RAIRO. INFORMATIQUE THÉORIQUE

I. GUESSARIAN

À propos de la sémantique de l'appel par valeur selon A. Arnold

RAIRO. Informatique théorique, tome 12, nº 4 (1978), p. 287-289

<http://www.numdam.org/item?id=ITA_1978__12_4_287_0>

R.A.I.R.O. Informatique théorique/Theoretical Computer Science
(vol. 12, n° 4, 1978, p. 287 à 289)

A PROPOS DE LA SÉMANTIQUE DE L'APPEL PAR VALEUR SELON A. ARNOLD (*)

par I. GUESSARIAN (1)

Communiqué par M. Nivat

Résumé. — *Nous donnons une proposition et un exemple qui généralisent et précisent un résultat de A. Arnold.*

Dans un article récent [1], André Arnold propose une sémantique algébrique de l'appel par valeur fondée sur l'emploi de *tests généralisés* et de *fonctions seuils*. Ces fonctions jouent le rôle d'un crible qui, avant d'autoriser la poursuite des calculs, teste si les paramètres appelés par valeur ont une valeur suffisament définie : par exemple, différente de $\perp$ dans le cas de l'appel par valeur usuel, ou bien supérieure au « seuil d'information » d nécessaire à la poursuite des calculs dans le cas de l'appel par valeur généralisé aux domaines non discrets. Arnold établit que sa sémantique est équivalente aux sémantiques opérationnelle et dénotationnelle. Il observe que pour obtenir ce résultat, les fonctions seuils qu'il introduit doivent être continues et que cette continuité se traduit par la finitude des calculs permettant d'arriver au seuil d'information requis. Cette observation peut être précisée comme suit.

Remarquons d'abord que les fonctions de base f_I sont croissantes (ce qui correspond au fait qu'un complément d'information sur les données se traduit par un complément d'information sur le résultat) mais pas toutes continues (ce qui exige la préservation des limites). En particulier, il peut être intéressant de pouvoir traiter des fonctions seuils discontinues, ce qui permet de lever la restriction que les seuils d'information d soient des points isolés du domaine d'interprétation. Notons ensuite que, même dans le cas de l'appel par nom la continuité des f_I n'est nécessaire que pour définir la sémantique dénotationnelle Valden (S, I) : elle permet en effet de montrer que le plus petit point fixe Valden (S, I) de $\hat{S}_I$ est égal à $\operatorname{Sup}_n \{ \hat{S}_I^n(\vec{\omega}) \}$ où $\vec{\omega}$ est le k-uplet de fonctions constantes égales à $\perp$.

(*) Reçu en mars 1978.

(1) C.N.R.S.-L.I.T.P., U.E.R. de Mathématiques de Paris-VII, 2, place Jussieu, 75221 Paris Cedex 05.

Nous avons par contre la :

PROPOSITION : 1) *Si les f_I sont croissantes, alors :*

$$\text{Valalg}(S, I) = \text{Valop}(S, I) = \sup_n \{ \hat{S}_I^n(\vec{\omega}) \}.$$

2) *Si de plus $\hat{S}_I$ admet un plus petit point fixe Valden (S, I), alors :* $\sup_n \{ \hat{S}_I^n(\vec{\omega}) \} \leqq$ *Valden (S, I), l'inégalité pouvant être stricte si les f_I ne sont pas continues.*

Valalg (S, I) est obtenue en considérant S comme une grammaire d'arbre qui engendre un arbre infini, puis en interprétant cet arbre infini : de manière équivalente S est considéré comme un système de réécriture formelle et Valalg (S, I) est la borne supérieure des interprétations des termes obtenus par réécritures à partir de S. D'autre part, Valop (S, I) est défini comme la borne supérieure des résultats de tous les calculs effectués par S dans l'interprétation I, un calcul étant une suite de simplifications et de réécritures. On montre [2] que, pour un calcul donné, on peut permuter simplifications et réécritures de manière à :

1) regrouper toutes les simplifications à la fin du calcul;

2) obtenir un résultat au moins aussi défini.

Il en résulte qu'on peut se borner à faire toutes les réécritures, puis à interpréter les termes obtenus, d'où la première partie de la proposition. L'inégalité de la seconde partie découle aussitôt de la croissance de $\hat{S}_I$ et l'exemple suivant nous montre qu'elle peut être stricte.

Exemple : Soit S le schéma :

$$S : \begin{cases} \varkappa\ (x) = x;\ \text{valeur}_{x_0} x, \\ \varphi\ (x) = a(x, \varphi(d(x))), \\ \varphi'(x) = \varkappa(\varphi(x)), \end{cases}$$

et I l'interprétation ayant pour domaine D l'ensemble des réels positifs ou nuls, complété par un point à l'infini ∞ et muni de son ordre habituel $\leqq$. a_I est l'addition, d_I la division par 2, $\Omega_I = 0$ et $x_{0_I} = 2$.

Valeur$_{x_0}$ x est une généralisation de l'appel par valeur qui, intuitivement, exige que x soit évalué jusqu'au seuil d'information x_0 avant de pouvoir poursuivre les calculs. Il lui correspond, avec la terminologie d'Arnold, le test généralisé α_I^- défini par :

$$\alpha_I^-(d, d') = \begin{cases} d' & \text{si} \quad d \geqq 2, \\ 0 & \text{sinon}, \end{cases}$$

il n'est pas continu. C'est pourquoi le triplet Valop $(S, I) = (k, f, f')$ des fonctions calculées par (S, I) en utilisant les sémantiques opérationnelle ou algébrique est strictement inférieur au plus petit point fixe

Valden $(S, I) = (k_{\text{den}}, f_{\text{den}}, f'_{\text{den}})$

de $\hat{S}_I$ obtenu par la sémantique dénotationnelle. En effet :

$k(d) = k_{\text{den}}(d) = si\ d \geqq 2\ alors\ d\ sinon\ 0,$

$f(d) = f_{\text{den}}(d) = 2d.$

Mais : $f'(d) < f'_{\text{den}}(d)$; en effet :

$f'\ (d) = si\ d > 1\ alors\ 2d\ sinon\ 0,$

$f'_{\text{den}}(d) = si\ d \geqq 1\ alors\ 2d\ sinon\ 0.$

Le « seuil » $d \geqq 2$ n'étant pas continu, il est atteint par un calcul infini de la fonction f mais ne peut être atteint par aucun calcul fini de cette même fonction.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. ARNOLD, *Sémantique algébrique de l'appel par valeur*, R.A.I.R.O. Informatique Théorique, vol. 12, 1978, p. 69-82.
2. M. NIVAT, *On the interpretation of recursive program schemes*, Symposia Mathematica, vol. 15, 1975, p. 255-281.