » des amortissements d'un ensemble de matériels appartenant à une même génération, c'est-à-dire de même âge. Maintenant reprenons un ensemble réel de matériel renouvelé ou les âges se répartissent *presque* au hasard dans le temps.

Si le nombre d'éléments est assez grand, nous savons que le solde moyen des amortissements en cours est voisin de son espérance mathématique $1/2 \Sigma g_0 r_g$. On voit donc qu'il suffit, pour trouver ces trois éléments, de prendre la moitié des limites et de la moyenne *du solde de clôture des amortissements.*

Ainsi dans l'exemple numérique examiné, la moyenne est $\frac{117}{2} = 58{,}5$ et les limites du solde sont (en pour cent de la valeur figurant au bilan) :

$$0{,}8 \frac{117}{2} = 45 \text{ et } 1{,}50 \frac{117}{2} = 90.$$

Ceci signifie :

1° Que l'amortissement complémentaire peut être appliqué jusqu'à concurrence d'un solde des amortissements égal à 90 % de la valeur du matériel;

2° Qu'au delà de ce montant les excédents d'amortissements provenant du compte d'exploitation professionnelle constituent des *résultats de gestion de risques* qui doivent apparaître au compte général des Profits et Pertes (1).

Pratiquement, il ne faut pas se laisser tromper par la précision des calculs dans un domaine où les lois de mortalité subissent une évolution rapide. Il faut cependant en tirer la leçon qui résulte des travaux de Kurtz, à savoir que les courbes de survie gardent toutes un air de famille et que c'est cela qui conditionne dans l'ensemble des possibilités, l'ensemble des conséquences que nous avons étudiées. S'il ne faut pas attacher aux chiffres une rigueur mathématique, il faut les prendre comme indiquant l'ordre de grandeur des dimensions que nous avons trouvées, grandeurs qui ont été arrondies et échelonnées en conséquence dans les tableaux présentés.

III. — Réévaluation des bilans.

Examinons maintenant les conséquences d'une variation de pouvoir d'achat de la monnaie sur le calcul des amortissements et sur l'équilibre des bilans.

L'expérience des anciennes dévaluations a montré que les entrepreneurs avaient tendance à continuer l'imputation des amortissements aux produits ou services en les calculant sur la base des valeurs *nominales* d'acquisition. Il y a deux raisons à cela : d'une part, le manque d'éducation du public en général qui psychologiquement reste attaché à l'idée d'une certaine valeur absolue du franc, ce qui crée un retard d'adaptation, résultat d'une sorte de résistance économique analogue au frottement mécanique et, d'autre part, à la politique fiscale qui, tout en admettant certaines concessions, a cependant toujours été attachée au principe de la réintégration aux bénéfices taxables des plus-values réalisées sur la part réévaluée des amortissements.

La conséquence de ces faits a été de créer pendant un certain nombre d'années une certaine disparité dans la structure du marché par une sous-évaluation des produits consommant une forte proportion matériel, jusqu'à ce que le cycle de renouvellement terminé, un équilibre tende à s'établir. Or, nous croyons que les économistes sont d'accord pour admettre qu'une telle situation tend à créer des périodes de suractivité et de sousactivité, périodes que certains ont essayé de décrire à l'aide d'oscillateurs économiques, tels Kalecki et B. Chait. Aftalion, dès 1908, suggérait une image de ce mécanisme en écrivant (2) : « Lorsque, dans l'impatience de réchauffer une pièce, on entasse au foyer sans compter force quantités de combustible, on arrive, au bout de quelque temps, à avoir une chaleur insupportable. »

Il faudrait donc conduire le feu, ou en d'autres termes réaliser un *arbitrage dans le temps.* Or la loi de l'offre et de la demande qui détermine l'*arbitrage dans l'espace* grâce aux moyens de transmissions et de communications ne réalise pas cet arbitrage dans le temps, elle fonctionne *au jour le jour.*

---

(1) Le plan comptable national proposé par notre collègue M. Chezleprêtre distingue les « résultats d'exploitation professionnelle », les résultats d'exploitation financière » et les « résultats d'exploitation accessoires », ce qui est un immense progrès dans le domaine théorique et pratique de la comptabilité. Il nous semble cependant qu'il faudrait prévoir, pour les entreprises évoluées, une place spéciale pour les « résultats de gestion de risques », c'est-à-dire l'ensemble de tous ces éléments aléatoires qui troublent la stabilité de certains comptes, gênent les comparaisons et méritent d'être retenus comme éléments d'information pour la direction des entreprises. On pourrait prévoir par exemple les résultats de gestion des risques principaux suivants : risques de fabrication; risques commerciaux; risques de gestion d'immobilisation; risques d'accidents, d'incendie.

(2) Aftalion : *La réalité des surproductions générales* « Revue d'Économie politique », 1908 et 1909.

Une économie dirigée devrait donc subordonner ses réglementations à la connaissance de ces faits, de la même manière que les ingénieurs des Ponts et Chaussées subordonnent leurs plans aux lois de la pesanteur et de l'hydraulique.

En ce qui concerne plus précisément une politique d'amortissement, il faut s'efforcer de réduire l'amplitude de ces cycles en maintenant l'évolution de la structure des marchés *aussi peu dépendante que possible* des variations rapides des signes monétaires. Or, pour maintenir à son niveau le potentiel industriel à toute époque, il faut que la cadence de renouvellement puisse s'effectuer à un rythme normal, de la même manière que dans une population renouvelée, le taux de natalité doit être égal au taux de mortalité. Pour que cette cadence se maintienne, il faut qu'à chaque instant les capitaux disponibles trouvent à s'investir en immobilisations périssables et que celles-ci puissent être amorties et rémunérées normalement. Ce sont donc les conditions *instantanées* de chaque époque qui règlent le niveau d'équilibre et par conséquent le *prix de revient de la production doit comprendre à chaque instant la totalité de ses annuités réévaluées* (1).

Telle est la *condition nécessaire* et objective du problème examiné sous son aspect de dynamique économique.

Vue de cette manière, l'obligation faite actuellement aux entreprises, non seulement de justifier l'emploi de leurs fonds correspondant aux plus-values autorisées mais encore de les investir dans des délais fixés est une complication qui ne semble pas répondre à un mécanisme économique nécessaire.

Plaçons-nous maintenant au point de vue comptable.

Si l'on admet la réévaluation des amortissements, nous sommes conduits à modifier certains postes du bilan de manière à conserver un équilibre logique entre les éléments Actifs et Passifs (en écartant toute considération juridique ou fiscale).

Pour le montrer nous donnerons un exemple chiffré emprunté aux statistiques des États-Unis de 1938. Il s'agit de la moyenne pondérée de 378 bilans d'imp rimeries. Ce bilan, condensé en ses éléments essentiels, se présente ainsi :

ACTIF		PASSIF	
Immobilisations non amorties . . . . . =	102,86	Amortissements . . . . . =	55
Fonds de roulement et de placement. . . . . R =	22,86	Capital et Réserves . . . . C =	70,72
	125,72		125,72

Si nous « redressons » les comptes en faisant intervenir les immobilisations *utilisées*, il faut augmenter les postes Immobilisations et Amortissements d'une valeur vraisemblable de 100 en chiffres ronds, on retrouve ainsi la première forme du bilan que nous avons donnée précédemment page 145 et qui, sous forme d'actif net, faisait ressortir une valeur d'utilisation du matériel : V = 62,86 avec au passif un reliquat d'amortissement que nous avions appelé : Provision pour réformes prématurées :

ACTIF		PASSIF	
Valeur d'utilisation des immobilisations . . . V =	62,86	Provision pour réformes prématurées. . . . . P =	15
R =	22,86	C =	70,72
	85,72		85,72

Si nous désignons par v l'indice de plus-value du matériel qui résulte soit de variations monétaires, soit des variations de prix du matériel importé, la valeur d'utilisation réévaluée du matériel sera avec $g = 5$,

$$(v + 1)\,V = 6 \times 62{,}86 = 377{,}16.$$

C'est le *seul poste* qui doit être réévalué (en négligeant les stocks) et le bilan réévalué se présente correctement sous la forme suivante, à laquelle il faudra toujours revenir chaque fois que seront posés des problèmes de réévaluation.

ACTIF		PASSIF	
		P =	15
Valeur d'utilisation des immobilisations réévaluées : . . . . . $(v + 1)$ V =	377,16	Réserve pour réévaluation d'actif : . . . . . v V =	314,30
R =	22,86	C =	70,72
	400,02		400,02

(1) C'est donc une erreur que de vouloir incorporer des « risques futurs » de dépréciation monétaire dans les prix de revient. Mais, c'est un acte de prévoyance que de constituer des réserves prélevées sur les bénéfices.

Nous persistons à croire que ces risques ne peuvent être prévus d'une manière régulière et normale, tels les amortissements, tant que la « monnaie fondante » ne sera pas érigée en système.

Au point de vue comptable, on peut revenir à la forme classique de présentation en ajoutant la dépréciation initiale : $D = I - V = 140$ de chaque côté, mais après l'avoir réévaluée, ce qui donne : $D\ (1 + \rho) = 840$.

A l'Actif, le poste Immobilisations devient :

$$(1 + \rho)\ V + (1 + \rho)\ D = (1 + \rho)\ I = 6 \times 202{,}86 = 1217{,}16,$$

il représente la valeur d'acquisition réévaluée de tout le matériel utilisé.

Au Passif, l'amortissement constatant la dépréciation acquise est $(1 + \rho)\ D = 840$, et re poste Amortissements devient, en ajoutant la provision $P = 15$ pour réformes prématulées : 855, d'où le bilan :

ACTIF		PASSIF	
Valeur d'acquisition réévaluée du matériel utilisé : . . . . . $(1 + \rho)\ I =$	1.217,16	Amortissements : $D\ (1 + \rho) + P =$	855
$R =$	22,86	Réserve pour réévaluation d'Actif : . . . . . $\rho V =$	314,30
		$C =$	70,72
	1.240,02		1.240,02

Suivant la politique d'amortissement suivie ou imposée par les circonstances, la part de la provision P réellement constituée pour reforme prématurée peut être très variable en valeur positive ou négative; or, elle n'apparaît pas dans le compte classique « Amortissements » et c'est ce qui crée une difficulté importante pour calculer équitablement le montant de la réévaluation. Il y aurait donc un grand intérêt à perfectionner les méthodes de valorisation du matériel utilisé, non seulement sur ce point particulier, mais encore pour déterminer, avec plus de précision, le risque d'incendie par exemple et permettre de présenter les bilans en faisant ressortir à l'actif la « valeur d'utilisation » d'un matériel.

On peut encore se demander si la réévaluation des annuités est encore suffisante, c'est-à-dire, si les entreprises trouveront dans leurs fonds de réinvestissement les disponibilités suffisantes pour acheter du matériel. Nous avons déjà fait remarquer, à propos de l'autofinancement, qu'en général, une faible partie du fonds de réinvestissement, conservé sous forme mobilisable, suffit pour assurer le renouvellement et que, dans un cas extrême comme celui de plantations de thé ou d'hévéas, le fonds de réinvestissement était nul. A l'autre extrémité de l'échelle des cas possibles nous pouvons trouver des entreprises dont les immobilisations se renouvellent massivement, tel est le cas de machines à papier, de navires, d'immeubles. Suivant que ces immobilisations seront récentes, ou sur le point d'être réformées, il est bien évident que le fonds de réinvestissement constitué en placements mobilisables sera complètement insuffisant dans le deuxième cas. L'entreprise se trouvera donc exactement dans la situation du capitaliste; il n'y a donc pas lieu de lui créer une situation privilégiée.

On pourrait, en effet, songer à faire payer au consommateur la charge d'une réévaluation des fonds de réinvestissement, mais ce serait lui faire supporter la totalité des frais d'une dévaluation monétaire et accorder un privilège aux industries sans contre-partie sociale ou économique, sans parler des possibilités d'écoulement sur le marché final de distribution qui se trouveraient amenuisées.

Il faut donc voir, dans cet aspect *statique* du problème, une question tout à fait indépendante des amortissements, qui est du ressort des Pouvoirs publics et qui consiste à prévoir l'organisation du *financement des entreprises* dans l'intérêt de la collectivité nationale, financement qui devrait se faire non seulement du point de vue sécurité des gages comme le feraient les banques privées mais encore du point de vue de la qualité technique des industries, services ou entreprises à sauvegarder ou à développer. Dans ces cas seulement on devrait imposer des obligations aux bénéficiaires : 1° pour procéder au renouvellement de leurs immobilisations et éviter qu'ils utilisent les fonds empruntés à des opérations spéculatives; 2° pour étendre l'application des méthodes d'organisation scientifique du travail (bureau des méthodes, bureau des temps, contrôle budgétaire, normalisation).

Dans ces conditions, un *amortissement financier* (et non plus industriel) devrait être prélevé sur le compte de « Résultats d'exploitation financière » sur une base de temps conventionnelle qui ne serait plus nécessairement liée a la durée d'utilisation des éléments immobilisés. On en arrive ici à l'idée exposée par M. Michel d'un *amortissement facultatif* dans le cas où l'entreprise ou le propriétaire distraient de leurs bénéfices les sommes nécessaires à la constitution de plus-value du fonds de réinvestissement (désignée par ρD sur les bilans précédents). Il est certain que des avantages fiscaux très substantiels devraient être aménagés dans ces cas.

Il nous semble qu'au point de vue équipement national, la réévaluation obligatoire des annuités d'amortissement ainsi que celle des valeurs d'utilisation du « Matériel » figurant au bilan serait souhaitable pour maintenir à la fois l'équilibre économique et celui de notre potentiel industriel.

Que le coefficient de réévaluation soit contrôlé par notre Institut de conjoncture, jusqu'au

retour à l'équilibre, cela ne fait aucun doute et c'est d'ailleurs ce qui existe déjà avec la publication des « Indices » ayant pour but de permettre ces calculs.

Cependant il est nécessaire de soustraire au prélèvement fiscal l'ensemble des annuités d'amortissements réévaluées, quel que soit l'âge des éléments corporels; mais alors, il faudrait que les comités d'organisation soient en mesure de « classer » le matériel de leurs ressortissants et de fixer les valeurs nominales aux époques de construction.

Par contre, le bénéfice de réévaluation constaté au bilan par le poste « Réserve pour réévaluation du matériel » pourrait faire l'objet d'un transfert partiel de propriété à l'État qui se réaliserait par la constatation au bilan d'une créance privilégiée à très long terme, sans intérêt par exemple et qui pourrait se réaliser par anticipation au moment de cessions ou de liquidations de fonds. Les trésoreries particulières n'en souffriraient pas et notre « franc » n'en serait que mieux soutenu.

Ce transfert de propriété devrait être intégralement destiné à revaloriser les fonds d'État pour atténuer leurs disparités avec les valeurs industrielles et faire supporter ainsi équitablement par toute la nation la charge résultant des conséquences de la guerre (1). Cette charge ne devrait pas être réservée aux matériels industriels seulement, mais encore à toutes les immobilisations corporelles utilisées comme moyens de production ou de services.

De ce point de vue les problèmes de réévaluation et de financement seraient très simplifiés si l'on compare aux nombreux systèmes qui ont été proposés. Si les efforts tentés jusqu'ici par les Pouvoirs publics sont encourageants, il n'en reste pas moins vrai que le mécanisme compliqué des provisions de renouvellement est insuffisant et demanderait en des circonstances exceptionnelles une législation exceptionnelle où, semble-t-il, la doctrine fiscale, sans perdre ses droits, pourrait devenir un facteur de redressement de notre conjoncture économique.

D — CONCLUSIONS

Nous allons maintenant condenser l'ensemble des propositions qui résultent de la conception probabiliste de l'amortissement. Ces propositions sont les suivantes :

1. L'amortissement d'une immobilisation corporelle est une opération destinée à constituer à l'actif un *fonds de réinvestissement*, tel qu'au moment de la réforme, ce fonds *compense* le capital initialement investi. En période de stabilité monétaire, l'amortissement tend donc à conserver le capital.

2. Ce fonds de réinvestissement n'est pas individualisé dans l'actif, il peut cependant être maintenu sous forme plus ou moins mobilisable suivant les besoins du programme de réinvestissement. Il permet dans une certaine mesure l'auto-financement mais sans jamais cependant parvenir à doubler les moyens de production.

3. Le fonds de réinvestissement a pour contre-partie exacte le compte « Amortissements » qui figure au Passif.

L'amortissement se répartit d'une manière uniforme sur l'*utilité totale* de l'immobilisation, exprimée en unités de production ou de services rendus pendant toute la durée attendue d'utilisation.

5. L'annuité d'amortissement est la charge annuelle qui résulte du programme d'amortissement. Cette annuité n'est pas nécessairement la même chaque année, elle peut dépendre du degré d'utilisation de certaines immobilisations suivant une liste et des règles à fixer par les Comités professionnels.

6. L'annuité d'amortissement est une *prime d'assurance vie entière* contre le risque de reforme. Elle présente donc un caractère *obligatoire*, se trouve incorporée au prix de revient de chaque élément de production et constitue une charge d'exploitation (2).

7. L'annuité d'amortissement doit comprendre une part de loyer d'argent dont le taux est à fixer par le Comité professionnel.

8. Les *constantes d'amortissement* telles que : vie moyenne, prime par unité de production ou de service, quote-part de loyer d'argent sont fixées dans le *tableau de classification du matériel*. Chaque comité professionnel devra procéder au classement du matériel employé dans les entreprises de ses ressortissants (3).

9. L'imputation au prix de revient des amortissements obligatoires ainsi définis peut se faire de deux manières :

— par décompte à partir des durées d'utilisation ou des productions de chaque matériel;

— par l'application d'un coefficient fixé chaque année par le Comité professionnel par section homogène, par atelier ou classe d'entreprise. Ce coefficient pourrait avoir pour base les salaires, les heures payées, les productions et en général toute grandeur que seule l'observation statistique permanente sur un petit nombre d'entreprises-témoins, permettrait de choisir pour en faciliter l'emploi avec le maximum de précision.

---

(1) C'est dans cet esprit que la loi du 28 février 1941 a prévu la limitation des dividendes. Celle-ci « s'insère dans l'ensemble des précautions à prendre pour obtenir que la réouverture du Marché de Paris ne s'accompagne pas de spéculations dangereuses pour la monnaie nationale ».

(2) Dans cette conception probabiliste c'est une complication absolument inutile que de ventiler les amortissements récupérés aux différents postes de travail en amortissements normaux et amortissements prolongés pour ensuite les faire jouer dans les comptes spéciaux.

(3) Ce tableau de classification normalisé permet d'appliquer l'« amortissement assurance » sans aucune difficulté, tous les calculs étant préparés d'avance. Les comptables d'entreprises de toute sorte n'auraient donc pas à se livrer à des travaux d'actuaires au sujet des éléments d'actif petits ou grands susceptibles de dépréciation. Toutes les critiques faites sur ce point particulier sont donc sans valeur.

10. L'amortissement obligatoire n'assurant la compensation du matériel réformé que par la loi des grands nombres, il est nécessaire de prélever sur le solde bénéficiaire du compte des Pertes et Profits un *amortissement complémentaire* pour couvrir les risques de réforme prématurée, et ceci, avant toute répartition de bénéfices. Le taux de surprime complémentaire appliqué sur le montant global des amortissements obligatoires sera fixé par le Comité professionnel suivant l'importance du risque exposé par l'entreprise, celle-ci pouvant être plus ou moins spécialisée par sa technique.

11. Le compte « Amortissements » est un *compte collectif* fonctionnant comme un *compte courant productif d'intérêts* et au taux fixé par le Comité professionnel. Il est alimenté par les amortissements obligatoires imputés aux prix de revient et par l'amortissement complémentaire prélevé sur les résultats.

12. Tant que le solde des amortissements n'atteint pas le niveau des immobilisations, l'amortissement complémentaire est maintenu. Cependant, le solde des amortissements, de par sa nature provisionnelle pour risques aléatoires, pourra dépasser le niveau des immobilisations s'il peut en être justifié par l'entreprise. Ce dépassement ne constitue pas de bénéfice tant que l'entreprise continue son exploitation. Par contre, en cas de liquidation ou de cession, ce dépassement serait à réincorporer au compte de Pertes et Profits.

13. A l'Actif du bilan, le *compte « Matériel »* représente la valeur d'acquisition du *matériel utilisé* figurant à l'inventaire (1).

14. La réforme pure et simple d'un matériel modifie également les comptes Immobilisations et Amortissements par soustraction de la valeur d'acquisition, quelque soit l'âge du matériel.

15. La revente à un prix d'occasion modifie également les comptes Immobilisations et Amortissements comme dans les cas d'une simple réforme, mais la valeur d'échange s'inscrit au crédit du compte « Amortissement » (2).

16. Les sociétés par actions seront tenues de créer une *Réserve de dividende* destinée à régulariser la distribution de ceux-ci dans le temps. Cette réserve sera alimentée en particulier dans les années prospères par l'excédent des intérêts inclus, dans les annuités d'amortissement obligatoire, par rapport aux intérêts calculés sur le montant des immobilisations utilisées.

En résumé, nous avons cherché à montrer que l'on pouvait et devait prévoir une dépréciation *normale* du matériel industriel, c'est-à-dire une perte assez régulière pour être prévue sinon en détail du moins en gros, c'est ce qui nous a conduit à développer une conception probabiliste de l'amortissement, à proposer une classification du matériel industriel et à calculer les primes de risques correspondantes.

« Sans doute, les questions d'amortissement ne comportent point la rigueur des solutions mathématiques. Une part de relativité et de contingence subsiste en elles quoi qu'on fasse. Et il faut chez l'opérateur un fonds de jugement et de sens d'adaptation qui ne se tire point des livres.

« Mais la science aussi y a un rôle essentiel. Elle montre les voies et fournit les points d'appui. On ne peut résoudre les problèmes d'amortissements sans claire conception du sujet, sans connaissance des cas et des espèces, sans initiation aux procédés et aux méthodes (3). »

Quant à la dépréciation *imprévisible*, telle qu'elle pourrait résulter d'une catastrophe ou d'une modification brusque du marché par suite de nouvelles dispositions fiscales ou de mesures douanières internationales, nous ne l'avons pas mentionnée car, de telles dépréciations ne peuvent être prises en charge par les comptes d'exploitation; elles affectent le patrimoine de l'entreprise et conduisent à l'absorption des réserves d'abord et à la réduction du capital social ensuite, raison de plus pour favoriser la constitution de réserves.

Sur le plan économique on ne peut rester indifférent au choix des méthodes uniformes d'amortissement car elles dépassent le domaine du comptable et de l'industriel et elles peuvent, par la convergence de leurs effets, influencer la *conjoncture* par leurs répercussions directes sur les prix de revient, la stabilité des dividendes et l'investissement de capitaux. On n'insistera jamais trop sur cet aspect important de la question.

Comme nous le disions au début, l'amortissement est un problème difficile, sa solution probabiliste améliore cependant la prévision, la stabilité des prix de revient et de certains Postes du bilan; elle donnerait aux comparaisons une base rationnelle dégagée d'erreurs systématiques et permettrait d'extraire des comptabilités des *chiffres-mesures*, en donnant à ces mots tout leur sens statistique.

Nous voici arrivé au terme de cet exposé que nous ne voudrions pas finir sans citer une partie de la préface du dernier ouvrage de J. M. Keynes qui nous revient à l'esprit et semble s'adapter tout particulièrement au sujet que nous venons de traiter et que voici : « Les

---

(1) Prévu dans le plan comptable national.

(2) Cette valeur d'échange est voisine de la valeur de « rachat » d'une police d'assurance. Il est à remarquer que la conception classique de l'amortissement exige, dans ce cas, une balance arithmétique entre ce poste et les immobilisations, ce qui entraîne pour toute revente de matériel quatre opérations : 1° déduire des immobilisations, les valeurs d'acquisition; 2° calculer la valeur des amortissements cumulés A en tenant compte des amortissements fractionnés en douzièmes et des taux d'amortissement qui ont pu varier selon les résultats bénéficiaires ou déficitaires de l'entreprise; 3° débiter le compte général « Amortissement » de la valeur trouvée; 4° calculer la valeur des livres I-A et porter l'écart de cette valeur au prix de revente en boni ou mali au compte de Pertes et Profits.

(3) LEMAIRE, *Des amortissements et des réserves dans les sociétés industrielles*, 3e édit. 1924. Liège.

idées si laborieusement exprimées ici sont extrêmement simples et devraient être évidentes. La difficulté n'est pas de comprendre les idées nouvelles, elle est d'échapper aux idées anciennes qui ont poussé leurs ramifications dans tous les recoins de l'esprit des personnes ayant reçu la même formation que la plupart d'entre nous. (1) »

Robert HÉNON.

NOTATIONS UTILISÉES

x	Age d'un matériel.
n	Vie moyenne à l'origine.
R (x)	Fonction de recettes cumulées.
D (x)	Fonction de dépenses cumulées.
K	Taux de rentabilité.
μ	Coefficient de désuétude.
P	Prix de vente de l'unité de production ou de service.
N	Nombre d'unités de production ou de service par an.
m	Prix de revient de l'unité sans amortissement.
b	Bénéfice net par unité.
$y = f(x)$	Densité de mortalité ou de réforme à l'âge x.
σ	Écart type de la distribution de fréquence de réforme dans le système (y, z).
x_0	Médiane de la distribution.
M (x)	Pourcentage de matériel restant d'une même génération à l'âge x.
z	Transformée logarithmique de l'âge, $z = \frac{1}{\sigma} \mathrm{L} \frac{x}{x_0}$.
l_x	Vie moyenne à l'âge x.
ϖ	Prime pure d'amortissement.
i	Taux d'intérêt annuel.
a	Annuité d'amortissement.
τ	Variable d'intégration.
h	Horaire d'utilisation annuelle d'un poste de travail, réellement observé.
h_0	Moyenne attendue de l'horaire d'utilisation sur une longue période.
α	Pourcentage de la prime d'amortissement compris dans l'annuité.
β	Pourcentage d'intérêts compris dans l'annuité.
H_0	Moyenne annuelle de l'horaire d'usine sur une longue période.
H (x)	Densité d'utilisation d'un matériel par unité de temps.
W (x)	Potentiel de durée à l'âge x.
$w(x)$	Coefficient d'utilité moyenne à l'âge x.
λ	Taux népérien de dépréciation.
A	Solde du compte « Amortissements » à l'âge x.
B	Valeur des livres du matériel à l'âge x : B = I — A.
I	Valeur d'acquisition du matériel.
V	Valeur d'utilisation à une époque donnée du matériel.
C	Capital social figurant au bilan.
R	Fonds de roulement figurant au bilan schématisé.
F	Fonds de renouvellement mobilisable.
v	Plus-value de réévaluation du matériel.
D	Dépréciation acquise du matériel à une époque donnée D = I — V.
$u(t)$	Vitesse de renouvellement du matériel par unité de temps.
r	Proportion des immobilisations appartenant à une même famille de matériel par rapport aux immobilisations totales.
g_i ou g_s	Écarts à la moyenne du solde de clôture du compte Amortissements, c'est-à-dire au moment de la réforme, par franc immobilisé et dans 95 % des cas.

DISCUSSION

RELATIVE AUX COMMUNICATIONS DE MM. MICHEL ET HÉNON

Au sujet du calcul de l'amortissement des immeubles, M. TRUTIÉ DE VARREUX, président de la Chambre syndicale des Propriétés immobilières de la Ville de Paris, fait ressortir qu'il est parfaitement exact, comme l'a indiqué M. MICHEL dans son exposé, qu'on doit entendre par amortissement du capital immobilier l'annuité nécessaire pour constituer, à l'expiration de la durée normale de l'immeuble, un capital de valeur égale à celui que le propriétaire a consacré à sa construction ou à son acquisition. Aux termes de l'article 163 de l'Instruction du 30 mars 1918, relative à l'assiette des impôts cédulaires et de l'impôt général sur le revenu, l'annuité devait se calculer, comme l'a indiqué M. MICHEL, en tenant compte de son placement à intérêts composés au taux de 5 %.

Mais ce mode de calcul n'a plus cours aujourd'hui. L'Instruction du 31 janvier 1938 a rem-

(1) J. M. KEYNES, *Théorie générale de l'emploi, de l'intérêt et de la monnaie.* Traduction de J. LARGENTAYE. Payot, édit., 1942. Paris.

placé cellé du 30 mars 1918 que l'on doit considérer comme abrogée. Dorénavant, le calcul de l'annuité s'obtient en divisant la valeur du capital investi dans les constructions par la durée probable de l'immeuble.

Par ailleurs, un arrêt du Conseil d'État du 26 mars 1931 décide que l'amortissement d'un immeuble à un moment donné doit être le quotient du prix de revient des constructions à cette époque par le nombre d'années de leur durée probable. Ce prix de revient peut être celui de la dernière mutation soit par vente, soit par achat, soit par héritage.

D'autre part, pour tenir compte de cet amortissement dans les déclarations de revenus, l'Administration admet que les propriétaires puissent faire un abattement sur le revenu réel de 20 % en représentation de l'amortissement et de l'administration de l'immeuble, ce qui fait évaluer à environ 10 % du revenu l'immeuble de son amortissement.

La question s'étant posée de l'ensemble des impôts qui frappent ou vont frapper la propriété bâtie, M. Trutié de Varreux fait ressortir que les immeubles construits avant 1914 vont subir, à Paris, à la suite de la revision des revenus, une augmentation des impôts et taxes diverses de 50 à 200 % suivant la situation locative de l'immeuble en 1925, date de la dernière revision.

Il donne comme exemple la situation d'un immeuble qui constitue la moyenne des immeubles à Paris.

Il payait, en 1914, 2.756 fr. 28 d'impôts;

Il payait, en 1942, 21.076 francs, et il sera soumis en 1943 à 37.715 francs d'impôts, ce qui constitue une augmentation de quatorze fois les impôts payés en 1914.

Si à ce chiffre de 14 fois les impôts de 1914 on ajoute les dépenses d'entretien et de réparations, qui sont aujourd'hui au minimum au coefficient 20, le coût des prestations, eau, gaz, électricité, qui sont au coefficient 8, celui des assurances qui sont au coefficient 18, les Assurances sociales, l'augmentation importante des frais de concierge (Caisse de compensation, gages, etc.), on se rend compte de la ruine qui frappe la propriété bâtie, puisque le maximum de ce que peut demander un propriétaire à un locataire arrivé en fin de prorogation est quatre fois le loyer de 1914, charges comprises.

Sur la demande de M. Leprince-Ringuet, M. Trutié de Varreux expose en quelques mots les projets de loi envisagés pour faire suite à la législation sur les loyers, qui prend fin le 1er juillet 1943.

M. Huber, soulignant la liaison entre les communications de MM. Michel et Hénon, puisqu'une entreprise industrielle doit amortir ses immeubles et ses machines, constate que M. Michel n'a traité que des immeubles d'habitation. Il voudrait lui demander si des études analogues ont été faites pour les bâtiments industriels, usines, etc...

D'autre part, la différence des moyens d'investigation employés par M. Michel et par M. Hénon, suggère l'idée que des résultats utiles pourraient être obtenus par l'application, au cas des immeubles, des méthodes scientifiques utilisées par M. Hénon pour l'amortissement des machines. Il y a là, semble-t-il, un sujet d'étude qui pourrait tenter quelque jeune statisticien.