

BERNARD BRU

PIERRE DUGAC

Postface

Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques 1^{re} série, tome 12 (1991), p. 507-511

http://www.numdam.org/item?id=CSHM_1991__12__507_0

© Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, 1991, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

POSTFACE

PAR BERNARD BRU ET PIERRE DUGAC*

"Mais comment vouloir mesurer
ce qui me semble immensurable ?

[[...]]

Cela sonne si ancien et était pourtant si neuf."

R. Wagner, *Les maîtres chanteurs*, acte II-3

"Ne savent-ils pas qu'une lettre est une conversation écrite, que le charme de la conversation est fait surtout de son manque d'apprêt et que par suite il ne faut pas chercher dans une lettre le résultat quintessencié d'une réflexion profonde et longue, mais seulement ce qui y est : le mouvement de la pensée et la liberté de l'expression."

H. Lebesgue (CXLVII)

Les lettres de Lebesgue à Borel que nous présentons ici s'échelonnent de 1901 à 1918 ; elles seront précieuses pour écrire l'histoire des débuts de l'analyse moderne dont Borel, Baire et Lebesgue sont parmi les principaux acteurs. Ces lettres ont été découvertes en 1988 par Jean Lefebvre dans le sous-sol de l'Institut Henri Poincaré dont Emile Borel était directeur. Elles ont été répertoriées par Denise Lardeux et son aide constante, dont nous la remercions, nous a été utile pour leur déchiffrement. Nos remerciements vont également à Hélène Nocton qui a facilité notre travail à la Bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré.

Nous publions ici la totalité de ces lettres pour servir de document de travail, en nous réservant d'en faire paraître ultérieurement un choix, sous la direction de Gustave Choquet.

Les lettres de Lebesgue éclairent bien la personnalité d'un savant qui a renouvelé en peu d'années, entre 1901 et 1905 - avec une remarquable économie de moyens et une grande élégance - le calcul différentiel et intégral et appliqué ses nouvelles conceptions à quelques-uns de grands domaines de l'analyse : théorie

* Les lettres sont signalées par des chiffres romains et les notes par des chiffres arabes.

des fonctions, séries de Fourier, calcul des variations et problème de Dirichlet. Lebesgue eut ensuite à nouveau en diverses occasions de ces idées simples et lumineuses qui rendent ses premiers travaux si éblouissants, mais de plus en plus rarement, comme il s'en plaint à Borel dès 1910. Ces lettres relatent la façon dont Lebesgue a vécu ces périodes d'intense activité et de reflux. Elles nous informent sur les rapports de Lebesgue avec Borel et Baire et sont un témoignage unique sur les débuts d'une carrière universitaire avant la guerre de 1914. Lebesgue est dans ses lettres d'une sincérité aussi totale qu'on puisse l'être. Il écrit visiblement sans brouillon, d'une traite, au fil de la plume et sans détours.

Ces lettres nous renseignent sur la personnalité de Lebesgue mathématicien. Les premières lettres, qui remontent à 1901, l'année de l'intégrale de Lebesgue, sont essentielles pour comprendre la genèse de la théorie. On y voit (I) les hésitations de Lebesgue sur le degré de généralité et de nouveauté de son intégrale - répondant à celles de Borel estimant à cette époque (767) la mesure de Jordan plus générale que la sienne - et l'influence (II) de Jordan dans la formation des idées de Lebesgue. On y saisit aussi ce que Lebesgue doit à Baire (73 : "beaucoup d'idées qui m'ont guidé découlent de celles qu'expose Baire") et à Borel dans l'émergence et la mise en oeuvre de son dessein.

Il apparaît que Lebesgue a eu une intuition géométrique immédiate de son intégrale qui lui donnait d'emblée la bonne définition des fonctions mesurables, intuition apparentée à certaines constructions utilisées par Baire dans sa thèse pour de tout autres buts, mais dont la mise en forme a été faite à l'aide de la mesure de Borel. En ce sens, comme Lebesgue l'écrit, il a fait une "application" de la mesure de Borel, même s'il a reconstruit cette dernière à sa manière ou plutôt à celle de Jordan. (Ce thème d'"application" est très présent dans ces lettres, en filigrane ou explicitement : I, II ("j'ai très légèrement modifié le langage"), XVII ("j'ai appliqué intelligemment la notion de mesure"), XVIII, CXXXIV, 703, 704, CXXXV, CXCVIII, CCXXVII ("il me reste comme travail "entièrement personnel" l'introduction des mots "de mesure nulle" "), CCXXX.)

On comprend, en lisant les lettres de l'année 1904, la façon dont Lebesgue a écrit son grand mémoire de 1905 sur les "fonctions représentables analytiquement". Dès le début de ses lettres, il

s'est posé la question (III) : y a-t-il identité entre l'ensemble des fonctions de la classification de Baire et l'ensemble des fonctions mesurables au sens de Borel ? Ce qu'il démontre dans ce mémoire. De plus, il prouve l'existence des fonctions qui n'appartiennent pas à la classification de Baire et répond ainsi à une interrogation ancienne (I) sur les ensembles qui ne sont pas boréliens.

On ne saurait passer en revue ici tous les problèmes mathématiques abordés par Lebesgue dans ces lettres. Citons, en particulier, les séries trigonométriques (XVII : "j'ai donné aux *Comptes Rendus* un théorème sur les séries trigonométriques qui, j'ai le droit de le dire, transforme complètement la théorie de ces séries"), le problème de Dirichlet (CXXIX : "je le démontre dans le cas général, je suis le seul à l'avoir fait, et je semble être le seul à m'en douter") et la non existence d'un homéomorphisme entre deux espaces numériques de dimensions différentes (668).

Nous apprenons également beaucoup dans ces lettres sur Lebesgue homme. Il est profondément marqué par son enfance. Orphelin à trois ans d'un père typographe, élevé par sa mère (LIX) qui allait "faire de la couture en journées", il semble très hostile à toute autorité et sensible au dénuement des gens. Il est souvent dans ses lettres (XII) d'une "franchise brutale", mais "sans une franchise exagérée on ne peut avoir de vrais amis". De plus, il n'a pas (XIV) "la prétention d'être accommodant".

Ces lettres racontent aussi l'histoire d'une amitié entre deux hommes, Borel et Lebesgue, qui ont en commun la même passion des mathématiques. Mais Borel était un homme d'action, directeur de la fameuse *Collection de monographies sur la théorie des fonctions* et directeur de *La Revue du mois*, fondée en 1906 (à propos de laquelle Lebesgue lui écrira (CXXII) : "vous avez fait moins de mathématiques et plus d'à côté et c'est ce que je vous reproche"), qui fera du salon des Borel (qu'il animait avec sa femme, l'écrivain Camille Marbo, fille de Paul Appell) à l'Ecole Normale Supérieure - dont il était le sous-directeur - un centre intellectuel extraordinairement vivant et fréquenté. Il s'occupera en 1908 d'organiser la rédaction française de la partie concernant la théorie des fonctions pour l'*Encyclopédie des sciences mathématiques* (ce qui provoquera un premier conflit entre Borel et Lebesgue). Mais c'est la guerre qui donnera lieu à l'affrontement entre

ces deux caractères. Lebesgue, dispensé de service actif, affecté dans un bureau de calcul travaillant pour la défense nationale et Borel, lui, engagé volontaire et de plus investi de hautes responsabilités, un des organisateurs de la recherche scientifique au service de la guerre. Bien que Borel ait été celui qui a tout fait pour la nomination rapide de Lebesgue à Paris (CLII : "je sais combien vous avez à coeur mon succès"), à tel point que même la presse s'en était émue (CLXXV, 838, CLXXXII), un comportement un peu hautain de Borel pendant la guerre (XXXV) a dû exaspérer Lebesgue (CCXX : "je ne pourrais causer avec vous seul à seul") et a provoqué chez lui une forte agressivité (CCXXV : "êtes-vous le généralissime du Bureau des calculs donnant ses ordres du front ?" ; CCXXVI : "si vous voyez l'air de supériorité et d'autorité que vous prenez très souvent *même avec vos amis*"). Lebesgue écrivait à Borel dans sa bouleversante lettre de rupture (CCXXIX) :

"Le genre de relations que nous avons eu depuis un an vous a assez fait sentir mon état d'esprit pour que cette lettre ne vous surprenne pas trop. Je crois cependant qu'elle vous fera quelque peine et j'ai conservé trop d'amitié cachée pour vous pour ne pas en être peiné moi-même."

Mais Lebesgue avait déjà décidé de déclancher une polémique publique sur la question - à notre avis parfaitement vaine et injuste - de la paternité de son intégrale, sachant qu'ainsi il toucherait Borel au plus sensible.

Comme dans le cas de son amitié avec Baire, brisée pour une question de cours Peccot, Lebesgue a dû penser aussi (XLIII) qu'il rompait avec Borel "parce qu'il l'a jugé tout à coup différent".

Ces lettres nous donnent en outre une bonne image du climat mathématique de l'époque et des difficiles rapports entre les jeunes mathématiciens et leurs aînés. (LXIII : "Vous me disiez jadis qu'on peut vivre sans l'estime de Picard, je me suis dit la même chose de Darboux" ; LXXXII : "Darboux est plus que jamais dans un état d'esprit que je me permets de qualifier d'intransigeant et d'étroit" ; Painlevé soutient (CXXXIX, 733) E. Cartan "parce qu'il était certain que ses travaux pourront être utiles" et "il n'a acquis la même idée au sujet des miens que bien plus tard".)

Plus de la moitié de la correspondance est consacrée à la description détaillée des tentatives, espoirs et déceptions occasionnés par les nombreuses candidatures de Lebesgue au Collège de

France, en province et à Paris. Il y a là une mine de renseignements très précieuse pour ceux qui s'intéressent à l'histoire des universités au début de ce siècle.

Enfin les dernières lettres apportent un témoignage important sur le rôle des savants dans l'effort de guerre.

Borel a gardé ces lettres de Lebesgue jusqu'à la fin de sa vie. Il nous semble qu'il a légué aux historiens des mathématiques la tâche de les publier un jour pour qu'elles témoignent sur ce que fut une époque mathématique et ce que furent les hommes qui ont fondé l'analyse moderne.