

CHARLES HERMITE

**Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874-1883)**

*Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 5 (1984), p. 49-285

[http://www.numdam.org/item?id=CSHM\\_1984\\_\\_5\\_\\_49\\_0](http://www.numdam.org/item?id=CSHM_1984__5__49_0)

© Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, 1984, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

★  
LETTRES DE CHARLES HERMITE À GÖSTA MITTAG-LEFFLER (1874-1883)

I

Monsieur,

Je vous attendrai jeudi depuis une heure, et je serai très heureux de vous voir et de causer encore avec vous avant votre départ<sup>1</sup>, surtout des travaux de Mr Gylden<sup>2</sup> qui a eu la bonté grâce à vous, j'ai tout lieu de le croire, de m'envoyer ses mémoires qui m'intéressent au plus haut point.

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

Paris 1<sup>er</sup> avril [[ 1874 ]]

II

Aix-les-Bains (Savoie) 28 juin 1875<sup>3</sup>

Monsieur,

Pressé par le temps, je n'ai pu hier que vous envoyer ma lettre au Sénat académique de Helsingfors<sup>4</sup>, mais aujourd'hui je viens me dédommager et m'entretenir avec vous, en vous exprimant tout d'abord combien j'ai été sensible à votre bon souvenir. Les détails que vous m'avez donnés sur votre séjour à Göttingen et à Berlin m'ont extrêmement intéressé, et peut-être avez vous pu vous dire que j'aurais été on ne peut plus heureux d'entendre et de voir tous ceux dont vous avez suivi les leçons, pour mettre à profit leurs entretiens et leur témoigner mes sympathies et mon admiration. J'ai fait à Paris, en 1867, la connaissance de Mr Kronecker, et bien des années auparavant j'avais vu aussi Mr Kummer à Berlin, mais Mr Weierstrass, ce géant de l'Analyse qui prodigue si libéralement ses découvertes et son génie dans ses leçons, sur les sujets qui m'ont le plus occupé, jamais, je le crois, je n'aurai la satisfaction de lui exprimer les sentiments qu'il m'a depuis longtemps inspirés. Qu'au moins, Monsieur, vous en soyez, auprès de lui, l'interprète fidèle, et qu'il sache bien, lui et tous ceux dont m'ont rapproché mes études, que quoiqu'il arrive et si fatales que puissent devenir les éventualités qui nous menacent, jamais elles ne porteront atteinte ni à mon affection ni à mon estime. Mais vous le savez, ces éventualités n'ont été rien moins qu'une nouvelle guerre, qui aurait mis en péril l'existence même de la France, et qu'un prétexte, hélas, peut rallumer ! Vous n'ignorez point non plus que le danger pour notre malheureux pays n'est pas moins

★ Ces lettres sont déposées à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm. Nous remercions Monsieur L. Carleson, directeur de l'Institut, de nous avoir permis d'y travailler dans des conditions idéales.

grand à l'intérieur qu'à l'extérieur, et que le triomphe du radicalisme aux élections prochaines peut tout autant amener sa ruine qu'une invasion allemande. L'avenir est donc bien sombre, et les inquiétudes, dont vous recevez la confiance, je ne suis pas le seul parmi les hommes d'étude à les ressentir. En fermant les yeux pour ne point voir, et dans la supposition que les choses suivent un cours paisible, voici un intérêt scientifique que vous pouvez servir et dont je veux encore vous parler. Après la connaissance que j'ai eue, grâce à vous, des beaux travaux de votre compatriote Mr Gylden, il m'a semblé que ce serait pour moi un devoir d'appeler sur ces travaux l'attention de mes confrères de l'Académie des Sciences, et de proposer leur auteur pour une des plus prochaines places de Correspondant, qui deviendraient vacantes dans la Section d'Astronomie. Croyant me rappeler que vous m'auriez fait part d'une opinion très favorable de Mr Weierstrass à l'égard de Mr Gylden, et sachant de quel prix serait, pour le but que j'ai en vue, le jugement du grand Analyste, je viens vous demander, sous toute réserve de votre convenance, de vous informer auprès de lui si je pouvais faire appel à son témoignage, lorsque l'occasion en serait venue. A cette demande, j'ai joint une autre, celle du secret vis-à-vis de Mr Gylden, car les questions de candidatures aux titres de Correspondant sont si délicates et sujettes à tant de difficultés, qu'un tel secret est impérieusement commandé, et qu'un homme du mérite de Mr Gylden ne doit apprendre avoir été mis en cause, qu'en recevant une récompense digne de ses travaux et de son talent. Vous serez Monsieur bien aimable de m'écrire à ce sujet, en me faisant savoir si votre candidature à l'Université de Helsingfors aura réussi comme je le désire bien vivement. Permettez moi encore, si vous en avez l'occasion, de vous demander de me rappeler au souvenir de Mr Schering, en l'assurant de mes sentiments les plus dévoués, et veuillez agréer, avec tous mes vœux pour vous, l'expression de ma bien sincère affection.

Ch. Hermite

### III

[[ 2 avril 1877 : cachet de la poste ]]

Monsieur,

J'ai appris avec la plus grande satisfaction par Mr Schering que vous étiez définitivement nommé professeur à l'Université de Helsingfors et je m'empresse de vous féliciter de tout coeur d'un si brillant succès. En arrivant aussi jeune à une position extrêmement honorable, vous ne vous bornerez point j'en suis sûr à être un bon et savant professeur, vous serez en même temps un serviteur dévoué de l'Analyse, et votre récent travail, qui a été présenté conformément à vos intentions à

la Société mathématique<sup>5</sup>, me fait espérer que vous consacrerez vos efforts à la théorie des fonctions elliptiques. Désirant que vous conserviez un souvenir des leçons que vous avez suivies à Paris, je vous prie d'accepter un exemplaire de mon cours lithographié de l'Ecole Polytechnique que je joins à cette lettre. La rédaction, qui est l'oeuvre des élèves, est, quoique je l'aie revue, défectueuse en beaucoup de points, et je ne devrais point la livrer à un lecteur que je saurais moins bienveillant que vous. Mais quelque'elle soit, vous la recevrez j'espère comme un témoignage de mes sentiments d'estime et d'amitié.

Je vous renouvelle Monsieur mes félicitations, en y joignant mes vœux pour le succès de vos travaux et votre bonheur, et vous prie de me croire votre bien sincèrement dévoué.

Ch. Hermite

#### IV

Paris 23 avril 1878

Mon cher Collègue,

Il fut un temps qui n'est pas encore bien éloigné où je vous avais pour élève, et, lorsque nous causions à la Sorbonne après la leçon, vous me faisiez part soit des difficultés qui vous embarrassaient soit des questions qui vous plaisaient. C'est à vous que je dois ainsi d'avoir connu les travaux de votre éminent compatriote Mr Gylden dont j'ai été assez heureux ensuite pour faire la connaissance personnelle, les fonctions elliptiques ayant le don de rapprocher et d'unir ceux qui les cultivent. Plus tard en souvenir de quelques-unes de mes leçons, vous m'avez écrit pour me reprocher très amèrement de n'avoir rien publié sur certaines quantités formées avec les fonctions  $\Theta$  qui satisfaisant à des équations linéaires du second ordre peuvent être employées comme les sinus et cosinus pour le développement en série périodique des fonctions quelconques. L'année dernière et cette année je suis revenu sur ce sujet et pour me rappeler à votre souvenir, afin que vous sachiez bien que vous n'êtes point oublié en France, je vous adresse les premières feuilles du tirage à part de quelques articles des *Comptes rendus* où j'ai publié mes anciennes recherches et ce que j'y ai ajouté depuis<sup>6</sup>. Mais à mon tour maintenant de vous faire des reproches très amers. L'année dernière, presque à cette époque, j'étais à Göttingen ; la fête du centenaire de Gauss y réunissait presque tous les géomètres de l'Allemagne. Pour la première fois, en arrivant de Paris à Hanovre, je voyais Mr Weierstrass qu'à si juste titre les Allemands nomment leur héros mathématique.



Non sans émotion j'ai embrassé mes anciens amis que pour la première fois je voyais depuis la guerre, Mr Borchardt et Mr Kronecker. Puis nous avons dîné à l'Hôtel Royal, et, pendant une longue soirée, causé en buvant de la bière. Le lendemain je dînais chez Mr et Madame Schering, recevant d'eux et de Mr Malmsten un accueil dont je dois garder le plus reconnaissant souvenir. Vinrent ensuite Mr Schwarz, Mr Lipschitz, Mr Stern, Mr Enneper, et bien d'autres, dans les journées suivantes, journées tellement remplies, qu'une lettre de quatorze pages ne m'a point suffi à en faire le récit. Rien en France n'avait pu me donner l'idée de ce dont j'étais témoin, une ville entière pavoisée et toute en fête en l'honneur d'un homme de Science, qui jamais n'est sorti de la Science ! Ce *convivium*<sup>7</sup> des étudiants buvant de la bière, chantant en chœur, où les maîtres les plus illustres buvaient et chantaient avec eux ! Mr Kirchoff me voyant tout pensif m'a dit comme s'il lisait en moi : vous n'avez point cela dans votre pays, et le bon Mr Stern : vous avez le décorum chez vous ! Mais je reviens mon cher ami à ce que j'ai contre vous. Je parlais de fonctions elliptiques à Mr Schwarz et de lui je recevais la notion d'une importance capitale, et pour moi absolument nouvelle, des facteurs primaires. Mais c'est à peine si les choses les plus essentielles m'étaient communiquées. Un instant seulement, comme si l'horizon se découvrait pour s'obscurcir ensuite, j'entrevois dans l'Analyse une nouvelle contrée, riche et admirable, une terre promise où je ne pénétrais point. La vision m'était continuellement présente, pendant toute la durée de mon voyage de retour, et immédiatement, à la Sorbonne, j'indiquais le résultat relatif à  $\sin x$  et  $\cos x$ . Or vous avez la cruelle ironie de m'adresser, dans une langue que je ne peut lire<sup>8</sup>, un travail que j'ai interrogé sans le comprendre, comme on interrogeait le sphinx antique, sans en obtenir de réponse !

Je vous dois les plus affectueux remerciements pour votre bonne invitation de venir, avec les miens, en Suède, ce que j'ai été un moment de réaliser, en effet, l'année dernière, lorsqu'une nécessité absolue d'aller aux eaux des Pyrénées m'a contraint de renoncer à mon projet de voyage. Ne me gardez point rancune, mon cher ami, de n'avoir pu profiter de cette occasion pour vous retrouver et vous serrer la main. J'aurais été on ne peut plus heureux d'apprendre par vous même ce que vous faites, ce que vous enseignez à l'Université de Helsingfors, et si les fonctions elliptiques prospèrent sur le sol de la Finlande. Dédommez moi en me communiquant le programme de vos leçons et me faisant connaître si vous êtes là dans un milieu intellectuel qui vous donne satisfaction. Peut-être Mr Lindelöf<sup>9</sup> se souviendra-t-il que nous nous sommes rencontrés il y a bien des années chez Mr Chasles ; si vous le jugez convenable, rappelez moi à son souvenir en l'assurant de mes sentiments de haute estime. Et un jour ne viendra-t-il bien où, Madame Hermite et moi, nous recevrons un collègue de Helsingfors, rue de la Sorbonne<sup>10</sup>, auquel je renouvelle

l'expression de mon affection la plus sincère et la plus dévouée.

Ch. Hermite

V

Paris 7 juillet 1879

Mon cher Monsieur et Ami,

Mr Darboux me charge de vous exprimer ses sentiments de sympathie et de vous informer que la lettre que vous m'avez adressée va être immédiatement donnée à l'imprimerie pour le *Bulletin*<sup>11</sup>. Les épreuves vous seront adressées à Herihamra Osmo [[ en Suède ]] pour que vous fassiez vous même les corrections et que vous indiquiez si vous désirez un tirage à part. Les examens de la Sorbonne me prenant tout mon temps, je remets à quelques jours le plaisir de vous écrire longuement et de vous donner de mes nouvelles, mais j'ai à coeur de vous remercier immédiatement de votre bon souvenir et de vous assurer que je garde pour vous des sentiments d'estime et de bien sincère affection, que le temps n'a point diminués.

Ch. Hermite

VI

Paris 12 juillet 1879

Mon cher Monsieur et Ami,

Nous avons payé tribut à la maladie tous les deux à peu près en même temps. J'ai été atteint, pendant les vacances de l'année dernière à Bain-de-Bretagne chez la maman de Madame Hermite<sup>12</sup>, d'une fièvre larvée, c'est-à-dire sourde et cachée, mais pouvant prendre tout-à-coup le caractère dangereux d'une fièvre pernicieuse et dont j'ai été plusieurs mois à me guérir. Et il y a quinze jours de nouveaux accès sont revenus, lorsque j'avais sur le métier un travail elliptique auquel il m'a fallu renoncer. Moins heureux que vous, qui avez pu répondre à l'appel de votre maître illustre en lui adressant le fruit de votre travail sur ces questions si belles et si importantes de la théorie des fonctions analytiques uniformes, que vous avez étudiées dans ses leçons, dans son dernier mémoire, et avec ses conseils<sup>13</sup>, j'ai été contraint d'interrompre mes recherches, et cette année s'est trouvée presque entièrement perdue pour l'Analyse. Si je retrouve un peu mes forces en quittant Paris, je les employerai à approfondir, autant que je le puis, le mémoire de

Mr Weierstrass dont Mr Picard vient de publier une traduction française dans les *Annales de l'Ecole Normale*<sup>14</sup>. Ce sera en même temps me préparer à lire le travail que vous avez soumis à l'examen du grand géomètre [[ Weierstrass ]] et qui, sous ses auspices, sera accueilli avec empressement dans l'un de nos recueils. La notion entièrement nouvelle des facteurs primaires à laquelle vous avez aussi consacré vos recherches me semble d'une importance capitale en Analyse. Elle a été pour moi comme un trait de lumière, et, sans l'avoir étudiée ni approfondie, je m'en suis emparé pour démontrer, dans mes leçons à la Sorbonne, de la manière suivante que l'inverse de  $\Gamma(x)$  est une fonction holomorphe<sup>15</sup>. C'est ce me semble une conséquence de la relation élémentaire

$$\mathcal{D}_x \log \Gamma(1+x) = -C + \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+2}\right) + \dots,$$

où  $C$  est la constante d'Euler, et dont le second membre définit dans toute l'étendue du plan une fonction uniforme, la série dont le terme général est

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{x+n}$$

étant convergente pour toute valeur réelle ou imaginaire de la variable. La convergence subsiste, en effet, après l'intégration à partir de  $x = 0$ , qui donne

$$\begin{aligned} -\log \Gamma(1+x) &= Cx + \left[\log\left(1 + \frac{x}{1}\right) - x\right] + \left[\log\left(1 + \frac{x}{2}\right) - \frac{x}{2}\right] + \dots \\ &\quad + \left[\log\left(1 + \frac{x}{n}\right) - \frac{x}{n}\right] + \dots \end{aligned}$$

Or on conclut de cette relation la suivante

$$\frac{1}{\Gamma(1+x)} = e^{Cx} \left[\left(1 + \frac{x}{1}\right) e^{-x}\right] \left[\left(1 + \frac{x}{2}\right) e^{-\frac{x}{2}}\right] \dots \left[\left(1 + \frac{x}{n}\right) e^{-\frac{x}{n}}\right] \dots,$$

qui est, sous forme d'un produit de facteurs primaires, l'expression d'une fonction uniforme entière. Permettez moi, mon cher ami, puisque je rencontre la fonction  $\Gamma$ , de vous offrir un petit opuscule, écrit en sortant de maladie, ou vous trouverez peut-être quelques indications pour vos propres leçons, si vous abordez ce sujet dans votre enseignement. J'y ai développé, avec quelque étendue, ce que je n'avais fait qu'effleurer dans mon cours lithographié de l'Ecole Polytechnique, mais je me placerais maintenant à un autre point de vue, et je reprendrai entièrement mon exposition de la théorie des intégrales eulériennes quand je publierai mon second volume<sup>16</sup>. Ce que vous m'apprenez de vos leçons à l'Université de Helsingfors m'a extrêmement intéressé, mais je vois avec regret qu'en outre la rigueur du climat vous avez un travail bien plus considérable que le nôtre à la Faculté des Sciences de Paris. Je n'ai pour mon compte qu'un seul semestre par année, dans lequel je ne fais

pas plus de 25 leçons, puis à deux reprises différentes une session d'examens de baccalauréat et de licence. Pourquoi donc n'êtes vous point né Français ? Le gouvernement actuel qui n'a point mes sympathies, car il nous mène je crois à l'anarchie et peut-être à une nouvelle commune, a créé à la Sorbonne des places de maîtres de conférences, qui ont fait des positions excellentes à tous nos jeunes savants, et je vous aurais pour collaborateur ! Vous souvenez vous que nous avons parlé quelquefois de la République, et qu'en vous faisant ma profession de foi en faveur de la monarchie je vous ai exprimé mes inquiétudes sur l'avenir que la République prépare à la France ? Ces inquiétudes s'augmentent chaque jour, et si à ma grande joie vous nous revenez en décembre, ce sera le moment où se déroulera quelque nouveau drame politique. Madame Hermite vous remercie de votre bon souvenir et se fait un plaisir de vous revoir chez nous, c'est aussi le vœux que je vous exprime avec mes souhaits pour votre santé et pour le succès de vos travaux en y joignant l'expression de ma bien sincère et cordiale affection.

Ch. Hermite

## VII

Lamothe de Meursac (Charente Inférieure)

2 août 1879

Mon cher Ami,

Une lettre de Mr Gylden m'apprend que vous êtes malade de la fièvre, je me sens tourmenté de vous et, après avoir été moi-même malade de la fièvre, je m'autorise de notre confraternité en misère et en peine, en vous adressant mes vœux pour votre rétablissement et vous demandant de vos nouvelles. J'espère que vous êtes moins gravement atteint et que vous n'êtes point condamné comme je l'ai été à un affreux régime de viande crue, hachée et alcoolisée, dont je garde le plus odieux souvenir. Je suppose que vous êtes dans votre famille, bien choyé et bien gâté comme vous le méritez ; je pense aussi que le démon mathématique revient vous hanter et vous ouvre quelque attrayante perspective d'études et de recherches, dans la voie si féconde où vous a fait entrer Mr Weierstrass. J'ai la traduction française par Mr Picard de son dernier mémoire sur les fonctions uniformes, mais ne me sentant pas encore la force ni le courage d'en aborder l'étude approfondie, je me prépare à cet effort en rêvant sur les fonctions elliptiques de choses qui vous rappelleront peut-être d'anciens souvenirs. Vous savez que je tire les relations algébriques et différentielles, ainsi que les formules pour l'addition des arguments, de la décomposition en éléments simples des quantités

$$\operatorname{sn} x = \operatorname{sn}(x+a), \quad \operatorname{cn} x = \operatorname{cn}(x+a), \quad \operatorname{dn} x = \operatorname{dn}(x+a) ;$$

en restant dans cet ordre d'idées, je la complète comme vous allez voir. Et d'abord j'ajoute la décomposition en éléments simples des fonctions  $F(x)$ , pour lesquelles on a

$$F(x+2K) = + F(x), \quad F(x+2iK') = + F(x)^{17},$$

et, si l'élément simple est la fonction de seconde espèce  $\frac{\Theta'(x)}{\Theta(x)}$ , trois autres décompositions relatives à ces cas :

$$I : F(x+2K) = - F(x), \quad F(x+2iK') = + F(x)$$

$$II : F(x+2K) = - F(x), \quad F(x+2iK') = - F(x)$$

$$III : F(x+2K) = + F(x), \quad F(x+2iK') = - F(x),$$

qui résultent immédiatement de ce que les quantités

$$I, \frac{F(z)}{\operatorname{sn}(x-z)}, \quad II, \frac{F(z)}{\operatorname{cn}(x-z+K)}, \quad III, \frac{F(z)}{\operatorname{dn}(x-z+K+iK')}$$

ont, par rapport à la variable  $z$ , les périodes  $2K$  et  $2iK'$ .

Il suit de là effectivement, que, dans le rectangle de ces périodes, la somme de leurs résidus est nulle ; or les résidus qui correspondent au pôle  $z = x$  sont respectivement

$$I, -F(x), \quad II, +\frac{1}{K'} F(x), \quad III, +\frac{i}{K'} F(x) ;$$

je calcule ensuite les résidus relatifs aux divers pôles de  $F(z)$ , en représentant successivement ces pôles par la formule  $z = a + iK'$ , pour les trois cas, et j'écris, en me bornant à la partie principale du développement,

$$F(a+iK'+\varepsilon) = A \frac{1}{\varepsilon} + A_1 \mathcal{D}_\varepsilon \frac{1}{\varepsilon} + \dots + A_n \mathcal{D}_\varepsilon^n \frac{1}{\varepsilon}.$$

Cela étant, on a les formules suivantes :

$$\frac{1}{\operatorname{sn}(x-a-iK'-\varepsilon)} = K \operatorname{sn}(x-a-\varepsilon) = K [\operatorname{sn}(x-a) - \frac{\varepsilon}{K} \mathcal{D}_x \operatorname{sn}(x-a) + \dots]$$

$$\frac{1}{\operatorname{cn}(x-a-iK'+K-\varepsilon)} = \frac{iK}{K'} \operatorname{cn}(x-a-\varepsilon) = \frac{iK}{K'} [\operatorname{cn}(x-a) - \frac{\varepsilon}{K'} \mathcal{D}_x \operatorname{cn}(x-a) + \dots]$$

$$\frac{1}{\operatorname{dn}(x-a+K-\varepsilon)} = \frac{1}{K'} \operatorname{dn}(x-a-\varepsilon) = \frac{1}{K'} [\operatorname{dn}(x-a) - \frac{\varepsilon}{K'} \mathcal{D}_x \operatorname{dn}(x-a) + \dots],$$

de sorte que, relativement au pôle envisagé, les résidus sont respectivement pour les 3 cas :

$$I : K [A \operatorname{sn}(x-a) + A_1 \mathcal{D}_x \operatorname{sn}(x-a) + \dots]$$

$$II : \frac{iK}{K'} [A \operatorname{cn}(x-a) + A_1 \mathcal{D}_x \operatorname{cn}(x-a) + \dots]$$

$$III : \frac{1}{K'} [A \operatorname{dn}(x-a) + A_1 \mathcal{D}_x \operatorname{dn}(x-a) + \dots] .$$

En égalant à zéro la somme des résidus, on obtient ces formules de décomposition en éléments simples à savoir :

$$I \quad F(x) = + K \Sigma [A \operatorname{sn}(x-a) + A_1 \mathcal{D}_x \operatorname{sn}(x-a) + \dots]$$

$$II \quad F(x) = -iK \Sigma [A \operatorname{cn}(x-a) + A_1 \mathcal{D}_x \operatorname{cn}(x-a) + \dots]$$

$$III \quad F(x) = +i \Sigma [A \operatorname{dn}(x-a) + A_1 \mathcal{D}_x \operatorname{dn}(x-a) + \dots] .$$

Je les applique maintenant aux cas suivants :

$$F(x) = \operatorname{cn} x \operatorname{dn}(x-a) , \quad \operatorname{dn} x \operatorname{sn}(x-a) , \quad \operatorname{sn} x \operatorname{cn}(x-a)$$

qui correspondent comme vous voyez à I , II , III , les pôles étant  $iK'$  et  $a + iK'$  , et je trouve ces formules :

$$I : \operatorname{sn} a \operatorname{cn} x \operatorname{dn}(x-a) = \operatorname{cn} a \operatorname{sn} x - \operatorname{dn} a \operatorname{sn}(x-a)$$

$$II : \operatorname{sn} a \operatorname{dn} x \operatorname{sn}(x-a) = + \operatorname{cn} x - \operatorname{cn} a \operatorname{cn}(x-a)$$

$$III : K^2 \operatorname{sn} a \operatorname{sn} x \operatorname{cn}(x-a) = - \operatorname{dn} a \operatorname{dn} x + \operatorname{dn}(x-a)^{18}.$$

Ce seront, si vous le voulez, des exercices pour vos élèves géomètres de l'Université de Helsingfors. Joignez y encore l'exemple suivant, qui se rapporte au premier cas :  $F(x) = \operatorname{sn}^2 x \operatorname{sn}(x-a)$  . On a alors :

$$F(a+iK'+\varepsilon) = \frac{1}{K^3 \operatorname{sn}^2(\varepsilon+a) \operatorname{sn} \varepsilon} = \frac{1}{K^3 \operatorname{sn}^2 a} \frac{1}{\varepsilon} ,$$

puis :

$$F(iK'+\varepsilon) = \frac{1}{K^3 \operatorname{sn}^2 \varepsilon \operatorname{sn}(\varepsilon-a)} = \frac{1}{K^3} \left[ \frac{1}{\operatorname{sn} a} \mathcal{D}_\varepsilon \frac{1}{\varepsilon} + \frac{\operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}{\operatorname{sn}^2 a} \frac{1}{\varepsilon} \right] ,$$

et on en tire :

$$K^2 \operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 x \operatorname{sn}(x-a) = \operatorname{sn}(x-a) - \operatorname{sn} x \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a + \operatorname{sn} a \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x ,$$

c'est-à-dire précisément la valeur connue de  $\operatorname{sn}(x-a)$  .

Si vous voulez bien, mon cher Ami, répondre comme je l'espère à mon appel et me donner des nouvelles de votre santé, veuillez je vous prie m'écrire à Paris, d'où votre lettre me sera envoyée, où je serai alors, c'est-à-dire à partir du mois de septembre, à Bagnères de Luchon dans les Pyrénées. Avec tous mes vœux pour votre

guérison, la nouvelle assurance de ma plus haute estime et de mes sentiments de sincère affection.

Ch. Hermite

VIII

Bagnères de Luchon 29 septembre 1879

Mon cher Ami,

Mr Weierstrass et ses soeurs s'étant réunis à Berchtesgaden avec la famille Borchardt pendant les vacances, j'ai voulu en écrivant à Mr Borchardt, avec qui je suis en correspondance habituelle, mettre à profit la présence du grand géomètre et lui demander son avis sur le mémoire que vous lui avez communiqué. Mon désir lui a été certainement exprimé et il aurait je pense répondu à mon appel sans la circonstance d'un voyage à Vienne qui l'a éloigné de Mr Borchardt. Le jugement de l'illustre analyste sur vos recherches me sera d'autant plus intéressant à connaître, qu'il ne m'a pas été possible de pénétrer à travers le suédois la méthode exposée dans le mémoire que vous m'avez envoyé. Mais au moins puis-je vous dire, que je mets le plus grand prix et que j'attache la plus grande importance au résultat que vous avez obtenu, en exprimant par le quotient de deux séries synectiques<sup>19</sup>, les intégrales fondamentales de l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x) y .$$

Les géomètres français et surtout MM. Briot et Bouquet s'intéresseront vivement à votre découverte analytique, aussi je me permets de vous demander pour tous ceux qu'arrêtera l'obstacle du suédois de vouloir bien donner, au *Bulletin* de Mr Darboux, un exposé de vos travaux que nous puissions lire et comprendre. Vous avez eu le bonheur de rencontrer une voie féconde et dès votre début vous aurez attaché votre nom à des choses qui resteront dans le calcul intégral, et qui touchent de trop près à mes études présentes, ainsi qu'au travail récent de mon élève Mr Picard, pour que je ne tienne pas extrêmement à bien les connaître. J'espère, mon cher Ami, que vous êtes entièrement remis de l'accident dont vous avez été victime, et qu'en quittant la Suède, pour reprendre vos leçons à Helsingfors, vous vous serez débarrassé de la fièvre qui vous avait enlevé vos forces. Je vais moi-même dans quelques jours revenir à Paris, après avoir fait une saison à Luchon, pour achever de me remettre de ma maladie de l'année dernière.

Tout en prenant des bains et me promenant dans les montagnes, j'ai un peu songé à l'équation de Lamé, afin de terminer mon travail, dont vous me faites trop d'éloges, sur quelques applications des fonctions elliptiques, et je vous indiquerai en deux mots une remarque que j'ai faite sur cette équation :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = [n(n+1)K^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y^{20}.$$

Vous savez que j'obtiens la solution sous la forme suivante :

$$y = A F(x) + B F(-x),$$

où l'on suppose :

$$F(x) = \mathcal{D}_x^{n-1} \Phi(x) + \alpha \mathcal{D}_x^{n-3} \Phi(x) + \beta \mathcal{D}_x^{n-5} \Phi(x) + \dots,$$

en supposant :

$$\Phi(x) = \frac{H(x+\omega)}{\Theta(x)} e^{[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}]x}.$$

Cette expression de l'intégrale met en évidence que, dans le cas de  $n$  pair,  $y$  est la dérivée d'une fonction uniforme, puisqu'en faisant :

$$G(x) = \mathcal{D}_x^{n-2} \Phi(x) + \alpha \mathcal{D}_x^{n-4} \Phi(x) + \dots,$$

on a :

$$F(x) = G'(x).$$

On est ainsi conduit à se demander quelle est l'équation différentielle du second ordre ayant pour intégrale la fonction uniforme

$$z = A G(x) + B G(-x).$$

Cette équation, qui pourra servir d'application nouvelle et plus étendue à vos théorèmes, est la suivante. Soit  $P$  le polynôme de Lamé de la forme :

$$P = \operatorname{sn}^n x + h_1 \operatorname{sn}^{n-2} x + h_2 \operatorname{sn}^{n-4} x + \dots,$$

satisfaisant pour des valeurs spéciales de  $h$  à l'équation proposée. Si vous laissez  $h$  indéterminé, on aura :

$$P'' = [n(n+1)K^2 \operatorname{sn}^2 x + h] P + H,$$

en désignant par  $H$  une constante qui est par rapport à  $h$  un polynôme entier de degré  $\frac{n}{2} + 1$ , de sorte que l'équation  $H = 0$  détermine ces valeurs spéciales de la constante. Cela étant, l'équation en  $z$  est :



$$(1) \quad P z'' - P' z' + H z = 0 .$$

En effet, si l'on différentie, il vient :

$$P z''' - P'' z' + H z' = 0 .$$

Où, en posant  $z' = y$  :

$$y'' = \frac{P'' - H}{P} y = [n(n+1)K^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y .$$

L'équation (1), beaucoup plus compliquée que celle de Lamé, a cependant une solution de même nature et il me semblerait intéressant de connaître par votre méthode qu'elle admet pour intégrale générale une fonction uniforme, sans autre infini que  $x = iK'$ , de sorte que les points, déterminés par la condition  $P = 0$ , soient des points indifférents.

Tous mes vœux, mon cher Ami, pour votre santé, pour le succès de vos travaux et la nouvelle assurance de mes sentiments de bien sincère et cordiale affection.

Ch. Hermite

## IX

Votre lettre d'analyse vient d'être publiée dans le dernier numéro du *Bulletin* (juin)<sup>21</sup>.

Ch. Hermite

Paris 7 octobre 1879.

## X

Paris 10 novembre 1879

Mon cher Ami,

Ce que vous m'avez écrit dans votre lettre du 14 octobre au sujet de Mr Weierstrass ne m'a point surpris et m'était même parfaitement connu<sup>22</sup>. Une lettre d'Analyse que je lui avais adressée il y a deux ans, et à laquelle il m'avait fait annoncer une réponse par notre ami commun Mr Borchardt, n'a jamais eue cet honneur. Ses profondes recherches, l'immense travail qu'elles exigent, expliquent cette sorte de négligence du grand géomètre, et n'empêchent point qu'il ne soit un bon et excellent homme. J'en ai eu plusieurs preuves, et une toute récente, qui m'a causé la plus grande satisfaction, au sujet de mon élève Mr Picard ; mais il serait trop long de vous conter l'affaire grave où sont en jeu la Faculté des Sciences, des membres

éminents de l'Académie, le Ministre de l'Instruction Publique, et dans laquelle est généreusement intervenu Mr Weierstrass<sup>23</sup>. C'est de vous, mon cher Ami, et du travail dont vous lui avez confié l'examen que je viens vous entretenir. Voici ce que m'écrit Mr Borchardt, pour que j'en fasse tel usage propre à remplir vos intentions : "L'opinion de Mr Weierstrass sur le travail de Mr Mittag-Leffler consiste en ce que le résultat qu'il a trouvé est très intéressant, et montre un talent remarquable de l'auteur, mais ce travail est trop long et surtout trop chargé de calculs." Sa lettre se termine par ces mots dont je ne dois point vous priver : "Mr Weierstrass s'intéresse bien vivement pour Mr Leffler et pour sa carrière scientifique. Il sera donc satisfait de tout ce qui pourra être utile à sa carrière." Vous devez être certainement content, et je le suis pour vous d'un tel témoignage, qui prouve quel profit vous avez su tirer des leçons de l'illustre maître. En même temps vous êtes averti qu'un nouvel effort vous reste encore à faire, pour ajouter au mérite du fond le mérite de la forme. Ce qu'il vous convient de faire, vous en êtes seul et unique juge, mais je dois vous donner l'assurance, et prendre envers vous l'engagement, de demander, dès que vous le voudrez, l'insertion dans les *Annales de l'Ecole Normale Supérieure* de la traduction française de votre mémoire, étant bien [[ sûr ]] que le comité de rédaction (MM. Briot, Bouquet, Tisserand, St Claire Deville, etc.) fera le plus favorable accueil à la recommandation de Mr Weierstrass.

Vous avez établi de la manière la plus élégante et la plus facile, en géomètre qui connaît à fond la matière, que l'intégrale de l'équation

$$P z'' - P' z' + H = 0$$

n'a pas d'autre infini que  $x = iK'$ .

En ce moment je suis tout entier à l'équation de Lamé, et comme je crois vous l'avoir déjà dit<sup>24</sup>, à l'étude du cas limite du module égal à l'unité. Si dans l'équation

$$\frac{d^2 y}{d\xi^2} = [n(n+1)K^2 \operatorname{sn}^2 \xi + h] y$$

vous introduisez pour variable indépendante  $x = \operatorname{sn} \xi$ , de manière à obtenir :

$$(x^2-1)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2(x^3-x) \frac{dy}{dx} = [n(n+1)K^2 x^2 + h] y,$$

et que vous posiez  $h = \lambda^2 - n(n+1)$ , l'intégrale générale est :

$$y = C \Pi(x) \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{\lambda}{2}} + C' \Pi(-x) \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{\lambda}{2}},$$

$\Pi(x)$  désignant un polynôme rationnel et entier en  $x$  de degré  $n$ , à savoir :

$$\Pi(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^\lambda \mathcal{D}_x^n [(x+1)^{n+\lambda} (x-1)^{n-\lambda}] .$$

Ce polynôme a l'importante propriété que les fonctions  $\frac{\Pi(-x)}{\Pi(x)}$  représentent pour  $n = 1, 2, 3, \text{etc.}$  la série des réduites du développement de

$$\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^\lambda$$

en fraction continue. De même pour l'équation de Mr Picard :

$$\frac{d^2 y}{d\xi^2} + 2(n+1) \frac{K^2 \operatorname{sn} \xi \operatorname{cn} \xi}{\operatorname{dn} \xi} \frac{dy}{d\xi} + \alpha y = 0 ,$$

qui devient :

$$(x^2-1)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2n(x^3-x) \frac{dy}{dx} + [(n+1)^2 - \lambda^2] y = 0$$

si l'on pose  $x = \operatorname{sn} \xi$ ,  $\alpha = (n+1)^2 - \lambda^2$ . Soit  $n = 2m-1$  et  $\Pi_0(x) = (x^2-1)^m \Pi(x)$ , l'intégrale est :

$$y = C \Pi_0(x) \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{\lambda}{2}} + C' \Pi_0(-x) \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{\lambda}{2}} ;$$

soit, en second lieu,  $n = 2m$  et

$$\Pi_1(x) = (x+1)^m (x-1)^{m+1} \Pi(x) ,$$

on aura pour solution :

$$y = C \Pi_1(x) \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{\lambda+1}{2}} + C' \Pi_1(x) \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{\lambda+1}{2}} .$$

Mes souhaits bien affectueux, mon cher Ami, pour votre santé, le succès de vos travaux et la nouvelle assurance de mon sincère attachement.

Ch. Hermite

XI

Paris 20 décembre 1879

Mon cher Ami,

Je me hâte de répondre à votre dernière lettre et de vous exprimer combien je

serai heureux de vous voir dans quelques semaines et de m'entretenir avec vous d'Analyse. Vos recherches sur la théorie des équations linéaires sont liées de très près à celles dont je m'occupe en ce moment, et j'aurai le plus grand intérêt à apprendre jusqu'à quel point vous vous êtes avancé dans la voie que vous avez suivie. Le peu que vous m'en avez écrit<sup>25</sup> me donne envie d'en savoir davantage et j'aurai tout d'abord à vous demander de lever une difficulté qui m'embarrasse, mais qui n'en est pas une pour vous. Vous chercher toutes les fonctions doublement périodiques  $p(x)$  et  $q(x)$ , telles que l'intégrale complète de l'équation différentielle

$$y'' = p(x) y' + q(x) y$$

soit une fonction uniforme avec le seul point singulier essentiel  $x = \infty$ . Or Mr Picard a donné, dans les *Comptes Rendus*, ce théorème important que si l'équation proposée admet pour intégrale une fonction uniforme de la variable, cette fonction désignée par  $F(x)$  satisfait nécessairement aux conditions :

$$F(x+2K) = \mu F(x), \quad F(x+2iK') = \mu' F(x).$$

Mais, sous de telles conditions, une fonction uniforme admet nécessairement, dans le rectangle des périodes, un ou plusieurs pôles ; comment par suite demandez-vous qu'elle soit synectique à la façon de l'exponentielle ?

En attendant que vous me tiriez d'embarras<sup>26</sup>, je dois vous déclarer que je n'ai aucunement abordé, dans sa grande généralité, la recherche des fonctions  $p(x)$  et  $q(x)$  telles que l'équation différentielle ait pour solution une fonction uniforme. Je me suis contenté d'avoir rencontré quelques exemples, ou, par l'application des principes de Mr Fuchs, j'ai pu en toute certitude établir que l'intégrale était telle, afin de présenter dans de nouvelles circonstances mon procédé qui ne se limite point exclusivement à l'équation de Lamé. Telle est par exemple l'équation :

$$y'' - (v+1) \frac{\operatorname{cn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{sn} x} y' = [(n-v)(n+v+1)K^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y,$$

ou encore :

$$y'' + (v+1) \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{cn} x} y' = [(n-v)(n+v+1)K^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y,$$

etc.

Ne m'en voulez point, mon cher Ami, de la chicane que je vous fait au sujet d'un énoncé que vous ne m'aurez donné que trop succinctement. Rien ne me sera plus agréable que de donner place dans mes prochains articles des *Comptes Rendus* aux résultats que vous aurez obtenus [[ [7], 374-377 ]], et c'est dans l'espérance de les recueillir bientôt de votre bouche, que je vous renouvelle l'expression de mes sentiments d'affection bien sincère et bien dévouée.

Ch. Hermite

XII

Paris 23 janvier 1880

Mon cher Ami,

Aucune dépêche ne m'étant arrivée, je vous présume bien guéri et, en attendant le plaisir de vous voir demain, voici une remarque à laquelle m'a conduit le beau résultat de Mr Gylden, que vous connaissez, sur l'intégrale :

$$y = C \cos \mu \operatorname{am} x + C' \sin \mu \operatorname{am} x \quad 27$$

de l'équation

$$y'' + \frac{K^2 \operatorname{sn} x \operatorname{cn} x}{\operatorname{dn} x} y' + \mu^2 \operatorname{dn}^2 x y = 0 .$$

Cette équation résulte de

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + \mu^2 y = 0 ,$$

en posant  $z = \operatorname{am} x$ , c'est ce qui m'a conduit à faire la même substitution dans les relations :

$$\int_0^\pi \cos \mu x \cos \nu x = 0 , \quad \int_0^{2\pi} \cos \mu x \sin \nu x = 0 ,$$

etc. En observant que  $\mathcal{D}_z \operatorname{am} z = \operatorname{dn} z$  est toujours une quantité positive, on voit que  $x = \operatorname{am} z$  croît continuellement avec  $z$ ; d'ailleurs  $x = 0$ ,  $x = \pi$  donnent  $z = 0$ ,  $z = 2K$ . On a donc

$$\int_0^{2K} \cos \mu \operatorname{am} z \cos \nu \operatorname{am} z \Delta \operatorname{am} z = 0$$

ou  $\frac{\pi}{2}$ , suivant que  $\mu$  est différent de  $\nu$  ou  $\mu = \nu$ , et de même :

$$\int_0^{4K} \cos \mu \operatorname{am} z \sin \nu \operatorname{am} z \Delta \operatorname{am} z dz = 0 ,$$

etc.

D'autre part, on a comme il suit l'équivalent de l'équation

$$\int_0^{2\pi} e^{\mu i x} dx = 0 ,$$

en partant de ces intégrales indéfinies qui la vérifient immédiatement :

$$\int (\operatorname{dn} x - K \operatorname{cn} x)^\mu \operatorname{sn} x dx = \frac{(\operatorname{dn} x - K \operatorname{cn}^2 x)^\mu}{\mu K} ,$$

$$\int (\operatorname{dn} x + iK \operatorname{sn} x)^{\mu} \operatorname{cn} x \, dx = \frac{(\operatorname{dn} x + iK \operatorname{sn} x)^{\mu}}{i\mu K},$$

et dont on conclut :

$$\int_0^{4K} (\operatorname{dn} x - K \operatorname{cn} x)^{\mu} \operatorname{sn} x \, dx = 0,$$

$$\int_0^{2K} (\operatorname{dn} x + iK \operatorname{sn} x)^{\mu} \operatorname{cn} x \, dx = 0.$$

Mais je ne cède point, croyez-le, à la tentation d'en tirer avec orgueil une généralisation de la formule de Fourier.

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

### XIII

Paris 5 février 1880

Mon cher Ami,

Un point important de votre nouvelle note me semble traité trop succinctement. En posant la relation :

$$y_2 = y_1 \int z \, dx - B_1 y_1,$$

il me semblerait nécessaire d'expliquer d'abord que l'intégrale  $\int z \, dx$ , étant une fonction uniforme, est comme  $z$  une fonction de seconde espèce, et ensuite comment vous déterminez la constante  $B_1$  de telle sorte que  $y_2$  soit pareillement une fonction de seconde espèce. Puisque vous avez eu pour but de rendre plus complète la démonstration de Mr Picard<sup>28</sup>, il y a je crois intérêt à ce que votre analyse soit absolument claire et complète, et je pense que vous y parviendrez facilement.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

### XIV

Paris 20 mars 1880

Mon cher Ami,

Mes sincères félicitations pour vos résultats qui m'intéressent extrêmement, et mes remerciements pour me les avoir fait parvenir aussi ponctuellement. Je ne suis pas encore bien sûr d'avoir l'espace nécessaire pour les donner lundi dans l'article que je rédige en ce moment, et il serait possible que je me trouve forcé à cause de la limite réglementaire de six pages de les donner seulement dans l'article qui suivra, c'est-à-dire le lundi de la semaine de Pâques<sup>29</sup>. Un rhume intense qui me fatigue beaucoup me met aussi un peu en doute si demain [[ dimanche ]] je serai en suffisante disposition de travailler pour terminer ma rédaction. En faisant ma leçon ce matin à la Sorbonne, j'ai été à plusieurs reprises pris de quintes affreuses et j'étais obligé de faire effort pour exposer la détermination des volumes, et l'application à l'ellipsoïde à trois axes. Ma leçon terminée je suis rentré, j'ai déjeuné, puis comme un paresseux et un lâche, au lieu de m'occuper de l'élastique<sup>30</sup>, j'ai dormi ! En me réveillant, j'ai eu la vive satisfaction de trouver votre lettre, qui m'a arraché à ma torpeur et m'a rendu le courage nécessaire pour écrire quelques pages. Je vous porte envie, je regrette d'être à l'attache, et de ne pouvoir, en regardant la Méditerranée aux flots d'azur, causer d'Analyse avec vous, et respirer ce bon air qui me guérirait.

C'est vous dire, mon cher Ami, que je ne vous oublie point. Je n'oublie point surtout que je vous ai promis une lettre pour Mr Brioschi, qui vient de m'écrire de Rome, où le retiennent la politique et les travaux parlementaires. Je la joindrai à la prochaine lettre que je vous écrirai pour vous informer si vos résultats font partie de ma prochaine communication, ou sont remis à la suivante.

Veillez en attendant recevoir une seconde fois mes vives félicitations, et l'assurance de mes sentiments de bien sincère et cordiale affection.

Ch. Hermite

Notre affreux Conseil municipal a décidé qu'une réception officielle serait faite à Mr Nordenskjöld<sup>31</sup>. Que va penser l'illustre voyageur, en se trouvant en présence des sectateurs de la Commune !

XV

Paris 23 mars 1880

Mon cher Ami,

Vous êtes distrait et étourdi, et moi, qui vous en fait reproche, je le suis plus que vous. Ce n'est qu'en transcrivant, dans ma communication d'hier

à l'Académie, les résultats que vous m'avez envoyés, que je me suis aperçu d'une omission importante. Des deux équations différentielles du troisième ordre, vous ne me donnez que la solution de la première [[ [7], p.371 ]]

$$y''' + (\alpha_0 - 6k^2 \operatorname{sn}^2 x) y' + \beta_0 y = 0 ,$$

solution que Mr Picard avait obtenue avant vous. De la seconde équation, qui vous appartient sans partage :

$$y''' + (\alpha_0 - 3k^2 \operatorname{sn}^2 x) y' + (\beta_0 + \beta_1 k^2 \operatorname{sn}^2 x - 3k^2 \operatorname{sn} x \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x) y = 0 ,$$

rien n'est indiqué pour la solution [[ [7], p.372 ]], et si mes souvenirs ne me trompent point, je crois que la solution présente cette particularité extrêmement remarquable, que  $\lambda$  se détermine<sup>\*</sup> par les coefficients, ainsi qu'il arrive pour la quatrième équation différentielle du quatrième ordre<sup>32</sup>. Cette omission pourra être réparée dans le tirage à part du mémoire formé par la réunion de mes articles<sup>33</sup>. Vous pourriez aussi me donner, pour la séance de lundi prochain, une courte lettre qui paraîtrait dans les *Comptes Rendus* de cette séance, et qui serait conçue à peu près comme il suit : "En vous envoyant les résultats [[ relatifs ]] aux équations du troisième et du quatrième ordre qui sont les analogues de l'équation du deuxième ordre de Lamé, j'ai omis de vous indiquer la solution de l'équation du troisième ordre

$$y''' + (\alpha_0 - 3k^2 \operatorname{sn}^2 x) y' + \dots = 0 .$$

Cette solution présente, comme [[ celle de ]] l'équation du quatrième ordre

$$y^{IV} + (\alpha_0 - 4k^2 \operatorname{sn}^2 x) y'' + \dots = 0 \quad [[ [7], p.373 ]],$$

cette circonstance que la quantité  $\lambda$  se trouve sous forme rationnelle et a par conséquent la même valeur dans les diverses fonctions

$$\frac{H(x+\omega)}{\Theta(x)} e^{\left[ \lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} \right]}$$

qui représentent les intégrales particulières de ces équations. On a en effet  $\lambda = \dots$  [[ [7], p.372-373 ]], puis pour la détermination de  $\operatorname{sn} \omega$ , la condition ... [[ [7], p.371-372 ]]."

Mais à ce sujet, permettez-moi d'appeler votre attention très sérieuse sur ce point, et de vous engager à faire dans les deux équations un changement d'inconnue en posant  $y = e^{\lambda x} z$ . La transformée en  $z$  aura en effet pour ses solutions particulières, puisque  $\lambda$  a la même valeur constante pour toutes les solutions, les expressions :

\* rationnellement



$$\frac{H(x+\omega)}{\Theta(x)} e^{-\frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} x},$$

c'est-à-dire une des solutions de l'équation de Lamé

$$y'' = [2k^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y.$$

Ainsi pour l'équation 4,

$$y^{IV} + (\alpha_0 - 4k^2 \operatorname{sn}^2 x) y'' + (\beta_0 + \beta_1 k^2 \operatorname{sn}^2 x - \delta k^2 \operatorname{sn} x \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x) y' + \dots \quad [[7], \text{p.373}]$$

vous poserez :  $y = e^{-\frac{\beta_1 x}{4}} z$ , la transformée si je ne me trompe pas doit offrir quelques particularités remarquables.

Enfin, mon cher Ami, je vous convie à rechercher les équations d'ordre  $n$  analogues à l'équation générale de Lamé, c'est-à-dire les équations différentielles qui n'ont aucun point à apparence singulière, et dont l'intégrale générale est une fonction uniforme de la variable, avec un seul pôle, d'ordre quelconque, au lieu du premier ordre seulement. Les équations adjointes de vos diverses équations donnent déjà des exemples intéressants de ce nouveau genre d'équations. Pour le troisième ordre les solutions sont les trois déterminants qu'on tire du système

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_1' \\ y_2 & y_2' \\ y_3 & y_3' \end{vmatrix},$$

où  $y_1, y_2, y_3$  sont les trois solutions particulières de la proposée, et de même pour  $n = 4$ , avec les quatre déterminants qu'on tire de :

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_1' & y_1'' \\ y_2 & y_2' & y_2'' \\ y_3 & y_3' & y_3'' \\ y_4 & y_4' & y_4'' \end{vmatrix}.$$

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

Il est bien difficile de juger à l'avance si un texte écrit tiendra dans un nombre déterminé de pages d'impression ou les dépassera, et en recevant les épreuves de mon article j'ai eu la contrariété d'y voir la mention suivante : " 45 lignes en plus". Ces 45 lignes vous étaient exclusivement consacrées ; je dois les ajourner à mon prochain article et je termine celui qui va paraître en annonçant vos résultats, qui seront donc publiés un peu plus tard.

Cette circonstance vous donne le moyen de réparer l'omission au sujet de laquelle je vous ai écrit hier ; je la mets aussi à profit pour vous demander s'il ne conviendrait peut-être pas de chasser les dénominateurs dans les équations qui concernent les solutions, c'est-à-dire les équations entre  $\omega$  et  $\lambda$ . Comme le temps ne nous presse plus, je vous renverrai si vous le désirez le texte de votre lettre, dans le cas où vous n'auriez point gardé la minute de vos calculs. La solution de l'équation 4 me donne quelque embarras. Vous posez

$$\Omega = \Omega_1 \beta_1 + \Omega \left( \frac{\beta_1^2}{h} - \frac{\gamma_1'}{2} + \frac{g}{3}(1 + k^2) \right) + \dots \quad 34.$$

Qu'est-ce que cette quantité  $\gamma_1'$ , qui se représente encore dans un des termes suivants, à savoir

$$\frac{\gamma_1'}{2} \frac{\beta_1}{16},$$

mais sans indice ?

Mr Picard vient d'arriver à Paris, je lui ai mis sous les yeux vos résultats ; je ne vous dis pas que le serpent de l'envie ait sifflé dans son coeur, mais il est certain qu'il les a dévorés du regard. Nous avons dîné avec Mr Bertrand, qui a bien voulu se faire assez aimable avec lui. Il nous a annoncé que plusieurs membres de l'Académie lui avaient offert leurs votes, dans l'éllection qui va avoir lieu d'un membre du Conseil supérieur de l'Instruction publique, d'après la nouvelle loi, pour représenter dans ce Conseil l'Académie des Sciences, et il n'est point douteux qu'il ajoutera ce nouvel et insigne honneur à tant d'autres qu'il a déjà. Quel dommage, mon cher Ami, que vous n'ayez pu faire chez moi la connaissance de Mr Picard, qui est vraiment digne de vous, par son talent comme par son caractère.

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

XVII

Paris 5 avril 1880

Mon cher Ami,

J'apprends avec bien du regret par votre dernière lettre que vous aussi vous souffrez comme je souffre moi-même d'un rhume intense qui nuit à votre travail. Mais vous n'avez sans doute qu'un rhume ordinaire dont un climat doux et un air pur hâteront la guérison, tandis que je suis atteint d'une trachéite, c'est-à-dire d'une inflammation de la trachée artère, dans le voisinage du larynx dont je ne pourrai complètement me débarrasser qu'en retournant à Luchon boire de l'eau sulfureuse. Quoi qu'il en soit, je présente aujourd'hui à l'Académie un article dont vous occupez la plus grande partie, qui est consacrée à énoncer vos résultats sur toutes les équations linéaires du troisième ordre et du quatrième, qui sont les analogues de l'équation de Lamé. J'annonce en même temps que vous publierez prochainement un travail dans lequel ces recherches sont étendues à des équations d'un ordre quelconque, et je souhaite vivement que votre santé vous permette de faire honneur à l'engagement que je prends ainsi en votre nom<sup>35</sup>. Vous avez suivi les conséquences de la substitution  $y = e^{\lambda x} z$  beaucoup plus loin que je n'avais songé et sous un point de vue nouveau absolument pour moi. Mais vous allez de l'avant, sans m'expliquer assez le sens des notations dont vous faites usage, pour que je puisse facilement vous comprendre et vous suivre. Qu'entendez-vous donc par :  $P_1(\lambda \omega x)$ <sup>36</sup> ? Comme vous creuserez sans doute encore plus à fond cette question, nous en reparlerons, quand vous y reviendrez.

J'ai fait votre commission pour Mr Picard avec le plus grand plaisir, et de sa part je vous transmets l'expression de ses sentiments de sympathie et de haute estime. Il est de retour maintenant à Toulouse, où il va poursuivre ses recherches sur les équations linéaires, mais dans une autre direction que la vôtre. Quel dommage que je n'aie pu vous avoir ensemble ; *quam bonum et jucundum, habitare fratres in unum* !<sup>37</sup>

Mr B. [[ Bertrand ]] a un rival à l'Académie pour le Conseil supérieur [[ de l'Instruction publique ]] dans Mr Wurtz<sup>38</sup>, mais j'ai pour voter en sa faveur un autre devoir encore que celui de la parenté. Mr Wurtz, qui est cependant un bien excellent homme, représentera dans le Conseil, s'il y parvient, l'article 7 de Mr Ferry<sup>39</sup>, c'est-à-dire l'expulsion des Jésuites et des communautés religieuses de l'enseignement, tandis que Mr B. est absolument conservateur, bien qu'indifférent en matière de religion. C'est dans huit jours qu'aura lieu la bataille.

Adieu mon cher Ami, tous mes vœux pour votre complet rétablissement, le succès de votre travail et la nouvelle assurance de mes sentiments d'amitié bien dévouée.

Ch. Hermite

Mr Nordenskjöld a été nommé commandeur et Mr Palander<sup>40</sup> officier de la Légion d'honneur ; c'est trop peu, pour l'un et pour l'autre.

### XVIII

Paris 8 avril 1880

Mon cher Ami,

Je viens de donner ce matin le bon à tirer de l'article dans lequel sont exposés vos résultats sur les équations du troisième et du quatrième ordre, analogues à l'équation de Lamé du second ordre. Peut-être pourrez-vous avoir à Menton les *Comptes Rendus* qu'on trouve dans les grands cafés à Paris, mais s'ils ne s'aventurent point jusque dans les Alpes, je me ferai un plaisir de vous adresser mon exemplaire pour que vous voyez si aucune faute d'impression ne s'est glissée dans vos équations. Etes-vous bien sûr qu'elles sont écrites sous la forme la plus simple, avec les quantités  $\Omega$ ,  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  et ne pourrait-on peut-être pas simplifier, en remarquant que l'on a :

$$\Omega_2 = \Omega_1^2 - \frac{4(1-k^2+k^4)}{15} ?$$

A la dernière séance de l'Académie, nous avons eu Mr Nordenskjöld, qui a fait une communication<sup>41</sup> écoutée avec grand intérêt. Il était accompagné du commandant Palander qui a eu une belle part dans le succès extraordinaire du dernier voyage. J'étais trop éloigné pour les bien voir, et je me rends mieux compte de la personne de Mr Nordenskjöld dans le beau portrait placé en tête d'une notice qu'un de mes amis Mr Flahault, Directeur du laboratoire de la botanique de la Sorbonne, vient de publier sur votre illustre compatriote. Mr Flahault a suivi les cours de l'Université à Uppsala et connaît bien votre pays dont il m'a fait des récits qui m'ont vivement intéressé. Je crois qu'il fera partie comme naturaliste de la prochaine expédition arctique que doit renouveler Mr Nordenskjöld, dans quelques années. Le grand voyageur a fait au Conseil municipal de Paris l'honneur, que je ne puis que regretter, d'accepter ses félicitations officielles, et ce qui m'a peiné encore plus, c'est qu'il y est venu accompagné du Prince Oscar, dans la salle de ses séances où si souvent ont retenti des revendications criminelles en faveur du gouvernement de la commune.

J'attends, mon cher Ami, des nouvelles de votre santé, en espérant qu'elles seront bonnes, que vous êtes débarrassé de votre rhume et remis au travail. Le mien ne s'en va point, quoi que je fasse, j'ai bien de la peine à faire mes leçons et à poursuivre l'équation de Lamé. Lorsque Mr Picard en repartant pour Toulouse est venu me faire ses adieux, je lui ai donné une partie des résultats que péniblement je vais m'efforcer de rédiger, sans être sûr que j'y parviendrai.

Je vous renouvelle, en vous souhaitant meilleure santé et plus de courage pour le travail que je n'en ai, la nouvelle assurance de mes meilleurs sentiments d'affection bien dévouée.

Ch. Hermite

XIX

Paris 7 mai 1880

Mon cher Ami,

Des douleurs rhumatismales m'ont presque entièrement détourné de tout travail sérieux dans ces dernières semaines, et au lieu de poursuivre mes recherches sur l'équation de Lamé je ne fais guère en fait d'ouvrage que mes leçons à la Sorbonne. Aussitôt que j'essaie d'entreprendre quelque calcul la fatigue revient, puis la tristesse, et les jours, les semaines s'écoulent sans que j'avance en rien. N'ayant pu profiter des vacances de Pâques à cause d'une inflammation de la trachée qui ne m'a pas permis de m'en aller en province, je crois bien que d'ici les vacances je ne donnerai plus rien dans les *Comptes Rendus*, tant j'ai besoin de me refaire pour poursuivre des recherches dont vous connaissez la difficulté. Ne me reprochez pas trop, cher Ami, d'avoir laissé s'écouler tant de jours avant de répondre à votre dernière lettre. L'arrivée de ma belle mère Madame Bertrand et puis de ma fille, Madame Forestier<sup>42</sup>, a été une autre cause de détournement du travail, et maintenant il me tarde d'apprendre si vous avez vu Mr Brioschi, et surtout si votre santé se rétablit en Italie et en Suisse. Mr Brioschi, il y a deux ans, a obtenu précisément le même résultat auquel vous êtes arrivé sur l'intégration de l'équation :

$$y'' = \frac{1}{4} [n(n+2)k^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y$$

par les fonctions elliptiques<sup>43</sup>, mais c'est avec lui que vous vous êtes ainsi rencontré et non avec moi. Cependant il y a toujours dans nos recherches quelque chose de semblable, et pendant que vous trouvez des équations comme la précédente, et celle que vous désignez par :  $Q_1(\mu \omega x) = 0$ <sup>44</sup>, dont la solution s'obtient par des fonctions *non uniformes*, j'en rencontre de mon côté, d'une autre forme, et dont la solution est de même nature. Mais ne travaillant point bien sérieusement je me laisse à des rêveries qui n'aboutissent à rien. J'ai tenté d'obtenir de nouveaux exemples de solution par les fonctions elliptiques du problème de la rotation autour d'un point fixe, en choisissant convenablement les forces qui produisent le mouvement. Or il arrive, du moins en suivant la voie qui s'est offerte la première à mon esprit, qu'il faut prendre des forces dont l'expression dépend du temps, ce qui en mécanique n'a jamais lieu. J'ai tenté aussi de démontrer que  $\frac{K'}{K}$  a toujours une partie réelle positive en supposant le module  $k^2 = \alpha + i\beta$ . Un instant j'avais espéré y parvenir au moyen de cette expression que vous vérifierez facilement :

$$K = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi d\psi}{1-k^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \psi},$$

mais je n'ai réussi qu'à me convaincre de mon impuissance à faire quoi que ce soit.

Je souhaite vivement et j'espère bien que votre travail est aussi fructueux que le mien est stérile. Vous avez pu vous éloigner de Helsingfors, et je ne puis songer à m'éloigner de Paris avant les vacances qui tardent bien à venir. On me fait une obligation de me consacrer aux élèves de l'Ecole Normale dont Mr Bouquet et moi nous avons la charge dans nos leçons à la Sorbonne, et je passerais pour désertier le poste du devoir, si je les abandonnais à un autre. Peut-être cette année m'occuperai-je de la transformation du second ordre, quand je serai arrivé aux fonctions elliptiques ; le sujet est loin d'avoir été traité à fond ; voici par exemple des formules où la transformation est combinée avec la division par 2 :

$$\begin{aligned} \operatorname{dn}\left[\frac{1+k}{2} x, \frac{2\sqrt{k}}{1+k}\right] &= \frac{\operatorname{dn} x + k \operatorname{cn} x}{1+k}, \\ \operatorname{sn}\left[\frac{1+k}{2} ix, \frac{1-k}{1+k}\right] &= \frac{i(\operatorname{dn} x - \operatorname{cn} x)}{(1-k) \operatorname{sn} x}, \end{aligned}$$

puis toutes celles qui en résultent en changeant  $k$  en  $k'$  et  $\frac{ik'}{k}$ . Vous voyez qu'elles sont remarquablement simples, et on en tire beaucoup de conséquences.

Mr Borchardt, dont vous connaissez l'estime pour vous, m'a demandé votre adresse, et ce matin même je lui ai écrit pour la lui faire connaître. Il m'a appris que Mr Weierstrass va mieux, sans cependant pouvoir reprendre ses cours ; il s'occupe de publier une édition des œuvres de Steiner.

Espérant avoir bientôt de vos nouvelles, et recevoir des formules et des théorèmes, je vous renouvelle l'expression de mon affection bien sincère et bien dévouée.

Ch. Hermite

XX

Paris 23 mai 1880

Mon cher Ami,

Vous et Mr Gylden vous me gâtez extrêmement, et je ne reçois point de meilleure récompense ni d'encouragements plus efficaces que vos lettres<sup>45</sup> à tous deux. Mr Gylden, à qui j'ai donné communication de mes extravagances mécaniques, m'écrit que mes formules seront très utiles pour l'étude des phénomènes dans la nature véritable, mais je me sens intérieurement averti que je ne dois point donner de la tête

dans les étoiles. C'est lui qui avec son audace analytique aborde avec succès des questions d'une difficulté inouïe, comme la rotation de la terre, en la supposant troublée par la résistance des particules d'une couche liquide, et qui, avec trop de bienveillance, découvre un certain lien entre ses profondes recherches, marquées au coin de la vérité et de la réalité, et mes rêves absolument chimériques. A cette occasion, j'ai reçu un autre témoignage de sa bonté qui m'a grandement fait plaisir. A sa lettre était joint le numéro d'un grand journal illustré de Stockholm, entièrement consacré aux héros de la *Vega*<sup>46</sup>, donnant en outre des portraits de Mr Nordenskjöld et de Mr Palander, ceux des officiers, des savants, et de tous les matelots de l'immortelle expédition. Quelle plus grande et meilleure gloire, mon cher Ami, pour la Suède, que les sanglants triomphes de l'Allemagne sur la France et son triste souverain Napoléon III ! Nous sommes un triste exemple de peu de durée de la gloire militaire, si promptement anéantie pour nous, dans la personne même d'un Napoléon, mais l'honneur que vous venez d'acquérir ne peut ni pâlir ni périr. Ne peut-on pas croire, sans être trop clérical ni trop mystique, mais seulement comme conséquence des faits, et comme leçon de l'histoire, qu'une part de bonheur proportionnée à leurs vertus est donnée aux nations, tandis qu'un enchaînement de malheurs, qui révèle la fatalité, est une forme de l'expiation créée par leurs fautes ? Cette inexorable expiation s'approche pour nous, chacun en a le pressentiment, et ce matin j'en ai encore eu la preuve en causant avec mon ami Mr Sainte Claire Deville, à la réunion du comité de rédaction des *Annales de l'Ecole Normale*. C'est à ce comité que je proposerai l'insertion de votre prochain travail, dont j'apprends avec plaisir que vous vous occupez. Votre méthode d'intégration de l'équation traitée par Mr Brioschi :

$$y'' = \frac{1}{4} [n(n+2)k^2 \operatorname{sn}^2 x + h] y$$

excite vivement ma curiosité, et si ce n'est trop exiger de votre complaisance je vous serais vraiment reconnaissant de m'en donner une idée. La question de déterminer les coefficients d'une équation linéaire, par la condition que dans le voisinage d'un point singulier les solutions soient de la forme :

$$(x-a)^{\zeta+m} [c_0 + c_1(x-a) + \dots] ,$$

où  $\zeta$  est un nombre fractionnaire donnée, est aussi d'un très grand intérêt, et rien ne me fait entrevoir, même de loin, comment vous ramenez l'intégration d'une telle équation à celle d'un ordre plus élevé, dont les intégrales sont toutes uniformes. C'est vous dire que j'attends avec impatience de connaître votre secret.

Mr Bertrand, qui est malveillant et méchant, m'a cependant parlé avec quelque



estime de Mr Edlund dont il connaît les travaux, mais en les qualifiant d'oeuvre d'imagination<sup>47</sup>. Je ne suis aucunement comme lui au courant des recherches actuelles sur la physique mathématique et en particulier sur l'électricité, n'étant comme vous devez le savoir qu'un analyste contemplatif, mais si vous vous contentez d'un lecteur qui fasse abstraction du but de l'auteur, pour ne voir que les moyens qu'il emploie, ce sera avec grande curiosité que je lirai dans ses écrits des considérations de forces qui dépendent du temps.

Si vous recevez, comme vous me l'avez dit, les *Comptes Rendus*, vous aurez vu la démonstration que j'y ai donnée<sup>48</sup> du théorème de Riemann sur  $\frac{K'}{K}$ , et je ne puis trop vous remercier de m'avoir communiqué celle de Mr Weierstrass, que j'ai lue et étudiée avidement. Mais, mon cher Ami, oserais-je encore faire appel à votre complaisance, en vous demandant la démonstration de la relation :

$$\int_a^b \varphi(x) f(x) dx = f_1 \int_a^b \varphi(x) dx ,$$

à laquelle j'attache la plus grande importance ? Le contour fermé comprenant la suite des points, ou la ligne représentée ainsi :  $z = f(x)$ , quand  $x$  croît de  $a$  à  $b$ , peut se réduire, n'est-ce pas, à cette ligne elle-même, et par suite on aura :

$$\int_a^b \varphi(x) f(x) dx = f(\xi) \int_a^b \varphi(x) dx ,$$

$\xi$  désignant une quantité réelle comprise entre  $a$  et  $b$ , c'est-à-dire la même relation élémentaire que pour  $f(x)$  réelle. Or Mr Darboux a donné, dans le *Journal* de Mr Resal<sup>49</sup>, au lieu de cette équation la suivante :

$$\int_a^b \varphi(x) f(x) dx = \lambda f(\xi) \int_a^b \varphi(x) dx ,$$

$\lambda$  étant un facteur imaginaire dont le module a pour limite supérieure l'unité ; les deux théorèmes me semblent presque contradictoires. En tout cas le facteur  $\lambda$  de Mr Darboux empêche absolument d'employer son théorème, comme Mr Weierstrass fait le sien pour démontrer si élégamment et si simplement la proposition de Riemann.

Mes meilleurs sentiments d'affection bien dévouée.

Ch. Hermite

XXI

Les Sables d'Olonne (Vendée) 3 juillet 1880<sup>50</sup>

Mon cher Ami,

Je viens de recevoir une désolante nouvelle qui m'afflige extrêmement, Mr Weierstrass m'apprend que Mr Borchardt est mort le 27 du mois dernier, après de longues souffrances. Madame Borchardt, qui m'avait d'abord informé de la maladie de son mari en me faisant part de ses inquiétudes, m'avait ensuite complètement rassuré, et rien ne pouvait me faire présumer l'affreux malheur qui s'approchait. Je devais d'autant moins m'y attendre que j'avais reçu il y a quinze jours environ une épreuve d'imprimerie de la nouvelle édition des oeuvres complètes de Jacobi publiée par Mr Borchardt et dont il m'adressait les parties écrites en français, afin de les revoir au point de vue grammatical, et j'espérais par suite que, s'étant remis au travail, il n'y avait plus de danger pour lui. Ainsi la triste nouvelle m'est survenue comme un coup de foudre ; elle sera vivement sentie j'en suis certain dans tout le monde mathématique, et comme moi vous vous demanderez quel sera le troisième éditeur du *Journal* de Crelle. C'était en 1846 que j'avais vu pour la première fois Mr Borchardt à Paris, et depuis ce temps nos relations n'ont jamais été interrompues, sauf pendant la guerre ; dans ces dernières années elles étaient devenues tout à fait intimes<sup>51</sup>, et sa perte me laisse un vide qui ne sera jamais comblé.

J'ai quitté Paris il y a huit jours après ma dernière leçon à la Sorbonne pour respirer l'air de la mer et me remettre de la fatigue qui nuisait à mon travail. Mes journées se passent sur la grève à voir la marée qui descend ou qui monte, mais je ne puis m'arracher à de tristes préoccupations et revenir à mes calculs. Mr Brioschi vient cependant de me communiquer une méthode nouvelle pour parvenir à vos équations différentielles, qu'il a imaginée pour n'avoir point à recourir aux principes de Mr Fuchs, qu'il n'aime pas me dit-il, et qui est d'un grand intérêt. Elle a pour point de départ la recherche des dérivées successives de la fonction de seconde espèce, prise sous la forme :

$$y = \sqrt{x-\xi} \, e^{\frac{1}{2} Z(x)},$$

où :

$$Z(x) = \int \frac{2\mu(x-\xi) - \sqrt{\varphi(\xi)}}{(x-\xi)\sqrt{\varphi(x)}} dx,$$

et

$$\varphi(x) = 4x^3 - g_2x - g_3 \quad {}^{52} ;$$

mais j'ai eu quelque peine à le bien saisir et il m'a fallu demander à l'auteur des éclaircissements qu'il vient de m'envoyer. Il obtient heureusement l'équation de Mr Picard, et deux ou trois des vôtres, les plus simples, mais sa méthode ne donne point comme la vôtre, au moyen des principes de Mr Fuchs, tous les types existants, pour

un degré donné, et je ne puis m'empêcher de trouver qu'il a suivi un chemin bien détourné, et que les principes de Mr Fuchs sont la véritable base de ces recherches.

Votre démonstration du beau et important théorème de Mr Weierstrass m'a fait le plus grand plaisir, je le donnerai dans mes leçons<sup>53</sup>, et dans le second volume de mon cours d'Analyse<sup>54</sup>. Mais à mon grand regret, je ne puis, n'ayant point mes livres aux Sables d'Olonne, vous dire l'année du *Journal* de Mr Resal où se trouve le mémoire de Mr Darboux. Voici cependant son résultat, établi par une autre méthode que la sienne, qui est géométrique. Partant du principe que le module d'une somme est plus petit que la somme des modules de ses termes, j'en conclus d'abord qu'on a :

$$\text{Mod} \int_a^b \varphi(x) f(x) dx = \lambda \int_a^b \text{Mod}[\varphi(x) f(x)] dx ,$$

où  $\lambda$  est un nombre positif, inférieur à l'unité. J'observe ensuite qu'on a :

$$\int_a^b \text{Mod}[\varphi(x) f(x)] dx = \int_a^b \varphi(x) \text{Mod}f(x) dx = \text{Mod}f(\xi) \int_a^b \varphi(x) dx ,$$

en désignant par  $\xi$  une valeur comprise entre les limites  $a$  et  $b$ . Maintenant il suffit d'observer qu'en désignant par  $\theta$  et  $\Theta$  les arguments de  $f(\xi)$  et de l'intégrale on a :

$$f(\xi) = \text{Mod}f(\xi) e^{i\theta} , \quad \int_a^b \varphi(x) f(x) dx = \text{Mod} \int_a^b \varphi(x) f(x) dx \times e^{i\Theta} ,$$

de sorte qu'on en conclut :

$$\int_a^b \varphi(x) f(x) dx = \lambda e^{i(\theta-\Theta)} f(\xi) \int_a^b \varphi(x) dx .$$

C'est la formule de Mr Darboux, dont il a tiré de belles et nombreuses conséquences.

J'ai aussi bien des remerciements à vous faire au sujet des équations linéaires, sur lequel je me réserve de vous écrire un peu plus tard. Mais je dois immédiatement appeler votre attention sur un mémoire que Mr Brioschi a publié dans les *Annali*, sous le titre : *Sopra una classe di equazioni differenziali lineari del secondo ordine*<sup>55</sup>. Vous êtes tellement sur le même chemin, que ce que vous m'avez écrit sur la manière de parvenir à l'équation de Mr Gylden et aux autres analogues que vous y ajoutez, en faisant la supposition

$$4pq + 2q' = 0 ,$$

dans l'équation en  $z$ , de sorte qu'elle admette pour solution  $z = \text{Const}^e$ , s'y trouve exactement et dans les mêmes termes. Vos deux questions concernant les équations ( $A''$ ) et ( $B'''$ ) sont très belles, et j'avais l'intention de vous donner un résultat voisin auquel je suis parvenu, mais je l'ajourne, et je m'empresse de vous dire

que j'ai reçu les mémoires de Mr Edlund<sup>56</sup>, et qu'en ayant parlé à mon confrère Mr Jamin<sup>57</sup>, j'ai été par lui expressément autorisé à vous faire savoir qu'il a la plus haute estime pour Mr Edlund, dont il a confirmé les vues en un point (je ne me rappelle plus au juste lequel) par ses expériences, et qu'il juge que, depuis longtemps, l'éminent physicien devrait être correspondant de l'Académie. Soyez assez bon n'est-ce pas pour faire parvenir ce témoignage de grande estime à celui qu'il concerne, en y joignant tous mes remerciements pour le don des deux mémoires que j'ai lu avec le plus grand intérêt, *mais en écolier*. Les nombreuses pièces envoyées à l'Académie par Mr Dubrunfaut<sup>58</sup> ne contiennent rien de mathématique, rien d'Abel par conséquent, mais on a l'oeil ouvert et je serai immédiatement informé, si le mémoire confié à Libri se retrouve.

Que vous avez été bon de m'envoyer le manuscrit autographié des leçons de Mr Weierstrass, mes vifs remerciements et l'assurance de mon affection sincère et bien dévouée.

Ch. Hermite

Je parts demain pour Paris, j'y resterai jusqu'au 20 juillet, je passerai mes vacances en Saintonge et à Luchon, avec toute ma famille. Prière de m'écrire à Paris d'où les lettres me seront envoyées sûrement.

## XXII

Paris 19 juillet 1880

Mon cher Ami,

Les derniers jours de l'année scolaire sont bien pénibles et la grande chaleur de la saison s'ajoutant à la fatigue des examens de la Sorbonne j'en suis venu à un état de véritable torpeur dont je ne sortirai qu'en m'éloignant de Paris et changeant d'air. Ne soyez donc point trop surpris si je remets à un autre moment de vous parler d'Analyse, et si, au risque d'être indiscret envers Mr Brioschi (ce que je ne pense point cependant), je vous donne immédiatement communication de sa correspondance. La perte de mon bien cher ami Mr Borchardt m'est encore plus sensible, si je puis dire, qu'au moment où la douloureuse nouvelle est venue me surprendre si tristement aux Sables d'Olonne, et n'osant demander à Madame Borchardt ni même à Mr Weierstrass de répondre au besoin que j'éprouve de connaître toutes les circonstances de ses derniers moments, c'est à vous que je m'adresse en vous priant de m'informer de tout ce que vous pouvez apprendre. Soyez assez bon aussi pour faire connaître à Madame Borchardt que nombre de mes confrères de l'Académie, mais Mr

Chasles<sup>59</sup> tout particulièrement, m'ont exprimé, avec les sentiments de la plus haute estime et d'une sincère affection, les regrets que leur cause la perte de son mari, et leurs sympathies pour le malheur qui l'a frappée. Pour moi je partage ce malheur et je le ressentirai toute ma vie, rien au monde ne pouvant remplacer l'ami dévoué et excellent que je n'ai plus.

Permettez-moi de vous faire part d'un entretien que j'ai eu ce matin même, tout en interrogeant des candidats au baccalauréat, à la Sorbonne, avec Mr Wurtz<sup>60</sup>, au sujet de Mr Edlund. Mr Wurtz n'est point aussi complètement au courant des travaux de l'éminent physicien que Mr Jamin, mais il en connaît la haute valeur, et je suis chargé de lui faire parvenir par votre intermédiaire le témoignage de sa plus grande estime. J'ai aussi quelque lieu de penser que le nom de Mr Edlund ne sera pas oublié, la première fois qu'il aura une place de correspondant étranger à donner dans la section de Physique. Je dois aussi vous dire que le point de ses travaux qui a été confirmé expérimentalement par Mr Jamin se rapporte à la force électromotrice inverse, qui est développée par la lumière de l'arc électrique. Ce que Mr Jamin m'a expliqué à cet égard, je ne l'ai qu'imparfaitement saisi, attendu qu'en Physique je ne suis pas seulement à la hauteur des candidats au baccalauréat. Je ne sais qu'admirer les merveilleuses expériences qui se réalisent de nos jours, comme la détermination de la densité de la vapeur d'iode à de hautes températures, sujet de vives polémiques, entre mes confrères et amis Mr Sainte Claire Deville et Mr Wurtz, ou bien, ce qui est encore plus étonnant et au-dessus de toute contestation, la détermination de la vitesse du son de Mr Kundt<sup>61</sup> dans la vapeur de mercure. Mais le moyen, je vous le demande, d'approfondir ou seulement de connaître tant de belles choses, lorsque vous, cher Ami, et Mr Picard, vous me pressez et me persécutez pour que je me remette au travail et que je vous livre mes derniers secrets sur  $\omega$  et  $\lambda$  dans l'équation de Lamé. Mais n'allez pas être trop exigeants, et ne vous attendez à rien d'extraordinaire ; mon but sera rempli et je serai grandement récompensé si à tous deux je vous donne une impulsion qui vous fera dépasser le terme auquel je me suis arrêté.

Les dernières circonstances, l'expulsion des Jésuites et la fête du 14 juillet, ont jeté une grande inquiétude dont j'ai recueilli un écho encore aujourd'hui en m'entretenant avec un de mes collègues de la Faculté des lettres. Tout cela nous mène me dit-on à l'anarchie, et ensuite à une nouvelle invasion de l'Allemagne. Cette effroyable issue de la folie démagogique qui maintenant entraîne la France est la crainte de mon vénéré confrère Mr Chasles, et je ne puis m'empêcher de sentir que cette crainte n'est que trop fondée.

Dans l'espérance de recevoir par vous mon cher Ami des nouvelles de Madame Borchardt et de Mr Weierstrass, et en vous priant de me rappeler à leur souvenir, je vous renouvelle l'expression de mes sentiments de bien cordiale et sincère

affection.

Ch. Hermite

Après-demain mercredi, je pars pour Lamothe de Meursac (Charente Inférieure), où je passerai quelques semaines, avant d'aller à Bagnères-de-Luchon.

XXIII

Lamothe de Meursac (Charente Inférieure)

21 août 1880

Mon cher Ami,

Le temps ne diminue point pour moi l'impression que m'a causée la mort de Borchardt. Depuis si longtemps j'étais dans l'habitude de m'entretenir avec lui de mon travail et de lui communiquer au fur et à mesure tout ce que je rencontrais, que mon travail même me fait sentir combien il me manque. Ce que m'a appris votre dernière lettre<sup>62</sup> m'a bien vivement intéressé et j'espère que si plus tard de nouvelles circonstances parviennent à votre connaissance vous voudrez bien encore m'en faire part. Le dernier cahier du *Journal des Mathématiques* donne, en termes un peu courts, l'annonce de sa mort<sup>63</sup>. Vous ne serez point surpris que je veuille pour mon compte rendre un hommage à sa mémoire qui m'est si chère ; je lui dédierai le travail que vous connaissez sur quelques applications des fonctions elliptiques, pensant y mettre bientôt fin<sup>64</sup>. Mais pour que l'hommage soit digne de celui auquel il s'adresse, j'ai encore bien des efforts à faire. J'aurais voulu rédiger immédiatement, pendant que je suis en vacances à la campagne et que le travail m'est facile, la démonstration des formules de ma lettre à Mr Gylden sur le pendule<sup>65</sup>. Mais en partant de Paris j'ai oublié un cahier où sont mes calculs, et il m'est devenu très difficile de refaire mon analyse qui m'a coûté assez de peine. J'ai donc été de l'avant, j'ai repris la question de  $\omega$  et  $\lambda$ , et voici les résultats auxquels je parviens. Mais pour les exposer, je dois d'abord vous dire quelque chose des solutions doublement périodiques, que Lamé a données de son équation différentielle. J'ai remarqué que ces solutions ont la périodicité de  $\operatorname{sn} x$ ,  $\operatorname{cn} x$ ,  $\operatorname{dn} x$ , ou bien  $\operatorname{sn}^2 x$ . En effet, pour  $n = 2p$ , elles sont de cette forme :

$$\operatorname{cn} x \operatorname{dn} x f(\operatorname{sn}^2 x), \quad \operatorname{sn} x \operatorname{dn} x f_1(\operatorname{sn}^2 x), \quad \operatorname{sn} x \operatorname{cn} x f_2(\operatorname{sn}^2 x),$$

puis :  $f_3(\operatorname{sn}^2 x)$ , les polynômes  $f$  étant entiers en  $\operatorname{sn}^2 x$  ; et pour  $n = 2p-1$  :

$$\operatorname{sn} x f(\operatorname{sn}^2 x), \quad \operatorname{cn} x f_1(\operatorname{sn}^2 x), \quad \operatorname{dn} x f_2(\operatorname{sn}^2 x),$$

et :

$$\operatorname{sn} x \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \wp_3(\operatorname{sn}^2 x) .$$

Les trois premières, dans les deux cas, se déduisent d'une seule d'entre elles, et forment par suite un même groupe, tandis que la quatrième en est essentiellement distincte. Cela étant, soit :  $P = 0$  ,  $Q = 0$  ,  $R = 0$  , d'une part, et  $S = 0$  de l'autre, les équations qui déterminent les valeurs de  $h$  , auxquelles correspondent ces solutions. Pour  $n = 2p$  et  $n = 2p-1$  ,  $P$  ,  $Q$  ,  $R$  sont les polynômes en  $k$  de degré  $p$  , tandis que  $S$  est successivement du degré  $p+1$  et  $p-1$  . Cela étant, je trouve ces formules :

$$k^2 \operatorname{sn}^2 \omega = \frac{PA^2}{SD^2} , \quad k^2 \operatorname{cn}^2 \omega = \frac{QB^2}{SD^2} , \quad \operatorname{dn}^2 \omega = \frac{RC^2}{SD^2}$$

et :

$$\lambda^2 = \frac{PQR}{SD^2} ,$$

où  $A$  ,  $B$  ,  $C$  sont comme  $P$  ,  $Q$  ,  $R$  des polynômes en  $h$  , du degré  $p$  , tandis que  $D$  est du degré  $p-1$  ou  $p$  .

Soit par exemple  $n = 3$  , et :  $h = -4(1+k^2) - 5\ell$  , vous aurez :

$$\begin{aligned} P &= -5\ell^2 + 2(1+k^2)\ell + 3k'^4 , \quad A = \ell^2 - (1+k^2)\ell - 3k^2 \\ Q &= 5\ell^2 - 2(1-2k^2)\ell - 3 , \quad B = \ell^2 - (1-2k^2)\ell + 3k^2k'^2 \\ R &= 5\ell^2 - 2(k^2-2)\ell - 3k^4 , \quad C = \ell^2 - (k^2-2)\ell - 3k'^2 \\ S &= 36\ell , \quad D = \ell^2 - (1-k^2+k^4) . \end{aligned}$$

En général, il convient de faire :

$$h = -\frac{n(n+1)}{3}(1+k^2) - \ell ;$$

on a ainsi, en effet, cette proposition. En désignant une solution de l'équation de Lamé par  $y = F(x, k, \ell)$  , on aura :

$$\begin{aligned} F(kx, \frac{1}{k}, \frac{\ell}{k^2}) &= C F(x, k, \ell) \\ F(ix, k', -\ell) &= C F(x+K+iK', k, \ell) \\ F(ikx, \frac{ik'}{k}, -\frac{\ell}{k^2}) &= C F(x+K, k, \ell) . \end{aligned}$$

Une remarque encore. Soit  $\Pi(x)$  le polynôme du degré  $n$  en  $\operatorname{sn}^2 x$  , qui représente

le produit des deux solutions de l'équation de Lamé. Mettez ce polynôme sous la forme suivante :

$$\Pi(x) = L - L_1 k^2 \operatorname{sn}^2 x + L_1 \mathcal{D}_x^2 k^2 \operatorname{sn}^2 x - \dots$$

$L, L_1, L_2, \dots$  étant des polynômes entiers en  $\ell$  du degré  $n, n-1, n-2, \dots$ , vous aurez :

$$\omega = \int_{\ell_0}^{\ell} \frac{L_1 d\ell}{\sqrt{PQRS}} ; \quad \lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} = \int_{\ell_0}^{\ell} \frac{L d\ell}{\sqrt{PQRS}} ,$$

$\ell_0$  désignant l'une quelconque des racines de l'équation  $PQR = 0$ <sup>66</sup>.

Lorsque ces formules vous parviendront, je serai en chemin pour Luchon (Haute Garonne), où nous resterons chez Mr Colomic, Allées d'Etigny, comme l'année dernière, pendant le mois de septembre. J'espère mon cher Ami y recevoir de vos nouvelles, en souhaitant bien vivement que votre santé soit complètement rétablie et que vous ayez trouvé dans les résultats de Mr Brioschi un secours et une impulsion pour les vôtres. Soyez assez bon, pour me rappeler au souvenir de Mr Bjerknes<sup>67</sup>, et lui dire que je regrette de n'avoir pu l'année dernière lui être utile comme je l'aurais désiré auprès de nos physiciens. Si j'avais été averti d'avance de ses projets, j'aurais mis dans ses intérêts Mr Sainte Claire Deville, et c'est au laboratoire de l'Ecole Normale qu'il aurait fait ses expériences si nouvelles et si curieuses.

Avec les sentiments de sincère affection que vous me connaissez, votre tout dévoué.

Ch. Hermite

XXIV

Paris 26 novembre 1880

Mon cher Ami,

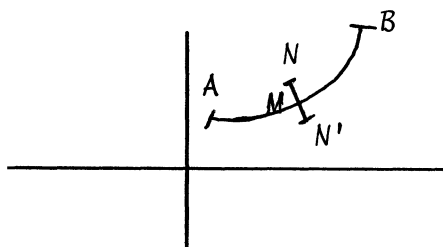
Une lettre de Mr Picard a déjà dû vous apprendre qu'un lien plus étroit que celui de l'Analyse m'attache désormais au jeune géomètre<sup>68</sup>. Nous aurions eu Madame Hermite et moi une bien grande satisfaction à vous voir avec les amis des deux familles qui assisteront au mariage, mais j'espère que, si loin de nous vous soyez, vous vous joindrez d'intention à eux, et que dans le voisinage du pôle des vœux seront formés pour le bonheur du jeune ménage. Dans ces circonstances l'Analyse a été quelque peu délaissée, et l'équation de Lamé, encore une fois, se trouve ajournée. Votre mémoire n'en a pas moins été accueilli avec le plus vif plaisir<sup>69</sup>, et



en ce moment Mr Biehler s'occupe de m'en faire la traduction à laquelle il ajoutera celle du beau travail de Mr Weierstrass dont vous me parlez dans votre lettre en me donnant l'énoncé d'un de ses théorèmes<sup>70</sup>. Une autre cause du retard, mon cher Ami, vous est imputable. Vous m'avez mis en rapport avec Mr Dini, et une première lettre que je lui ai écrit pendant le mois de septembre va paraître dans les *Annali di Matematica*<sup>71</sup>. Elle sera suivie d'une autre et toutes deux vous seront envoyées aussitôt que j'en aurai le tirage à part. Enfin une recherche dont je vais vous dire quelques mots m'a encore demandé assez de travail. Ayant comme vous charge d'enseignement, et devant donner aux élèves, dans la mesure du possible, les notions nouvelles introduites en Analyse, il m'a semblé qu'on pouvait rattacher, à des considérations entièrement élémentaires, la notion des *coupures*, dans les fonctions, qui est l'une des belles et profondes découvertes de Riemann. Soit  $\xi$  une variable réelle,  $z$  une variable imaginaire ;  $F(\xi, z)$ ,  $F_1(\xi, z)$  deux fonctions uniformes et holomorphes de ces quantités, et  $\Pi(z)$  la fonction représentée par l'intégrale définie :

$$\int_a^b \frac{F_1(\xi, z)}{F(\xi, z)} d\xi ,$$

où les limites  $a$  et  $b$  sont réelles. Cette intégrale n'est finie et déterminée qu'autant que  $F(\xi, z)$  est différent de zéro, lorsque  $\xi$  croît de  $a$  à  $b$ . Cela étant, je pose  $F(\xi, z) = 0$  ; j'aurai ainsi pour la variable  $z$  une succession de valeurs réelles ou imaginaires, représentées par une ou plusieurs positions de courbes, et c'est à ces courbes que j'attache la notion de coupures. Soit  $AMB$  l'une



d'elles, elle sera représentée, en faisant  $z = x + iy$ ,  $z_0 = x - iy$ , par les deux relations :  $F(\xi, z) = 0$ ,  $F_0(\xi, z_0) = 0$ , en désignant par  $F_0$  la fonction imaginaire conjuguée de  $F$ . Je remarque d'abord que la normale, en un point quelconque, est donnée par les équations suivantes, où  $X$  et  $Y$  sont les coordonnées courantes et  $t$  une variable réelle, à savoir :

$$X + iY = z - it \frac{\partial_{\xi} F(\xi, z)}{\partial_z F(\xi, z)}$$

$$X - iY = z_0 + it \frac{\mathcal{D}_\xi F_0(\xi, z_0)}{\mathcal{D}_{z_0} F_0(\xi, z_0)} .$$

Cela posé, prenez sur la normale en  $M$  deux distances infiniment petites et égales entre elles :  $MN$  et  $MN'$  . Soient  $Z$  et  $Z'$  les affixes des points  $N$  et  $N'$  et

$$R(\xi, z) = \frac{F(\xi, z)}{\mathcal{D}_\xi F(\xi, z)} ,$$

vous aurez :

$$(A) \quad \Pi(Z) - \Pi(Z') = \mp 2i\pi R(\xi, z) ,$$

le signe  $+$  ou le signe  $-$  devant être pris suivant la nature de la courbe. Voici donc une fonction  $\Pi(z)$  , manifestement uniforme dans tout le plan, qui change brusquement de valeur, pour deux valeurs infiniment voisines, sur la normale à la courbe, ce qui met ainsi en évidence une discontinuité d'une nature plus complexe, à cause de la fonction  $R(\xi, z)$  , que l'addition d'une constante, et donne, avec son caractère de nécessité absolue, la notion de coupure. La formule (A) n'est établie que dans le cas où les valeurs de  $\xi$  et  $z$  , liées par la condition  $F(\xi, z) = 0$  , ne donnent pas soit  $\mathcal{D}_\xi F(\xi, z) = 0$  , soit  $\mathcal{D}_z F(\xi, z) = 0$  . La même considération s'applique aux équations :

$$P \frac{d^n y}{dx^n} + P_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots = 0 ,$$

et, en supposant que  $P$  contienne  $x$  et  $z$  , la condition  $P = 0$  conduit aux coupures de la fonction  $y$  , et comme vous le prévoyez à de nouvelles discontinuités plus complexes que les précédentes. On peut ainsi l'étendre aux intégrales doubles

$$\int_a^b d\xi \int_{a'}^{b'} \frac{F_1(\xi, \xi', z)}{F^2(\xi, \xi', z)} d\xi'$$

(vous verrez aisément pourquoi je mets en dénominateur le carré  $F^2$  ), et obtenir la notion d'espaces lacunaires, dans les fonctions.

Veillez, je vous prie, faire mes compliments à vos deux collègues de l'Université qui m'ont fait visite à Paris pendant mon absence et remercier Mr Lindelöf pour le don de son beau mémoire en français, dont je me réserve de faire l'étude, et qui m'a paru extrêmement remarquable. Avec tous mes vœux, mon cher Ami, pour votre santé, et mes bien sincères félicitations pour vos derniers travaux, croyez moi votre bien affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Mr Gauthier-Villars m'a demandé le mois dernier l'autorisation, que je me suis empressé de lui donner immédiatement avec le plus grand plaisir, de faire un tirage à part de votre communication insérée dans mes articles des *Comptes Rendus* sur les équations analogues à celle de Lamé pour le troisième et quatrième ordre. Je partage entièrement votre opinion sur la supériorité des méthodes de Mr Fuchs, comparées à celles de Mr Brioschi ; je crois que le géomètre italien est mal disposé pour le géomètre de Heidelberg.

XXV

Paris 24 décembre 1880

Mon cher Ami,

Que cette lettre vous apporte d'abord mes souhaits les plus affectueux pour la nouvelle année, pour votre santé et le succès de vos travaux. Veuillez vous souvenir quelquefois que Mr Picard et moi nous sommes occupés de vous et de vos théorèmes, en nous disant que l'analyste qui suit notre voie de recherches est un collaborateur auquel nous donnons le nom d'ami. C'est par Mr Picard que j'ai appris, avant d'avoir la traduction du dernier travail de Mr Weierstrass, qui se fait attendre, de quelle manière si profonde et si simple le grand géomètre démontre l'importante proposition, qui désormais portera votre nom, que la somme des fractions rationnelles, correspondant aux pôles en nombre infini d'une fonction uniforme, forme une série convergente. La publication de ce travail rendra un signalé service aux géomètres français, et puisque vous pensez qu'elle serait agréée par l'auteur, j'en ferai la proposition au comité de rédaction des *Annales de l'Ecole Normale*, aussitôt que la traduction m'aura été remise<sup>72</sup> ; et quand j'aurai l'assentiment de mes collègues du comité j'écirai ou je vous prierai d'écrire à Mr Weierstrass, pour avoir son autorisation.

Je me suis permis, sans solliciter d'abord la vôtre, de communiquer à l'Académie et de publier dans l'avant dernier numéro des *Comptes Rendus* l'extension que vous m'avez écrite, et qui m'a extrêmement intéressée, de ma lettre à Mr Brioschi<sup>73</sup>. De ma lettre à Mr Dini, je n'ai pas encore reçu de l'éditeur des *Annali* les exemplaires, dont il m'a cependant annoncé l'envoi depuis la semaine dernière ; soyez assuré que le premier envoi que j'en pourrai faire sera pour Helsingfors. Mais une seconde lettre qui devait encore suivre reste en souffrance, et sans avoir comme vous, mon pauvre ami, tous les jours et sans rémission une leçon à faire, mille choses surviennent qui me font interrompre une rédaction commencée, et j'oublie ou je perds mon travail. Je perds de vue aussi les coupures<sup>74</sup> sur lesquelles je me ferai

un plaisir de répondre à votre intention, lorsque j'aurai quelque chose de meilleur que ma première ébauche. Mais pour cela il faut un travail approfondi, et, la paresse s'ajoutant aux circonstances, je laisse en suspens le point qui a je crois le plus attiré votre attention, celui des fonctions données par l'intégrale double :

$$G(z) = \int_a^b d\xi \int_{a'}^{b'} \frac{F_1(\xi, \xi', z)}{F^2(\xi, \xi', z)} d\xi' ,$$

et à l'égard desquelles la condition  $F(\xi, \xi', z) = 0$  semble ( ? ) annoncer des espaces lacunaires. Il faudrait, pour s'avancer à ce point, mettre la main sur un exemple ; jusque là ce n'est qu'une prévision et non un fait. L'Analyse est pour moi en grande partie une science d'observation, les Analystes me semblent des naturalistes qui avec les yeux de l'esprit regardent, dans un monde aussi réel que celui de la nature, des êtres placés en dehors d'eux, qu'ils n'ont aucunement créés<sup>75</sup>, et dont l'existence est autant dans la nécessité des choses, que celle des animaux et des végétaux. Et vous savez que le monde des Analystes a les plus intimes rapports avec le monde physique, puisque le premier contient les éléments des lois qui gouvernent le second. L'étude du monde subjectif autorise ainsi un aperçu, une vue sur le monde réel, et je crois que cette idée si répandue, qui est dans le fond des théories darwinistes, de la *continuité dans les lois de la nature*, procède directement des premières notions analytiques sur les fonctions, qui ont régné jusqu'à Riemann. Or il n'était point nécessaire d'avoir les conceptions de ce génie extraordinaire pour voir partout surgir la discontinuité qui s'impose à nous, et se révèle dès les éléments, pour se soustraire par conséquent à l'erreur de cette généralisation qui a porté à concevoir toutes les fonctions à l'image de celles qui ne sont discontinues qu'en devenant infinies<sup>76</sup>. Si quelque écho des découvertes de l'Analyse de notre âge parvenait aux naturalistes philosophes, leur confiance absolue, dans ce sentiment de la continuité des lois de la nature, en recevrait quelque atteinte, et leur conception du monde réel, conception procédant *a priori* d'une pure vue de l'esprit, se modifierait dans un sens conforme, je crois, à la réalité et à la vérité. Mais je termine mon bavardage, vous me direz avec raison qu'au lieu de songer orgueilleusement aux théories de Darwin, à propos des coupures, je ferais mieux et sagement de revenir à mes calculs.

Quelle merveilleuse chose que ces séries discontinues de Mr Weierstrass, qui représentent dans des aires séparées des fonctions absolument diverses !<sup>77</sup>

Encore une fois, mon cher Ami, tous mes vœux pour vous, et l'assurance de mon affection la plus sincère et la plus dévouée.

Ch. Hermite

Paris 25 décembre 1880<sup>78</sup>

Mon cher Ami,

L'importante proposition, à laquelle est attaché désormais votre nom dans la théorie générale des fonctions, a fait le sujet d'un travail de Mr Weierstrass, publié dans le numéro d'août 1880 des *Monatsberichte*<sup>79</sup>, et dont j'ai fait l'étude avec le plus vif intérêt. L'illustre géomètre, qui est parvenu par une voie simple et rapide à démontrer votre théorème, l'énonce comme il suit :

Soit  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots$  une suite indéfinie de fonctions rationnelles, telles que  $\phi_v(x)$  ne devienne infinie que pour  $x = a_v$ , et supposons que, les modules des termes de la suite indéfinie  $a_1, a_2, \dots$  allant en croissant, on ait la condition : limite  $a_v = \infty$ , pour  $v$  infini. On peut alors toujours former une fonction analytique uniforme  $F(x)$ , avec le seul point singulier  $\infty$ , n'ayant d'autres pôles que  $a_1, a_2$ , etc., et telle que la différence  $F(x) - \phi_v(x)$  soit finie pour  $x = a_v$ . En réfléchissant à la méthode donnée par Mr Weierstrass, j'ai été conduit à suivre une marche un peu différente, et à quelques remarques que je vais vous communiquer succinctement. J'ai considéré d'abord la dérivée logarithmique d'une fonction  $\Phi(x)$ , holomorphe dans tout le plan, de sorte que les fonctions rationnelles  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots$  soient simplement :

$$\frac{1}{a_1 - x}, \frac{1}{a_2 - x}, \dots$$

Deux hypothèses m'ont paru devoir être faites. Je supposerai dans la première qu'en retranchant de  $\frac{1}{a_v - x}$  un polynôme  $P_v(x)$ , dont le degré a une limite supérieure finie et indépendante de  $v$ , que je représenterai par  $n-1$ , et posant

$$F_v(x) = \frac{1}{a_v - x} - P_v(x),$$

la somme :

$$F(x) = F_1(x) + F_2(x) + \dots$$

remplisse les conditions de l'énoncé. Dans la seconde, j'admetts au contraire qu'il soit nécessaire que le degré des polynômes  $P_v(x)$  augmente au delà de toute limite. Ceci posé, vous voyez en premier lieu qu'à l'égard de la dérivée d'ordre  $n$ ,

$$D_x^n \frac{\Phi'(x)}{\Phi(x)},$$

les polynômes entiers  $P_v(x)$  disparaissant, on est amené à la série

$$\sum \frac{1}{(a_v - x)^{n+1}}$$

qui par conséquent doit être convergente. De cette observation fort simple découle la remarque suivante. Admettons que pour une certaine valeur du nombre entier  $n$  la série :

$$\frac{1}{\text{Mod } a_1^{n+1}} + \frac{1}{\text{Mod } a_2^{n+1}} + \dots + \frac{1}{\text{Mod } a_v^{n+1}} + \dots$$

remplisse cette condition, et posons :

$$P_v(x) = \frac{1}{a_v} + \frac{x}{a_v^2} + \dots + \frac{x^{n-1}}{a_v^n}.$$

On aura :

$$\frac{1}{a_v - x} - P_v(x) = \frac{x^n}{a_v^n(a_v - x)}$$

et par conséquent :

$$F(x) = \sum \frac{x^n}{a_v^n(a_v - x)}.$$

Or, en exceptant seulement les pôles, je dis que cette fonction sera finie pour toute valeur de la variable. Ecrivons en effet :

$$F(x) = x^n \sum \frac{1}{a_v^{n+1} \left(1 - \frac{x}{a_v}\right)},$$

et considérons la série formée avec les modules de tous les termes, à savoir<sup>80</sup> :

$$\sum \frac{1}{\text{Mod } a_v^{n+1} \text{ Mod } \left(1 - \frac{x}{a_v}\right)}.$$

A partir d'une certaine valeur de  $v$ , telle que le module de  $\frac{x}{a_v}$  soit inférieur à l'unité, on aura indéfiniment :

$$\text{Mod} \left(1 - \frac{x}{a_v}\right) > 1 - \text{Mod } \frac{x}{a_v},$$

d'où :

$$\frac{1}{\text{Mod}(1 - \frac{x}{a_v})} < \frac{1}{1 - \text{Mod} \frac{x}{a_v}},$$

de sorte que les termes sont ceux de la série convergente

$$\sum \frac{1}{\text{Mod} a_v^{n+1}}$$

multipliés par des facteurs dont le maximum peut être rendu aussi voisin qu'on le voudra de l'unité, à partir d'une certaine valeur de  $v$ . Ayant ainsi démontré que  $F(x)$  est une fonction analytique avec l'infini pour seul point singulier, je m'arrête un moment aux séries divergentes à termes positifs  $\sum u_v$ , qu'on transforme en séries convergentes en élevant ces termes à une même puissance. Supposant, comme le demande la règle de Gauss, l'expression rationnelle :

$$\frac{u_{v+1}}{u_v} = \frac{v^\lambda + av^{\lambda-1} + \dots}{v^\lambda + a'v^{\lambda-1} + \dots},$$

admettons que  $a'-a$  soit positif et non supérieur à l'unité. La série sera divergente, mais ayant :

$$\frac{u_{v+1}^n}{u_v^n} = \frac{v^{n\lambda} + na v^{n\lambda-1} + \dots}{v^{n\lambda} + na' v^{n\lambda-1} + \dots}$$

on voit qu'il suffit de déterminer  $n$  par la condition :  $n(a'-a) > 1$  pour que la transformée  $\sum u_v^n$  soit certainement convergente<sup>81</sup>. Il est cependant des cas où, si grand que soit  $n$ ,  $\sum u_v^n$  a toujours une somme infinie. Soit en effet  $u_v = \frac{1}{\log v}$ , et prenons la somme à partir de  $v = 2$ . La fonction  $\frac{1}{(\log x)^n}$  étant continuellement décroissante avec la variable nous employerons la règle de Cauchy qui consiste à reconnaître si l'intégrale

$$\int_2^\infty \frac{dx}{(\log x)^n}$$

est finie ou non. Or elle devient :

$$\int_{\log 2}^\infty \frac{e^t dt}{t^n},$$

si l'on fait :  $\log x = t$  ; sous cette nouvelle forme on reconnaît immédiatement qu'elle est infinie, et nous en concluons que, quel que soit  $n$ , la série

$$\frac{1}{(\log 2)^n} + \frac{1}{(\log 3)^n} + \dots + \frac{1}{(\log v)^n} + \dots$$

est divergente. Nous justifions ainsi l'hypothèse admise et qui est maintenant à considérer, où le degré du polynôme  $P_v(x)$  doit croître indéfiniment avec le nombre  $v$ .

Soit alors :

$$P_v(x) = \frac{1}{a_v} + \frac{x}{a_v^2} + \dots + \frac{x^{v-1}}{a_v^v},$$

on aura :

$$F_v(x) = \frac{1}{a_v - x} - P_v(x) = \frac{x^v}{a_v^v(a_v - x)},$$

et par conséquent :

$$F(x) = \frac{x}{a_1(a_1 - x)} + \frac{x^2}{a_2^2(a_2 - x)} + \dots + \frac{x^v}{a_v^v(a_v - x)} + \dots.$$

Or une telle série établit l'existence d'une fonction analytique, car à l'exception des pôles elle est convergente pour toute valeur de la variable. En effet, la racine de degré  $v$ , du terme de rang  $v$ , est la quantité :

$$\frac{1}{a_v(a_v - x)^{\frac{1}{v}}},$$

dont le module a pour limite zéro, lorsqu'on suppose  $v$  infini. Ce résultat nous conduit à la décomposition en facteurs primaires des fonctions holomorphes, dont la découverte est due à Mr Weierstrass, car l'expression

$$F(x) + \frac{\Phi'(x)}{\Phi(x)},$$

n'ayant plus de pôles, est dans tout le plan une fonction holomorphe, qu'on peut représenter par  $G'(x)$ , et de la relation

$$F(x) + \frac{\Phi'(x)}{\Phi(x)} = G'(x)$$

se conclut la formule :



$$\Phi(x) = e^{G(x)} \left[ \left(1 - \frac{x}{a_1}\right) e^{-\int_0^x P_1(x) dx} \right] \left[ \left(1 - \frac{x}{a_2}\right) e^{-\int_0^x P_2(x) dx} \right] \\ \left[ \left(1 - \frac{x}{a_v}\right) e^{-\int_0^x P_v(x) dx} \right] \dots$$

J'aborde maintenant les fonctions plus générales  $\Phi(x)$  dont les résidus sont des constantes quelconques, et je supposerai d'abord que les infinis soient tous simples, de sorte que les fractions rationnelles  $\phi_1(x)$ ,  $\phi_2(x)$ , etc. seront :

$$\frac{R_1}{a_1 - x}, \frac{R_2}{a_2 - x}, \text{ etc.}$$

Comme précédemment, je pose une première hypothèse en admettant que pour une certaine valeur du nombre entier  $n$  la série

$$\text{Mod } \frac{R_1}{a_1^{n+1}} + \text{Mod } \frac{R_2}{a_2^{n+1}} + \dots + \text{Mod } \frac{R_v}{a_v^{n+1}} + \dots$$

soit convergente. Faisant alors :

$$P_v(x) = \frac{1}{a_v} + \frac{x}{a_v^2} + \dots + \frac{x^{n-1}}{a_v^n},$$

puis :

$$F(x) = \sum R_v \left[ \frac{1}{a_v - x} - P_v(x) \right],$$

ou encore :

$$F(x) = \sum \frac{R_v x^n}{a_v^n (a_v - x)} = x^n \sum \frac{R_v}{a_v^{n+1} \left(1 - \frac{x}{a_v}\right)},$$

il suffit de comparer les deux séries :

$$\sum \text{Mod } \frac{R_v}{a_v^{n+1}},$$

$$\sum \text{Mod } \frac{R_v}{a_v^{n+1}} \cdot \text{Mod } \frac{1}{1 - \frac{x}{a_v}}$$

pour reconnaître que la convergence de la première entraîne celle de la seconde.

Nous établissons ainsi l'existence de la fonction analytique  $F(x)$ , et j'ajoute qu'on doit aussi regarder comme entièrement démontrée l'existence de ses dérivées des divers ordres, attendu qu'elles sont données semblablement par des séries convergentes pour toute valeur de la variable. Désignant donc par  $F_i(x)$  ce que devient  $F(x)$ , si l'on remplace les constantes  $R_v$  par  $R_v^i$ , et admettant la convergence des séries :

$$\Sigma \text{ Mod } \frac{R_v^i}{a_v^{n+1}},$$

on aura successivement :

$$\Sigma R_v^1 \left[ \frac{1}{(a_v - x)^2} - p'_v(x) \right] = F'_1(x),$$

$$\Sigma R_v^2 \left[ \frac{1}{(a_v - x)^3} - \frac{1}{2} p''_v(x) \right] = F''_2(x),$$

.....

Nous en tirons, en faisant pour abrégé :

$$p_v(x) = R_v p_v(x) + R_v^1 p'_v(x) + \frac{1}{2} R_v^2 p''_v(x) + \dots,$$

la relation suivante :

$$\Sigma \left[ \frac{R_v}{a_v - x} + \frac{R_v^1}{(a_v - x)^2} + \frac{R_v^2}{(a_v - x)^3} + \dots - p_v(x) \right] =$$

$$F(x) + F'_1(x) + \frac{1}{2} F''_2(x) + \dots$$

Le second membre donne, comme on voit, une fonction analytique telle que, si on en retranche la somme

$$\frac{R_v}{a_v - x} + \frac{R_v^1}{(a_v - x)^2} + \frac{R_v^2}{(a_v - x)^3} + \dots,$$

c'est-à-dire la fraction rationnelle la plus générale désignée par  $f_v(x)$ , la différence cessera d'être infinie pour  $x = a_v$ .

C'est à ce même résultat que je dois maintenant parvenir en me plaçant dans la seconde hypothèse, où les diverses séries :

$$\Sigma \text{ Mod } \frac{R_v}{a_v^{n+1}}$$

sont divergentes pour toute valeur de  $n$ . J'admettrai en premier lieu que les infinis soient tous simples, de sorte qu'on ait :

$$f_v(x) = \frac{R_v}{a_v - x} ;$$

en faisant alors de la manière la plus générale :

$$p_v(x) = \frac{1}{a_v} + \frac{x}{a_v^2} + \dots + \frac{x^{\omega_v-1}}{a_v^{\omega_v}} ,$$

la question est de déterminer les nombres entiers  $\omega_v$  par la condition que la série :

$$\Sigma R_v \left[ \frac{1}{a_v - x} - p_v(x) \right] = \Sigma \frac{R_v x^{\omega_v}}{a_v^{\omega_v} (a_v - x)}$$

soit convergente dans tout le plan.

Soit à cet effet :

$$\text{Mod } R_v = [\text{Mod } a_v]^{\rho_v} ;$$

nous ferons deux parts de cette série, en réunissant dans la première les termes où  $\rho_v$  est négatif ou nul, la seconde comprenant les termes où  $\rho_v$  est positif. Et pour ne pas multiplier les notations, nous les représenterons ainsi :

$$\Sigma \frac{x^{\omega_v}}{a_v^{\omega_v + \rho_v} (a_v - x)}$$

et :

$$\Sigma \frac{x^{\omega_v}}{a_v^{\omega_v - \rho_v} (a_v - x)} ,$$

en admettant, ce qui est le cas à considérer, qu'elles aient une infinité de termes.

Cela posé, on voit immédiatement à l'égard de la première qu'on la rend

convergente si l'on prend pour  $\omega_v$  un entier positif, tel que  $\omega_v + \rho_v$  ne soit pas moindre que  $v$ , et j'observe à cette occasion que la propriété de la série

$$\sum \frac{x^v}{a_v^v (a_v - x)},$$

dont je fais usage, a été signalée par Mr Weierstrass au commencement de son mémoire sur les fonctions analytiques uniformes d'une variable<sup>82</sup>.

Passant à la seconde, je pose :

$$\text{Mod } a_v = (\text{Mod } a_{v-1})^\alpha,$$

de sorte que l'exposant  $\alpha$  soit supérieur à l'unité. Le module du terme général devenant ainsi :

$$\frac{(\text{Mod } x)^{\omega_v}}{(\text{Mod } a_{v-1})^{\alpha(\omega_v - \rho_v)} \text{Mod}(a_v - x)},$$

faisons :

$$\alpha(\omega_v - \rho_v) = \omega_v + \varepsilon_v,$$

$\varepsilon_v$  étant une quantité positive telle que  $\omega_v$  soit un nombre entier, et que cet entier ne soit pas inférieur à  $v$ . La quantité précédente peut alors s'écrire :

$$\frac{(\text{Mod } \frac{x}{a_{v-1}})^{\omega_v}}{(\text{Mod } a_{v-1})^{\varepsilon_v} \text{Mod}(a_v - x)},$$

et l'on voit que la racine de degré  $v$  a zéro pour limite, pour  $v$  infini, de sorte que nous obtenons encore une série convergente qui définit une fonction analytique. La valeur de  $\omega_v$  donnée par l'expression :

$$\omega_v = \frac{\alpha \rho_v}{\alpha - 1} + \frac{\varepsilon_v}{\alpha - 1},$$

peut encore se mettre sous cette autre forme :

$$\omega_v = \frac{\log \text{Mod } R_v}{\log a_v - \log a_{v-1}} + \delta_v,$$

en prenant  $\delta_v$  de manière à obtenir un entier non inférieur à  $v$  ; et quant au premier de ces nombres, qui correspond à  $v = 1$ , il est clair qu'on peut le prendre

arbitrairement, et le supposer par exemple égal à zéro. Enfin je remarque que la convergence de la série par laquelle nous définissons la fonction  $F(x)$  subsiste dans ses dérivées, de sorte que nous démontrons à la fois l'existence comme fonctions analytiques de  $F(x)$ ,  $F'(x)$ ,  $F''(x)$ , etc. Nous pouvons donc, comme plus haut, construire une fonction telle qu'en retranchant la fraction rationnelle la plus générale :

$$\phi_v(x) = \frac{R_v}{a_v - x} + \frac{R_v^1}{(a_v - x)^2} + \frac{R_v^2}{(a_v - x)^3} + \dots$$

le reste soit fini pour  $x = a_v$ .

C'est une seconde démonstration de votre théorème que je vous offre, mon cher Ami, après votre illustre maître, en témoignage de mes sentiments de sympathie et d'estime pour votre talent. De ce théorème, dont Mr Weierstrass a fait justement ressortir l'importance, je vous indiquerai une conséquence pour la démonstration d'un des plus beaux résultats donnés par le grand analyste dans son mémoire sur les fonctions analytiques uniformes d'une variable. C'est un de mes élèves Mr Bourguet qui a exposé dans son examen de doctorat<sup>83</sup> la méthode suivante pour arriver à l'expression découverte par Mr Weierstrass d'une fonction  $\phi(x)$ , ayant une infinité de pôles et un nombre déterminé de points singuliers essentiels.

Soit encore  $F(x)$  votre fonction, et posons :

$$\phi(x) + F(x) = \Pi(x) ,$$

de sorte que cette nouvelle quantité n'ait plus aucun pôle, mais seulement  $n$  points singuliers essentiels  $c_1, c_2, \dots, c_n$ . Considérons une circonférence de rayon  $R$ , ayant son centre à l'origine et renfermant les points  $c$  d'une part et de l'autre le point  $x$ . Autour des points  $c$ , décrivons des circonférences de rayon infiniment petit  $\zeta$ , et représentons les intégrales de la fonction

$$\frac{\Pi(z)}{z-x} ,$$

effectuées le long de ses circonférences, par :

$$\int_{(\zeta)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz .$$

Soit pareillement :

$$\int_{(R)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz ,$$

l'intégrale relative à la circonférence de rayon  $R$  ; je partirai de la relation suivante :

$$2i\pi \Pi(x) + \Sigma \int_{(\zeta)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz = \int_{(R)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz ,$$

où le signe  $\Sigma$  se rapporte aux divers points  $c_1, c_2, \dots, c_n$ . Cela posé, soit, pour obtenir les intégrales qui les concernent,

$$z = c + \zeta e^{it} ,$$

on aura :

$$\int_{(\zeta)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz = -i \int_0^{2\pi} \frac{\Pi(c+\zeta e^{it})}{x-c-\zeta e^{it}} \zeta e^{it} dt .$$

Employons maintenant, dans l'hypothèse de  $\zeta$  infiniment petit, la série :

$$\frac{1}{x-c-\zeta e^{it}} = \frac{1}{x-c} + \frac{\zeta e^{it}}{(x-c)^2} + \dots ,$$

qui sera convergente en supposant  $x$  aussi voisin de  $c$  que l'on voudra, et soit pour abréger :

$$J_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Pi(c+\zeta e^{it}) (\zeta e^{it})^{n+1} dt ;$$

nous aurons cette expression :

$$\int_{(\zeta)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz = -2i\pi \left[ \frac{J_1}{x-c} + \frac{J_2}{(x-c)^2} + \dots + \frac{J_n}{(x-c)^n} + \dots \right] .$$

Faisant donc :

$$G(x) = J_1 x + J_2 x^2 + \dots + J_n x^n + \dots ,$$

on pourra ainsi écrire :

$$\int_{(\zeta)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz = -2i\pi G\left(\frac{1}{x-c}\right) ;$$

or il est visible que  $G\left(\frac{1}{x-c}\right)$  ayant une valeur finie, pour toute valeur de  $x$  sauf  $x=c$ ,  $G(x)$  est une fonction holomorphe ayant l'infini pour seul point singulier essentiel. Notre relation nous donne en conséquence :

$$\Pi(x) - \Sigma G\left(\frac{1}{x-c}\right) = \frac{1}{2i\pi} \int_{(R)} \frac{\Pi(z)}{z-x} dz ;$$

or, l'intégrale du second membre se rapportant à une circonférence de rayon aussi grand qu'on veut, la série

$$\frac{1}{z-x} = \frac{1}{z} + \frac{x}{z^2} + \dots + \frac{x^n}{z^{n+1}} + \dots$$

sera convergente pour une valeur arbitraire de  $x$  : elle donne donc naissance à une fonction holomorphe, et nous parvenons bien à la formule de Mr Weierstrass

$$\Pi(x) = \Sigma G\left(\frac{1}{x-c}\right),$$

en faisant entrer sous le signe  $\Sigma$  cette dernière fonction qui a pour point [[ singulier ]] essentiel l'infini.

Vous m'aviez demandé, mon cher Ami, une lettre d'Analyse sur les coupures ; j'aurais joint bien volontiers les coupures à ce qui précède, si ce n'eût été bien long. Mais faites moi part de vos intentions, et après cette lettre, que vous pouvez envoyer à Berlin [[ à Weierstrass ]] si vous le jugez convenable, une autre suivra dans laquelle le second article des *Monatsberichte* du mois d'août de Mr Weierstrass<sup>84</sup> sera mon inspiration comme l'a été le premier. Et puis donnez moi de vos nouvelles ; apprenez moi si l'hiver rigoureux à Paris en ce moment, car la Seine charrie [[ des glaçons ]], l'est également en Finlande, et si vous le supporter mieux que l'année dernière.

Demain Mr Picard, qui me charge de vous exprimer ses sentiments de vive sympathie, nous quitte pour aller à Toulouse remplir ses devoirs ; nous serons donc seuls, jusqu'à ce qu'il revienne à Paris, si les circonstances s'y prêtent. Serez-vous assez bon pour me faire savoir, confidentiellement, si, à l'occasion de la vacance académique causée par la mort si regrettable de Mr Chasles<sup>85</sup>, vous partagez ou combattez mon sentiment, qui me porte à affirmer que Mr Darboux a fait plus de choses que Mr Jordan, et des travaux meilleurs ?<sup>86</sup>

Vous priant, mon cher Ami, de ne point trop me faire attendre une lettre de vous, recevez la nouvelle assurance de mes plus affectueux sentiments.

C. Hermite

## XXVII

Paris 12 février 1881<sup>87</sup>

Je me hâte, mon cher Ami, de répondre à votre appel, en vous envoyant la première partie de mes coupures, le reste ne tardera point, et, si vous le vouliez, ma précédente lettre<sup>88</sup> pourrait être réunie à celle-ci, et publiée à Helsingfors<sup>89</sup>, ce qui me fera grand plaisir, ainsi que dans le *Journal* de Borchardt, sous le titre suivant : *Sur quelques points de la théorie des fonctions*.

Pardonnez-moi si j'ajourne de répondre à votre dernière lettre<sup>90</sup> que j'ai lue avec le plus vif intérêt, afin que celle-ci parte aujourd'hui même. Vous ne perdrez rien pour attendre, soyez en sûr. Si vous envoyez à Berlin cette première partie des coupures, voudriez vous bien en même temps prévenir que dans la formule relative

aux facteurs primaires j'ai écrit par inadvertance :

$$(1 - \frac{x}{a})e^{-P}$$

au lieu de

$$(1 - \frac{x}{a})e^{-\int_0^x P dx}{}^{91}.$$

Mes sentiments affectueux et tout dévoués, à bientôt une seconde lettre.

C. Hermite

XXVIII

Paris 13 février 1881

Mon cher Ami,

C'est bon de se hâter, mais encore ne faudrait-il point se tromper, comme il m'est arrivé hier. J'ai reconnu après vous avoir envoyé ma lettre qu'il faudrait y faire une suppression. Le théorème énoncé sur le quotient

$$\frac{\partial_z G(x, z)}{\partial_x G(x, z)},$$

qui garde un signe constant pour sa partie réelle, est inexact<sup>92</sup>. La cause de l'erreur tient à cette circonstance que ce que j'ai nommé la direction positive de la normale, et qui je suppose est à l'intérieur de la courbe en un point, peut, lorsque ce point décrit la courbe, devenir parallèle à l'axe des abscisses, et ensuite devenir extérieure à la courbe. Bref, il y a dans ma lettre un paragraphe à supprimer, puis quelques mots à ajouter ; si vous voulez bien me la retourner, je ferai immédiatement cette modification, qui porte sur un point accidentel, et la correction faite j'y joindrai ce qui me reste encore à vous communiquer, qui consiste en diverses applications de la notion de coupure à la détermination d'intégrales définies, qu'on tire habituellement de la notion des intégrales prises entre limites imaginaires, puis à la construction des fonctions comme celles de Mr Weierstrass.

J'ai reçu il y a quelques jours la visite de candidature de Mr Darboux ; il m'a annoncé sa résolution de se désister en faveur de Mr Jordan, qui paraît avoir assez de voix, acquises d'avance, pour que son succès soit assuré. Une lutte ne pourrait avoir, m'a-t-il déclaré, d'autre effet que d'accroître les chances d'un troisième candidat actif et ambitieux Mr Mannheim<sup>93</sup>, qui se pose comme le représentant



de la géométrie et le continuateur à ce titre de Mr Chasles ! Les choses étant ainsi, j'ai déclaré qu'à aucun prix je ne consentirais que sur la liste de présentation Mr Jordan fût placé le premier, et Mr Darboux le second, que la limite extrême de mes concessions serait l'*ex aequo*, qu'au comité secret, où sont discutés les titres des candidats, je dirais que je mets comme mérite mathématique Mr Darboux au-dessus de Mr Jordan, et que c'est en raison de son désistement, que je donnerai ma voix à Mr Jordan. Ces affaires de candidatures obligent à des rapports qu'on met assez volontiers à ma charge, et si vous regrettez, mon cher Ami, le temps que vous avez consacré à fêter le héros de la *Vega*<sup>94</sup>, je regrette encore plus celui que vont me prendre les devoirs académiques. A propos de ces rapports, je vous dirai que Mr Bertrand m'a demandé de publier dans le *Journal des Savants* ceux que j'ai faits sur les travaux de Borchardt et de Mr Brioschi<sup>95</sup>, nommés successivement, comme vous savez, membres correspondants de notre Section de Géométrie. Je vous les enverrai si j'en ai un tirage à part, ce que je ne sais pas encore. En attendant, je vous adresse la thèse de Mr Bourguet<sup>96</sup> sur les intégrales eulériennes ; thèse mal rédigée mais remplie d'excellentes choses. De nombreuses corrections que j'avais faites sur une épreuve qui m'avait été communiquée avant l'impression n'ont pas été mises à profit par l'auteur, et quand je lui en ai demandé le motif, il m'a répondu par la triste confidence que les frais de correction entraînaient une dépense trop forte qu'il ne pouvait supporter. C'est dans la thèse orale que Mr Bourguet a donné l'idée, que j'ai mise je crois mieux en lumière qu'il ne l'avait fait, pour la démonstration du théorème de Mr Weierstrass que je vous ai écrite<sup>97</sup>.

J'ai eu aussi un entretien approfondi avec Mr Darboux relativement à la question par vous posée de la publication par Mr Gauthier-Villars du mémoire sur les fonctions uniformes traduit par Mr Picard<sup>98</sup>. Mr Darboux me charge, mon cher Ami, d'abord de vous exprimer les sentiments de sympathie et de haute estime, puis de vous prier d'intervenir auprès de Mr Weierstrass, afin d'obtenir du grand géomètre l'autorisation de publier, dans son *Bulletin*, la traduction de Mr Picard, déjà parue dans les *Annales de l'Ecole Normale supérieure*<sup>99</sup>. A l'égard des deux articles si importants des *Monatsberichte* d'août 1880, la traduction française faite par Mr Tannery a été envoyée et soumise à Mr Weierstrass, qui a répondu et donné son consentement pour la publication du premier, celui qui concerne votre théorème<sup>100</sup>. Mais pour le second, il a négligé jusqu'ici de répondre<sup>101</sup>, et je dois vous prier encore de la part de Mr Darboux d'insister auprès de l'illustre Analyste, pour qu'il veuille bien donner son consentement à la publication de ce second article, dont vous connaissez l'intérêt et l'importance. En dernier lieu enfin, et pour répondre à vos intentions, Mr Darboux propose, en étant certain du consentement de Mr Gauthier-Villars, de faire un tirage à part, non dans le format du *Bulletin*, mais *in octavo*,

si on le préfère, de la traduction du grand mémoire sur les fonctions uniformes, suivi de la traduction des deux articles des *Monatsberichte*. Les frais d'impression m'a-t-il dit étant épargnés à l'éditeur, par la publication dans le *Bulletin*, le tirage à part, en nombre d'exemplaires que vous indiqueriez, sera un beau et bon profit, qu'en homme d'affaires fort intéressé, fort disposé à tondre les auteurs d'au- si près que possible, Mr Gauthier-Villars ne voudra point perdre. Mais je vous le répète, mon cher Ami, afin de m'acquitter pleinement de la mission que j'ai reçue pour vous de Mr Darboux, il faut que vous obteniez, tant pour la publication dans le *Bulletin*, que pour le tirage à part, l'autorisation sans laquelle rien ne peut se faire de Mr Weierstrass.

Je suis confondu du succès extraordinaire de son enseignement que viennent suivre des auditeurs en nombre véritablement inouï. Mr Darboux à qui j'ai fait part de ce chiffre de 250, en le comparant aux 30 ou 40 élèves que Mr Bouquet et moi nous avons à la Sorbonne<sup>102</sup>, l'attribue à la guerre et à la centralisation à Berlin qui en a été la conséquence. Je regrette pour les Allemands cette centralisation exagérée qui nous fait sous tous les rapports un mal toujours croissant, mais elle ne me paraît point la seule et unique cause de l'affluence, des géomètres et des étudiants de l'Europe et du monde, aux leçons de votre incomparable maître. C'est le succès légitime du génie joint à un travail persévérant, et la récompense méritée d'éclatants services rendus à la science. Ne pensez vous point que Mr Weierstrass et Mr Nordenskjöld<sup>103</sup> auront fait d'avantage l'un et l'autre pour l'honneur de leurs pays, que s'ils eussent été des généraux gagnant des batailles !

Un de mes amis Mr Flahault, Directeur du Laboratoire de Botanique à la Faculté des Sciences, qui doit faire un voyage d'exploration à la Nouvelle Zemble, m'a beaucoup parlé de Mr Nordenskjöld, et aussi de la Suède qu'il connaît parfaitement, ayant passé une année à Uppsala. Mr Flahault est lié également avec Picard, et en dînant avec lui et Madame Picard, à la maison, il nous a fait de la vie universitaire d'Uppsala, de la cordialité des rapports des professeurs entre eux et avec des étudiants, des réunions des étudiants et de leurs chants en chœur, un tableau qui faisait avec toutes nos universités, à Paris et en France, un contraste dont nous avons vivement senti l'amertume.

Vous m'avez parlé de nombreux devoirs en dehors de ceux que vous avez comme professeur et Président de la Société des Sciences, et qui vous prennent votre temps. Seriez vous donc Conseiller municipal ou Maire de la capitale de la Finlande ? Me bornant à vous considérer comme Président de la Société des Sciences, je vous renouvelle l'assurance du plaisir que j'aurai à être imprimé sous vos auspices, dans le recueil des Actes d'une Société placée aux confins, à l'extrême limite du domaine terrestre de la Science, et je vous demanderai s'il me sera possible d'obtenir,

à mes frais, un tirage à part de cent exemplaires.

En attendant une prochaine lettre analytique, recevez, mon cher Ami, de la part de Madame Hermite et de la mienne, l'assurance de notre meilleur souvenir, auquel je joins l'expression de mes sentiments les plus affectueux.

Ch. Hermite

Tannery m'a communiqué dernièrement<sup>104</sup> un résultat qui m'a extrêmement intéressé et dont je l'ai engagé de faire part à Mr Weierstrass. Je ne puis douter qu'il ne vous plaise aussi. Il consiste en ce que la série suivante :

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} + \frac{2x^2}{x^4-1} + \frac{2x^4}{x^8-1} + \frac{2x^8}{x^{16}-1} + \dots$$

a pour valeur  $+1$ , à l'intérieur du cercle de rayon égal à l'unité, qui a son centre à l'origine, et  $-1$ , dans le reste du plan. Vous voyez que cette série est beaucoup plus simple, que celle que Mr Weierstrass a tirée de la théorie des fonctions elliptiques.

XXIX

Paris 15 février 1881

Mon cher Ami,

Ma lettre datée du 13 répond à la votre du 6, qui m'est parvenue seulement hier. Vous ne me donnez pas encore, ce qui est pourtant absolument nécessaire, le consentement de Mr Weierstrass à la publication de ses derniers travaux par Mr Gauthier-Villars. Pour obtenir ce consentement, je viens d'écrire à Madame Borchardt, et la prier, afin d'éviter au grand géomètre la peine d'écrire lui-même, de vouloir bien se faire son secrétaire, et me transmettre ses intentions.

J'ai quelque peur, ayant été sur son terrain, de l'avoir indisposé ou même mécontenté. J'ignore toutefois s'il est comme tant d'autres qui sont si susceptibles en pareil cas.

Je ferai de mon mieux pour vous envoyer la fin des coupures, le plus promptement possible, en tâchant de ne pas faire d'erreurs. Celle que je vous ai signalée n'exigera que la suppression de quelques lignes, je vous retournerai le jour même la rédaction que je vous ai prié de m'envoyer, afin de faire cette correction et de ne point donner un énoncé inexact dans le recueil des *Acta* de votre Société des Sciences.

A bientôt une plus longue lettre, et en attendant mes sentiments les meilleurs

et les plus dévoués.

Ch. Hermite<sup>105</sup>

XXX

Paris 17 février 1881

Mon cher Ami,

Je tiens à vous prouver que j'ai fait tout mon possible pour remplir vos intentions, en joignant à cette lettre, qui met fin aux coupures<sup>106</sup>, une lettre de Mr Gauthier-Villars, qu'il est inutile de me renvoyer<sup>107</sup>. Elle vous apprendra qu'il suffit d'un mot de Mr Weierstrass pour que la publication de ses dernières recherches sur la théorie des fonctions soit immédiatement commencée. Je vous ai déjà dit m'être adressé à Madame Borchardt pour obtenir son consentement, et, s'il m'arrive par cette voie, je m'empresserai de vous le faire savoir bien que je ne mette pas en doute que Mr Weierstrass ne vous le fait lui-même savoir.

En ce moment on est en Toulouse dans une grande agitation. Une circonstance s'offre qui peut mettre à l'exil un terme très prochain et nous rendre le jeune ménage [[ Picard ]]. La nomination absolument certaine de Mr Darboux à la chaire vacante par la mort de Mr Chasles, de Géométrie supérieure à la Sorbonne, va paraître il l'obliger de donner sa démission de maître de conférences à l'Ecole Normale. Mr Bouquet qui est un excellent homme fait des démarches, auxquelles vous pensez que se joignent les miennes, pour que Picard succède à Mr Darboux à l'Ecole Normale. Ma prochaine lettre vous apprendra si la fortune nous est favorable ou contraire. Recevez en attendant, mon cher Ami, la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

XXXI

Paris 19 février 1881

Mon cher Ami,

Je profite de l'occasion d'un *Post-scriptum*<sup>108</sup> aux coupures, pour vous apprendre que votre projet de publier une édition française des derniers travaux de Mr Weierstrass doit être non abandonné mais modifié en conséquence d'une lettre que

je reçois à l'instant. Mr Weierstrass m'informe qu'il est dans l'intention de faire paraître une nouvelle édition de son mémoire sur les fonctions uniformes, qui ne sera pas une simple réimpression mais qu'il pense y faire rentrer le contenu essentiel des deux articles des *Monatsberichte*, et en outre une série de théorèmes qui n'ont été donnés jusqu'à présent que dans ses leçons. Il ne me paraît pas opportun dès lors, me dit-il, que la traduction de Mr Picard soit réimprimée, mais si Mr Gauthier-Villars veut publier une traduction française de la nouvelle édition, j'enverrai avec plaisir à Mr Picard ou à Mr Tannery successivement chaque feuille aussitôt qu'elle aura été imprimée, de sorte que l'édition française puisse paraître à peu près en même temps que l'édition allemande.

Je vais soumettre cette proposition à Mr Gauthier-Villars et proposer à Picard de se charger de la traduction, ce qu'il acceptera je pense volontiers. En attendant, je prends la liberté de vous apprendre que mes démarches, pour le faire revenir à Paris comme maître de conférences à l'Ecole Normale, ont reçu du Directeur de l'Ecole, Mr Fustel de Coulanges, membre de l'Académie des Sciences morales et politiques, un bon accueil. Le nom de Mr Weierstrass lui est parfaitement connu, et il a pris en grande considération le témoignage de l'estime du grand géomètre, que j'ai pu mettre sous ses yeux, pour les travaux de Picard sur les fonctions. N'êtes-vous point satisfait de voir Mr Weierstrass honoré comme il le mérite, par d'autres encore que des Analystes, car Mr Fustel de Coulanges est un historien ?

Adieu mon cher Ami ; vous m'avez bien fait travailler, mais c'est fini, *opus peractum est*<sup>109</sup>. Pourquoi faut-il que vous soyez à une telle distance que j'aie à attendre huit jours votre réponse, pourquoi n'êtes vous point maître de conférences à l'Ecole Normale ?

En vous priant de me lire avec soin et de me signaler mes inadvertances, car j'en laisse échapper d'énormes les unes, de petites les autres, je vous renouvelle l'expression de toute mon affection.

Ch. Hermite

Mr Weierstrass m'annonce la publication dans le prochain numéro [[ du *Journal für die reine und angewandte Mathematik* ]] de ma lettre que vous lui avez envoyée ; voudriez-vous lui annoncer que cette lettre n'est qu'un commencement, et qu'à votre demande j'y ai ajouté une suite sur les coupures ?

XXXII

Paris 24 février 1881

Mon cher Ami,

Un mot seulement afin que cette lettre, qui mettra si longtemps à vous parvenir, parte aujourd'hui.

Auriez-vous la bonté de m'envoyer une seconde épreuve ; je suis si sujet à commettre des inadvertances, que je ne puis répondre avoir corrigées toutes celles qui me sont échappées. Voudriez-vous bien aussi me la donner en double, afin que je puisse en garder une qui me servirait pour l'impression à Berlin<sup>110</sup> ?

Vous auriez sans doute eu le temps déjà d'étudier la démonstration de Mr Dini, je vous serais bien reconnaissant de m'en faire connaître les points essentiels ; vous pensez que le sujet m'intéresse vivement, il me tarde extrêmement aussi de savoir comment il a été traité par Mr Schering<sup>111</sup>.

Ce doit être une vive satisfaction pour vous d'avoir provoqué jusqu'à quatre démonstrations de votre théorème ; qui gagnera le prix, des concurrents d'Allemagne, de France et d'Italie ?

Mr Weierstrass fait une nouvelle édition du mémoire sur les fonctions uniformes, qui sera une oeuvre nouvelle. Il a bien voulu me l'annoncer ; ce sera Mr Tannery qui en fera la traduction pour les *Annales de l'Ecole Normale*<sup>112</sup>, et Mr Gauthier-Villars la fera paraître séparément.

Vos intentions seront donc remplies aussi bien que vous pouviez le souhaiter.

Adieu, mon cher Ami, pourquoi êtes vous si loin ! vous et aussi Mr Picard qui travaille à force à Toulouse, et que j'ai l'espoir de ramener à Paris au moins l'année prochaine.

Mes sentiments de bien sincère affection.

Ch. Hermite

XXXIII

Paris 26 février 1881

Mon cher Ami,

Pardonnez-moi les retards et les ennuis que je vous cause avec les inadvertances qui me sont échappées et les corrections qu'il a ensuite fallu faire. Mon excuse sera le désir que j'ai eu de répondre le plus tôt possible à votre invitation de vous donner la démonstration d'un théorème auquel vous vous êtes intéressé. Mais quel malheur que cette énorme distance qui met entre deux lettres près de quinze jours d'intervalle ! Il arrive que les choses marchent beaucoup plus vite que notre correspondance, et que votre lettre du 19 est tout à fait en dehors des faits

accomplis. Mr Weierstrass, pour qui je le sais par expérience c'est un supplice véritable d'écrire, est un si excellent homme, qu'il a surmonté sa répugnance, et a adressé à Tannery, qui en est justement fier, une réponse immédiate à sa communication de la découverte de la série

$$\frac{1 + x^2}{1 - x^2} + \frac{2x^2}{1 - x^4} + \text{etc.}$$

Et bien plus, il m'a annoncé devoir en faire le sujet d'une lecture à l'Académie des Sciences de Berlin, et devoir aussi l'employer au lieu et place de la fonction  $\chi(x)$ , dans la seconde édition à laquelle il travaille du mémoire sur les fonctions analytiques<sup>113</sup>.

La candidature académique occupe tout le monde et vivement<sup>114</sup>. On voudrait me décider à consentir à ce que je repousse absolument, c'est-à-dire à présenter Jordan en première ligne ! J'ai déjà dit, et je ne cesse de répéter, que je crois Darboux supérieur à Jordan, et que la limite extrême des concessions, je l'ai atteinte en me résignant à l'*ex-aequo*, afin de ne pas augmenter les chances de Mannheim, qui remue ciel et terre, qui m'a fait écrire en sa faveur par Mr Kronecker ! qui se fait recommander par le Président du Conseil ! par Gambetta ! et ce qui dépasse tout ce qu'on peut imaginer par Victor Hugo ! ! Oui, mon cher Ami, Victor Hugo dans un dîner, auquel Mr Berthelot avait été invité, a mis son éloquence au service d'une cause qui n'est pas meilleure que la cause abominable de l'amnistie, et du radicalisme.

Mr et Madame Picard ont le projet d'employer leurs vacances de Pâques à aller à Rome pendant la semaine sainte ; nous employerons Madame Hermite et moi les miennes qui sont plus courtes à aller voir ma belle-mère Madame Bertrand qui a plus de 80 ans à Bain-de-Bretagne. Encore une fois pourquoi, mon cher Ami, êtes vous si loin ! Voudriez-vous bien cependant me faire savoir si un pauvre ignorant, qui ne sait pas un mot d'allemand, qui n'a dans l'esprit aucune ressource, et qui ne sait que commettre des inadvertances, pourrait sans être absolument insensé se risquer au voyage de Paris à Stockholm ? Quelles sont les étapes de ce long voyage, et les points de repos, pour ne point le faire tout d'une traite ? D'autres choses je vous parlerai une autre fois, recevez en attendant la nouvelle assurance de mes sentiments les plus affectueux et le témoignage du meilleur souvenir de Madame Hermite.

Ch. Hermite

Mon cher Ami,

C'est ce me semble un point nouveau et important dans la théorie des fonctions d'une variable que ce nouveau genre de discontinuité qui consiste dans des espaces où la fonction cesse d'être déterminée, et dont les intégrales doubles de la forme :

$$\int_{t_0}^{t_1} \int_{t'_0}^{t'_1} \frac{F(t, t', z)}{G^2(t, t', z)} dt dt'$$

donnent un exemple. Vous apprendrez je pense avec intérêt qu'un de mes élèves Mr Poincaré, à qui j'ai communiqué cette remarque, est parvenu de son côté au même résultat, sous une forme entièrement explicite. Voici l'extrait d'une lettre qu'il vient de m'écrire sur ce sujet si curieux, et que je désire placer en note, au bas de la page, avec un renvoi que vous mettrez où vous jugerez convenable, par exemple à la fin de la phrase où se trouve l'intégrale double que je viens de rappeler<sup>115</sup>.

Mr Lampe m'a envoyé la semaine dernière l'épreuve du commencement de ma lettre, avec ce titre : *Sur le théorème de Mr Mittag-Leffler dans la théorie des fonctions*. Dans cette épreuve une ou deux pages de mon texte se trouvaient omises ; j'en ai fait la remarque à Mr Lampe en le prévenant en même temps que, dans le cas où une seconde partie de ma lettre devrait être publiée, le titre adopté devrait être remplacé par le suivant : *Sur quelques points de la théorie des fonctions*. J'ai cru aussi devoir offrir de lui envoyer les épreuves de Helsingfors que j'aurais déjà corrigées, afin de faciliter la tâche au *Journal de Mathématiques* [*für die reine und angewandte Mathematik*]]. Mais j'ai songé qu'on éviterait du temps perdu, si vous même vous vouliez bien envoyer à Mr Lampe les épreuves au fur et à mesure qu'elles pourraient être tirées après les corrections que j'y aurai faites.

De bien des choses dont j'aurais à vous parler, quelques unes seulement et comme elles se présentent. C'est au fatal génie de Napoléon I<sup>er</sup>, qui pour un intérêt personnel et d'un moment a livré la Finlande aux Russes, que vous devez la division en partis et les luttes auxquelles l'Université doit prendre part. La division des partis qu'il nous a léguée est autrement grave, et, le parti impérialiste disparaissant avec le prince impérial de l'arène politique, nous recueillons du passage éblouissant de Napoléon dans notre histoire une défaite sans rémission possible, c'est le fait accompli, puis le triomphe de la révolution qui accomplira notre ruine définitive. Les craintes d'une nouvelle guerre avec l'Allemagne prennent de nouveau de la consistance, c'est ce que j'ai su du moins par la seule et unique relation que j'aie dans le monde diplomatique, mais depuis longtemps bien des personnes, parmi lesquelles Mr Chasles quelques mois avant de mourir, m'ont fait part de ces craintes. La France qui a pu si justement se laisser appeler la grande nation, dont le



passé est chevaleresque et héroïque, s'abaisse et descend toujours depuis dix ans. Nos gouvernants ont fait deux Frances bien inégales, dont l'une écrase l'autre. De coeur et d'âme je suis avec les victimes, mais hélas en silence, en attendant que mon tour vienne et qu'après tant d'autres je sois aussi frappé. On voit s'approcher distinctement le moment où le conseil municipal, maître de Paris, y disposera souverainement de tout et par conséquent de l'enseignement qu'il revendique spécialement dans un discours de son président Mr Sigismond Lacroix. Alors sans doute une Sorbonne sera organisée qui vaudra et dépassera l'Université de Berlin. Ce ne sont point là de pures chimères et des terreurs sans motifs. *Dieu avertant*<sup>116</sup>. Malgré la révolution et l'invasion allemande qui me hantent l'esprit, je vous renouvelle le voeux de recevoir de vous quelque lumière sur ce que Mr Schering et Mr Dini ont imaginé pour démontrer votre théorème. Rien ne me fera plus de plaisir que de connaître leurs méthodes. Mr Schering m'a écrit le plus aimablement du monde en m'adressant un article que vous verrez dans les prochains *Comptes Rendus*, et où se trouve, *in fine*, une allusion aux recherches concernant votre théorème<sup>117</sup>. J'ai demandé à Mr. Bertrand la faveur d'un supplément de quelques lignes pour publier la totalité de l'article intéressant de Mr Schering, je crois qu'il les donnera peut-être, mais il a tellement le don de me tenir à distance, que je n'ai pas osé lui demander si j'aurais un tirage à part du *Journal des Savants*<sup>118</sup> pour vous l'envoyer.

Mes sentiments de sincère affection.

Ch. Hermite

XXXV

Paris 11 mars 1881

Mon cher Ami,

Je viens d'envoyer à Berlin à Mr Lampe, après avoir fait les corrections dont je vais vous parler, l'une des épreuves contenues dans une de vos deux lettres que j'ai reçues ce matin. J'ai informé en même temps Mr Lampe que vous m'aviez annoncé devoir envoyer à Mr Weierstrass la suite de mon travail en épreuves déjà revues corrigées et qui porteraient, par conséquent, le bon à tirer. Ce sera en effet le meilleur moyen de réduire au minimum les retards causés par une distance dont j'ai bien vivement senti les inconvénients. Vous m'avez fait mon cher Ami des remarques excellentes et dont je vous remercie attendu que j'en ai profité, comme vous le voyez par l'épreuve que je vous retourne. A la page 9 relativement à la convergence de la série<sup>119</sup> :

$$\Sigma \frac{(\text{Mod } x)^{\omega_v}}{(\text{Mod } a_v)^{\omega_v + \rho_v}},$$

je crois pouvoir répondre à votre objection, dans le cas de  $\text{Mod } x < 1$ , que

$$(\text{Mod } x)^{\frac{\omega_v}{v}}$$

étant aussi certainement moindre que l'unité, tandis que

$$(\text{Mod } a_v)^{\frac{\omega_v + \rho_v}{v}}$$

croît indéfiniment, la convergence dans ce cas n'est pas douteuse. Mais votre observation de la page 8 a appelé ma plus sérieuse attention, et j'y donne par l'addition de quelques lignes mon complet assentiment. C'est incontestablement une imperfection de ma méthode qu'elle impose une restriction qui n'est point nécessaire dans la vôtre, et je ne pourrais combler la lacune que vous avez si justement signalée, qu'en suivant une autre marche, autant du moins que je puis en juger actuellement. Je ne le tenterai point ; bien d'autres questions me réclament, ma seconde lettre à Mr Dini, dont vous me parlez, et puis mes leçons à la Sorbonne qui commencent la semaine prochaine, et puis les rapports à faire à l'Académie sur les candidats, Mr Jordan, Mr Darboux, etc., etc.

Vous êtes sage et prudent, je puis vous confier ce qui explique pourquoi Darboux n'a point pour la prochaine élection les chances qu'il devrait à son talent hors ligne, et ce que Mr Bertrand m'a appris là-dessus. Darboux a fait un mariage au-dessous de sa position, qui a été légitimé longtemps après la naissance de son fils aîné. De là dans l'opinion académique une défaveur dont il porte le poids, et qui lui fait préférer Mr Camille Jordan. La lutte n'est vraiment point possible, et c'est en sachant parfaitement qu'il n'aura qu'un très petit nombre de voix, qu'il a pris la résolution maintenant publique et définitive de se retirer devant son concurrent. En engageant la bataille électorale, il courait aussi le danger d'augmenter les chances de Mannheim qui pourrait passer habilement entre deux, tandis que Mannheim battu cette fois serait à tout jamais hors de cause, ce qui assurera son entrée à l'Académie après Camille Jordan, à la première vacance.

Je ne puis vous dire que d'instance j'ai dû subir pour consentir à mettre en première ligne et seul Mr Jordan, surtout de Mr Serret et de Mr Bouquet. Je m'y suis entièrement et absolument refusé, en déclarant que le maximum des concessions que je pouvais faire était d'accepter l'*ex-aequo* entre les deux candidats. Après eux, je me sens dans l'intention de proposer à la Section de Géométrie de mettre en

seconde ligne et seul Mr Laguerre qui a beaucoup grandi depuis quelque temps par les recherches algébriques ; viendraient ensuite, et en bloc : Halphen, Poincaré, Appell, Picard, et l'affreux Mannheim que nous ne pouvons exclure tout en le désirant bien, parce qu'il se poserait en victime de l'intolérance des Analystes, tous ennemis de la Géométrie. On nous donne bon espoir que Picard sera nommé maître de conférences à l'Ecole Normale, mais la décision ne paraît point devoir être prise par le ministre avant le mois d'août, et il faut se résigner à attendre, sans être sûr. Or il peut arriver tant de choses, d'ici peu ; notre situation intérieure, avec les tiraillements entre Gambetta et Grévy, est mauvaise et périlleuse, et puis Bismarck guette comme le tigre prêt à se jeter sur sa proie<sup>120</sup>.

Mille remerciements de vos renseignements pour le voyage, je vous en demanderai d'autres encore quand approchera le moment de partir ; croyez moi toujours votre bien affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

N'oubliez point, je vous prie et je vous supplie, la démonstration de Mr Dini. Dites moi aussi ce que vous pensez des fonctions de Poincaré avec des lacunes<sup>121</sup> ; je crois à ce jeune homme, qui a été mon élève à l'Ecole Polytechnique en 1875, un véritable génie.

XXXVI

Paris 11 mars 1881

Cher Ami,

Je vous prie de supprimer la correction et l'addition de la page 10<sup>122</sup>, et de rétablir la phrase primitive :

...  $\varepsilon_v$  étant une quantité positive telle que  $\omega_v$  soit un nombre entier, et que cet entier ne soit pas inférieur à  $v$ .

Voici pourquoi : l'expression

$$(\text{Mod } a_{v-1})^{\frac{\varepsilon_v}{v}}$$

étant la racine d'une quantité supérieure à l'unité, au moins à partir d'une certaine valeur de  $v$ , est nécessairement, quelque soit l'indice de la racine, et si grand que vous le supposiez, supérieure aussi à l'unité, donc etc.

Je vous remercie de m'avoir envoyé votre notice du *Bulletin* de Darboux<sup>123</sup>, que j'ai relue avec grand plaisir ; quand me ferez vous part de vos récentes recherches sur le même sujet ?

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

XXXVII

Paris 15 mars 1881

Mon cher Ami,

Nous sommes en plein dans les affaires académiques de la candidature en remplacement de Mr Chasles. Hier on est venu me dire confidentiellement d'être sur mes gardes et de faire grande attention, que Mr Mannheim gagnait du terrain, et que 32 voix lui semblaient assurées ! Mais que voulez vous, je n'ai point le don de séduction sur mes confrères que possède à un si haut degré Mr Bertrand. Je ne sais point gracieusement comme lui arracher à quelqu'un qui hésite une promesse, et toutes les fois que je suis obligé de traiter avec un confrère d'une affaire quelconque, je me sens mal à l'aise, gêné et embarrassé au possible. Par conséquent c'est au comité secret, si on m'interpelle, que je vais combattre pour la bonne cause, et sans doute la compromettre par ma maladresse et mon peu de savoir faire.

Comme je comprends bien en faisant un retour sur moi-même ce que vous m'avez dit de Mr Weierstrass [[ [3], p.155 ]], qui ne vit guère que de sa pensée, et ne sait point dénouer d'autres difficultés que celles de l'Analyse la plus profonde. Je me sens avoir payé mon industrie algébrique non trop chèrement, mais bien chèrement par une inexpérience des choses du monde dont je porte continuellement la peine. Je ne réussirai donc point dans la question académique qui s'agite, et si la justice l'emporte, je n'y aurai guère de part.

J'aurais bien voulu vous donner un exemplaire de mon rapport sur Brioschi et Borchardt, je doute maintenant qu'un tirage à part m'ait été fait, et Mr Bertrand m'inspire une telle crainte, que je ne me suis point senti assez de courage pour le lui demander. Madame Hermite [[ soeur de Bertrand ]] et d'autres tremblent devant lui, comme moi, sa soeur Madame Grenin, sa belle soeur Madame Alexandre Bertrand, etc.

J'ai corrigé avec tout le soin possible l'épreuve ci-jointe, et j'envoie à l'instant la pareille à Berlin. Si vous jugez à propos de modifier la citation de votre

travail de 1877<sup>124</sup>, faites comme vous voudrez, je vous donne carte blanche, en vous priant seulement de transmettre la modification à Mr Weierstrass.

A bientôt, mon cher Ami, le récit de la bataille qui va s'engager, et croyez moi toujours votre bien sincèrement et affectueusement dévoué. De vous je n'ai peur ni crainte.

Ch. Hermite

XXXVIII

17 mars 1881

Cher Ami,

Mr Lampe m'écrit que mon premier envoi a été égaré à la poste et ne lui est point parvenu. Heureusement qu'il me reste encore l'épreuve qui m'était destinée ; je la lui envoie dans une lettre, comme vous l'avez fait pour moi jusqu'ici, ce qui est bien plus sûr, avec la suite, jusqu'à la page 20, et je lui annonce pour le tranquilliser que le reste ne tardera point. Voudriez vous bien corriger page 19, ligne 8, le mot au-dessus, en le remplaçant par *au-dessous*. Une lettre de Mr Gylden m'annonce que vous allez être appelé à Stockholm ; tous mes vœux pour que ce soit le plutôt possible, et que vous vous rapprochiez de moi.

Tout à vous.

Ch. Hermite

XXXIX

Paris 19 mars 1881

Cher Ami,

Encore une petite faute dont je m'aperçois trop tard, mais qui heureusement a peu d'importance. A la page 20, la première équation

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+z) dt$$

doit être remplacée par :

$$\Phi(z) = \frac{1}{2i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+z) dt ,$$

et la suivante :

$$\Phi(z) = F_0(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(p_1 - p_0) dt}{(t - p_0 - z)(t - p_1 - z)} + \dots,$$

par celle-ci :

$$2i\pi \Phi(z) = F_0(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(p_1 - p_0) dt}{(t - p_0 - z)(t - p_1 - z)} + \dots$$

J'espère que demain une lettre de vous m'arrivera. Votre bien sincèrement dévoué.

Ch. Hermite

XL

Paris 22 mars 1881

Mon cher Ami,

Votre lettre du 15 m'a été remise au moment où j'allais à la séance de l'Académie, et je l'ai lue pendant cette séance où tout le monde s'entretenait de la candidature, les uns tenant pour Mannheim les autres pour Jordan, avec une animation qui faisait de l'Académie une fournaise. Vous dire comme je suis tiré par mes confrères de la Section [[ de Géométrie ]] pour que je renonce à l'*ex-aequo* entre Jordan et Darboux, afin que Jordan placé seul en première ligne ait plus de chances de réussir, vous dire comment ils m'obligent de solliciter le suffrage de Mr Liouville qui me reçoit avec une bienveillance de sanglier, et de mendier partout des voix, vous raconter l'air triste et la mine dolente de Jordan qui voit ses chances diminuer, l'air fin et malicieux de Mr Bertrand, ses avis de tacticien consommé dans l'art des candidatures, puis tous les cancans qui circulent sur les influences extra-académiques de Victor Hugo et de Gambetta, vous faire enfin une esquisse d'une agitation inouïe qui m'arrache à mon travail n'en finirait point. Sortant autant qu'il m'est possible du maelstrom, je viens vous déclarer que je n'entends aucunement attribuer la première idée des lacunes à Mr Poincaré ou à moi-même, et que j'aurai soin en corrigeant les épreuves de dire explicitement que nous venons après Mr Weierstrass en donner de nouveaux exemples. Je m'empresse ensuite de vous déclarer que vous avez on ne peut pas plus raison de m'observer que l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t+z) dt$$

n'a d'existence qu'autant que  $f(t) t^2$  est fini pour  $t$  infini, et que par

conséquent cette condition doit avoir été démontrée, avant d'en rechercher la valeur. Rien n'est plus juste ; mais ce que j'ai voulu faire ressortir, c'est que la condition

$$\Sigma R = 0 ,$$

qui est la traduction de la précédente<sup>125</sup>, s'offre d'elle-même et, si on ne la connaissait point, serait donnée sous cette forme par la méthode que j'ai suivie pour obtenir l'intégrale. Il faut, mon cher Ami, lier cette remarque sur l'intégrale des fonctions rationnelles à la remarque toute semblable sur l'intégrale des fonctions de  $\sin t$  et  $\cos t$ , qui vient ensuite, et donne encore la quantité  $\Sigma R$ , qui alors n'est plus nulle, et a pour valeur  $i(G-H)$ . Le même procédé, qui ne donne, dans le cas des fonctions rationnelles, qu'une confirmation d'un résultat connu, donne un résultat nouveau si on l'applique aux fonctions rationnelles de  $\sin t$  et  $\cos t$ . Ne vous préoccupez vous donc plus de ce point, et permettez moi de réclamer, pour d'autres, vos observations qui me sont, je ne dis pas utiles, mais absolument nécessaires, l'agitation de l'élection m'exposant à mille inadvertances.

L'épouvantable assassinat de l'Empereur<sup>126</sup> m'a extrêmement impressionné et les applaudissements criminels, de nos journaux démagogiques, sont un sinistre présage de ce qui nous attend nous-mêmes. Notre situation est mauvaise ; nous subissons des avanies du bey de Tunis appuyé par l'Italie qui est poussée par l'Allemagne<sup>127</sup>, et à l'intérieur le conflit entre Grévy et Gambetta devient chaque jour plus grave et plus menaçant. Je ne vous cache point que je vois notre malheureux pays s'abandonner à la révolution et aller droit à sa perte. Dites-le, puisque vous avez l'insigne honneur de porter la parole dans une circonstance aussi solennelle au nom de la Société des Sciences<sup>128</sup>, dites que l'affection d'un peuple pour son souverain est la meilleure protection de ses plus chers intérêts et la plus précieuse garantie de son bonheur. Dites-le en pensant aux républiques de l'Amérique du Sud depuis la guerre de l'indépendance, et à la France qui marche dans la même voie.

J'enverrai, pour économiser le temps, une épreuve de Paris à Berlin, avec mes corrections.

En vous priant de m'informer de ce qui vous est offert à Stockholm, croyez moi toujours votre sincèrement et affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Mon cher Ami,

Mr Schering m'a écrit en m'adressant l'article publié dans les *Comptes Rendus*, qu'il ne contenait rien de nouveau, mais seulement une méthode différente d'arriver à des résultats connus, ainsi vous l'avez jugé comme il convenait<sup>129</sup>. Pour moi je vous avoue je n'aime point l'appareil des notations si compliquées dont il fait usage, et je préfère les notations usuelles accompagnées d'explications bien claires. Mais il faut attendre le mémoire qui doit paraître prochainement dans le *Journal* de Mr Weierstrass<sup>130</sup> ; Mr Schering est habile et profond géomètre, son oeuvre certainement nous instruira et nous intéressera.

Hier nous avons eu à l'Académie une réunion de la Section de Géométrie dans laquelle a été arrêté l'ordre de présentations des candidats. L'unanimité n'a pu se faire entre nous, et des coupures se sont produites. J'ai été seul de mon avis, pour présenter Darboux *ex-aequo* avec Jordan en première ligne, et demain en comité secret je déclarerai à l'Académie que sur ce premier point j'ai été d'un autre avis que mes honorés confrères. Il y a un autre dissentiment ; on a voulu après Mr Darboux, placer Mr Laguerre au troisième rang, ce que j'ai accepté, mais je n'ai pas concédé qu'on mit en 4<sup>me</sup> ligne, et *ex-aequo*, Mr Halphen et Mr Mannheim. J'ai réclamé au nom de la justice que Mr Halphen, dont j'estime extrêmement le beau talent, et qui vient d'obtenir le grand prix des sciences mathématiques, fut mis immédiatement après Mr Laguerre ou même *ex-aequo* avec lui, et non au même rang avec Mr Mannheim à qui il est supérieur. Des raisons de tactique et de stratégie électorale, dont Mr Ossian Bonnet s'est fait l'organe, l'ont emporté, et j'aurai encore à déclarer à l'Académie qu'en ce nouveau point je me sépare de mes confrères. Ma défaite est par conséquent complète, j'ai toujours été battu dans la Section ; pourvu que le résultat ne soit point contre notre commun désir, et que l'Académie ne nous donne pas malgré nous Mr Mannheim pour confrère ! Il me tarde bien d'en finir avec ces maudites affaires qui m'arrachent à mon travail, qui m'ont empêché d'écrire à Mr Dini, et qui en se prolongeant nous brouilleraient tous les uns avec les autres. Mr Bouquet avec qui je suis très lié est mécontent de moi et sous une forme très adoucie me l'a fait savoir au moyen de Madame Hermite. Il trouve que je place trop haut et que je vante trop Poincaré dans mon rapport sur ses travaux<sup>131</sup>. Poincaré, Appell et Picard sont mis *ex-aequo* et en dernière ligne sur notre liste ; or entre eux se pose une question qui divise l'Académie. C'est la question d'origine, suivant qu'on soit de l'Ecole Polytechnique ou de l'Ecole Normale. Les polytechniciens sont humiliés que dans les deux dernières élections ce soient les normaliens qui soient entrés à l'Académie, et le bon et excellent Mr Bouquet a certainement une préférence pour Appell et Picard élèves de l'Ecole Normale, tandis que Poincaré sort de



l'Ecole Polytechnique.

J'ai commencé mon cours à la Sorbonne, mes auditeurs apprendront de moi votre nom et votre théorème ; ils connaîtront aussi mon admiration pour Mr Weierstrass, dont je fais part à mes confrères de l'Académie toutes les fois que j'en ai l'occasion. Hier j'en ai causé longuement avec Mr Maurice Loewy<sup>132</sup> de la Section d'Astronomie, en lui expliquant toutes les raisons qui font à l'Académie le devoir de nommer le plus tôt possible Mr Weierstrass associé étranger. J'ai eu le contentement de voir mes raisons appréciées et le regret d'apprendre de Mr Loewy que les ressentiments de la guerre me donnaient peu d'espoir de réussir. Cependant je tenterai, Mr Bertrand m'a assuré de son concours et son appui.

Mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

Puisque je dois à mon cours parler de vous, permettez moi de vous demander la réciprocité et de parler de moi à vos élèves, en leur proposant de ma part, comme exercice, de démontrer que l'intégrale double

$$J = \int_a^{a+h} dx \int_b^{b+k} f(x,y) dy = hk f(a+\frac{h}{2}, b+\frac{k}{2}) ,$$

aux termes près du 4<sup>me</sup> ordre en  $h$  et  $k$ .

Mon épreuve corrigée part aujourd'hui pour Berlin, adressée comme lettre à Mr Lampe.

## XLII

Paris 1er avril 1881

Mon cher Ami,

Une autre circonstance que celle des épreuves reçues ou à envoyer me donne un motif pour vous écrire que je saisis avec empressement et grand plaisir. Votre Académie des Sciences de Stockholm m'a fait l'insigne honneur de me nommer membre étranger, et après avoir fait parvenir le témoignage de ma vive gratitude en termes officiels, au Secrétaire perpétuel, je viens tout cordialement, sans décorum aucun, vous dire que je suis enchanté et que Madame Hermite est très fière de cette haute distinction qui nous arrive de la Suède. Mr Gylden en m'informant de ma présentation m'a fait savoir que l'Académie ayant deux places à donner avait choisi deux géomètres, ce qui m'a valu l'intime satisfaction de me trouver réuni à Mr Weierstrass, à l'incomparable Analyste dont j'honore le caractère et dont j'admire tant

les travaux. Et puis, mon cher Ami, je me trouve aussi réuni à vous et à Mr Gylden, que je connais plus particulièrement, avec qui je traite familièrement, ce qui me permet de ne pas me sentir tout à fait inconnu de ceux qui m'ont ouvert leur société. Il ne vous déplaira point je pense que je demande à Mr Gylden de faire hommage à l'Académie de ma dernière lettre, où elle pourra voir que Mr Weierstrass et moi nous avons fait assaut d'efforts au sujet d'un de vos théorèmes et tirer de là la conclusion qu'elle doit se hâter de vous rappeler auprès d'elle à Stockholm, le plus tôt possible.

Je veux aussi vous mettre au courant des circonstances de la candidature Jordan, Mannheim. Lundi dernier j'ai fait entendre au comité secret ma protestation et mon dissentiment avec mes confrères de la Section, en ce qui concerne les rangs assignés à Darboux et Halphen, puis a commencé la lecture des rapports et immédiatement après la bataille. C'est Mr Bertrand qui a ouvert le feu, et je ne puis m'empêcher de vous dire qu'il a parlé finement, malicieusement et admirablement. Je lui ai su gré d'avoir déclaré qu'il s'associait pleinement aux regrets que j'avais exprimés que Darboux n'ait pas été mis en première ligne avec Jordan, et bien qu'il ne se soit point occupé des sujets qu'a traités Jordan il a dit, et dans les meilleurs termes, tout ce qu'il y avait à dire de ses travaux. Son discours terminé, des adversaires illustres, des champions de Mannheim, prennent la parole à leur tour. Voici venir Mr Faye, Mr Fremy, Mr Janssen, Mr Dupuy de Lôme<sup>133</sup> ; l'éloquence coule à pleins bords et l'Académie s'agite violemment soulevée par des arguments contraires. Mr Fremy déclare au nom de Mr Liouville, absent, qu'il votera pour Mannheim, et rappelle que Mr Chasles l'a désigné pour son successeur. Mr Janssen se fait l'écho de l'admiration des géomètres anglais pour Mannheim, et à ce moment m'est infligé un insupportable supplice. J'entends Mr Serret qui me dit à chaque moment : allons parlez, eh bien quand parlez vous, voyons il le faut absolument, décidez vous donc. Il n'y avait pas à hésiter, et quoi qu'il m'en coûtât, je me suis jeté à mon tour dans la mêlée. Mon argumentation a consisté à rappeler les découvertes de Mr Chasles sur les arcs d'ellipse, les lignes géodésiques sur l'ellipsoïde, les courbes unicursales, et à dire que si Mr Mannheim avait élevé ses travaux géométriques à cette hauteur, nous aurions été tous au devant de lui, pour lui offrir la place de Mr Chasles, mais ... etc. Enfin et en conclusion on peut espérer que la victoire restera à l'Analyse, sans que cependant se soit absolument sûr, mais tous les renseignements recueillis semblent favorables.

Adieu mon cher Ami, recevez avec notre meilleur souvenir à Madame Hermite et moi l'assurance de ma bien cordiale affection.

Ch. Hermite

XLIII

Paris 14 avril 1881

Mon cher Ami,

Je vais partir de Paris pour passer les congés de Pâques chez ma belle-mère, avec Madame Hermite, et je n'ai qu'un moment pour vous accuser réception de l'envoi des 100 exemplaires, pour vous remercier de cet envoi, et vous donner l'assurance que je vais en disposer de manière à remplir vos intentions à Stockholm. De Bain-de-Bretagne, je vous écrirai plus longuement dans quelques jours ; en attendant, je vous annonce la complète victoire de Jordan sur Mannheim, 12 voix de majorité, et je vous envoie la thèse de Poincaré<sup>134</sup> que j'ai eu pour élève en 1875 à l'Ecole Polytechnique.

Sur votre question<sup>135</sup> je vais réfléchir à loisir, mais ne comptez guère que je réussisse ; depuis quelque temps, je n'ai plus aucun bonheur. Madame Hermite va chez son frère, avec une note de moi, tâcher d'obtenir qu'il parle de vous à l'Académie lundi<sup>136</sup>.

Mille amitiés et mes meilleurs sentiments.

Ch. Hermite

XLIV

Bain-de-Bretagne 19 avril 1881

Mon cher Ami,

Mes plus affectueux remerciements pour votre bonne lettre et l'heureuse nouvelle qu'elle m'apporte. C'est un bien grand honneur dont je suis profondément reconnaissant d'être nommé membre honoraire de votre Société des Sciences en même temps que Mr Weierstrass, et de me trouver ainsi associé au grand géomètre et aux savants illustres qui ont déjà reçu cette haute distinction. Mais ce qui me touche encore plus et me rend particulièrement heureux c'est de devoir à vous, mon cher Ami, pour qui je me sens autant d'affection que d'estime, un titre qui crée un lien de plus entre nous, en me faisant votre confrère, et celui de Mr Gylden et de Mr Lindelöf. Veuillez vous charger, pour Mr Lindelöf, de mes remerciements les plus sincères et lui demander qu'il veuille bien voir désormais un ami dans son nouveau confrère. C'est un privilège de la science et que je revendique, que la communauté des études

amène des rapports d'amitié, et comme moi sans doute vous penserez que c'est la meilleure récompense de nos travaux et de nos efforts. Madame Hermite qui partage ma vive satisfaction se sent très fière d'appartenir à la Finlande et vous envoie à cette occasion son souvenir affectueux. Vous savez par ma dernière lettre qu'elle s'est chargée auprès de Mr Bertrand d'une mission qui je crois a réussi. Je dirais que j'en suis sûr, si à l'égard de mon redouté beau-frère on pouvait être absolument sûr de quelque chose. J'espère bien cependant que, dans le prochain *Compte Rendu*, vous trouverez la mention de ce qu'il a dû dire à la séance, de votre théorème, en présentant à l'Académie la lettre que je vous ai adressée. Si mes intentions ont été bien remplies, l'écho de son appréciation devra revenir à Stockholm, et confirmer ce que l'on doit déjà penser et savoir de vous. J'espère que vous aurez reçu la thèse de Mr Poincaré que je vous ai envoyée sous bande, avant mon départ de Paris. Ce que vous me dites des formules générales que vous possédez, et qui donnent l'expression analytique des fonctions uniformes ayant une infinité de points essentiels, soit sur une ligne, soit dans une aire, m'intéresse extrêmement, et j'attends avec impatience de pouvoir étudier vos résultats sur une question si importante et si difficile. Mr Picard qui est en ce moment à Naples avec Madame Picard, plus occupé certainement des oeuvres de l'art que de l'Analyse, ne s'y intéressera pas moins que moi lorsqu'il rentrera dans le domaine de l'Algèbre.

De Mr Poincaré, je vous apprendrai que j'ai reçu la nouvelle de son mariage avec Mlle de Landery, la fille du gouverneur ou administrateur du Crédit foncier. A ma dernière rencontre avec lui, je lui ai demandé une note dans laquelle il exposait complètement ce qu'il a trouvé de si remarquable sur l'équation aux différences partielles dont la solution est une fonction avec un espace lacunaire, pour être présentée, de sa part, à la Société des Sciences, et il m'a promis de la rédiger sans retard<sup>137</sup>.

Ce me serait, mon cher Ami, un devoir de répondre à votre question sur le passage de la série qui donne la solution de l'équation

$$y'' + a x^{n-2} y = 0$$

à l'expression finie lorsqu'on suppose  $n = 0$ <sup>138</sup>. Je l'ajourne ce devoir, je n'ai pu encore sérieusement travailler depuis que je me trouve en Bretagne ; des préoccupations amenées par le départ pour l'Afrique d'un de mes neveux, capitaine des chasseurs, Lucien Henning (de la famille de votre compatriote le C<sup>t</sup> Hamilton Henning), m'ont détourné du travail, mais je ne tarderai pas à m'y remettre.

Avec la nouvelle expression de ma sincère et bien vive reconnaissance, recevez mon cher Ami l'assurance de mon amitié la plus dévouée.

Ch. Hermite

Paris 26 avril 1881

Mon cher Ami,

Voudriez vous bien présenter en votre nom, et aussi au mien si vous le juger convenable, le beau travail de Mr Poincaré que je vous envoie avec cette lettre, afin qu'il ait l'honneur, auquel le jeune et savant géomètre sera très sensible, d'être publié dans les Actes de la Société de Helsingfors. Je tiendrais beaucoup aussi à connaître l'opinion de Mr Weierstrass sur les vues que Mr Poincaré expose dans cet article, et je ne vous cache point qu'il me serait extrêmement agréable de lui faire parvenir un mot d'encouragement du grand Analyste, votre maître et le mien. Mr Bouquet s'est plaint à Madame Hermite, qui m'en a fait d'amers reproches, que mon rapport à l'Académie sur les travaux de Poincaré avait été trop élogieux. Vous ne vous joindrez point j'espère à Mr Bouquet et à Madame Hermite, vous penserez comme moi, qu'il y a place au soleil pour tous, et que je me dois encore, après Emile Picard, à mes chers élèves Appell et Poincaré.

Madame Hermite a obtenu de son frère qu'il parle de vous à l'Académie, et comme le *Compte Rendu* peut vous arriver tardivement je vais vous transcrire ce que je viens d'y lire et qui vous concerne. Page 955<sup>139</sup> : "Mr le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance, une lettre de Mr Hermite à Mr Mittag-Leffler, imprimée dans les Actes de la Société des Sciences de Finlande, et intitulée *Sur quelques points de la théorie des fonctions*. Mr Hermite expose, après Mr Weierstrass et se plaçant à un autre point de vue, une nouvelle démonstration d'un beau et important théorème de Mr Mittag-Leffler, qui donne l'expression analytique générale des fonctions uniformes, lorsqu'elles n'ont que des discontinuités polaires. Les formules que Cauchy a tirées du calcul des résidus ne représentent de telles fonctions qu'autant que la série infinie des fractions simples, ou les produits infinis auxquels elles conduisent, sont convergents, et l'on sait que, pour les fonctions trigonométriques et elliptiques, ces séries et ces produits sont semi-convergents, c'est-à-dire que l'ordre des termes a une influence sur leur valeur. La belle découverte du jeune géomètre suédois fait disparaître ces difficultés, et conduit par une voie nouvelle à la conception analytique profonde des facteurs primaires que Mr Weierstrass a exposée dans son célèbre mémoire sur les fonctions uniformes d'une variable."

En attendant de savoir si vous êtes content, je vous apprends que je suis on ne peut plus content de ce que vient de m'écrire Mr Malmsten<sup>140</sup> : "Le prix que vous

semblez attacher aux recherches de Mr Leffler m'a beaucoup réjoui. Il est l'élève de mes élèves, je l'aime et je l'apprécie beaucoup pour son talent scientifique, aussi bien que pour la noblesse de son cœur et l'aimable loyauté de son caractère." Mr Malmsten s'exprime ainsi en français, comme tous les français qui vous connaissez ; aussi ai-je le meilleur espoir que la sympathie de vos amis aplanira toutes les difficultés, et que bientôt vous ferez de l'Analyse au milieu des vôtres.

L'idée m'est venue mon cher Ami d'envoyer à Mr Nordenskjöld un exemplaire de ma lettre, avec une lettre qui lui dirait les vœux que je fais pour votre retour en Suède. J'espère que les rapports de confraternité académique ne lui feront point trouver indiscrete ma démarche.

Une autre fois il sera question d'Analyse ; j'ai passé la nuit en chemin de fer et c'est à la hâte que je vous envoie quelques mots. Chargez vous n'est-ce pas de mes meilleurs sentiments pour Mr Lindelöf, et mes confrères si éloignés et si bienveillants qui m'ont fait l'honneur de m'admettre parmi eux , et croyez moi à tout jamais votre ami bien sincère et bien dévoué.

Ch. Hermite

XLVI

Paris 9 mai 1881

Mon cher Ami,

Quelle surprise et quelle satisfaction en recevant votre lettre ! Je vous adresse les vœux que je fais du fond du cœur pour votre bonheur, et je joins à mes félicitations celles de Madame Hermite qui prend comme moi la plus vive part à ce grand événement. De vous nous nous sommes entretenus ce matin en déjeunant, et on me faisait remarquer que tous mes élèves se mariaient. A l'annonce de vos fiançailles, je dois répondre par l'annonce d'un événement de famille qui me touche de près. Mr Appell le camarade d'Ecole Normale et l'ami d'Emile Picard, son égal en talent, va devenir mon neveu. La semaine dernière il a été fiancé à Mademoiselle Amélie Bertrand, la fille aînée de Mr Alexandre Bertrand, Directeur du Musée archéologique de Saint Germain, et le mariage aura lieu dans quelques mois. Si vous avez eu mon cher Ami de bonnes et sérieuses raisons pour désertir l'Analyse, je n'ai pas été non plus sans motifs pour songer à d'autres intérêts, à des intérêts plus précieux et plus chers que tous les théorèmes du monde. Excuser moi je vous prie d'ajourner encore un peu ma réponse aux questions que vous m'avez posées, je ne veux pas encore faire l'aveu de mon impuissance, mais sans doute qu'avec plus de liberté d'esprit

je vous aurais dit déjà quelque chose. Les préoccupations à l'occasion du mariage actuellement décidé ont été vives ; parmi bien des questions on a agité celle de la rivalité possible entre les deux jeunes géomètres, on a même dit, ce qui en fait n'était point, que Mr Fustel de Coulanges, Directeur de l'Ecole Normale, présenterait Appell au choix du Ministre, Mr Jules Ferry, de préférence à Picard pour succéder à Darboux à l'Ecole, comme maître de conférences. On m'a reproché de tenir la balance trop égale entre eux deux ; Madame Bertrand ma belle-mère n'a pas été absolument contente et a cru devoir écrire à Madame Picard qu'elle jugeait que c'était elle qui la première et avant Amélie devait revenir à Paris. Heureusement qu'il y aura deux places à l'Ecole Normale, celle de Mr Darboux et celle de Mr Briot qui veut se faire suppléer pour raison de santé.

Je vous félicite sincèrement des espérances de plus en plus certaines de votre retour à Stockholm, et de la distinction méritée à tous les titres que vous avez reçue de votre gouvernement. Chez nous la Legion d'honneur, qui est je crois exactement l'équivalent de l'étoile polaire, n'est presque jamais obtenue avant 40 ans. Mon gendre qui est ingénieur<sup>141</sup> n'a été décoré qu'au moment de devenir ingénieur en chef. Emile [[ Picard ]] et Mr Appell attendront certainement une quinzaine d'années avant d'en avoir autant. Tout vous réussit et ce n'est que justice ; d'autres sont moins complètement heureux, et mon beau-frère Mr Alexandre Bertrand, le jour où le mariage de sa fille a été décidé, a eu le regret d'échouer dans sa candidature à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, il a obtenu 17 voix et son concurrent Mr François Lenormant 19. Mr Worsaë l'éminent archéologue de Copenhague avait écrit en sa faveur, mais les influences exercées par la famille Lenormant ont été les plus fortes.

Dans ma prochaine lettre, j'espère pouvoir faire une part au calcul ; en attendant, pourriez vous satisfaire ma vive curiosité au sujet des infinis d'un genre nouveau considérés par Mr Cantor dans la théorie des fonctions<sup>142</sup> ? La semaine dernière, deux leçons durant, j'ai exposé à la Sorbonne votre théorème qui sera demandé aux examens pour la licence, Mr Bouquet veut bien me dire qu'il apprend quelque chose à mes leçons.

Mes vœux les plus sincères pour votre heureuse union accompagnent cette lettre ; recevez les mon cher Ami comme témoignage des sentiments de l'affection que je vous porte depuis longtemps.

Ch. Hermite

Mon cher Ami,

Je m'empresse de vous offrir mes bien sincères, mes plus vives félicitations. Il y a certainement une bonne providence qui veille sur votre destinée en vous donnant au moment de votre mariage une position non inférieure à votre talent et à vos travaux. Plutôt que d'autres et bien avant moi vous aurez eu une chaire à votre convenance, et des élèves qui recueilleront le fruit de vos efforts et suivront votre trace. Vous me tiendrez j'espère au courant de toutes les circonstances de votre enseignement qui ne sera point sans quelque connexion avec celui de la Sorbonne. Les élèves de l'Ecole Normale ont mis un très grand zèle, dont Mr Darboux m'a fait part, à étudier votre théorème, devenu maintenant classique parmi nous, je puis le dire sans exagération. Je suis donc mon cher Ami redevable envers vous, et ce n'est que justice que je vous offre une application de votre proposition pouvant peut-être servir de texte d'une leçon à vos futurs auditeurs de Stockholm. En conséquence, je ferai à l'Analyse le sacrifice de mille choses que j'aurais à vous conter ; je ne vous dirai rien de Picard ni d'Appell qui se marie lundi à Saint Germain, qui s'est fait habiller à la dernière mode et qui est beau comme un Saint Georges<sup>143</sup>, ni de la méchanceté de Briot qui en haine de moi, parce qu'il m'attribue l'élection de Bouquet à l'Académie, fait tout son possible pour mettre obstacle à leur retour à tous les deux à Paris, qui dit qu'il est insensé d'avoir mis sur la dernière liste de présentation Appell, Picard et Poincaré; je ne vous parle pas non plus d'une affaire que j'ai eue avec Mr Barthélemy Saint Hilaire<sup>144</sup>, qui a été très bon pour moi, ni de bien d'autres choses, et j'aborde mon sujet<sup>145</sup>.

Adieu mon cher Ami, j'abrège cette lettre afin qu'elle vous trouve encore en Suède, où vous êtes sans doute dans votre famille, heureuse de vous posséder et toute fière de vous. Madame Hermite me charge expressément de vous demander de faire parvenir à votre chère fiancée ses hommages et ses vœux pour votre bonheur à tous deux. Permettez moi aussi de vous prier, si vous voyez avant votre départ Mr Gylden et Mr Malmsten, de leur offrir mes compliments bien affectueux, et recevez la nouvelle assurance de mes sentiments d'amitié toute dévouée.

Ch. Hermite

Je n'oublie point votre question sur les séries qui donnent l'intégrale de l'équation de Riccati<sup>146</sup>, mais j'attends à être débarrassé des cours et des examens pour me remettre au travail. Pourriez-vous me dire si en acceptant des avances de Mr Klein, je ne risque point de me brouiller avec Mr Kronecker et Mr Weierstrass<sup>147</sup> ?



XLVIII

Bain-de-Bretagne (Ille et Vilaine)

8 août 1881 (jusqu'au 29 août)

Mon cher Ami,

C'est du fond de la Bretagne et sous le toit de ma belle-mère Madame Bertrand que je viens me rappeler à votre souvenir en répondant à vos deux dernières lettres. Nous avons reçu avec le plus vif plaisir la photographie de Mademoiselle Lindfors, et Madame Hermite vous prie de lui exprimer ses sentiments d'affectueuse sympathie, ainsi que l'espérance que nous aurons l'honneur de la recevoir avec vous lorsque vous la conduirez en France. Vous ne vous doutez guère, en habitant une maison de campagne sur le bord de la mer, de l'affreuse chaleur qui a régné à Paris, et particulièrement dans les salles d'examens du baccalauréat ès-lettres et du baccalauréat ès-sciences à la Sorbonne. Sous l'influence de cette température extraordinaire dans les annales météorologiques j'ai senti s'anéantir toute faculté de travailler, et maintenant encore toutes mes journées se passent à causer, à lire la *Revue des deux mondes* ou les journaux de Paris. De ma caisse de voyage j'ai tiré mes cahiers de calculs, et des résultats qui datent de plusieurs années me sont venus sous les yeux, me rappelant confusément des souvenirs presque oubliés ou entièrement perdus. Ce me sera un grand effort à faire pour rentrer en possession de ce que j'ai fait, de ce que j'ai tenu, et qui cependant m'échappe, tant le travail m'est encore difficile. J'ai le sentiment d'être de beaucoup dépassé, par vous tout d'abord cher Ami, puisque vous avez réussi à surmonter la difficulté très grande, à mon avis, des équations surabondantes entre  $\lambda$  et  $\sin \omega$ , de sorte que vous avez la solution de toutes les équations dont l'intégrale a des pôles en nombre quelconque et d'un ordre de multiplicité quelconque<sup>148</sup>, et puis par Mr Poincaré qui m'annonce, dans sa dernière lettre, l'étonnante découverte de la solution, par les fonctions fuchsien-nes et zêtafuchsiennes, de toutes les équations linéaires, à coefficients algébriques<sup>149</sup> ! Je pense que vous savez maintenant à quoi tient l'erreur que vous aviez cru voir dans la communication, en ce qui concerne l'équation :

$$u_1 F_1 \frac{dz}{du_1} + u_2 F_2 \frac{dz}{du_2} + \dots + u_n F_n \frac{dz}{du_n} = z^{150},$$

et j'espère aussi, grâce à vous, connaître le jugement de Mr Weierstrass sur ce travail et les autres découvertes du jeune géomètre<sup>151</sup>. Je vous confierai qu'il me serait utile de l'avoir pour pouvoir l'opposer à quelqu'un qui sans pénétrer au fond des choses, qu'il connaît peu ou point, plaisante spirituellement sur les expressions

de fonctions fuchsiennes et kleinéennes, et va jusqu'à dire que Mr Poincaré, avant de se lancer dans ses publications dans les *Comptes Rendus*, devrait tâcher de savoir ce qu'il veut faire et où il va. Mais passons ; vous avez vos difficultés avec Mr Lindhagen<sup>152</sup>, Mr Poincaré a les siennes, ici et à Leipzig<sup>153</sup>. Il paraît que Mr Klein n'aime point Mr Fuchs, et qu'il s'est offusqué de ce nom de fonctions fuchsien-  
nes, mais l'honneur qui a été fait ensuite à son propre nom a mis heureusement fin à sa malveillance<sup>154</sup>.

Mr Bouquet, qui est un bien excellent homme, a eu de son côté une déception qui lui a été pénible. Depuis longtemps il s'attendait à être nommé officier de la Légion d'honneur, et Mr Jules Ferry a donné pour motifs de son refus d'une distinction due et méritée à tous les titres, que Mr Bouquet est, dans l'Université, le chef du parti clérical. C'est faux et archifaux, mais on croit que le motif a été soufflé à l'oreille du ministre par un ennemi, un jaloux et un envieux. Vous voyez qu'il y a des habiles qui exploitent l'horreur pour les cléricaux ; le moment peut n'être pas éloigné où l'intérêt de la République exigera qu'on les expulse de la Sorbonne. Notre situation m'épouvante, lorsque je lis les insanités abominables des orateurs dans les réunions électorales à Paris. On a jeté successivement la Monarchie puis l'Empire par-dessus bord, c'est le tour du Président de la République et du Sénat, dont tous ces orateurs demandent la suppression. Après les cléricaux livrés en pâture à la révolution par Gambetta, quelle sera la nouvelle proie à jeter au monstre ? J'ai le pressentiment que tout cela finira par d'horribles catastrophes et que nous reverrons les armées de l'Allemagne ; bien d'autres redoutent autant que moi un prochain avenir, et mon beau-frère Mr Bertrand, qui n'est aucunement mystique, n'est pas un des moins effrayés.

Une autre lettre à demain, où je compléterai, je l'espère du moins, ce que je vous ai écrit en considérant la quantité

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a-x)}{\Gamma(a)},$$

au lieu de

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a)}{\Gamma(a+x)}^{155} ;$$

en attendant soyez assez bon pour ne point oublier Madame Hermite auprès de votre fiancée, et recevez la nouvelle assurance de mon bien affectueux attachement.

Ch. Hermite

XLIX

Bain-de-Bretagne (Ille et Vilaine)

18 août 1881

Mon cher Ami,

Nous partons la semaine prochaine pour Luchon où Mr et Madame Picard nous précéderont de quelques jours, dans notre domicile habituel, d'où je vous ai déjà écrit les années précédentes, chez Mr Colommic (allées d'Etigny). J'espère y recevoir de vos nouvelles, et s'il y a lieu les épreuves à corriger de la lettre dont je vous envoie la fin, si tardivement. J'ai été peu disposé au travail, aucune idée ne m'est venue à l'esprit, et je suis destiné si la même mauvaise disposition persiste à ne plus jamais rien faire de ma vie. Madame Hermite me tourmente pour que j'achète une propriété qui nous est offerte, et non sans avoir la pensée qu'elle pourrait devenir un refuge et un abri si les circonstances nous font fuir Paris. Ne souriez point, autour de nous tout le monde est inquiet, on sent distinctement que la révolution marche et on a le pressentiment d'événements infiniment graves. Gambetta, qui vient d'être injurié et outragé dans une réunion électorale à Belleville, subit la peine du talion, mais il y a là un symptôme bien menaçant ; les enragés en République ont toujours derrière eux de plus enragés qui cherchent à les dévorer. En me proposant de venir à Göttingen, Mr Schering avait plus raison qu'il ne pensait lorsqu'il me donnait pour motif les inquiétudes qu'on avait alors pour le sort des hommes de science en France. Que pensez-vous du dernier article que Mr Poincaré vient de publier dans les *Comptes Rendus*<sup>156</sup> ? C'est beaucoup trop succinct pour que je puisse m'en rendre bien compte, mais il m'est impossible de ne pas être bien frappé de ce résultat que, dans toute équation algébrique entre deux variables, ces quantités peuvent s'exprimer par des fonctions fuchsiennes d'une indéterminée. Mr Bertrand s'est exprimé dernièrement d'une manière malveillante à son égard ; je crains d'être dans le cas de me refâcher avec lui, en prenant la défense d'un talent qui me semble tout à fait hors ligne.

Nos hommages mon cher Ami à Mademoiselle Lindfors et nos souhaits de bonheur que je vous renouvelle avec l'assurance de ma plus sincère affection.

Ch. Hermite<sup>157</sup>

L

Luchon, chez Mr Colammic (H<sup>te</sup> Garonne)

8 septembre 1881

Mon cher Ami,

Je dois tout d'abord et avant de vous parler d'Analyse vous offrir le meilleur souvenir et les compliments de Madame Hermite et de Picard que nous avons chez nous avec Madame Picard. Nous nous promenons dans les montagnes, je me risque même à monter à cheval où je ne fais point trop vaillante figure, et, tout en admirant les Pyrénées, les torrents et les lacs, je songe de temps en temps à l'équation de Lamé et aux recherches dont vous m'avez fait l'annonce dans une de vos dernières lettres<sup>158</sup>. Peut-être que le résultat suivant, dans les conditions beaucoup plus générales où vous vous êtes placé, se présente-t-il, comme je l'ai rencontré pour le cas de :

$$y'' = y [n(n+1) k^2 \operatorname{sn}^2 x + h] .$$

Si l'on fait :  $x = iK' + \varepsilon$ , cette équation donne la série

$$y = \frac{1}{2^n} + \frac{h_1}{\varepsilon^{n-2}} + \frac{h_2}{\varepsilon^{n-4}} + \dots + \frac{h_i}{\varepsilon^{n-2i}} + \dots ,$$

où les coefficients se déterminent au moyen des relations :

$$(n-1)(n-2) h_1 = n(n+1)(\alpha_1 + g_0) + h ,$$

$$(n-3)(n-4) h_2 = n(n+1)(h_2 + g_0 h_1 + g_1) + h h_1 ,$$

etc. ; les constantes  $g_0, g_1, g_2, \dots$  étant :

$$\frac{1}{\operatorname{sn}^2 \varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon^2} + g_0 + g_1 \varepsilon^2 + g_2 \varepsilon^4 + \dots .$$

Cela posé, je désigne l'élément simple par  $\mathfrak{f}(x)$ , de sorte que :

$$\mathfrak{f}(x) = \frac{H'(0) H(x+\omega)}{\Theta(\omega) \Theta(x)} e^{[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}](x-iK') + \frac{i\pi\omega}{2K}} ,$$

et je fais :

$$f(iK' + \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} + G_0 + G_1 \varepsilon + G_2 \varepsilon^2 + \dots$$

Les deux conditions pour la détermination des constantes  $\lambda$  et  $\omega$  consistent en ce que les coefficients du terme en  $\frac{1}{\varepsilon}$ , dans les produits :

$$f(iK' + \varepsilon) \left( \frac{1}{\varepsilon} + \frac{h_1}{\varepsilon^{n-2}} + \frac{h_2}{\varepsilon^{n-4}} + \dots \right)$$

et :

$$f'(iK' + \varepsilon) \left( \frac{1}{\varepsilon} + \frac{h_1}{\varepsilon^{n-2}} + \frac{h_2}{\varepsilon^{n-4}} + \dots \right),$$

s'évanouissent, l'un et l'autre. Ayant trop à vous dire là-dessus, je passe à autre chose. J'aurais bien voulu allonger mon *Post-scriptum*<sup>159</sup>, en y ajoutant une remarque de plus au sujet des coupures. Considérez pour fixer les idées la quantité  $\frac{2K}{\pi}$  ; elle est susceptible de ces deux formes analytiques en fonction de  $q = e^{i\pi\omega}$ , à savoir :

$$\frac{2K}{\pi} = (1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \dots)^2$$

et :

$$\frac{2K}{\pi} = 1 + \frac{4q}{1+q^2} + \frac{4q^2}{1+q^4} + \frac{4q^3}{1+q^6} + \dots$$

La première, envisagée comme fonction de  $\omega = x + iy$ , n'existe qu'en supposant  $y > 0$ , tandis que la seconde, qui ne change point en remplaçant  $\omega$  par  $-\omega$ , subsiste dans tout le plan. Mais il faut bien remarquer que cette seconde expression est illusoire pour  $y=0$ , et j'ajoute que l'axe des abscisses est alors une coupure, c'est-à-dire que la différence des valeurs de  $\frac{2K}{\pi}$ , pour deux points infiniment voisins, au-dessus et au-dessous de cette ligne, est une quantité finie. Mais ce qui est digne de remarque, c'est que cette quantité dépend de  $x$ , par son caractère arithmétique suivant qu'on le suppose commensurable ou incommensurable. C'est ce que donne un passage des oeuvres de Riemann, mais n'ayant pas ici le livre je ne puis formuler la conclusion d'une manière précise. Des circonstances toutes semblables se présentent à l'égard des fonctions  $\operatorname{sn} x$ ,  $\operatorname{cn} x$ ,  $\operatorname{dn} x$ , envisagées par rapport à  $q = e^{i\pi\omega}$ , et je compte m'en occuper à mon retour à Paris. Il me semble aussi que Mr Weierstrass, dans le second article des *Monatsberichte* de 1880<sup>160</sup>, a traité la même question. Combien vous aviez raison mon cher Ami de m'avertir que la seconde édition, du grand mémoire sur les fonctions analytiques uniformes [[de Weierstrass]], qui devait être entreprises au mois d'avril dernier, et traduite en français par Mr Tannery, ne verrait point le jour à l'époque promise !

Mr Molk me fait l'effet d'un bavard qui parle sans savoir<sup>161</sup>, et qui compromet bien sottement Mr Poincaré auprès des Allemands; jamais en effet je ne l'ai entendu parler des géomètres de l'Allemagne que dans les termes que j'emploierais moi-même, et je puis vous donner l'assurance la plus formelle, qu'à l'égard de Mr Weierstrass son sentiment est, au même degré que le mien, celui de l'admiration pour son génie et ses oeuvres.

Il me serait bien nécessaire de pouvoir corriger les épreuves de ma dernière lettre, m'étant aperçu de quelques inadvertances légères, mais qu'il importe de ne pas laisser subsister ; vous serait-il possible de me les envoyer soit à Luchon où je resterai encore 15 jours, ou à Paris ?

Tous mes vœux mon cher Ami pour le succès de votre enseignement à Stockholm, et ma demande instante d'être par vous tenu au courant de vos leçons, afin que je puisse, s'il y a lieu, vous apporter ma contribution ; j'y joins les vœux que nous faisons tous pour votre bonheur, et vous prie de me croire à jamais votre bien sincèrement et affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

## LI

Paris 27 septembre 1881

Mon cher Ami,

J'ai trouvé en arrivant à Paris votre travail et celui de Mr Poincaré<sup>162</sup>, qui tous les deux sont pour moi du plus grand intérêt, aussi je viens vous prier de m'autoriser à demander à Mr Darboux, aussitôt que je le verrai, s'il voudrait bien faire traduire du suédois et publier le vôtre dans son *Bulletin*. En outre de l'intérêt scientifique, ce serait rendre service à Poincaré en montrant la haute estime que lui ont valu ses découvertes. Avant hier m'est aussi parvenue votre lettre à laquelle je m'empresse de répondre en vous envoyant les épreuves corrigées, que je vais aussi adresser à Mr Kronecker à qui j'ai à écrire. C'est avec grand plaisir que je vous donne l'éclaircissement sur le théorème employé par Mr Cantor<sup>163</sup>, que le développement en fraction continue

$$e = \frac{1}{\alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \dots}}$$

est unique. Soit en effet :

$$e_i = \frac{1}{\alpha_i + \frac{1}{\alpha_{i+1} + \frac{1}{\alpha_{i+2} + \dots}}} .$$

Vous aurez successivement :

$$e_1 = \frac{1}{\alpha_1 + e_2} , e_2 = \frac{1}{\alpha_2 + e_3} , e_3 = \frac{1}{\alpha_3 + e_4} , \text{ etc. } ,$$

les quantités  $e_1, e_2, e_3, \text{etc.}$  étant positives et moindres que l'unité, d'après la supposition que  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$  sont des entiers positifs. Or ces entiers sont absolument déterminés ; on a en effet :

$$\frac{1}{e_1} = \alpha_1 + e_2 ,$$

donc  $\alpha_1$  est le plus grand nombre [[ entier ]] contenu dans  $\frac{1}{e_1}$  , puis pareillement

$$\frac{1}{e_2} = \alpha_2 + e_3$$

montre que  $\alpha_2$  est encore l'entier contenu dans  $\frac{1}{e_2}$  , et ainsi de suite. Si vous preniez ces entiers, tantôt par excès et tantôt par défaut, vous introduiriez dans la fraction continue des termes négatifs, et c'est ainsi qu'il serait possible d'avoir divers développements de ce genre ; c'est la condition de n'employer que des termes  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$  positifs, qui donne la certitude que le développement est alors unique.

Vous allez donc commencer vos leçons à l'université et y donner jusqu'aux fondements mêmes de la science, en exposant les vues nouvelles de Mr Weierstrass sur la doctrine des irrationnelles. Quelque écho nous est venu de ces conceptions originales et profondes du grand géomètre par un élève de l'Ecole Normale, Mr Brunel<sup>164</sup>, que le Ministère de l'Instruction publique a envoyé en mission dans les universités allemandes. Je crois mon cher Ami qu'il ne serait point sans péril d'exposer d'emblée à des commençants ces mathématiques nouvelles, si incontestablement meilleures et plus rigoureuses que les anciennes. Mon sentiment est qu'il faut d'abord *préparer* à ces nouvelles théories, et suivre l'ancienne route, en montrant soit des erreurs, soit des insuffisances des démonstrations restées longtemps inaperçues, et annonçant que d'autres méthodes les feront disparaître. Et la raison est que quelque chose du développement historique de la science doit se trouver dans l'enseignement ; je m'explique. C'est un fait d'expérience absolument certain, que l'erreur a été bien souvent plus utile que des vérités parfaites, pour la marche de l'esprit et le progrès de la science. N'a-t-on pas été bien heureux jusqu'ici d'avoir cru

à tort, que toute fonction continue admet nécessairement une dérivée, que toute équation différentielle admet une solution, et plus anciennement que toute fonction est développable par la formule de Maclaurin ? J'en tire, peut-être en me trompant, la conclusion que l'appareil si complexe de la rigueur moderne, et le caractère abstrait qu'elle revêt, peut n'être pas absolument profitable pour les commençants, ou du moins qu'il est utile de reléguer à la fin, en la réservant pour le couronnement de l'édifice, cette rigueur, qui n'est point toujours *suffisamment instructive*.

Je suis, mon cher Ami, sous la douloureuse impression d'un deuil de famille ; mon neveu Louis Henning, parti en Tunisie au début de la guerre, vient de mourir de la fièvre à Bizerte, et on va nous le ramener dans son cercueil. Il était capitaine de chasseurs, et avait le plus bel avenir, ayant été déjà décoré pendant le second siège de Paris. Deux autres de mes neveux sont aussi dans l'armée, pourvu qu'ils n'aient point le même sort !

Veillez faire savoir à votre chère fiancée que nous serons on ne peut plus heureux de vous voir après votre mariage, nous accueillons avec joie l'espérance de votre voyage en France, et jusqu'à la fin du mois de juillet nous vous attendons rue de Sorbonne. Que de choses j'aurais à vous dire, ne pouvant tout vous écrire ! Qu'au moins je vous fasse part qu'on nous a annoncé la venue de Charles ou Charlotte Picard, pour le mois de mars. Avec la nouvelle assurance de mon affection la plus dévouée.

Ch. Hermite

Les inquiétudes politiques vont croissant, quelle impression avez vous de notre pauvre pays ?

LII

Paris 29 septembre 1881

Mon cher Ami,

Je désire extrêmement et j'espère que vous pourrez faire la rectification si nécessaire que je vous envoie, et qu'en même temps j'envoie à Berlin<sup>165</sup>. Elle vous montre mon cher Ami combien je deviens distrait, et à quel point il me devient nécessaire de prendre bien mon temps, quand je dois faire quelque chose. Mais vous voyez aussi et vous conviendrez que, dans ces nouveaux domaines de l'Analyse où nous pénétrons, on marche vraiment sur des charbons ardents. Signaler comme fait d'observation une singularité, c'est bien facile, mais non inutile, et en ce qui concerne les fonctions elliptiques, par exemple, j'aurais au moins évité à d'autres



le piège où j'ai été pris.

Voici une petite question que je me permets de vous indiquer comme exercice pour vos élèves de l'université : "On propose en partant de l'équation :

$$\log \Gamma(z) = (z - \frac{1}{2}) \log z - z + \log \sqrt{2} \pi + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 \frac{e^t (z-t) - z-t}{(1-e^t)t^2} e^{tz} dt$$

d'établir la relation fondamentale :

$$\log \Gamma(z+1) = \log \Gamma(z) + \log z ."$$

En vous renouvelant ma prière de me tenir au courant de votre enseignement, et aussi de me dire quelle impression vous produit la situation présente des choses en France, qu'autour de moi j'entends dire si alarmante, veuillez mon cher Ami me croire toujours votre bien affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Nous avons en ce moment à la maison mon gendre Forestier qui est ingénieur en chef des Ponts et chaussées à Poitiers, il nous a appris qu'une dénonciation avait été envoyée contre lui, par un député du département, au ministre des travaux publics, parce que tous les chevaux employés sur un certain chantier étaient blancs ! l'ingénieur était donc royaliste !!

LIII

Paris 11 octobre 1881

Mon cher Ami,

J'ai comme vous en ce moment tous les ennuis et toutes les gênes d'un emménagement. Sans quitter la rue de Sorbonne et en restant toujours dans la même maison, nous descendons du troisième au premier étage, et l'opération qui s'est accomplie pendant la journée d'hier est loin d'être terminée en ce qui me concerne. Mes livres sont entassés dans un pêle-mêle que je serai longtemps à débrouiller, aussi je viens vous prier d'avoir la bonté de m'envoyer un second exemplaire de votre article, dont je puisse immédiatement disposer pour Mr Darboux sans avoir à attendre le rangement de ma bibliothèque. Très prochainement je dois le voir, et je ne doute point qu'il ne fasse le meilleur accueil à ma demande, Mr Houël, son collaborateur pour le *Bulletin*, pouvant se charger de la traduction du suédois en français<sup>166</sup>.

Il y a quelques jours, en revenant de Lorraine où j'ai été appelé pour assister au service de mon neveu Louis Henning dont le cercueil a été ramené de Bizerte

à Nancy, j'ai trouvé une carte postale de Mr Kronecker. Il me donnait l'avis que l'épreuve de ma dernière lettre destinée à son *Journal* [*für die reine und angewandte Mathematik*] lui était parvenue non à Berlin, où je l'avais adressée, mais à Genève, où il a passé quelques jours avec Madame Kronecker, en se rendant à Nice. C'est donc de Genève qu'elle a été expédiée à Mr Lampe après quelques jours de retard, mais l'essentiel est que mon addition relative aux fonctions elliptiques, envisagées par rapport à la variable  $\omega$ , est correcte et conforme à la rédaction que vous avez reçue en remplacement de celle que j'avais d'abord écrite sur l'épreuve imprimée, à la suite du texte.

Quelle chose singulière n'est-ce pas, que les développements, sous forme de séries simples, de

$$\frac{2kK}{\pi} \operatorname{sn} \frac{2K\xi}{\pi}$$

et

$$\frac{2kK}{\pi} \operatorname{cn} \frac{2K\xi}{\pi}$$

donnent de deux manières différentes l'extension à tout le plan, par rapport à  $q$  ou  $\omega$ <sup>167</sup>, de la même quantité  $\frac{2kK}{\pi}$  ! L'énorme erreur que j'ai commise me fait maintenant envisager avec terreur, comme des êtres dangereux et malfaisants, les fonctions qui ont une ligne de discontinuité<sup>168</sup> ! Aussi je me sens heureux de quitter le champ de ces recherches si périlleuses, où l'on avance sur les charbons ardents, pour m'occuper du pendule, en suivant une voie plus commode et plus sûre.

J'ai eu le plaisir de voir à Paris Mr Gylden et de m'entretenir avec lui d'Analyse, et même de politique. Il m'a appris la déplorable chute de Mr le Comte Henning-Hamilton, disparu à la suite de faux, et privé de tous ses titres et décorations. Je pensais le revoir encore avant son départ de Paris, mais j'ai dû, sur une dépêche télégraphique, aller subitement à Nancy pour assister, avec ma famille désolée, aux obsèques de mon neveu le capitaine Henning, à qui on a rendu les honneurs, qui ont ajouté s'il est possible à nos regrets et à notre chagrin de sa perte. On croit dans ma famille, que la main de l'Allemagne est dans cette désastreuse expédition de Tunisie, qui peut avoir en France des conséquences politiques déplorables.

Adieu mon cher Ami, croyez moi toujours votre bien sincèrement et affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Paris 21 octobre 1881

Mon cher Ami,

Je vous accuse réception de l'exemplaire de votre article *Några funktionsteoretiska undersökningar* que vous m'avez envoyé<sup>169</sup>, en vous faisant savoir en même temps que Mr Darboux a accueilli avec empressement ma proposition de le publier dans son *Bulletin*, et que l'épreuve de la traduction française, qu'il se propose de demander à Mr Houël, vous sera adressée afin que [[ vous ]] puissiez la revoir. Notre situation intérieure, j'ai le regret de vous le redire en l'affirmant, est d'une extrême gravité, le témoignage m'en est donné de toute part. Il y a des principes dont le caractère funeste ne se révèle que par l'expérience, et alors il est trop tard pour y renoncer, le mal se poursuit fatalement et peut amener une grande nation à sa ruine. Un de ces principes est la liberté de la presse, devenue, en France, la liberté du mal, sous sa forme la plus pernicieuse et la plus honteuse. La plus pernicieuse en proclamant que le pouvoir appartient au peuple, à ceux qui ne peuvent l'exercer que pour satisfaire leurs passions, et la plus honteuse en attirant les lecteurs par des romans en feuilletons qui s'adressent aux sens mauvais. La presse à un sou pénètre depuis plusieurs années jusque dans les plus petits hameaux, y portant la haine de toute religion, la haine contre toutes les supériorités, et exaltant les monstres de la première révolution, comme Danton à qui on va élever une statue ! Le suffrage universel, que la France doit à la révolution de 1848, et en particulier à Arago, Mr Jules Ferry lui en a fait le triste honneur, est à bref délai la ruine et la mort de notre pays, à moins d'un miracle de la providence. Nous touchons au désordre matériel, quant au désordre moral, il est impossible à nier. Tout est atteint ; l'armée est désorganisée, la magistrature menacée, le clergé persécuté, l'instruction publique livrée aux plus étranges expérimentations. Je n'exagère point mon cher Ami, mon ami Mr Bouquet, et je crois presque tous nos confrères de l'Académie et nos collègues de la Sorbonne, vous en diront autant. Mais je quitte ce triste sujet, et je reprends, pour mieux m'expliquer, ma thèse sur l'enseignement. Jamais, bien entendu, je n'enseignerai l'erreur<sup>170</sup>, en donnant comme juste et exact, ce qui est faux. Mais la marche historique étant incontestablement conforme à la nature de notre esprit, nous fournit, je le crois, des indications dont il faut profiter. Je m'explique. Après avoir donné par exemple les règles pour obtenir les dérivées des fonctions élémentaires, je dirais que la question s'est posée d'établir l'existence de la dérivée, comme conséquence de la continuité. Je dirais que cette question est capitale pour l'Analyse et les applications du calcul, comme la

Mécanique, et qu'à tort Ampère<sup>171</sup>, et à sa suite la plupart des auteurs jusqu'à Mr Serret<sup>172</sup>, ont cru avoir démontré l'existence de la dérivée de toutes les fonctions continues. J'annoncerai ensuite, en remettant d'y revenir plus tard, les découvertes de Schwarz<sup>173</sup> et de Mr Weierstrass. Vous avez j'en suis sûr ce tact qui vous avertit qu'un théorème, ou toute une théorie, entreront facilement dans l'esprit des commençants, et seront accueillis avec plaisir, tandis que d'autres choses ne seront point bien reçues. Sans rien concéder à l'erreur, j'accorderai à ces dispositions d'esprit de me borner à énoncer, avec quelques explications, ce que je saurais être pénible, en m'attachant de préférence à ce qui plaît. Je provoquerai ainsi des efforts d'attention et de travail, en faisant aimer la science. Vous connaissez le mot de Bacon : le principe du savoir est dans l'admiration ; il est vrai pour toute science, et surtout pour les mathématiques. Je fais donc dans les leçons des solutions de continuité, que je ne dissimule point, que j'accuse explicitement au contraire, pour n'y mettre que ce qui me plaît à moi<sup>174</sup>, comme importance et en même temps comme simplicité et élégance. Exemple, je supprime à la Sorbonne, comme à l'Ecole Polytechnique, la démonstration rigoureuse de la formule des quadratures des surfaces courbes<sup>175</sup> :

$$S = \iint \sqrt{1+p^2+q^2} \, dx \, dy ,$$

mais en disant que mon procédé, tout simple, est insuffisant.

A bientôt une autre lettre, où je vous donnerai un exercice pour vos élèves, et en attendant croyez moi toujours votre bien affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

LV

Paris 2 novembre 1881

Mon cher Ami,

Je crains d'être obligé bientôt de m'absenter de Paris pour aller en Lorraine auprès d'un de mes parents malade, et je veux avant de partir m'acquitter de la promesse que je vous ai faite en vous envoyant, pour vos élèves, un exercice elliptique<sup>176</sup>.

Vous aurez appris, mon cher Ami, la mort de Mr Heine<sup>177</sup> qui a succombé après de longues souffrances causées par un anévrisme ; je le regrette bien vivement. C'était un excellent homme en même temps qu'un géomètre du plus grand talent, et sa mort me cause un véritable chagrin.

En espérant avoir bientôt des nouvelles de vos leçons, et vous envoyant tous mes vœux pour le succès de votre enseignement, je vous renouvelle l'expression de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

LVI

Paris 15 novembre 1881<sup>178</sup>

Mon cher Ami,

Je m'empresse de vous envoyer l'épreuve corrigée de ma dernière lettre, dont vous pourriez peut-être faire parvenir un exemplaire à Mr Lampe à Berlin. C'est en revenant de Lorraine où j'ai passé et bien tristement la semaine dernière que j'ai trouvé votre envoi, et je m'en suis immédiatement occupé. D'Analyse, comme vous pensez, je n'ai rien pu faire, aussi je me borne à vous indiquer une manière qui me semble préférable d'écrire le résultat concernant les fonctions doublement périodiques, unipolaires, dont il a été question dans ma précédente lettre<sup>179</sup>.

Donnez-moi bientôt de vos nouvelles que je recevrai avec grand plaisir ; Mr Kronecker, dont nous avons eu la visite, m'a parlé de vous comme j'en pense, et Madame Kronecker comme aurait parlé Madame Hermite. Recevez en attendant mon cher Ami la nouvelle assurance de ma plus sincère affection.

Ch. Hermite

LVII

Paris 18 novembre 1881

Mon cher Ami,

Le malheur vient nous frapper tour à tour ; j'ai été le premier bien douloureusement atteint, et je suis menacé de l'être encore prochainement, mais vous l'êtes dans ce que vous avez de plus cher au monde<sup>180</sup>, et après le bonheur que vous aviez laissé à Helsingfors, vous allez y retrouver le deuil et un inconsolable chagrin. C'est que le malheur mon pauvre ami est partout autour de nous ; un passage de *L'Imitation* [[ de Jésus-Christ ]], qui me revient à l'esprit, le dit avec force mais sans exagérer : *Quia tota ista vita mortalis plena est miseriis et circumsignata crucibus*<sup>181</sup>. Mon beau-frère Mr Bertrand a une fille charmante, mariée depuis

plusieurs années à un médecin distingué Mr Bottentuit ; elle vient après sept mois de grossesse d'accoucher d'un enfant mort né ! Une autre de ses filles, je puis vous le dire, car lui même l'a dit à Mr et Madame Kronecker, plaide en séparation. Il y a de ces destinées longtemps heureuses et qui surprennent par un bonheur extraordinaire, puis tout à coup le malheur survient et s'acharne après ceux que ne l'avaient jamais connu. C'est environné de ces tristesses de famille que j'essaye de travailler un peu mais sans guère y réussir.

Votre dernière lettre me donne et me donnera longtemps à réfléchir, avant que je me sois bien rendu compte de la conception profonde et si abstraite de Mr Weierstrass, pour l'extension à de nouvelles imaginaires des opérations du calcul. Elle ne m'était pas absolument inconnue, Mr Stephanos<sup>182</sup> m'en avait entretenu l'année dernière, mais j'avais eu beaucoup de peine à en saisir quelque chose, tandis que votre exposé me permet véritablement d'étudier la théorie du grand géomètre. En vous remerciant bien sincèrement de la communication que vous m'en avez faite, et en attendant que j'y revienne, permettez moi, puisque vous me demandez avec trop de bienveillance de publier ce que je vous ai dernièrement écrit, d'y ajouter un dernier mot<sup>183</sup>.

Adieu mon cher Ami et à une autre fois l'art pédagogique ; de la politique je vous dirai que je persiste dans mon opinion profondément attristée et découragée. Gambetta est un tribun d'une grande puissance, mais devenu chef d'état il se perdra et nous perdra. De longues années d'études sont nécessaires pour connaître les questions difficiles et complexes de la politique étrangère, où et quand a-t-il travaillé ? Avec des connaissances incomplètes, superficielles, et l'esprit absolu d'un sectaire, il fera les fautes les plus graves. Paul Bert<sup>184</sup>, un autre sectaire, et le seul homme de valeur du ministère, est tout aussi incomplet, il décidera et tranchera sans connaître suffisamment les questions. Tous deux sont le fruit de la révolution ; bientôt vous en jugerez, mais dès à présent je vous dis qu'on est effrayé. Votre tout dévoué.

Ch. Hermite<sup>185</sup>

#### LVIII

Paris 24 décembre 1881

Mon cher Ami,

Je m'empresse de vous accuser réception et de vous remercier des 50 exemplaires de ma lettre que j'ai reçus hier ; je vous envoie aussi l'épreuve corrigée de

l'autre lettre, en vous priant de vouloir bien m'en faire tirer à part le même nombre d'exemplaires<sup>186</sup>. Vous me ferez le plus grand plaisir en me donnant l'idée des nouvelles recherches de Mr Cantor, et quant à ce que vous m'annoncez sur les fonctions uniformes possédant une infinité de points essentiels vous ne pouvez vous imaginer à quel point Emile Picard et moi nous sommes impatients de le connaître<sup>187</sup>. Nous nous sommes demandés si vous considériez des produits ou des sommes, c'est-à-dire généralisiez la conception analytique des facteurs primaires, ce qu'a déjà fait Picard en mettant dans l'exponentielle, au lieu du polynôme

$$\frac{x}{a} + \frac{x^2}{2a^2} + \dots + \frac{x^v}{va^v} ,$$

une expression entière en  $\frac{1}{x-a}$ , ou bien si vous rendiez convergente la somme

$$\sum G\left(\frac{1}{x-a}\right)^{188} ,$$

supposée contenir un nombre infini de termes, par quelque combinaison singulière et imprévue que nous ne soupçonnons pas. Je vous exprime donc le vif désir, pour le moment où j'en poserai la théorie des fonctions à la Sorbonne, de posséder votre secret, pour le donner aux élèves. Je suis surpris de leur inérêt pour ces questions, qu'ils comprennent et saisissent à merveille, non seulement à l'Ecole Normale, mais aussi à l'Ecole Polytechnique, où cependant pour le plus grand nombre ils se contentent de travailler juste assez pour n'être point "fruits secs". C'est ce dont j'ai pu me convaincre par moi-même, en faisant quelques leçons à la place de Mr Bertrand, qui a eu besoin, pour les circonstances dont je vous ai dit un mot, de s'absenter de Paris. Ces leçons m'ont donné l'occasion de mettre en pratique, et de soumettre à l'épreuve de l'expérience, les vues pédagogiques qui sont entre nous deux en discussion. Ainsi j'ai le devoir, dont je m'acquitte avec empressement, de vous donner le moyen de juger comment j'applique mes principes, en vous envoyant la rédaction de mes leçons faite par le sergent major de la division<sup>189</sup>. J'ai donc butiné comme une guêpe, sur les fleurs les plus belles dans le champ de l'Analyse, j'ai tâché de produire un miel agréable et facilement assimilable, en évitant d'y faire entrer certains éléments qui auraient rendu la digestion difficile et pénible. En attendant que vous m'en disiez votre avis, je vous apprendrai que le nom de Mr Weierstrass et le vôtre ont été répétés de bouche en bouche dans toute l'Ecole, où vous êtes maintenant aussi connu qu'à la Sorbonne. C'est par Léon Bertrand qui était encore élève il y a deux ans, et qui y a des camarades, que j'ai eu l'écho de ce que les jeunes gens ont jaser et cancané entre eux, après avoir entendu des leçons faites sous un autre point de vue que celles de Mr Bertrand, son père.

Mr Darboux m'a appris il y a quelques jours que Mr Houël est occupé de

traduire du suédois en français, pour être publié dans le *Bulletin*, votre article où il est question des espaces lacunaires et de Poincaré.

Nous avons tous le plus grand plaisir d'espérer vous voir à Paris l'été prochain, et Madame Hermite me charge de vous exprimer son vif désir que vous vouliez bien prendre l'engagement de nous donner le premier jour dont vous pourrez disposer, pour venir dîner à la maison en famille. Veuillez mon cher Ami offrir à votre fiancée les hommages de Madame Hermite et de Madame Picard, et les vœux que nous formons tous pour votre bonheur. Nous y joignons nos souhaits de bonne année, ne doutant pas qu'ils ne soient complètement exaucés par la Providence, et dans l'espérance de vos prochaines nouvelles je reste, avec la plus entière et la plus cordiale affection, votre tout dévoué.

Ch. Hermite

LIX

Paris 28 décembre 1881

Mon cher Ami,

Les feuilles lithographiées de mes leçons contiennent plusieurs inadvertances qui peuvent à juste titre m'attirer vos reproches ; je vous signalerai principalement cette erreur que la différence

$$\frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{x-a}$$

est nulle pour  $x=a$ <sup>190</sup>. Il fallait évidemment dire est *finie*, ce qui suffit pour la démonstration du théorème.

Ce n'est pas cependant de cela que j'ai à vous parler ; vous ne pouvez vous figurer combien Emile Picard et moi, mais lui plus peut-être encore que moi, nous sommes préoccupés des recherches sur les fonctions ayant un nombre infini de points essentiels que vous nous annoncez. Tout dernièrement j'ai eu affaire avec une telle fonction, et vous la connaissez aussi bien que moi. C'est l'élément simple des fonctions de seconde espèce, pris sous la forme suivante :

$$F(x) = \frac{H'(0)H(x+\omega)}{\Theta(x)\Theta(\omega)} e^{[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}]x}.$$

Vous verrez immédiatement, en l'envisageant comme fonction de  $\omega$ , qu'il change seulement de signe, ou se reproduit exactement, si l'on change  $\omega$  en  $\omega+2K$ ,



et  $\omega + 2ik'$ , et nous nous demandons si vous nous en donnerez une expression nouvelle sous forme de produit ou de somme.

Mais c'est d'une toute autre chose qu'il s'agit, mon cher Ami, et de ce que j'ai à vous apprendre vous ferez certainement part à votre chère fiancée et à Mr son père. La Section de Géométrie de l'Académie des Sciences, qui publie comme vous le savez une édition des *Oeuvres complètes* de Cauchy, a décidé, il y a quelques jours, qu'un exemplaire de ce grand ouvrage vous serait offert en témoignage de ses sentiments d'estime pour vos premiers travaux. Deux autres Suédois seulement ont eu le même honneur, Mr Gylden, comme géomètre éminent et correspondant de la Section d'Astronomie, et Mr Malmsten, à cause de l'estime universelle qui l'entoure. Vous recevrez bientôt à Stockholm le premier volume, contenant le mémoire couronné sur la théorie des ondes, et le mémoire de 1814 sur les intégrales définies, ainsi que la notification officielle qui vous sera adressée au nom de l'Académie des Sciences, par le Secrétaire perpétuel Mr Bertrand. Un exemplaire des *Oeuvres complètes* de Cauchy sera également offert à la Société des Sciences de Helsingfors, ainsi qu'à l'Académie des Sciences de Stockholm et à la Société Royale des Sciences d'Uppsala. L'autorisation m'a été donnée de vous l'annoncer d'avance, et je me suis donné la satisfaction de faire part à Mr Gylden et à Mr Malmsten de l'honneur que vous avez en partage avec eux.

Encore une fois, mon cher Ami, mes vives félicitations et la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

LX

Paris 3 janvier 1882

Mon cher Ami,

Vos cartes pour MM. Appell, Poincaré, Picard me sont parvenues et leur seront immédiatement envoyées, mais celle que vous m'adressez m'inquiète parce qu'il me semble que mes deux dernières lettres, dont la première en date contenait une épreuve corrigée, et vous accusait réception des 50 exemplaires envoyés d'Helsingfors, ne semblent point vous être parvenues. Soyez donc assez bon pour m'écrire à ce sujet et me dire si vous avez reçu à Helsingfors un exemplaire lithographié de trois leçons que j'ai faites à l'Ecole Polytechnique et que j'ai aussi envoyées à Mr Gyl-den. S'il avait été perdu à la poste, je vous enverrais un autre à Stockholm.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

LXI

Paris 20 janvier 1882

Mon cher Ami,

Mr M<sup>\*191</sup> est présenté aujourd'hui à la Société Mathématique, par Mr Laguerre et par moi ; l'élection aura lieu dans la prochaine séance, c'est-à-dire dans un mois. Je vous remercie de l'envoi des 50 exemplaires de ma dernière lettre, qui me sont parvenus hier ; Emile Picard me charge pour vous de ses compliments, et tous deux nous attendons, lorsque vous serez remis de la traversée, de connaître vos recherches qui nous intéressent au plus haut degré. La thèse de Mr Goursat<sup>192</sup> que je vous envoie mérite toute votre attention, c'est une des plus remarquables de ces dernières années. Nous sommes bien inquiets des événements.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

Mes amitiés à Mr Gyl-den, dont je suis sans nouvelles depuis quelque temps.

LXII

Paris 4 février 1882

Mon cher Ami,

Je reçois à l'instant votre lettre du 30 janvier ; je vous remercie sincèrement de la peine que vous avez prise de m'écrire étant encore souffrant, et je vous félicite vivement de votre beau théorème que vous démontrez avec tant de facilité, en suivant la méthode de Weierstrass. Lundi prochain a lieu la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences, je devrai donc attendre la séance suivante pour donner communication de votre lettre et la publier dans les *Comptes Rendus*<sup>193</sup>. Vous me ferez le plus grand plaisir de m'envoyer, pour être également insérée dans les *Comptes Rendus*, la suite de vos recherches ; rappelez vous que le règlement limite chaque communication à trois pages d'impression. Je vous écrirai plus longuement quand j'aurai réfléchi à votre méthode, et après l'avoir communiquée à Mr Picard qu'elle intéressera extrêmement.

Votre affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

J'écris à Mr Darboux pour les 200 exemplaires<sup>194</sup>.

LXIII

Paris 11 février 1882

Mon cher Ami,

Pendant que vous vous êtes occupé des théories générales de l'Analyse, je rédige péniblement de minutieux détails de calcul algébrique, pour la détermination de  $\lambda$  et  $\omega$ , dans le cas de  $n = 3$ , comme vous le verrez dans le numéro des *Comptes Rendus* qui contiendra votre lettre<sup>195</sup>. Mr Picard est tout aussi content que moi de l'extension que vous avez donnée à votre premier théorème, et je vous envoie, avec ses compliments, l'expression de son désir, qui est en même temps le mien, de posséder la suite que vous annoncez à vos recherches. Mais j'ajourne quelques remarques que j'avais pensé vous envoyer, attendu qu'il m'est nécessaire d'y réfléchir encore. J'ai quelque lieu de croire que les nombres désignés par  $m_v$ , dans votre formule :

$$F_v(x) = G_v(x) - \sum_{\mu=0}^{m_v} A_{\mu}^{(v)} x^{\mu} \quad ^{196},$$

peuvent tous être pris égaux à  $m$  lorsque le quotient

$$\frac{f(x)}{x^m}$$

est nul pour  $x$  infini.

Mais je vous répète, il faut que j'y pense encore, et pour cela que j'en aie fini avec cette interminable équation de Lamé, qui me prend tout mon temps.

Mr Laguerre m'a informé de l'élection de Mr Malmsten à la Société mathématique, et dans le cas où le diplôme ne lui serait pas encore parvenu, vous pouvez lui apprendre que c'est chose faite. J'ai reçu aussi de Mr Darboux une lettre où il me dit : Je n'oublierai point votre recommandation au sujet du tirage à part ; je tiens trop pour la négliger à ce que vous soyez satisfait, ainsi que Mr Mittag-Leffler, etc.

Votre dernière carte postale m'est bien parvenue, et je ferai la suppression demandée<sup>197</sup>. Vous pouvez compter que je corrigerai l'épreuve d'imprimerie avec tout le soin possible, comme pour ce que je publie moi-même.

Parlez moi mon cher Ami de vos leçons, je me ferais un plaisir d'y contribuer si vous le voulez, au moins en vous disant ce que à votre place j'enseignerais à vos élèves, ou en vous indiquant des questions et des exercices à leur proposer.

Dans l'espérance d'avoir bientôt une nouvelle lettre d'Analyse, je renouvelle l'assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

LXIV

Paris 14 février 1882

Mon cher Ami,

Votre lettre a été communiquée à l'Académie dans la séance d'hier et paraîtra dans les *Comptes Rendus* ; j'ai également prévenu Mr Gauthier-Villars que vous désiriez un tirage à part de 200 exemplaires.

Vous m'avez extrêmement intéressé en m'annonçant que vous pouvez dans un grand nombre de cas obtenir les fractions  $G(x)$ , en les déduisant de la fonction proposée

$f(x)$  , mais, dans cette voie de belles et profondes recherches, je ne puis qu'étudier vos méthodes et non vous suivre, étant retenu et rivé inexorablement à l'équation de Lamé. Aussi je n'ai rien à vous communiquer que la remarque extrêmement simple que voici en quelques mots.

Considérons l'intégrale :

$$J = \int_{(R)} \frac{f(z)}{z-x} dz ,$$

où le contour d'intégration est une circonférence de rayon  $R$  , ayant son centre à l'origine et comprenant à son intérieur le point  $x$  . Vous savez qu'en nommant  $a, b, etc.$  les pôles et les points essentiels de la fonction  $f(z)$  , qui sont également contenus dans la circonférence, on a la relation suivante, où toutes les fonctions  $g(x)$  sont holomorphes, à savoir :

$$f(x) - \sum g\left(\frac{1}{x-a}\right) = \frac{1}{2i\pi} J ,$$

d'où par conséquent

$$f(x) = \sum g\left(\frac{1}{x-a}\right) + \frac{1}{2i\pi} J .$$

Cela étant, si la fonction  $f(z)$  s'annule pour  $z$  infini, l'intégrale  $J$  aura pour limite zéro en faisant croître au [[ -delà ]] de toute limite le rayon de la circonférence, et nous obtenons cette expression :

$$f(x) = \sum g\left(\frac{1}{x-a}\right) ,$$

le second membre étant une série dont les divers termes se rapportent à tous les points singuliers, en nombre fini ou infini, de la fonction.

Cela posé, j'observe que dans le cas où la condition supposée n'étant pas remplie, le quotient

$$\frac{f(z)}{z^v} ,$$

$v$  désignant un nombre entier, est nul pour  $z$  infini, on peut appliquer à ce quotient la formule qui vient d'être obtenue, et voici à quelle conclusion elle conduit.

Soit pour un moment :

$$F(z) = \frac{f(z)}{z^v} ;$$

aux pôles ou points essentiels  $a, b, etc.$  de  $f(z)$  , nous joindrons le pôle  $z=0$  , ce qui donnera l'expression suivante :

$$F(x) = \frac{c}{x} + \frac{c_1}{x^2} + \dots + \frac{c_{v-1}}{x^v} + \Sigma G\left(\frac{1}{x-a}\right),$$

où les nouvelles fonctions  $G(x)$  sont holomorphes comme  $g(x)$ . On en conclut d'abord :

$$f(x) = cx^{v-1} + c_1x^{v-2} + \dots + c_{v-1} + \Sigma x^v G\left(\frac{1}{x-a}\right),$$

et vous voyez ensuite que le produit

$$x^v G\left(\frac{1}{x-a}\right),$$

étant mis sous la forme :

$$(x-a+a)^v \Sigma G\left(\frac{1}{x-a}\right),$$

donne, conformément à votre théorème, l'expression :

$$E(x) + g\left(\frac{1}{x-a}\right),$$

où  $E(x)$  est un polynôme entier de degré  $v-1$ , et  $g(x)$  une nouvelle fonction holomorphe.

J'applique maintenant cette remarque aux deux fonctions

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a)}{\Gamma(x+a)}, \quad \frac{\Gamma(x) \Gamma(a-x)}{\Gamma(a)},$$

en me proposant, sous le point de vue présent, de retrouver les résultats qui vous ont été communiqués dans ma lettre de septembre 1881 [[ [8], 92-103 ]]. Je devrais pour cela chercher ce qu'elles deviennent lorsque la variable croît indéfiniment, et dans ce but je suppose que  $x$  soit un entier  $n$ . Or la première donnant dans ce cas la quantité :

$$\frac{1}{a(1 + \frac{a}{1})(1 + \frac{a}{2}) \dots (1 + \frac{a}{n-1})},$$

et la seconde celle-ci :

$$\frac{(-1)^n}{n(1 - \frac{a}{1})(1 - \frac{a}{2}) \dots (1 - \frac{a}{n})},$$

je ferai d'abord :

$$\varphi(a) = a[(1 + \frac{a}{1})e^{-a}][(1 + \frac{a}{2})e^{-\frac{a}{2}}][(1 + \frac{a}{n-1})e^{-\frac{a}{n-1}}].$$

Vous voyez que,  $\varphi(a)$  étant fini lorsque  $n$  croît au-delà de toute limite, on a

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(a)}{\Gamma(n+a)} = \frac{e^{-a(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n-1})}}{\varphi(a)},$$

de sorte qu'il suffit de considérer l'exponentielle du numérateur. Or l'expression si connue, où  $C$  est la constante d'Euler :

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n-1} = \log n + C - \frac{1}{2n} + \dots$$

nous donne sur le champs :

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(a)}{\Gamma(n+a)} = n^{-a} \frac{e^{-aC + \frac{a}{2n} - \dots}}{\varphi(a)}.$$

Il en résulte que la fonction

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a)}{\Gamma(a+x)}$$

s'annule pour  $x$  infini, lorsque la constante  $a$  est positive, et qu'en faisant  $a = -v + \alpha$ , où  $v$  est entier et  $\alpha$  positif, il en sera de même du quotient :

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a)}{x^v \Gamma(x+a)}.$$

En considérant ensuite l'expression :

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a)}{\Gamma(x+a)},$$

je ferai semblablement :

$$\Psi(a) = \left[ \left(1 - \frac{a}{1}\right) e^{\frac{a}{1}} \right] \left[ \left(1 - \frac{a}{2}\right) e^{\frac{a}{2}} \right] \dots \left[ \left(1 - \frac{a}{n}\right) e^{\frac{a}{n}} \right],$$

ce qui donnera :

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(a)}{\Gamma(n+a)} = \frac{(-1)^n e^{a(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n})}}{n \Psi(a)},$$

et en procédant comme tout à l'heure :

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(a)}{\Gamma(n+a)} = n^{a-1} \frac{(-1)^n e^{aC + \frac{a}{2n} + \dots}}{\Psi(a)}.$$

De là résulte immédiatement,  $\Psi(a)$  étant fini, lorsque  $n$  croît indéfiniment, que la fonction

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a)}{\Gamma(x+a)}$$

est nulle pour une valeur infinie de la variable, si la constante  $a$  est négative, ou encore lorsqu'elle est positive mais inférieure à l'unité.

Enfin, et en faisant  $a = v + \alpha$ , où  $v$  est entier et  $\alpha < 1$ , vous voyez que le quotient

$$\frac{\Gamma(x) \Gamma(a-x)}{x^v \Gamma(a)}$$

[[ s'annule pour  $x$  infini ]]. Nous retrouvons donc exactement les conclusions obtenues par une voie toute différente, et ce me semble d'une manière plus facile, pour représenter ces deux fonctions sous la forme analytique que donne votre théorème.

Que pensez vous, mon cher Ami, de l'article qu'Appell a mis dans l'avant dernier numéro des *Comptes Rendus*<sup>198</sup> ? Il me semble révéler un talent d'invention vraiment bien remarquable. En vous priant de m'excuser d'écrire si à la hâte, je vous renouvelle l'assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

Pourriez vous savoir de Mr Gylden si Mr Almquist s'arrange de l'offre de Mr Pasteur, dont j'ai fait la communication ?

LXV

Paris 17 février 1882

Mon cher Ami,

Je vous accuse réception de votre lettre qui sera communiquée à la prochaine séance de l'Académie<sup>199</sup>. Ne vous préoccupez pas que je me sois un peu rencontré avec vous ; le contact n'atteint point ce qui vous appartient en propre ; et je n'ai en vue aucune application dans le cas des points essentiels. Je me limite absolument : 1° aux fonctions telles que :

$$\frac{\Gamma(x+a) \Gamma(x+b) \dots \Gamma(x+l)}{\Gamma(x+\alpha) \Gamma(x+\beta) \dots \Gamma(x+\lambda)},$$

ou encore :

$$\Gamma(x+a) \Gamma(x+b) \dots \Gamma(x+l) \Gamma(-nx+k),$$

$n$  étant le nombre des quantités  $a, b, \dots, l$  ;



2° à la fonction

$$f(z) = \frac{H'(z)}{H(z)} ;$$

comme on a :

$$f(z+2mK+2m'iK') = f(z) - \frac{m'i\pi}{K} ,$$

j'en conclus que

$$\frac{f(z)}{z^2}$$

est nulle pour  $z$  infini, ce qui suffit pour donner l'expression de Weierstrass.

Je me réjouis de voir ce que vous obtenez en considérant l'élément simple, par rapport à la quantité  $\omega$ . Ce soir nous causerons Picard et moi de votre seconde lettre.

Votre affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Mr Malmsten a-t-il son diplôme de la Société mathématique ?

LXVI

Paris 19 février 1882

Mon cher Ami,

Je vous accuse réception et je vous remercie de votre mémoire *Om integrationen af de [[ Hermite'ska differentialeqvationen af tredje och fjärde ordningen, vid hvilka integralernas oändlighetsställan äro of ordningen elt (Helsingfors, Acta, 12(1883), 409-423)*<sup>200</sup>]] ; je le mettrai à profit pour indiquer, dans un errata, les fautes qui sont dans les *Comptes Rendus*. Un point m'embarrasse dans votre lettre : "en admettant qu'il n'y ait, dans chaque domaine fini, qu'un nombre limité de points singuliers, il est aussi nécessaire qu'il n'y aura en tout, qu'un nombre limité de ces points". Pourquoi donc "en tout"<sup>201</sup> ? Il est évident qu'il peut exister une infinité de quantités  $a_v$ , dont la différence a un module fini ; mais vous m'expliquerez cela à la première occasion. Nous aurions désiré Mr Picard et moi que dans votre lettre du 12, qui sera présentée à la séance de demain, vous eussiez déjà mentionné la condition  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{-m} f(x) = 0$  ; j'ai remplacé la notation de Weierstrass  $|x|$ <sup>202</sup> par  $\text{mod } x$ , parce qu'elle n'est pas usitée en France, mais on pourra la rétablir dans le tirage à part. Veuillez je vous prie me faire savoir s'il faut vous

en faire envoyer les épreuves.

Votre bien sincèrement et tout dévoué.

Ch. Hermite

LXVII

Paris 23 février 1882

Mon cher Ami,

Votre dernière lettre excédait beaucoup la limite réglementaire des *Comptes Rendus* ; elle m'a été envoyée avec la demande qui m'a bien embarrassé d'y faire une suppression de 22 lignes. Dans la crainte que vous regretteriez cependant qu'elle ne parut point je me suis décidé à l'arrêter à la phrase : "Vous obtenez donc la formule finale

$$F(x) = G(x) + \sum_{v=1}^n F_v(x) + \text{etc.} \text{ }^{203},$$

et ainsi il y a encore 6 lignes en plus, qu'on consentira j'espère à m'accorder. Permettez moi pour la suite de vous prier instamment, à cause de ces difficultés, d'avoir bien égard à cette limite du règlement qui est absolument de rigueur. Mais je viens surtout vous informer que je reçois à l'instant de Mr Casorati une lettre également destinée aux *Comptes Rendus*<sup>204</sup>, et qui coïncide exactement avec votre lettre précédente, dont il n'aura pas eu connaissance, mais que je vais lui mentionner<sup>205</sup>. Il était bien grand temps que vous fissiez votre publication, quinze jours plus tard le géomètre italien avait la priorité pour ce qui concerne les points essentiels en nombre infini. Pourriez-vous à l'avenir employer  $\text{mod } z$  au lieu de  $|z|$ , et  $J(n)$  au lieu de  $\lfloor n \rfloor$ <sup>206</sup> afin de vous conformer aux notations françaises ?

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

Les lettres d'envoi des *Oeuvres* de Cauchy sont à la signature de Mr Bertrand, vous ne tarderez pas à recevoir le premier volume.

LXVIII

Paris 4 mars 1882

Mon cher Ami,

Au risque de commettre une horrible indiscretion et même une odieuse trahison, je vous envoie une lettre qui m'est parvenue ce matin de Mr Casorati, parce qu'il me semble véritablement utile que vous l'ayez sous les yeux<sup>207</sup>. Comme vous je vais faire des leçons qui me prendront du temps, mon cours à la Sorbonne ayant lieu à partir du mois de mars, et je ne puis à cause de l'équation de Lamé vous promettre de vous écrire immédiatement sur les applications de votre théorème aux nouvelles combinaisons des fonctions  $\Gamma$  que j'ai eues en vue. Mais ce n'est qu'un ajournement, et au premier moment que j'aurai de libre je m'en occuperai. J'ai appris avec grande satisfaction que Mr Almquist était entré directement en rapport avec Mr Pasteur ; il est maintenant inutile que je demande à Mr Gylden de m'écrire à ce sujet, mais priez le de ma part de bien vouloir lire l'article que Mr Poincaré vient de publier dans les *Comptes Rendus*<sup>208</sup>, et qui vise la théorie des perturbations. Tout bas et en confidence, ayant grande crainte d'être entendu de Madame Hermite, je vous dirai que, de nos trois [[ Appell, son neveu par alliance, Picard, son beau-fils, et Poincaré ]] étoiles mathématiques, Poincaré me semble la plus brillante<sup>209</sup>. Et puis c'est un charmant jeune homme, qui est Lorrain comme moi, et qui connaît parfaitement ma famille. Mais ne doutez point que je n'aime bien Appell, qui m'a chargé de vous offrir sa photographie, en m'exprimant son vif désir de faire votre connaissance, lorsque vous viendrez à Paris. Madame Mittag trouvera pour lui souhaiter la bienvenue, en venant rue de Sorbonne, Madame Appell avec Madame Picard et Madame Hermite.

J'espère que vous avez reçu les épreuves de la traduction de Mr Houël ; j'écris à Mr Gauthier-Villars de vous envoyer aussi, s'il est possible, les épreuves à corriger de vos articles des *Comptes Rendus*.

A bientôt, mon cher Ami, une lettre moins précipitée ; recevez en attendant la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

Avez-vous reçu Cauchy ?

LXIX

Paris 6 mars 1882

Mon cher Ami,

En l'absence de Mr Gauthier-Villars qui n'a pas été à Paris la semaine dernière, je me suis adressé au Directeur de l'imprimerie Mr Montreuil, pour lui demander de vous envoyer les épreuves de vos articles, mais j'ai le regret de vous

apprendre que, afin de pouvoir disposer des caractères pour les *Comptes Rendus*, le tirage à part a été fait immédiatement. Que cela ne vous décourage pas d'envoyer la suite de vos recherches qui m'intéressent vivement ainsi qu'Appell et Picard.

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

LXX

Paris 20 mars 1882

Mon cher Ami,

J'ai été obligé la semaine dernière de garder la chambre, je n'ai pu commencer à sortir que la veille de ma première leçon qu'il m'a fallu faire samedi, et qui s'est quelque peu ressentie de mon état. La première partie de votre lettre, comme je n'ai pas pu assister à la séance de l'Académie, a été présentée par Mr Bouquet, et a paru dans les *Comptes Rendus*<sup>210</sup>. J'ai demandé qu'on vous fasse parvenir à Stockholm les épreuves du tirage à part, afin que vous puissiez les revoir, mais j'espère que vous n'y trouverez plus de fautes comme dans les précédents articles. Aujourd'hui je donnerai la seconde partie qui contient les belles formules découvertes par Mr Gylden pour l'expression de  $\pi \cotg \pi x$ <sup>211</sup>. Je l'ai communiquée à Mr Poincaré qui en a pris connaissance avec le plus grand intérêt.

Mais quelque prix que vous mettiez comme je le pense à son opinion, vous éprouverez encore plus de satisfaction et de plaisir en lisant dans les *Comptes Rendus*, qui contiennent votre lettre, l'article de Mr Appell intitulé : *Sur les fonctions uniformes d'un point analytique*  $(x, y)$ <sup>212</sup>. Vous verrez que chez nous la semence de vos idées n'est point tombée sur une terre aride et stérile, et qu'elles donnent une moisson abondante. Votre photographie a été remise par Madame Hermite aux mains de Madame Appell, qui a dit être enchantée de faire votre connaissance, et vous attend avec autant d'impatience que son mari. Je me suis empressé aussi de faire voir à Madame Hermite le numéro du journal illustré de Stockholm que vous avez bien voulu m'envoyer et dans lequel j'ai vu mon nom avec ceux de Mr Schering et de Mr Weierstrass, mais je suis obligé d'attendre à avoir quelqu'un qui lise le suédois, pour savoir ce qu'on y dit de l'Analyse et de vous.

Vous m'avez parlé d'une démonstration nouvelle que Mr Weierstrass a découverte pour établir, autrement qu'on ne l'a fait jusqu'à présent, l'existence des racines imaginaires pour les équations algébriques. Rien ne m'intéresserait plus que de connaître cette production nouvelle du grand géomètre, mais à cet égard je vous

dois un aveu humiliant. Un jeune Alsacien Mr Molk qui suit les cours de l'Université de Berlin, et dont Mr Tannery m'a fait faire la connaissance, a justement pensé que cette démonstration me plairait extrêmement à connaître, et, dans une longue lettre, il a essayé de m'en exposer le principe. Or cette lettre, je vous le déclare, je l'ai lue, mais sans pouvoir absolument y rien comprendre. Chaque point paraît parfaitement vrai et incontestable, mais l'enchaînement échappe, et la lecture ne me laisse que l'impression d'une obscurité impénétrable. Il faut sans doute qu'il y ait une grande différence dans la constitution de notre esprit et de l'esprit allemand, attendu que je n'ai pas été seul à réclamer un fil d'Ariane pour sortir du labyrinthe. J'ai donné à Mr Picard la lettre de Mr Molk, avec l'espérance qu'un esprit plus jeune et plus vif verrait ce qui m'échappait, mais mon attente a été trompée. Après Mr Picard, Mr Laguerre dont vous connaissez le mérite éminent comme algébriste n'a pas été plus heureux. Je viens donc mon cher Ami faire appel à votre charité, et vous demander de servir de fil conducteur entre deux pôles de nature et de noms contraires. Donnez nous les lumières que vous avez et qui nous manquent, je ne serai point seul à vous en être reconnaissant<sup>213</sup>. Dernièrement Mr Darboux me parlait en général des écrits de Mr Weierstrass, et disait qu'en les lisant il se figurait marcher dans un souterrain, avec une lampe de mineur. Il exprimait ainsi mon propre sentiment, qui ne diminue en rien mon admiration pour le génie d'invention, et la profondeur de pensée, de celui qui je vous le déclare, et à bon escient, mériter seul et unique d'être appelé le premier géomètre de notre époque. J'ai engagé Mr Poincaré à faire l'application de sa méthode au cas du mouvement elliptique ; je pense que Mr Gylden ne sera pas fâché de pouvoir ainsi en juger. Veuillez me rappeler à son bon souvenir, mon cher Ami, et en attendant une nouvelle lettre pour les *Comptes Rendus*, je vous renouvelle l'expression de mes sentiments de bien sincère affection.

Ch. Hermite

Je puis, si vous le désirez, vous donner les feuilles lithographiques de mes leçons à la Sorbonne<sup>214</sup>.

LXXI

Paris 6 avril 1882<sup>215</sup>

Mon cher Ami,

Je m'empresse de vous accuser réception de votre lettre du 3 avril et de vous informer que lundi prochain je présenterai votre note commençant par ces mots :

"Mon théorème, dans les *Comptes Rendus* pour le 13 février, peut être modifié etc."<sup>216</sup>, le lundi suivant celle qui commence par : "Supposez que mon théorème (*Comptes Rendus*, 3 avril) soit démontré dans le cas etc."<sup>217</sup>, enfin, et en dernier lieu, celle qui commence par : "Pour démontrer le théorème que j'ai énoncé [ "dans ma dernière lettre", je supprimerai ces mots [ ce qui n'a pas été fait ] ] (*Comptes Rendus*, 3 avril), j'observe d'abord etc."<sup>218</sup>. Je pense bien ainsi remplir vos intentions, et ne faire ni interversion ni erreur ; en tout cas, et comme je n'ai rien reçu de ce que Mr Casorati m'avait annoncé devoir m'envoyer, vous aurez pris assez le devant pour ne pas avoir à craindre d'être prévenu par lui. Ceci dit, je vous annonce avec grand plaisir la naissance de Mlle Picard, venue au monde chez nous ce matin même à 8<sup>h</sup>, qui est une bonne grosse fille bien portante, et qui s'appellera décidément Jeanne, de son nom habituel. La maman, qui a très peu souffert, va on ne peut mieux et nous n'avons qu'à souhaiter que tout continue d'aller aussi bien. Pendant que petite Jeanne dort dans son berceau, je vais succinctement vous répondre, et tout d'abord vous dire que je vous ai adressé à Stockholm, au moment même où vous quittez la Finlande, une thèse volumineuse de Mr Goursat<sup>219</sup>, sur la série hypergéométrique, qui est une oeuvre du plus grand mérite et qui annonce un géomètre de talent. En attendant que vous m'informiez si peut-être elle ne vous serait pas parvenue, je vous dirai que la belle note de Mr Poincaré sur les espaces lacunaires<sup>220</sup> ne lui était point connue, lorsqu'il a envoyé aux *Comptes Rendus* l'article où il trouve les mêmes choses<sup>221</sup>, et qu'il s'en est amicalement expliqué avec l'inventeur des fonctions fuchsiennes. Sur cette expression de fonctions fuchsiennes vous verrez dans les *Mathematische Annalen* une lettre extrêmement convenable de Mr Poincaré à Mr Klein, suivie d'une nouvelle sortie de ce dernier contre Mr Fuchs<sup>222</sup>, dont il semble l'adversaire acharné. Convenez qu'en France nous donnons un meilleur exemple, et qu'entre Poincaré, Appell et Picard règnent la concorde et la plus grande cordialité. A vous mon cher Ami et en secret je fais l'aveu que Poincaré me semble d'un génie supérieur, et appelé à jeter un glorieux éclat sur les mathématiques françaises. Dans un de nos entretiens il m'a fait savoir que les séries, auxquelles il parvient pour le mouvement elliptique, convergent plus ou moins rapidement, suivant le choix de la constante  $\alpha$ <sup>223</sup>, mais toujours à la manière d'une progression géométrique, ce qui me paraît de la plus haute importance. Pendant que grandissent ces trois jeunes gens si éminents tous, d'autres décroissent et chaque jour je me sens un peu diminué. Mes leçons de la Sorbonne mettent obstacle à mon travail, j'ai la conscience de les faire médiocrement, et je dois reconnaître que si elles m'amènent du désagrément, je n'ai que ce que je mérite. Le désagrément le voici. Ayant su par Biehler<sup>224</sup> que le plus grand nombre d'auditeurs ne peut me suivre, mais qu'avec un sommaire de la leçon la tâche leur serait rendue facile, ainsi qu'on l'a constaté par une longue expérience à l'Ecole Polytechnique, je me suis décidé à proposer à

Mr Bouquet, dont j'ai les élèves, et qui l'a accepté avec le plus grand empressement, de faire rédiger par le chef de section de l'Ecole Normale chacune de mes leçons<sup>225</sup> et de la faire lithographier. Il a été par suite entendu que nous ferions les frais de la publication afin de n'avoir rien à demander à l'administration, c'est-à-dire au Ministère de l'Instruction publique, jugeant que nous n'aurions à déboursier chacun que deux ou trois cents francs. Mais il s'est trouvé que les frais s'élevaient plus haut que nous le pensions, et qu'il fallait mettre environ 1200 F. Le sacrifice à faire nous a semblé trop lourd, et Bouquet, après en avoir conféré avec le secrétaire de la Faculté, a eu l'idée de lever la difficulté en traitant avec un petit libraire de la rue de Sorbonne<sup>226</sup> qui se tirera d'affaire en vendant !! sans doute 0,25 ou 0,30 c. chaque leçon à qui voudra l'acheter.

C'est peu chevaleresque, ce n'est aucunement libéral, mais voici qui l'est encore moins. Lundi dernier Mr Darboux me rencontre à l'Institut et me dit qu'il a mes deux premières leçons lithographiées ; le lendemain Emile Picard voit au Secrétariat de la Sorbonne tout un gros paquet d'exemplaires de ces leçons, qui sont maintenant dans beaucoup de mains, excepté, mon cher Ami, dans les miennes. Ni l'éditeur, ni personne n'a jugé à propos de me donner un seul exemplaire de leçons que je fais, et dont je revois la rédaction. Passons, passons vite, voici d'autres choses plus sérieuses et plus tristes. La situation est déplorable en France, à l'intérieur et à l'extérieur. Nous avons été il y a quelques semaines sur le point d'avoir la guerre avec l'Italie ; on l'a su par cette circonstance que les officiers de marine, chargés par l'Académie de l'observation du passage de Vénus, ont fait savoir qu'ils pouvaient être appelés par le Ministère de la Marine à remplir une autre mission, en recevant les commandements de bâtiments de guerre. Le danger qui peut revenir est écarté maintenant, mais nous sommes à l'intérieur dans le plus affreux gâchis. La politique se mêle à tout et salit tout. L'élection de Paul Bert a amené ce fait inouï, que plusieurs journaux, dont *Le Figaro*, ont publié les noms de ceux qui ont voté pour et de ceux qui ont voté contre le physiologiste, qui sortait d'être ministre. *Le Figaro*, mal renseigné par les reporters, m'a signalé comme m'étant abstenu ; d'autres journaux ont fait voter Mr Bertrand pour Brown-Séquard<sup>227</sup>, tandis qu'il y a tout lieu de penser qu'il a donné sa voix à Paul Bert, qui lui a donné une croix de commandeur lorsqu'il était ministre de l'Instruction publique. Mais comprend-on je vous le demande qu'un vote, qui a lieu au scrutin secret, soit livré de cette manière à la plus complète publicité. On croit connaître le nom d'un employé inférieur de l'Institut qui, moyennant salaire, aura livré au *Figaro* les noms des votants qu'il aura recueillis en écoutant les conversations. *Tout cela indique une tension excessive des esprits qui sera suivie d'une crise très prochaine.*

Veillez, mon cher Ami, me faire bientôt part de votre grand projet<sup>228</sup>, qu'il

me tarde extrêmement de connaître, recevez mes remerciements pour les exemplaires du travail de Mr Poincaré<sup>229</sup> dont je trouverai à faire bon usage et croyez moi toujours votre bien sincèrement et affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

J'espère que vous ne trouverez pas de faute d'impression dans votre lettre dont je viens de corriger les épreuves. J'ai besoin de réfléchir à loisir sur les nouveaux genres de points singuliers, que vous définissez un peu succinctement<sup>230</sup>.

Avez vous fait une réponse à la notification par les Secrétaires perpétuels du don des Œuvres de Cauchy ?

LXXII

Paris 18 avril 1882

Mon cher Ami,

Mr Appell a été toute la semaine absent de Paris et je n'ai pu encore m'entretenir avec lui de votre grand projet, mais Mr Picard me charge de vous exprimer sa plus vive sympathie pour l'entreprise et de vous donner l'assurance de son active collaboration. Pour moi je vous demande de permettre que je me joigne à Mr Malmsten en concourant pour 1000 F à la fondation, dans le domaine mathématique, de l'Union de Kalmar<sup>231</sup>. Je les tiens à votre disposition immédiate ou bien je vous les remettrai en main, quand vous viendrez avec Madame Mittag à Paris. Quant aux remarques sur les fonctions  $\Gamma$  [[ voir p.96-100 ]] que vous me demandez de publier, elles me sont complètement et absolument sorties de l'esprit, et ne me laissent que l'impression d'un aperçu insuffisant. En ce moment je commence à ressentir quelques atteintes de fatigue, et mes leçons de la Sorbonne absorbent tout ce qui me reste d'activité ; il me faut aller en vacances et changer d'air pour songer à quelque chose de mieux que ces pauvres fonctions  $\Gamma$ . Ayez donc compassion et pitié et faites moi la charité d'attendre un peu, avant que j'entre aussi en lice, dans les rangs de l'Union Scandinave. En attendant je vais vous faire une confidence dans laquelle quelque chose de tout affectueux que je me sens pour Mr Malmsten, depuis Göttingen<sup>232</sup>, m'engage, si vous le jugez convenable, à l'admettre avec vous, mais que vous sentirez parfaitement ne point devoir sortir de vous deux seuls. Vous connaissez mon cher Ami, et Mr Malmsten sait aussi, combien grande est mon admiration pour les découvertes et le génie de Mr Weierstrass ; je vous dirai aussi que par Madame Borchardt j'ai su d'une manière certaine qu'il avait parlé de moi en termes dont je dois lui être reconnaissant. De là une impression qui demeurant à l'état latent, à une



occasion dont je vais vous faire part, s'est manifestée sous forme extérieure et explicite, dans le domaine des faits réels. Mr de Freycinet, ministre des Affaires étrangères et Président du Conseil, se présente comme candidat à une place d'académicien libre, en remplacement de Mr Bussy<sup>233</sup>, et vendredi dernier il a déposé sa carte rue de Sorbonne [[ au domicile d'Hermite ]]. En la recevant l'idée m'est venue que, s'il m'avait fait l'honneur de m'entretenir, j'aurais peut-être pu trouver le moment de lui dire, que le gouvernement, après avoir donné la Légion d'honneur à Mr Helmholtz et Mr Kirchhoff, aurait pu témoigner également de son haut intérêt pour l'Analyse, en songeant au plus grand géomètre de notre temps, à Mr Weierstrass. Puis la pensée que peut-être je pourrais lui écrire a surgi; mais j'ai passé par mille incertitudes, me disant que je le ferais sourire, que je ferais une fausse démarche. Puis le reproche intérieur d'avoir peut-être laissé passer, sans en profiter, une occasion qui ne se représenterait plus, par crainte de risquer quelque chose, devenant le plus fort, j'ai pris la plume, et écrit à peu près en ces termes : Monsieur le Président, La circonstance qui m'a valu l'honneur de votre visite, m'excusera peut-être de vous parler, un moment, des intérêts d'une science à laquelle vous avez consacré l'un de vos ouvrages<sup>234</sup>. En m'entretenant avec l'auteur de la métaphysique du haut calcul, j'aurais osé faire appel à la bienveillance dont cette oeuvre est la garantie pour un analyste ; je me serais permis, Mr le Président, de vous adresser une demande et d'en soumettre respectueusement les motifs à votre haute appréciation. Dans le mouvement de la science à notre époque, les mathématiques abstraites n'ont pas marché d'un pas moins rapide que la physique et la chimie, et jamais on n'a vu, comme dans ces 30 dernières années, se succéder sans interruption les découvertes les plus belles et les plus profondes. Legendre a été pour l'honneur de la France l'un des initiateurs de ce mouvement ; il a la gloire d'avoir fondé la théorie des fonctions elliptiques, et préparé les travaux immortels d'Abel et de Jacobi. Notre Académie des Sciences a continué ce qu'a fait Legendre. Elle a proposé, pour l'un de ses concours, le perfectionnement des fonctions abéliennes, et donné le grand prix des sciences mathématiques à un élève de Jacobi, Mr Rosenhaim. Elle a nommé au nombre de ses correspondants Riemann, qu'une mort prématurée a enlevé à la science dans tout l'éclat de sa renommée, et Mr Weierstrass, tous deux les héritiers du génie d'Abel et de Jacobi. J'oserai Mr le Président, et c'est l'objet de ma lettre, appeler votre bienveillante attention sur Mr Weierstrass qui est le plus grand géomètre de notre temps, et vous demander de lui accorder la décoration de la Légion d'honneur. Je ne ferai point l'énumération des travaux du savant illustre, je me borne à dire que ses découvertes touchent tellement aux choses les plus fondamentales de la science, qu'elles sont enseignées à la Sorbonne et aux élèves de 1<sup>re</sup> division de l'Ecole Polytechnique. D'autres que moi, à l'Académie des Sciences, verraient avec bonheur une aussi haute distinction

accordée à un tel homme [ je ne me souviens pas bien au juste comment j'ai tourné ceci ], en partageant tous le sentiment qu'a exprimé Borchardt lorsqu'il a publié, dans son *Journal* de mathématiques, la correspondance de Legendre et de Jacobi<sup>235</sup>. En présentant, dit-il, au monde scientifique, cette correspondance de deux géomètres de nationalité différente, et pour lesquels l'intérêt de leur science fait disparaître toute autre considération, je ne puis me refuser à exprimer l'espérance que cet exemple ne sera pas perdu pour la génération présente. Recevez etc.

Cette lettre arrivée le matin a eu une réponse le soir même. Nous étions auprès du berceau de la petite Jeanne, qui va on ne peut mieux ainsi que sa mère, lorsqu'on est venu dire qu'un dragon à cheval avait remis deux lettres pour moi. L'une était du Président du Conseil, elle me disait que les titres de Mr Weierstrass lui étaient déjà connus etc., etc., bref qu'il allait proposer au Président de la République sa nomination dans la Légion d'honneur. L'autre du Chef du Protocole au Ministère des Affaires étrangères, m'informant par ordre de Mr de Freycinet, que le décret était préparé, et me demandant, pour constituer le dossier de Mr Weierstrass, une notice sur ses travaux, des exemplaires de ses oeuvres etc., etc.

Vous pensez, cher Ami, que je me suis empressé de porter au Ministère une lettre de remerciements, dans laquelle le candidat à l'Académie aura vu clairement que je voterai, et des deux mains, en sa faveur<sup>236</sup>.

J'ai fait part ce matin même, en quelques mots à Mr Weierstrass, des circonstances, et puis j'ai songé qu'il est si négligeant, que, peut-être, il ne me répondrait point. J'ai songé aussi que Mr Kronecker pourrait être chagrin et blessé de n'avoir point la même récompense ; bref, si cette grande affaire ne m'amène point quelque gros désagrément j'en bénirai le ciel<sup>237</sup>.

Adieu cher Ami, une autre fois je vous parlerai d'autres choses, que j'ajourne. Veuillez me rappeler au bon souvenir de Mr Malmsten, et recevez la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

Je n'ai pu encore voir Mr Bertrand, et apprendre s'il a reçu votre lettre ; dans quelques jours je le saurai.

LXXIII

Paris 1<sup>er</sup> mai 1882

Mon cher Ami,

Je vous demanderais, s'il m'était permis et si je l'osais, de faire parvenir au roi, au souverain auguste qui a honoré votre Journal [*Acta Mathematica*] de son haut patronage, l'expression de ma plus respectueuse et ma plus profonde sympathie. Combien vous devez vous sentir grandi et encouragé par cette royale bienveillance, et par la pensée que vos efforts et votre vie de travail comptent pour l'honneur de votre pays ! En vous félicitant bien vivement mon cher Ami d'avoir gagné à la cause de la science, à notre cause, le plus puissant protecteur, je ne puis sans tristesse faire un retour sur le souverain qui est maître en ce moment de la France, sur le suffrage universel, qui n'a nul souci des intérêts élevés, auxquels s'associe généreusement votre roi. Hélas chaque jour nous montre l'abîme affreux qui peut engloutir la France. Croirez-vous qu'à Reims, une grande ville, dans une élection de conseillers municipaux, les candidats qui ont obtenu le plus de voix sont : Florion, condamné à 20 ans de travaux forcés pour tentative d'assassinat, Fournière, condamné à 8 mois de prison, pour fomentation de grèves, et Fournier, détenu sous l'inculpation de tentative d'assassinat. C'est à déclarer qu'il n'y a plus chez nous ni bon sens, ni honneur. J'ai eu la visite de Mr de Freycinet, visite de candidat à l'Académie, dont la politique comme vous le pensez a été exclue absolument, l'entretien ayant roulé sur Mr Weierstrass, sur Mr Kronecker dont j'ai chanté les louanges, puis sur Riemann et les voies nouvelles de l'Analyse de notre temps. Tout en lui parlant je n'ai pu m'empêcher d'être impressionné par l'air de profonde tristesse de son pâle et maigre visage, et à songer à la fortune de la France dont il a charge. Après lui et inévitablement viendront les violents, c'est-à-dire la guerre civile, ou la guerre à l'extérieur, et dans les deux cas la ruine de notre pauvre pays.

Emile Picard m'apprend à l'instant que vous partez le 13 pour la Finlande, pour vous occuper de vos affaires et de la plus importante de votre existence, après avoir réussi à mener à bien la grande affaire de votre Journal. Tous nos vœux mon cher Ami pour vous et votre future dans cette circonstance avec l'espérance de bientôt vous recevoir chez nous, avec Madame Mittag. Que je n'oublie pas de vous faire savoir que Mr Bertrand a reçu votre lettre et celle de Mr Malmsten ; permettez moi aussi de vous informer qu'ayant donné connaissance à Mr Alexandre Bertrand, Directeur du Musée de Saint Germain, du dernier numéro de la Société des Sciences de Helsingfors, qui roule entièrement sur l'Archéologie, il m'a fait savoir qu'il le communiquerait volontiers à l'Académie des Inscriptions, si l'auteur de l'article, au cas où ce serait à sa convenance, voulait bien lui en adresser un résumé en français. Ce résumé serait alors publié dans le Compte Rendu des séances de l'Académie des Inscriptions, qui paraît chaque semaine dans le *Journal Officiel*.

Mes affectueux compliments à Mr Malmsten, Mr Gylden, Mr Lindelöf, avec la

nouvelle assurance de mes sentiments d'amitié bien dévouée.

Ch. Hermite

Mr Weierstrass m'a répondu dans les meilleurs termes, lorsque je lui ai annoncé que le Président de la République avait signé sa nomination dans la Légion d'honneur.

LXXIV

Paris 1<sup>er</sup> mai 1882

Mon cher Ami,

Je m'empresse de vous informer que je reçois à l'instant de Mr Weierstrass les exemplaires de ses travaux destinés aux Archives du Ministère des Affaires Etrangères<sup>238</sup>. Et en même temps sa lettre, à mon extrême surprise, m'apprend que la notification officielle de sa nomination dans la Légion d'honneur ne lui est pas encore parvenue. Les chancelleries ont d'incompréhensibles retards, et les choses de ce monde bien des épines pour ceux qui s'en mêlent.

Mes respectueux hommages à Madame Mittag et mes sentiments bien dévoués.

Ch. Hermite

LXXV

Paris 8 mai 1882

Mon cher Ami,

Je reçois votre carte postale en même temps que l'invitation de Mr le Général Lindfors<sup>239</sup> d'assister à la cérémonie nuptiale. Veuillez vous charger de mes remerciements et exprimer mes regrets d'être comme vous le savez retenu par mes devoirs ; tous mes vœux vous accompagnent, nous vous souhaitons un heureux voyage, et un heureux retour, en vous remerciant vivement de nous faire espérer votre visite pour ce mois-ci. Je regrette extrêmement l'inversion malheureuse dans la publication de vos deux dernières notes ; le lecteur je n'en doute point la reconnaîtra de lui-même, mais je demanderai, pour répondre à votre intention, si l'inversion peut être indiquée dans un *errata* à la fin du volume.

Mes sentiments bien dévoués et nos vœux à tous pour votre bonheur.

Ch. Hermite

Ma dernière lettre du 1<sup>er</sup> mai, recommandée, vous est-elle bien parvenue ?

LXXVI

Paris 19 juin 1882

Mon cher Ami,

Je me suis avec le plus grand plaisir acquitté auprès de toutes les dames de la famille de la commission que vous m'avez donnée, et de nouveau j'ai recueilli l'impression dont je dois vous faire part des bons et excellents souvenirs que vous et Madame Mittag vous avez laissés à Saint Germain<sup>240</sup> comme à Paris.

J'ai vu plusieurs fois chez elle Madame de Kowalewski, qui joint une grâce charmante à son talent extraordinaire de géomètre, et qui avant-hier m'a fait part d'une grande nouvelle mathématique. C'est Mr Weierstrass qui lui annonce que le génie de l'Allemagne l'emporte sur nous, et plus que jamais triomphe de nous. Un succès éclatant vient d'illustrer un nom jusqu'ici bien modeste; Mr Lindemann, professeur à Fribourg en Brisgau, vient de démontrer que le nombre  $\pi$  ne peut être racine d'une équation algébrique à coefficients commensurables ! Mais de ce merveilleux résultat, Mr Weierstrass n'a rien daigné dire, qui m'ait donné quelque lumière sur la voie et la méthode de l'inventeur, et je dois attendre pour satisfaire ma curiosité la publication, prochaine dit-on, du mémoire de Mr Lindemann<sup>241</sup>.

Me résignant, cher Ami, à ramper sur le sol comme un reptile ou un ver, pendant que d'autres plongent dans le ciel, j'arrive à la fin de mes pauvres leçons à la Sorbonne. Je vais donner la formule :

$$\frac{2K}{\pi} = (1 + 2q + 2q^9 + \dots)^2 = 1 + \frac{4q}{1-q} - \frac{4q^3}{1-q^3} + \frac{4q^5}{1-q^5} - \dots =$$

$$1 + A_1 q + A_2 q^2 + \dots + A_n q^n + \dots ,$$

où  $A_n$  est, d'une part, le nombre des représentations de l'entier  $n$  par la forme  $x^2 + y^2$ , et, de l'autre, quatre fois l'excès des diviseurs de  $n$  multiples de 4 plus un, sur le nombre des diviseurs multiples de 4 moins un. A cette occasion j'ai remarqué que la somme

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n ,$$

qui représente le nombre des entiers  $x$  et  $y$ , compris à l'intérieur du cercle ou sur le cercle  $x^2 + y^2 = n$ , est le coefficient de  $q^n$  dans le produit :

$$(A_1q + A_2q^2 + \dots)(1 + q + q^2 + \dots) ,$$

ou encore dans le développement suivant les puissances de  $q$  du quotient :

$$\frac{A_1q + A_2q^2 + \dots}{1-q} ,$$

et par suite s'obtient comme vous allez voir.

Soit  $v$  l'un quelconque des nombres impairs  $1, 3, 5, etc.$ , le terme

$$\frac{q^v}{1-q^v}$$

donne la série

$$\sum q^{(\alpha+1)v} ,$$

$\alpha = 0, 1, 2, etc.$  , et, en multipliant par :

$$1 + q + q^2 + \dots ,$$

on obtient la série double :

$$\sum \sum q^{(\alpha+1)v+\beta} ,$$

où  $\beta = 0, 1, 2, \dots$  . Dans cette série le coefficient de  $q^n$  sera le nombre des solutions de l'équation :  $(\alpha+1)v+\beta = n$  , et vous voyez qu'à chaque valeur entière de  $\alpha$  correspond une valeur entière de  $\beta$  . Vous voyez aussi que  $\beta$  sera positif, pour toutes les valeurs  $\alpha = 0, 1, 2, \dots$  jusqu'au plus grand entier contenu dans  $\frac{n}{v}$  diminué de l'unité. Le nombre des solutions, ou bien le coefficient de  $q^n$  , est donc :  $E(\frac{n}{v})$  , et nous avons :

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n = 4[E(n) - E(\frac{n}{3}) + E(\frac{n}{5}) - \dots] .$$

C'est Eisenstein qui a donné le premier ce beau résultat ; mais la méthode précédente permet de l'étendre beaucoup, et j'espère en tirer quelque parti, dans la théorie des formes quadratiques de déterminant négatif.

J'ai été récemment informé que Mr Hermann mettait à ma disposition 20 exemplaires de mes leçons, de sorte que je n'ai plus aucun sujet de plainte contre lui. Son titre d'ancien élève de l'Ecole Normale, et sa position de libraire expert, lui donnent assez de relief pour que vous n'hésitez pas à lui confier le placement de votre Journal, puisque l'influence néfaste de Mr Gauthier-Villars s'étend jusqu'à l'éditeur de Mr Alexandre Bertrand <sup>242</sup>.

Mes hommages respectueux à Madame Mittag, mon cher Ami, et la nouvelle

assurance de mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

LXXVII

Paris 25 juillet 1882<sup>243</sup>

Mon cher Ami,

Je souffre beaucoup d'un torticolis douloureux qui me condamne jusqu'à l'immobilité et je crains bien de ne pouvoir aller à la Sorbonne pour les derniers jours d'examens qui me restent à faire. Sous l'influence de la fatigue physique et intellectuelle, le sommeil m'envahit malgré moi, les idées mathématiques, les recherches que j'espérais poursuivre s'éloignent et deviennent insaisissables, les idées tristes, les inquiétudes sur les circonstances les remplacent, et je cesse complètement d'appartenir à la science. De ces inquiétudes, je me suis longuement entretenu ce matin avec Poincaré qui est venu me voir, et qui les partage. Ce n'est plus un secret pour personne en effet que le réveil de la question du Luxembourg<sup>244</sup> et l'humiliation qui nous attend de voir la forteresse, maintenant démantelée, relevée contre nous par l'Allemagne. L'hostilité scientifique, qui jusqu'ici m'épargne seul, me dites vous, mais qui m'atteindra aussi, soyez en sûr, est un symptôme d'un état général des esprits, qui ne présage point la paix. Mr Schwarz est un uhlán de l'avant-garde, empressé de commencer le combat, et qui s'attaque en attendant mieux à un de nos alliés<sup>245</sup>. Je dois mon cher Ami vous prévenir, qu'autant que possible les Secrétaires perpétuels écartent des *Comptes Rendus* les articles de polémique, aussi est-il douteux que j'obtienne l'insertion de la lettre que vous m'annoncez de Mr Schwarz et par conséquent de votre réponse. Une circonstance toute récente, dont je crois utile de vous faire la confidence, change ce doute presque en certitude. Il y a quelques jours Mr Darboux est venu tout amicalement me parler au sortir d'une séance d'examen à la Sorbonne, et me faire savoir qu'il avait eu mille peines à obtenir de Mr Bertrand l'insertion dans les *Comptes Rendus* d'une note extrêmement belle, et qui m'a vivement intéressé, sur l'équation

$$\frac{d^2 z}{dx dy} = (x-y)z ,$$

étudiée par Riemann<sup>246</sup>. Mr Bertrand semble avoir l'idée systématiquement arrêtée de mettre obstacle aux communications si nombreuses, et, à mon avis comme au vôtre, si importantes des jeunes géomètres, pour ce motif qu'il les obligera ainsi à des travaux plus longuement mûris, plus complets et plus approfondis. C'est contre

cette intention, manifestée depuis longtemps déjà, et dont j'ai été sur le point d'être moi-même la victime, que Mr Darboux m'a demandé de lutter énergiquement en joignant mes efforts aux siens. J'ai été surpris que Mr Bertrand n'ait point craint d'inaugurer l'application pratique de sa théorie, en commençant par le plus considérable des géomètres en dehors de l'Académie, et je dois écrire qu'au grand dommage de la science il l'imposera de gré ou de force, et exclura à l'avenir tout travail mathématique des *Comptes Rendus*. Mr Darboux dans notre entretien m'a exprimé l'espoir qu'en luttant, qu'en lui résistant avec patience et persévérance à la fin il céderait ; Picard qui est menacé m'a engagé d'autre part à réunir toute la section de Géométrie, pour faire échec au Secrétaire perpétuel, et Mr Bouquet aime trop Appell, pour ne pas agir énergiquement. Cependant, comme tout réussit toujours à Mr Bertrand, envers et contre tout, il peut très bien complètement avoir gain de cause, et, en attendant, je ne pense pas me tromper en presumant que si Mr Schwarz m'écrit, il me refusera d'insérer sa lettre ainsi que votre réponse. Il n'a point refusé toutefois de publier la lettre que m'a adressée Mr Lindemann<sup>247</sup>, et dont vous avez eu connaissance, mais malgré l'extrême intérêt de la question de la quadrature du cercle, question qui est connue de tout le monde, et non pas seulement des Analystes de profession, il n'en a pas dit un seul mot, bien qu'il aime beaucoup à parler à l'Académie.

Gardez pour vous, mon cher Ami, pour vous seul, ce que je vous confie ; ma position est difficile avec Mr Bertrand, à cause des liens de famille, et du souvenir, toujours présent, d'une séparation entre nous qui a duré 30 ans. Madame sa mère qui a 84 ans est en ce moment chez nous, et vraiment je lui dois de ne point rompre les rapports que Mr Borchardt a rétablis, dans son dernier voyage à Paris, en attaquant sa tyrannie, publiquement en pleine Académie. Les misères des mathématiques allemandes, dont vous m'avez fait un tableau saisissant, et qui m'a intéressé on ne peut plus, sont associées à d'autres misères en France, mais je ne puis comprendre ni m'expliquer que les Euménides et les Furies aient ainsi envahi l'Allemagne laborieuse et savante.

Vous avez laissé parmi nous, Madame Mittag et vous, un bon et excellent souvenir dont j'ai reçu mission de me faire l'écho ; il est impossible, ne cesse-t-on de répéter, d'être meilleure et plus charmante que Madame Mittag. Nos vœux vous suivent dans votre long voyage, nous vous souhaitons un heureux retour à Stockholm, où vous trouverez de nos nouvelles, qui seront envoyées de la Lorraine. Ne nous oubliez point de votre côté, mon cher Ami, et croyez à mes sentiments de la plus sincère et de la plus cordiale amitié.

Ch. Hermite

J'aurais à écrire à Mr Kronecker, je me sens si mal à l'aise et si dolent, que



je ne sais si je le pourrai ; faites lui mes amitiés.

Pensez vous que mes leçons de la Sorbonne soient demandées ? Mr Hermann, si elles s'écoulaient, est dans l'intention de faire un second tirage qui serait moins incorrect que le premier, et que je reverrais avec soin. Il me semble un excellent homme, et je crois que vous faites bien de lui confier le placement de votre Journal en France.

LXXVIII

Flanville, par Metz (Lorraine)

11 août 1882

Mon cher Ami,

J'ai envoyé à Mr Bertrand votre lettre en prévenant à l'imprimerie que l'épreuve du tirage à part vous soit adressée à Helsingfors, jusqu'à la fin de ce mois, et ensuite à Stockholm. De Mr Schwarz, je n'ai rien reçu, et votre publication, si Mr Bertrand n'y met pas obstacle<sup>248</sup>, préviendra ce qui est désirable toute attaque de sa part. Jamais je ne l'aurais cru, d'après les souvenirs que m'a laissé notre rencontre à Göttingen, méchant comme il s'est montré à votre égard. Tout ce que vous m'apprenez d'ailleurs<sup>249</sup> et qui m'intéresse si vivement me fait me demander s'il n'est point survenu en Allemagne une profonde altération du caractère de la nation qui serait envahie par la jalousie et la méchanceté comme nous le sommes. Ou plutôt ne serait-ce pas que les temps sont mauvais et que nous entrons dans une ère de calamités et de catastrophes. Nous occupons en ce moment, dans ma famille de Lorraine, à Flanville auprès de Metz, une propriété où le général Kamecke et son état-major se sont installés pendant la guerre, et la guerre y a laissé des souvenirs lamentables qui sont toujours vivants. Les tombes des victimes tombées à Borny, à Rezonville, à Gravelotte les rappelleraient si on voulait les oublier, et tout en essayant quelques calculs, quelque chose de ces batailles gigantesques revient et me passe sous les yeux. Le sentiment de la défaite de la France, complète, désastreuse, puis si vite oubliée dans une sorte d'orgie de la démocratie radicale, n'est plus pour moi la tristesse du passé. J'ai l'intime conviction que nous allons droit à notre ruine définitive ; la révolution aura mis un siècle à accomplir son oeuvre de mort, il est d'une évidence qui ne permet plus le doute, que le suffrage universel nous tuera. Mon pauvre cher Ami, nous parlions hier d'un locataire d'une maison qu'habitent mes parents de Nancy, qui était il y a quelques années, en 1875, professeur d'une classe de cinquième, au lycée. A la suite d'un démêlé avec le recteur

Mr Jacquirie, ce professeur donne sa démission, se tourne vers la politique ; il est d'abord élu conseiller municipal, puis député de la Meurthe, il devient sous-secrétaire d'état, aujourd'hui il est Minsitre de l'Instruction publique. Mr Duvaux professeur de cinquième tient donc par le suffrage universel la place occupée par Mr Guizot, Mr Villemain, Mr Salvandy ! C'est de Mr Duvaux, rapporteur de la commission du budget de l'Instruction publique en 1881, que *Le Passant* s'est autorisé pour réclamer que les chaires de la Faculté des Sciences ne soient plus données à des auteurs d'articles dans les *Comptes Rendus*, mais au professeurs de province, vieillissants dans leur enseignement. Le ministre d'aujourd'hui réalisera les vœux de la démocratie radicale dont *Le Passant* s'est fait l'organe, et je ne vous cache pas que nous sommes bien inquiets pour Emile Picard. On ne lui laissera point sa suppléance à la Sorbonne, on la lui ôtera pour la donner à quelque professeur dont les convictions républicaines et radicales méritent une récompense. Le suffrage universel se soucie peu de ménager ce bel avenir mathématique que nous promettent nos jeunes géomètres, et Mr Weierstrass craint bien à tort que nous devancions l'Allemagne. Il est de l'essence de la république, que toute supériorité lui soit odieuse et elle promènera sur la science le niveau égalitaire. Les Allemands s'alarment bien vite, je les trouve oublieux et ingrats pour eux-mêmes. Nous n'avions que Cauchy lorsqu'ils avaient Gauss, Jacobi et Dirichlet, et récemment la providence leur a donné, coup sur coup, Göpel, Eisenstein, Clebsch et Riemann ! Il y a pour les oeuvres scientifiques une part de bonheur qui est la récompense du travail désintéressé et persévérant. Les Allemands ont ce bonheur et le méritent ; voyez Mr Lindemann comme il m'a dépassé, en comblant une lacune immense dans l'Analyse. Mr Fuchs est aussi un des types du savant consciencieux et profond qui produit toujours et dont l'oeuvre féconde ne cesse de grandir. J'applaudis à son succès de tout coeur et je me ferai un plaisir de lui envoyer mes félicitations, lorsque, comme je l'espère, j'prendrai par vous qu'il est nommé à l'Université de Berlin.

Veillez, mon cher Ami, transmettre à Madame Mittag le souvenir le meilleur de Madame Hermite et de Madame Picard ; Mr Picard, tout inquiet et attristé de ce que lui réserve le nouveau ministre, vous fait ses compliments, et, se sentant comme l'oiseau sur la branche, envie la position sûre que vous avez à Stockholm, et qu'il n'a pas à la Sorbonne, tant s'en faut. En attendant que d'ici peu je vous envoie quelques remarques mathématiques auxquelles je songe, je vous renouvelle, avec mes respectueux hommages pour Madame Mittag, l'expression de mes sentiments de la plus sincère affection.

Ch. Hermite

LXXIX

Flanville, par Metz (Lorraine)

22 août 1882

Mon cher Ami,

Le *Compte Rendu* qui vient de m'arriver m'apporte la satisfaction de voir que votre dernière lettre que Mr Weierstrass a eu si grandement raison de vous engager à publier, afin de prévenir une agression fâcheuse de ce terrible Mr Schwarz, n'a pas été arrêtée par Mr Bertrand, au passage. Comme vous ne recevez peut-être pas le *Compte Rendu* à Helsingfors, je m'empresse de vous informer de votre heureuse chance que n'auront pas, j'ai lieu de le craindre, Appell, Poincaré et Picard. Picard travaille à force à d'importantes et difficiles questions, concernant les fonctions de plusieurs variables, et que je ne risquerais point à aborder en raison du grand travail qu'elles demandent. Je ne suis en effet aucunement en veine de travail, je laisse passer sans rien faire les journées et les semaines, et volontiers je deviendrais complètement étranger aux mathématiques. Cependant nous avons eu une visite qui aurait dû chasser ma paresse et réchauffer mon ardeur. Mr Molk est venu me donner communication d'un beau et important travail de Mr Weierstrass, qu'il a rédigé sous les yeux du grand Analyste, et qui m'a extrêmement intéressé. Mr Weierstrass n'a point dédaigné de prendre en main la question de la transcendance du rapport de la circonférence au diamètre, et de refaire le travail de Mr Lindemann. C'est à mon avis le dernier mot sur la matière<sup>250</sup> ; mon ancienne analyse concernant le nombre  $e$  a été reprise et de fond en comble transformée avec une profondeur qui montre tout son génie, et qui laisse à grande distance le travail excellent d'ailleurs de Mr Lindemann, malgré quelques lacunes. Mais Mr Weierstrass, qui est la bonté même, attendra avant de publier sa méthode que Mr Lindemann ait fourni toute la lumière et donné un mémoire complet, qu'il paraît avoir annoncé. Peut-être que Mr Kronecker n'aurait pas, en pareil cas, agi avec la même générosité, tant il tient à tout ce qu'il produit. Mr Molk nous a appris que, sur les questions algébriques des formes bilinéaires, il est dans l'intention de faire revivre son ancienne querelle avec Mr Camille Jordan, ce que je regretterais beaucoup. Tout ce que vous m'aviez conté, dans une de vos dernières lettres, sur les dissentiments des géomètres d'Allemagne, et leur haine contre les géomètres français, nous a été confirmé par les récits de Mr Molk qui nous ont fait connaître mille choses dont je ne me doutais guère. Mais il faut mon cher Ami que les Français justifient la crainte exprimée par Mr Weierstrass, que le centre de gravité des mathématiques se déplace en se fixant chez nous, comme au commencement du siècle. Je doute que les événements qui

menacent la paix du monde, et surtout notre situation intérieure qui est, croyez le bien, extrêmement grave, laissent à leur oeuvre paisible les hommes de science. Ce serait trop long de vous dire ce que je recueille ici d'inquiétudes, mais personne ne croit à la durée de la république, sans qu'on sache ce qui la remplacera.

Mr Hermann étant dans l'intention de faire un second tirage de mon cours, ce qui me permettra d'y faire bien des corrections absolument indispensables, je viens vous prier de me communiquer, afin que je les mette à profit, les remarques que vous aurez faites sur les inexactitudes et inadvertances qui me sont échappées. En retour je vous donnerai par avance les modifications que je compte introduire dans mes leçons de l'année prochaine, si je fais ces leçons, ce dont je ne puis m'empêcher de douter.

Avec les compliments affectueux de Madame Hermite et de Marie<sup>251</sup>, pour Madame Mittag, et la nouvelle assurance de mon affection toute dévouée.

Ch. Hermite

LXXX

[[ Cachet de la poste :

Metz 15 septembre 1882 ]]

Mon cher Ami,

Je suis né le 24 décembre 1822 à Dieuze en Lorraine. Mon père, Ambroise Ferdinand Hermite, appartient à une famille marseillaise d'armateurs, propriétaires à Saint Domingue, et était né à Paris, rue de la Chaussée d'Antin. Ma mère Madeleine Lallemant était de Dieuze et fille du Directeur des Postes de cette petite ville. J'ai été le sixième d'une famille de sept enfants, et la fortune de mon père ayant été perdue à la suite de la révolution, mes parents se sont consacrés avec courage à un commerce qui a réussi. Je revois dans mes premiers souvenirs leur magasin rempli les jours du marché de paysans des environs qui venaient y acheter du drap, de la toile, des chapeaux de paille, et c'est ce succès qui a amené ma famille à s'établir à Nancy en 1826. Leurs affaires ont pris assez d'importance pour que j'aie pu me vouer à la science, sans être pressé par le besoin d'entrer immédiatement dans une carrière, au sortir de mes études.

J'ai été d'abord au Collège de Nancy, puis à Paris au Collège Henri IV et au Collège Louis-le-Grand, où j'ai eu un homme excellent et d'un mérite supérieur pour professeur de mathématiques. Mr Richard<sup>252</sup> me laisse le plus reconnaissant souvenir ;

il m'envoyait à la Bibliothèque Sainte Geneviève lire des articles des *Annales* de Gergonne. J'y passais de longues heures à feuilleter les mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Saint Pétersbourg, que j'ai parcourus avant de connaître le calcul différentiel, en m'attachant à ceux que je pouvais comprendre. J'ai lu avec bonheur l'*Introduction à l'analyse des infiniments petits* d'Euler, les *Leçons sur le calcul des fonctions* de Lagrange et la *Théorie des nombres* de Legendre, où pour la première fois j'ai vu les noms d'Abel et de Jacobi. La correspondance d'Abel et de Legendre<sup>253</sup>, et la notice de Crelle sur Abel, dans le 4<sup>ème</sup> volume de son *Journal*<sup>254</sup>, m'ont fait une impression profonde et qui sans doute a décidé ma carrière. En négligeant trop les questions de géométrie analytique et d'algèbre qu'il fallait cependant connaître pour les examens, j'ai cependant appris dans le cours d'Analyse de Mr Duhamel, assez de calcul différentiel et de calcul intégral, pour lire les mémoires sur la théorie des fonctions elliptiques de Jacobi et d'Abel. Mes succès au collège à cette époque étaient fort médiocres ; j'ai eu un accessit de mathématiques au concours général ; j'ai échoué une première fois aux examens d'admission à l'Ecole Polytechnique, et l'année suivante j'ai été admis seulement le 68<sup>e</sup>. Les leçons d'Analyse de Mr Sturm m'y ont été moins utiles que celle de mon cher maître Mr Richard, mais j'y ai connu Mr Liouville à qui je suis redevable d'avoir donné à mes parents le conseil, qu'ils ont suivi, de me laisser quitter l'Ecole et suivre mon penchant pour les mathématiques. C'était en 1843, et, à partir de cette époque, je me suis entièrement consacré à l'étude des fonctions elliptiques, et des *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss. Mon mariage a eu lieu en 1848, et cette même année j'ai été nommé examinateur d'admission ainsi que répétiteur d'Analyse à l'Ecole Polytechnique. J'ai été encore pendant deux années chargé du cours d'Analyse au Collège de France, lors de l'absence de Mr Libri, jusqu'à son remplacement par Mr Liouville. Mais je n'ai plus eu d'enseignement jusqu'en 1863, où j'ai été appelé par Mr Rouland, ministre de l'Instruction publique, à l'Ecole Normale comme maître de conférences. Cette même année j'ai été nommé examinateur des élèves à l'Ecole Polytechnique, et, seulement en 1867, professeur d'Analyse en remplacement de Mr Duhamel. En 1869 j'ai obtenu la chaire que j'occupe en ce moment à la Sorbonne. Mes leçons ont eu d'abord pour objet diverses questions d'algèbre supérieure, ainsi que la théorie des fonctions elliptiques, mais à partir de 1873 je me suis associé avec mon collègue Mr Bouquet, afin de compléter autant que possible l'enseignement du calcul différentiel et du calcul intégral, auquel une seule année et un seul professeur sont consacrés dans l'organisation actuelle de la Faculté des Sciences.

En raison de l'importance de cet enseignement, et pour me ménager aussi le temps nécessaire à mes travaux, j'ai renoncé à la chaire d'analyse de l'Ecole Polytechnique

en 1866, et j'ai reçu le titre de professeur honoraire. J'ai été pour la première fois en 1853 ( ? à vérifier en consultant la table des matières des *Comptes Rendus*) sur la liste des candidats pour une place vacante dans la Section de Géométrie à l'Académie des Sciences<sup>255</sup>, une seconde fois en 1856<sup>256</sup> (voir les listes dans les *Comptes Rendus*, ainsi que les noms des membres de la section qui ont fait la présentation à l'Académie). Cette même année et quelques mois après, j'ai été élu membre de l'Académie des Sciences, les autres titres académiques que j'ai reçus depuis sont les suivants : Membre étranger de l'Académie des Sciences de Turin, de la Société italienne des XL, de l'Académie des Sciences de Naples, de la Société royale et de la Société mathématique de Londres, de la Société royale des Sciences de Göttingen, de l'Académie des Sciences de Munich, de l'Académie hongroise des Sciences de Budapest, de l'Académie des Sciences de Stockholm, de la Société royale des Sciences d'Uppsala, de la Société des Sciences de Helsingfors, de l'Académie des Sciences de Copenhague.

Correspondant des Académies des Sciences de Berlin, de Vienne, de Saint Pétersbourg, de l'Académie Pontificale des Nuovi Lincei, de l'Institut Lombard de Milan, de l'Institut royal de Venise, de la Société royale de Liège ; membre honoraire de la Société scientifique de Bruxelles, membre de la Société astronomique de Leipzig.

[ A demain, une seconde lettre. ]

Ch. Hermite

LXXXI

Flanville par Metz (Lorraine)

16 septembre 1882

Mon cher Ami,

Mr Genocchi m'a écrit dernièrement que dans une lettre de Mr Schwarz, qui remonte à deux ans environ, la définition de l'aire d'une surface courbe, comme limite d'une surface polyédrale, est critiquée, comme ayant besoin de certaines restrictions, tout aussi bien que la définition de l'aire d'une courbe plane, comme limite de la somme des rectangles inscrits<sup>257</sup>. Mr Genocchi m'ajoute que Mr Peano, son assistant, chargé de l'enseignement des applications géométriques du calcul infini-tésimal, est parvenu de son côté, sans connaître la communication de Mr Schwarz, à la même conclusion, et cette conclusion se trouve appuyée par un exemple, le même aussi qu'a donné Mr Schwarz. Ce diable d'homme a donc bien certainement raison, et moins heureux que vous, qui avez prévenu son attaque, je n'aurai qu'à courber

humblement la tête. Dans ces dernières semaines, et tout en travaillant bien peu, j'ai été préoccupé de la détermination de  $\Theta(0)$ , qui est un des points difficiles de la théorie des fonctions elliptiques. Je crois avoir entrevu une méthode simple pour établir la relation de Jacobi :

$$\Theta(0) = \sqrt{\frac{2k'K}{\pi}},$$

mais des formules me manquent pour traiter la chose à fond, et je compte m'en occuper en revenant à Paris, d'ici quinze jours. Le grand embarras que je trouve dans cette question, c'est de déterminer le signe qu'il faut prendre pour la racine carrée, lorsqu'on suppose au module une valeur imaginaire quelconque. La même difficulté s'offre à l'égard de la relation :

$$\sqrt{k} = \frac{2\sqrt[4]{q} + 2\sqrt[4]{q^9} + \dots}{1 + 2q + 2q^4 + \dots};$$

il n'entre en effet dans  $K$ ,  $K'$ , et par conséquent dans  $q$ , que  $k^2$ ; j'ai lieu de penser que la racine carrée doit toujours être prise de sorte que sa partie réelle soit positive, mais que ces choses sont délicates et difficiles !

Une circonstance analytique vient de me mettre en rapport un peu plus particulier avec Mr de Sparre qui a fait, comme vous savez, une excellente thèse sur le pendule<sup>258</sup>. En me proposant de déterminer dans quel cas le mouvement du pendule conique est simplement périodique, j'ai été conduit mais sans pouvoir en rien tirer à l'équation :

$$\frac{i\ell}{n} + \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} = 0.$$

Mr de Sparre a trouvé, par une analyse extrêmement belle, que la fonction qui entre dans le premier membre ne change jamais de signe, de sorte qu'on n'a d'autre solution réelle que  $\ell=0$ ,  $\omega=0$ . J'ai pris occasion de ma correspondance sur ce sujet, avec lui, pour lui demander de devenir, en raison de son origine suédoise, le collaborateur des *Analecta Mathematica*. Il accepte, m'a-t-il répondu sur le champ<sup>259</sup>, et d'autant plus volontiers que, quoique la branche aînée de la famille soit fixée en France depuis Louis XIV, elle a toujours conservé de bons rapports avec l'ancienne patrie, malgré la différence des croyances, où d'autres branches de la famille sont d'ailleurs restées. Il ajoute que son père a même fait plusieurs fois en Suède des séjours assez longs, et que leurs parents suédois, lorsqu'ils ont été de passage en France, n'ont jamais manqué de leur faire visite.

Le titre d'*Analecta Mathematica*<sup>260</sup> me plaît extrêmement, et j'ai le meilleur espoir qu'il occupera dans la science une grande et honorable place.

Mr Liouville qui vient de mourir [[ le 8 septembre 1882 ]] a légué son *Journal* [[ des Mathématiques pures et appliquées ]] à un successeur qui paraît le laisser déchoir ; c'est du moins ce que je suis porté à croire, par suite d'une proposition que m'a faite Darboux, et que j'ai repoussée bien loin, de prendre la place de Mr Resal. Rien ne me conviens moins, ayant déjà sur les bras bien assez d'ouvrage, et en particulier le soin de l'édition des *Oeuvres* de Cauchy. Vous m'avez extrêmement encouragé en m'apprenant que mon cours de la Sorbonne avait reçu bon accueil, et je me sens par vous dédommagé surabondamment des injures de l'affreux *Passant*<sup>261</sup>. Je ferai de mon mieux pour que les incorrections et négligences de rédaction disparaissent dans le second tirage. Emile Picard vient de nous quitter pour aller voir son père tombé gravement malade, mais dont venons heureusement d'avoir de bonnes nouvelles. Il sera bien surpris d'apprendre que son théorème sur les fonctions entières est à la veille d'être démontré sans l'emploi des fonctions elliptiques, et je ne vous cache point que j'applaudirai à un résultat qui n'ôte rien à son mérite d'inventeur et qui comble une lacune importante dans la théorie des fonctions.

Mon temps se passe mon cher Ami à faire des visites dans les environs, en traversant les champs de bataille de 1870, et causant avec les témoins de nos désastres. Deux amis de ma famille, le général de Lapérouse et le colonel de Vaulgrenant, m'ont raconté les affreux désastres de Beaumont et de Sedan ; un conseiller à la Cour d'appel de Nancy, qui a commandé une compagnie de francs-tireurs dans les Vosges, m'a fait aussi des récits détaillés et circonstanciés qui plus que jamais me font désespérer de notre pays. Savez vous que c'est un instituteur des Vosges qui a été dans le camp prussien prévenir l'ennemi que des francs-tireurs allaient faire sauter le pont de Saverne ? Sans le traître, l'avance allemande était arrêtée au moins pour une semaine, et ce répit aurait changé le destin de la guerre.

Nous parlons souvent, mon cher Ami, de vous et de Madame Mittag, veuillez nous rappeler à son bon souvenir et recevoir de nouveau l'assurance de nos sentiments les meilleurs et les plus affectueux.

Ch. Hermite

Pourriez vous me rendre, pour la consulter, une lettre de l'année dernière, concernant les combinaisons de fonctions  $\Gamma$  qui donnent lieu à de nouvelles applications de votre théorème ?

LXXXII

Flanville 26 septembre 1882<sup>262</sup>

Mon cher Ami,



Je viens vous prier de ne plus m'écrire à Flanville et de m'adresser vos lettres à Paris. Permettez moi de vous rappeler de vouloir bien m'envoyer ce que je vous ai écrit sur les produits de fonctions  $f$ .

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

LXXXIII

Paris 5 octobre 1882<sup>263</sup>

Mon cher Ami,

La Faculté des Sciences est dans un état d'agitation dont vous ne pouvez avoir l'idée. La mort de Mr Liouville et de Mr Briot<sup>264</sup> d'une part, la mise à la retraite de Mr Puiseux, qui se trouve trop malade pour garder la chaire, donnent lieu à des vacances auxquelles il faut pourvoir et à des candidatures qui surgissent de tous côtés. C'est toujours le grand combat de la province contre Paris, et dans la petite sphère de nos intérêts la grande et fatale question de l'histoire de France à notre époque. Il y a entre le pays et sa capitale une animadversion trop justifiée par nos révolutions qui toujours ont été la victoire d'une minorité audacieuse sur une majorité épouvantée. Mais les professeurs des facultés des sciences de province s'autorisent de ce sentiment pour sonner l'assaut de la Sorbonne, l'attaquer avec rage et déverser sur nous toute leur haine. C'est Mr Frédéric Morin de Marseille, Mr Boussinesq de Lille, Mr Emile Mathieu de Nancy qui combattent au premier rang, et nous défient par leurs discours et leurs écrits, comme les héros de *L'Iliade*. On m'a montré au Secrétariat de la Faculté une lettre où Emile Mathieu, faisant la déclaration de sa candidature à la chaire de Briot, et énumérant ses oeuvres accomplies et les travaux qu'il entreprendra, annonce qu'il relèvera l'enseignement des probabilités "depuis si longtemps négligé à la Sorbonne". Mais le doyen Mr Milne-Edwards, défenseur puissant des intérêts qui lui sont confiés, sourit de tant de vaines agitations. Afin d'écarter Emile Mathieu, haineux et méchant, et aussi Mr Maurice Lévy, plein de talent et de mérite, mais déjà surchargé de places, car il est ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, suppléant de Mr Bertrand au Collège de France, etc., etc., Mr Milne-Edwards a songé à appeler Mr Bertrand lui-même à la Sorbonne, dans la pensée que sa grande situation de Secrétaire perpétuel sera utile, et que, par ses anciens travaux de physique mathématique, il est plus que tout autre à même d'en faire l'enseignement. Des négociations actives ont été entamées ; j'ai été le premier à Viroflay porter les vœux de la Faculté, Mr Darboux s'y est

aussi rendu, pour faire monter au dieu des nuages d'encens afin de nous le rendre propice. Mr Bertrand cédera, on l'espère, mais tant qu'à descendre du haut des cieux, jusqu'à la Sorbonne, ce serait le cours d'Analyse qu'il préférerait, parce qu'en appliquant le principe de la moindre action il n'aurait qu'à y faire ses leçons de l'Ecole Polytechnique, qui jamais ne lui ont pris une seule minute de préparation.

Je dois à Mr Milne-Edwards une sincère reconnaissance de la décision qu'il a prise relative aux chaires de Mécanique générale et de Mécanique appliquée. Je passe, mon cher Ami, d'Ariel à Caliban<sup>265</sup>, du haut et puissant seigneur Mr Bertrand à Emile Picard et à Poincaré, et je vous apprends avec plaisir qu'elles leurs sont données à titre de chargés de cours, de sorte qu'il est permis d'espérer qu'on ne nommera point de titulaires, de manière qu'ils puissent atteindre l'âge légal nécessaire pour devenir tous les deux titulaires, dans quelques années. Enfin Appell sort de la mêlée le plus complètement satisfait de tous ; il sera nommé à l'Ecole Normale, à la place de Briot, qui lui vaudra un traitement de 10.000, tandis que les suppléances de la Faculté rapportent seulement 7.500 F.

Picard se fait un plaisir de vous autoriser à annoncer que, dans le délai de 6 mois que vous indiquez, il enverra un travail aux *Analecta*, et vous pensez bien qu'il m'est impossible d'agir autrement que lui. Cependant je me sens paresseux et bien disposé à appliquer comme Mr Bertrand le principe de la moindre action. Pourriez vous me dire si vous savez quelque chose concernant Mr Prym de Wurtzbourg<sup>266</sup> ? Je crois lui être redevable d'un diplôme de docteur que m'a envoyé l'Université de Wurtzbourg, à l'occasion du 3<sup>ème</sup> centenaire de sa fondation, et si ce n'est pas un ennemi de nos amis, surtout de Mr Weierstrass, je saisirai par reconnaissance une prochaine occasion d'entrer en correspondance avec lui. Savez vous aussi ce que devient la grande affaire de Fuchs<sup>267</sup> ?

Adieu mon cher Ami, Madame Appell, qui a enfin des espérances, Madame Picard et Madame Hermite se rappellent au bon souvenir de Madame Mittag ; mes compliments bien affectueux à Mr Malmsten, à Mr Gylden, et la nouvelle assurance de ma bien sincère affection.

Ch. Hermite

LXXXIV

Paris 6 octobre 1882

Mon cher Ami,

Museum Mathematicum<sup>268</sup> me sourit peu ; je préférerais : *Disquisitio*

*Mathematica* ; Journal dirigé par Mr \* , avec la collaboration de MM. \* . Au reste je consulte Mr Alexandre Bertrand, latiniste exercé, et je vous ferai connaître son avis. J'ai aussi songé à : *Disquisitionum Mathematicarum Collectio*.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

LXXXV

8 octobre 1882

[[ Cachet de la poste ]]<sup>269</sup>

Je m'empresse mon cher Ami de vous envoyer la lettre que je viens de recevoir de Mr Alexandre Bertrand ; permettez moi de vous rappeler que, si vous avez rencontré des inexactitudes et des inadvertances dans mon cours de la Faculté, vous me rendriez grand service de m'en prévenir afin que je les corrige dans le second tirage, dont je m'occupe en ce moment.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

LXXXVI

Paris 9 octobre 1882

Mon cher Ami,

Je viens de m'entretenir avec Mr Poincaré du choix d'un titre pour votre Journal, il propose le suivant : *Disquisitionum Mathematicarum Compendium*, et de mon côté je vous en sou mets un nouveau. En me rappelant le titre d'un ouvrage d'érudition du cardinal Wisemann, *Horae Sisyacae*, il m'a semblé que d'une manière analogue vous pourriez bien dire *Horae Mathematicae* [[ Journal de Mathématiques ]]. Demandez l'opinion de vos collègues philologues de l'Université.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

Mon cher Ami<sup>270</sup>,

J'attends tous les jours depuis que j'ai reçu votre dernière lettre l'arrivée de l'épreuve imprimée de la préface de votre Journal, où plusieurs points sont à retoucher conformément à vos intentions que je partage entièrement. Mais rien n'arrive et j'ai crainte que la feuille d'impression n'ait été perdue à la poste, et par suite que vous me jugiez négligent, indifférent et oublieux de tous mes devoirs envers vous. Pour vous convaincre du contraire, s'il est nécessaire, je vous dirai qu'Appell étant venu dîner à la maison nous avons mis en discussion le titre déjà tant discuté du Journal, et qu'il propose le suivant : *Selecta Mathematica*. Je vous le soumetts parce qu'il me paraît convenir, mais je n'entends point mettre un veto sur le titre de *Museum*, auquel je ne trouve rien à objecter, si ce n'est qu'à Paris et en France on est tellement dans l'habitude de dire *Museum* d'histoire naturelle, qu'on aura quelque difficulté à remplacer l'histoire naturelle par les mathématiques. Mr Alexandre Bertrand donne sa préférence au titre *Horae Mathematicae* parce que, d'abord, *Horae* est équivalent de Journal, et ensuite à cause de beaucoup d'exemples, dont les *Horae Ferales* de Kemble<sup>271</sup> est le plus célèbre.

Pour ce qui concerne la première feuille, Appell et moi nous pensons que voulant donner à la France la place d'honneur, c'est à gauche, et non à droite, que doit être placée l'indication en langue française : "Journal rédigé par [[ G. Mittag-Leffler ]]"<sup>272</sup>.

Vous avez, mon cher Ami, mille fois raison de mettre dans la préface : notre but, en venant après des Journaux mathématiques depuis longtemps célèbres, est de suivre la même voie, de seconder de tous nos efforts etc.<sup>273</sup> Mais je vous le répète j'attends le texte imprimé pour vous proposer une rédaction définitive.

Le mouvement et l'agitation continuent à la Sorbonne, et plusieurs fois déjà les choses ont entièrement changé de face. Mr Bertrand a décliné l'offre qui lui avait été faite de prendre la chaire de Physique mathématique ; il paraît malheureusement trop probable que les affaires de famille, qui pèsent sur lui et dont je vous ai dit quelque chose, mettront obstacle à ce qu'il s'occupe désormais de science. Poincaré est appuyé par le nouveau ministre de l'Instruction publique, qui étant de Nancy a eu pour médecin Mr Poincaré père, professeur à la Faculté de Médecine de cette ville, mais je crains que la faveur du ministre lui fasse tort auprès de beaucoup de nos collègues. Que le bon Dieu, mon pauvre cher Ami, garde à jamais la Suède de l'affreuse calamité du suffrage universel ! Le ministre de l'Instruction publique est un produit du vote populaire, et à peine arrivé au pouvoir il met à

la retraite un inspecteur général, et déplace un haut fonctionnaire pour créer à Paris une position au mari de sa nièce, se souciant peu de la réprobation qu'il soulève. Et il passe pour un très honnête homme, que sont donc les autres ! Vous savez que mon cours étant fait dans le second semestre est de 25 leçons, c'est trop peu à ses yeux, et je ne gagne point suffisamment l'argent de la République. Le minimum imposé à tous les professeurs sera à l'avenir de 40 leçons, et chaque leçon de moins entraînera une diminution proportionnelle du traitement. Mais ces misères individuelles ne sont rien ; tout le monde pressent une crise politique terrible, et le journal *La France* s'est fait l'écho de la crainte universelle, dans un article signé Dr Decaisne qui est intitulé : *Finis Galliae*. Un de mes amis, Mr Ledieu<sup>274</sup> correspondant de l'Institut m'a engagé à le lire ; c'était inutile, je suis depuis la guerre de l'avis de l'auteur.

J'écris à Mr Lie pour l'inviter à dîner afin de faire sa connaissance ; hier j'ai perdu sa visite, et je ne l'ai point trouvé, rue du Baigneur, où il demeure.

Nos amitiés de la part de tous, mon cher Ami, et mes sentiments de bien sincère affection.

Ch. Hermite

LXXXVIII

Paris 25 octobre 1882

Mon cher Ami,

La formule<sup>275</sup>

$$\ell = \frac{1 + \frac{x}{x+1} + \frac{x^2}{(x+1)(2x+1)} + \dots}{1 - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{1.2(2x+1)} - \dots}$$

m'est complètement inconnue, et je ne vois même point de quelle source elle peut se tirer. Je ne le rechercherai point, puisque vous ne me demandez pas de m'en occuper, et je profite de l'occasion pour vous dire que nous nous sommes longuement entretenus, Emile Picard et moi, après dîner avec Mr Sophus Lie, qui nous a exposé très clairement l'idée générale de ses recherches sur les équations aux différences partielles. Nous connaissons depuis longtemps son talent, mais sa conversation nous a donné de lui une impression on ne peut plus favorable, et nous sommes on ne peut plus satisfaits d'avoir fait sa connaissance.

Je consacre tout le temps dont je puis disposer à revoir la rédaction de mon

cours, qui est bien défectueux, et à le corriger. Chemin faisant je me suis occupé du théorème de Fagnano, puis du théorème de Landen. Enfin et en ce moment je fabrique une formule pour le calcul approché des intégrales doubles, lorsque les limites sont constantes. Soit  $\alpha$  une racine quelconque de  $X_n = 0$ , et  $A_\alpha$  le volume de

$$\frac{2}{(1-x^2)^{1/2} X_n'^2} ,$$

pour  $x = \alpha$ , vous savez que la formule de Gauss consiste dans la relation suivante :

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \sum A_\alpha f(\alpha) .$$

Voici maintenant la formule relative aux intégrales doubles. On a :

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(x,y) dx dy = \sum A_\alpha A_\beta F(\alpha, \beta) ,$$

la somme s'étendant à toutes les racines  $\alpha$  et  $\beta$  de l'équation  $X_n = 0$ .

Je donnerai aussi la formule analogue, mais où les multiplicateurs sont l'unité, pour l'intégrale :

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \frac{F(x,y) dx dy}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}} .$$

Hier j'ai eu avec Mr Tchebichew un entretien, qui m'a fait bien de la peine, au sujet de Madame de Kowalewski, qui est à Paris (le saviez vous ?), pendant que son mari est à Moscou et sa fille à Odessa. Mr Tchebichew fait reproche à Mr Weierstrass d'avoir ainsi dérangé l'existence d'une femme, mère de famille, en lui mettant en tête de traiter des questions difficiles, qu'elle ne résoudra point, assurément-il, et au détriment de devoirs qui passent avant la science. Je l'ai laissé dire, sentant bien en moi-même qu'il avait raison ; enfin il m'a appris que Madame de Kowalewski avait accepté de faire un cours à l'Université de Copenhague. S'est-il trompé, ou bien le projet, dont vous m'aviez fait la confidence, a-t-il été abandonné ? Et il me donne pour raison, qu'elle a perdu sa fortune, mais sans me dire par quelle circonstance. Tout cela est profondément triste<sup>276</sup>.

Mr Schwarz m'a adressé un exemple très intéressant qui prouve que la définition classique de l'aire des surfaces courbes comme limite de la somme des faces d'un polyèdre inscrit est inexacte<sup>277</sup>. Mr Genocchi m'a fait aussi savoir que l'exemple qui met en défaut la définition a été rencontré par son assistant Mr Peano, qui n'avait pas eu connaissance des recherches de Schwarz.

Excusez cher Ami mon griffonage, et croyez moi toujours votre bien

affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Qu'avez vous donc tant à faire avec le roi<sup>278</sup> ?

LXXXIX

26 octobre 1882

[[ La date du télégramme ]]

Ma reconnaissance la plus respectueuse et la plus vive pour la bonté du roi.  
La nouvelle assurance de mon amitié dévouée.

Hermite

XC

Paris 30 octobre 1882

Mon cher Ami,

C'est à vos sentiments d'amitié que je dois la haute distinction dont votre télégramme d'hier<sup>279</sup> m'a donné la nouvelle ; vous m'avez obtenu en appelant sur mes travaux l'attention du Roi un honneur insigne auquel je ne pouvais m'attendre et dont je suis profondément touché. Je me sens pénétré de reconnaissance envers Sa Majesté, et heureux de vous associer à un témoignage de son estime qui est la récompense et le couronnement de ma carrière scientifique. Madame Hermite qui a reçu votre télégramme et a été la messagère de l'événement, Mr et Madame Picard qui m'ont vivement félicité en dînant avec nous partagent mes sentiments et joignent leur gratitude à la mienne. Ce que d'autres diront, car la nouvelle se communiquera rapidement, à Poincaré, à Appell, à mon redouté beau-frère Mr Bertrand, etc., je vous le ferai bientôt connaître. En attendant je viens vous entretenir d'affaires, et vous présenter un collaborateur pour lequel je réclame un bon et favorable accueil. Peut-être aurez vous jeté les yeux sur une thèse de Mr Goursat que je vous ai envoyée à cause de son mérite hors ligne<sup>280</sup>. Mr Goursat a été chargé l'année dernière des conférences de mon cours à la Sorbonne, et j'ai eu occasion en m'entretenant avec lui d'apprécier la supériorité de son intelligence et de son talent. Il vient de m'adresser de Toulouse, où il a remplacé Picard comme professeur à la Faculté des Sciences, une démonstration originale et profonde de mon théorème sur les coupures des intégrales. Je vous l'envoie mon cher Ami en vous proposant de la publier sous forme de lettre adressée à Mr Hermite, avec ce titre : *Sur les coupures des*

*intégrales définies*, ou bien si vous préférez: *Sur un théorème de Mr Hermite*<sup>281</sup>. Permettez moi maintenant de vous prier de vouloir bien lui écrire un mot amical, contenant le témoignage de votre estime, pour lui dire que vous acceptez avec plaisir sa collaboration. J'ai quelques raisons de penser qu'elle ne sera pas inutile à *notre Journal*, et je me fais garant du mérite du collaborateur.

Maintenant ne souriez point si je cède par trop à l'attrait des pensées vaines, excusez moi de vous demander comment il se fait qu'il y ait une 1<sup>re</sup> classe dans le grade de commandeur de l'ordre suédois, lorsqu'il n'existe rien de pareil dans la Légion d'honneur. Mais quelles que soient les différences, tenez pour certain que ce qui m'a été donné par une main royale me permet d'oublier facilement, sans regret ni amertume, les condoléances de Mr Darboux, de Mr Bouquet, et de bien d'autres, toutes les fois que la République m'oublie, ou préfère donner de l'avancement dans la Légion d'honneur à de meilleurs républicains que moi.

A vous de tout coeur, mon cher Ami, et nos hommages bien affectueux à tous pour Madame Mittag-Leffler.

Ch. Hermite

XCI

Paris 1er novembre 1882

Mon cher Ami,

Je ne veux pas attendre pour répondre à votre bonne lettre qu'Appell m'ait renvoyé l'épreuve de la préface qu'il a en ce moment entre les mains, et je viens vous dire que je me sens fier et tout heureux de ce que je viens d'apprendre par vous<sup>282</sup>. Le roi de France guérissait autrefois les écrouelles : "le roi te touche, Dieu te guérisse". Votre roi mon cher Ami a porté son remède à ce que, malgré toute ma philosophie, je ne pouvais me dissimuler être un peu une souffrance, lorsqu'aux époques ordinaires de nominations et promotions dans la Légion d'honneur je voyais mes collègues et confrères avancer tour à tour, tandis que je reste à la même place depuis le Ministère de Mr Duruy, sous l'Empire<sup>283</sup>. Je suis conservateur et je passe pour tel, je vais régulièrement à la messe avec tous les miens ; c'est plus qu'il n'en faut, en temps de révolution, pour être systématiquement exclu et n'avoir jamais part aux distinctions et récompenses. Il y a aussi une autre chose ; les ministres de la république sont loin d'être insensibles aux sollicitations, et quelques mots suffisamment clairs m'ont fait comprendre, que pour obtenir il fallait au moins demander. Vous sentez l'impossibilité ; j'accepterai mais jamais je ne demanderai.



Je n'accepterai même point sans tristesse ; les ministres qui nous gouvernent depuis des années mènent la France à sa perte, et de tant de choses funestes auxquelles ils ont part, j'ai une horreur que je ne puis rendre. Une affreuse fatalité pèse sur notre pays ; ces ministres font la volonté de la chambre, qui déclare et prétend faire la volonté de la France, lorsqu'il est de toute évidence et mille fois certain, que la noble et malheureuse France est jouée et exploitée par des fous et des pervers. Nous étions il y a quelques jours réunis en commission dans un cabinet, à l'Institut, Mr Bouquet, Mr Camille Jordan et moi. Nous avons les mêmes opinions, les mêmes sentiments, nous causions en toute liberté, et nous disions que la France est perdue. Aussi vous croirez aisément que je vous porte envie, et qu'au faux principe de la souveraineté nationale qui conduit une grande nation aux abîmes, je préfère un souverain portant, avec simplicité et droiture, sa responsabilité devant son peuple et devant Dieu. Je me sens lié à jamais, mon cher Ami, par le sentiment de la plus profonde reconnaissance envers votre roi, et vous consentirez à m'admettre en partage dans la respectueuse affection qu'il vous inspire. Je prends avec une intime satisfaction ma tâche de collaborateur [[ aux *Acta Mathematica* ]] en pensant que j'acquitte une dette, et qu'une royale bienveillance encourage nos efforts. Par conséquent comptez sur moi, et croyez à ma plus cordiale et sincère affection.

Ch. Hermite

Picard et moi, ainsi que Mr Hermann, nous jugeons que le texte français de la préface<sup>284</sup>, l'indication en français du nom de l'éditeur et du libraire [[ Hermann ]], donnent à l'intérêt français la plus complète satisfaction, et que personne n'aura l'idée de songer à une place à droite, ou à gauche. Je n'ai pas encore la réponse d'Appell sur cette question.

XCII

Paris 3 novembre 1882

Mon cher Ami,

Appell vient de me donner votre préface [[ aux *Acta Mathematica* ]] à laquelle il a fait quelques corrections ; à ma demande d'une refonte complète du texte, il objecte qu'il parle et écrit l'allemand de Strasbourg qui n'a point l'élégance de la langue de Berlin. C'est aussi le cas de Mr Biehler qui est Alsacien, mon embarras est donc bien grand. Si j'avais eu quinze jours devant moi, j'aurais tenté et j'aurais sans doute réussi à obtenir d'un professeur de langue allemande un texte qui vous donnât toute satisfaction. Mais j'ai lieu de croire qu'après bien des

retards vous êtes pressé d'en finir, et que vous ne pouvez consentir au délai qui me serait nécessaire.

Voici une autre difficulté ; je ne sais pas au juste si comme vous le dites dans votre lettre du 13 octobre<sup>285</sup> vous voulez faire de la préface un prospectus, en vous réservant de la mettre à la fin du tome. Quelles raisons auriez vous donc d'agir ainsi ? Les *Annales* de Gergonne, le *Journal* de Liouville, s'ouvrent par une courte préface, et je n'ai point connaissance que l'annonce d'une oeuvre, et l'exposé des conditions dans lesquelles elle est entreprise, ait jamais été rejetée à la fin d'un volume. Un prospectus est un avis commercial, qui donne le prix de l'abonnement, le nom du libraire ; Mr Gauthier-Villars, qui est un docteur en matière commerciale, met bien dans ses prospectus un extrait, une phrase d'une préface, ou même reproduit une introduction, mais en ayant soin d'annoncer cet extrait ou cette reproduction, qui précède l'indication du prix de vente. Prenez exemple sur lui, si vous m'en croyez, ayez des prospectus qui changent, en donnant successivement les titres des mémoires publiés, et les noms des auteurs, c'est la plus légitime et la meilleure des réclames. A ce propos, j'ai à vous demander, au nom de Mr Hermann, dans quels termes il vous convient qu'il mette, dans les prospectus de sa librairie, l'annonce des *Acta Mathematica*, et en second lieu à vous transmettre sa prière de donner son adresse après son nom, dans votre titre. Revenant à la question de la préface, je vous propose donc de la laisser en tête du premier volume du *Journal*, comme il est naturel, et par conséquent de conserver la phrase : "l'Etat suédois etc.", dont la fin a été laissée en blanc. Mais en grâce, mon cher Ami, ne vous pressez point tant ; nous sommes à une distance énorme et il faut un grand intervalle entre une lettre et une réponse. Or une entente est souvent nécessaire ; la question qui vous a préoccupé : de Berlin à droite ou à gauche, dans le titre, je vous le répète et cette fois avec le complet assentiment d'Appell, cette question n'en est pas une. Vos intentions sont complètement remplies du moment que les deux textes, français et allemand, sont en regard l'un de l'autre, et en ce qui nous concerne, en France, votre but est atteint.

Je suis mon cher Ami en pénitence cet après midi, j'ai à surveiller, dans la salle Gerson, la composition en version latine des candidats au baccalauréat, je remplirai les fonctions utiles, mais peu glorieuses, de maître d'étude, ou de pion, comme disent nos écoliers. C'est le motif qui m'empêche d'attendre pour vous écrire, si une lettre de vous ne m'arrivera pas aujourd'hui. C'est toujours à deux heures de l'après-midi qu'arrive le courrier de Stockholm, et à ce moment je serai salle Gerson.

Je suis comblé de compliments et de félicitations de ma famille de Lorraine [[ pour sa décoration par le roi de Suède ]], et de la famille Bertrand, de Bain

de Bretagne. Mr [[ Joseph ]] Bertrand jusqu'ici n'a point soufflé mot. Une autre fois, je vous parlerai d'autres choses, dont Mr Schwarz, mais pour l'amour du ciel hâtez vous lentement, lentement.

Votre affectionné de tout cœur.

Ch. Hermite

XCIII

12 novembre 1882

[[ Cachet de la poste ]]

Mon cher Ami,

J'espérai avoir en entier la disposition de cette journée de dimanche<sup>286</sup> pour vous écrire longuement, et voilà qu'il me faut encore me hâter pour ne pas ajourner davantage ma réponse à votre dernière lettre. Mr Lippmann<sup>287</sup> candidat à la chaire de Physique mathématique, et dont j'ai pris en main la cause, sur la recommandation de Mr Helmholtz, vient de me prendre un temps que je n'ai pu lui refuser, mais que j'aurais mieux aimé passer avec vous. J'ai livré pour lui une bataille à la dernière réunion de la Faculté, et il est venu me demander de prendre encore une fois la parole, dans la prochaine assemblée, ce à quoi je n'ai pu m'engager qu'après m'être fait endoctriner sur Maxwell, Sir William Thompson, etc. Je ne veux point vous parler d'autres ennuis ; j'arrive à votre préface.

Je ne crois point nécessaire de spécifier, que c'est en prenant des abonnements que l'Etat suédois et d'autres ont donné leur concours financier au journal. Il importe peu que cet appui financier soit donné sous une forme ou une autre ; je juge que l'essentiel à mentionner, c'est qu'il vous a été donné. Si vous jugiez cependant qu'il est nécessaire, pour certaines raisons, de préciser, je propose la modification de rédaction, que vous voyez indiquée à côté du texte<sup>288</sup> ; ainsi qu'une autre, un peu plus loin, pour répondre à votre intention, que j'approuve pleinement, de déclarer que vous suivez une voie que d'autres ont déjà ouverte.

Faites moi, mon cher Ami, l'honneur de penser que je m'étais déjà fait le devoir de présenter les *Acta*, à l'Académie des Sciences<sup>289</sup>, et que l'intention du roi, que vous m'avez fait parvenir, sera réalisée complètement, et autant qu'il me sera possible. Emile Picard me dit qu'à la Société Mathématique nous n'aurons que l'embaras du choix pour les annoncer, soit par le Président Mr Halphen, ou bien Mr Laguerre, etc., etc.

Les Sociétés savantes de la province ont un rayonnement si faible en France, qu'il n'y a pas grand chose à attendre d'elles, pour faire connaître une publication. Les publications de ces sociétés ne me paraissent non plus valoir l'échange avec votre Journal. Il en est autrement pour celles de l'Académie des Sciences ; à cet égard, c'est la commission administrative qui est souveraine et qui décidera si les *Comptes Rendus* vous seront envoyés en retour. J'y aurai l'oeil, et j'agirai suivant qu'il sera utile. Préoccupez vous moins, si vous m'en croyez, de ces détails, je me préoccupe pour vous, j'encourage Mr Goursat, qui vous destine un travail important<sup>290</sup>, et ma prochaine lettre contiendra, j'espère, une courte note d'un de mes correspondants sur la formule d'interpolation de Lagrange, qui est, à mon avis, un petit bijou. Mais un tourbillon affreux d'affaires, l'odieuse besogne des examens de baccalauréat, des paquets de compositions à débrouiller et à noter, de longues séances à interroger des candidats dans les salles de la Sorbonne, me dévorent tout mon temps. Et puis des rapports qu'on me donne toujours à faire, sur Tisserand, sur Tannery, à la Faculté, les pièces envoyées au concours pour le grand prix des Sciences mathématiques, que je suis seul, avec Mr Jordan, à lire et à étudier ; les visites des mamans des candidats au baccalauréat qui forcent ma porte, voilà quelques motifs pour m'excuser de n'avoir point encore attaqué la question à laquelle je veux consacrer mon premier article dans les *Acta*. Mon premier effort de travail sera pour vous, et il ne tiendra pas à moi que je m'y mette le plutôt possible. Je n'ai pas pu aller voir Madame de Kowalewski. Mr Tchebichev l'a conduite à une séance de la Société mathématique, qui a été extrêmement brillante, et s'est prolongée jusqu'à près de minuit. Cela ne l'empêche point de trouver et de dire qu'elle serait mieux à sa place dans son ménage, sans tenir le compte qu'il devrait de son talent qui est extraordinaire pour une femme.

J'ai eu l'honneur de la visite de Mr Sibbern [[ ambassadeur de Suède à Paris ]], vendredi dernier ; étant absent, il m'a laissé, avec une lettre dont j'ai été bien vivement touché, les insignes de l'Etoile polaire, qui ont ébloui Madame Hermite et Madame Picard. Hier j'ai été à la légation de Suède, porter ma lettre de remerciements ; j'y ai appris que le Ministre recevait tous les jours, dans l'après-midi. Je me présenterai, et vous conterai l'entrevue.

Mr Sibbern m'a prévenu dans sa lettre, que le brevet me parviendrait par la voie du Ministère des Affaires Etrangères. Peut-être aurais-je ainsi une occasion d'entrer en rapports avec Mr Duclerc<sup>291</sup>, à qui j'ai déjà eu occasion d'écrire.

Je vous envoie à la hâte nos compliments bien affectueux pour Madame Mittag ; dans un instant une affaire concernant Mr Berthelot (un haut et puissant seigneur) m'arrache à vous, et me rejette dans le tourbillon.

Pourriez-vous m'envoyer une épreuve d'imprimerie de votre préface ? Je vous promets de vous la retourner sans vous faire attendre ; je vous la demande afin d'en juger, et de vous donner les dernières corrections.

Tout à vous mon cher Ami et de tout cœur.

Ch. Hermite

XCIV

Paris 26 novembre 1882

Mon cher Ami,

Mr Hermann, que je viens de voir, me demande de vous informer qu'au point de vue de l'utilité pratique il jugerait préférable de ne lancer son prospectus, qu'après la publication de la première livraison du Journal. Je pense continuellement aux mille soins que vous devez avoir au moment de cette publication et à tous les soucis que comporte votre situation de rédacteur en chef. L'un des moindres n'est pas de savoir si un résultat qu'on vous propose pour être inséré est neuf comme le croit l'auteur, et je puis en juger par moi-même. J'avais pensé vous envoyer, au sujet de la formule d'interpolation de Lagrange, une note que m'a communiquée un géomètre hollandais Mr Stieltjes, astronome à l'observatoire de Leyde, qui m'avait extrêmement plu, et dont voici l'objet. Soit  $\Pi(x)$  le polynôme de Lagrange qui coïncide avec une fonction  $f(x)$ , pour  $x = x_1, x_2, \dots, x_n$  ; l'auteur<sup>292</sup> établit avec la plus grande élégance que la différence  $f(x) - \Pi(x)$  s'exprime ainsi :

$$f(x) - \Pi(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{1.2\dots n} f^{(n)}(\zeta),$$

$\zeta$  étant intermédiaire entre  $x$  et la plus grande des quantités  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Je communique cette formule à Mr Biehler, et par lui, après avoir traversé l'*Algèbre* de Mr Laurent, je finis par savoir qu'elle avait été donnée par Ampère ! Elle ne peut donc trouver place dans les *Acta* ; mais avec cette lettre vous aurez quelque chose de mieux d'Appell<sup>293</sup>. Nous dînions mercredi chez Emile [[ Picard ]], avec Mr Sophus Lie et lui ; après dîner une conversation analytique a eu lieu entre nous deux, et c'est ce qui a été l'origine de son article, qui vous parviendra comme envoi recommandé. J'en ai été enchanté, et Madame Hermite a reçu commission de dire à Madame Appell, que son mari est poète en Analyse ; j'espère qu'il ne vous fera pas moins de plaisir qu'à moi. Laissant de côté bien des choses à vous dire, et vous adjurant de garder le *secret absolu* qu'exige la circonstance, je vous

transcrits une lettre que j'ai adressée jeudi dernier à Mr Duclerc<sup>294</sup>:

"Monsieur le Président,

J'ai l'honneur de vous accuser réception du brevet de commandeur de première classe de l'Etoile Polaire, que j'ai reçu par l'intermédiaire de Mr le Ministre de l'Instruction Publique et des Beaux-Arts. Permettez moi à cette occasion, Monsieur le Président, d'oser appeler respectueusement votre attention sur celui des savants suédois, qui occupe comme astronome et mathématicien le premier rang dans son pays, Mr Hugo Gylden, Directeur de l'Observatoire de Stockholm, Correspondant de l'Institut.

Mr Gylden a consacré sa carrière scientifique à la question fondamentale de la Mécanique céleste, à la théorie des perturbations, qui a été depuis Laplace jusqu'à Le Verrier l'objet constant des travaux des Astronomes. Des méthodes entièrement nouvelles et plus rapides ont été le fruit de ses profondes recherches, et ont été déjà appliquées avec le plus grand succès à la détermination des orbites de plusieurs comètes et petites planètes. C'est dans les théories d'Analyse, auxquelles j'ai voué toutes mes études, que Mr Gylden a trouvé le point de départ et le fondement de ses beaux travaux, et si je dois laisser à d'autres de juger l'Astronome il peut m'être permis d'exprimer pour l'habile et profond géomètre les sentiments de la plus haute estime.

Deux de mes élèves, Mr Baillaud, Doyen de la Faculté des Sciences et Directeur de l'Observatoire de Toulouse, Mr Callandreau, Astronome adjoint de l'Observatoire, en ce moment aux Antilles pour l'observation du passage de Vénus, ont exposé dans leurs thèses<sup>295</sup> de doctorat les découvertes de Mr Gylden, et les ont ainsi répandues en France. Le savant illustre les a tous les deux encouragé de ses conseils, et a grandement facilité leur travail, en mettant ses propres tables manuscrites à leur disposition. C'est vous dire, Monsieur le Président, que Mr Gylden est un homme excellent ; en vous exprimant le désir que ses titres scientifiques lui méritent la décoration de la Légion d'honneur, je puis assurer avec une entière confiance, que cette haute distinction paraîtra bien justement méritée, par les travaux de premier ordre et par le caractère le plus sympathique et le plus honorable.

Agréiez etc."

Mr l'Amiral Mouchez<sup>296</sup> a appuyé, par une lettre chaleureuse, celle que vous venez de lire, et toutes deux sont parvenues par ses soins au Ministre des Affaires Etrangères. Maintenant, réuissirons-nous ? Je suis, mon cher Ami, tellement inconnu et ignoré du Ministre, que sans la bonté de Mr Sibbern, à qui j'ai fait savoir que depuis trois semaines j'attendais mon brevet sans le recevoir, ce pauvre brevet envoyé par erreur à un indigne resterait encore dans quelque carton.

J'ai eu un long entretien avec votre Ministre, qui est le meilleur des hommes ;

il en résulte pour moi fort clairement que notre situation intérieure est aussi périlleuse que je pouvais le supposer.

Le Conseil Municipal de Paris noue des rapports avec la Sorbonne ; j'ai été délégué par le comité de patronage des Hautes Etudes pour solliciter sa générosité en faveur des études mathématiques. Mais ayant su que j'aurais un temps infini à dépenser en conférences, au pavillon de Flore, j'ai prié Mr Bouquet de me remplacer, et c'est lui qui ira dans l'antre de la démagogie faire commerce d'amitié avec les ogres municipaux.

Ayez la charité de me faire savoir par un mot sur une carte-postale si le mémoire d'Appell vous est parvenu ; veuillez rappeler toutes nos dames au bon souvenir de Madame Mittag, prenez aussi patience pour tout ce que j'aurais à vous dire et que je ne vous dis point, et croyez à mon affection la plus sincère et la plus dévouée.

Ch. Hermite

Un devoir de famille m'obligera de quitter Paris et de passer en Lorraine, à Flanville, près Metz, la seconde semaine de décembre.

XCV

Flanville par Metz (Lorraine) 13 décembre 1882

Mon cher Ami,

Nous prenons tous, qui vous avons vu avec Madame Mittag-Leffler, la part la plus vive à votre inquiétude, et je vous envoie du fond du cœur mes vœux les plus sincères pour sa guérison.

N'osant vous entretenir de bien des choses dans l'ignorance de votre situation actuelle, je me trouve cependant obligé de vous prier de me faire savoir par l'un de vos collaborateurs, sinon par vous, si Mr Hermann peut prendre dans le prospectus qu'il vient de m'envoyer le titre d'Editeur des *Acta Mathematica*<sup>297</sup>, et s'il est autorisé à dire dans ce prospectus : "Nous pouvons mettre le prix d'abonnement à un prix excessivement bas...".

Des devoirs de famille m'ont appelé en Lorraine comme je vous l'ai dit dans ma dernière lettre, mais demain je pars pour Paris et je vous serais reconnaissant de me faire parvenir un mot, un seul mot de réponse, au sujet de la prétention de Mr Hermann.

Encore une fois, mon cher Ami, tous mes vœux pour votre chère femme, avec mes

sentiments de la plus sincère affection.

Ch. Hermite

XCVI

Paris 19 décembre 1882<sup>298</sup>

Mon cher Ami,

J'avais déjà appris en revenant à Paris l'heureuse nouvelle du rétablissement de la santé de Madame Mittag-Leffler que m'a simplement confirmé votre lettre, et dont nous sommes tous on ne peut [[ plus ]] contents. Nous avons partagé vos inquiétudes, nous prenons notre part de votre bonheur, et puisque, grâce à Dieu, vous avez maintenant l'esprit libre, je viens vous entretenir d'affaires.

Mr Hermann est un homme excellent, qui se prête à tout ce que je lui demande. En ce moment il fait imprimer son prospectus dans lequel il annonce les *Acta*, j'ai cru qu'il convenait mieux, qu'il ne prit point le titre d' "éditeur", et qu'il attendit de connaître votre convenance, il y a immédiatement consenti.

En second lieu et pour le texte consacré à l'annonce des *Acta*, j'en étais peu satisfait, je lui ai proposé de le remplacer par un extrait du *Compte Rendu* de la séance prochaine de l'Académie que voici<sup>299</sup> :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie, au nom du Rédacteur en chef Mr Mittag-Leffler, du premier cahier d'un Journal mathématique publié à Stockholm, sous le titre de : *Acta Mathematica*. Le jeune et savant géomètre a pour collaborateurs les mathématiciens les plus distingués de la Suède, de la Norvège, du Danemark et de la Finlande ; parmi eux figurent nos éminents correspondants Mr Broch<sup>300</sup> et et Mr Gylden.

Les *Acta Mathematica* sont publiés sous les auspices de S.M. le Roi de Suède et de Norvège. L'Auguste Souverain a pris sous sa protection spéciale un recueil qui, en s'adressant à tous les géomètres, secondera puissamment dans les pays du Nord le grand mouvement des Sciences mathématiques à notre époque.

Le cahier que j'ai l'honneur d'offrir à l'Académie contient les articles suivants : *Théorie des groupes fuchsien*s par Mr Poincaré, etc., etc.

En même temps que je ferai la présentation des *Acta*, j'adresserai au Président la demande écrite de l'échange de votre Journal avec les *Comptes Rendus*. Cette demande, d'après les informations que j'ai prises, sera certainement accueillie, et l'échange sera accordé, mais on m'a prévenu qu'il n'était point dans les usages et



les traditions de la Commission Administrative de joindre aux *Comptes Rendus* les autres publications de l'Académie, comme les volumes de ses mémoires, ou ceux des savants étrangers.

En outre du *Bulletin* de Mr Darboux, du *Bulletin de la Société mathématique de France*, et des *Nouvelles Annales mathématiques* de MM. Brisse et Géroton, les *Acta* seront annoncés dans le *Journal de la Librairie* et dans le *Journal de l'Instruction Publique*.

Je n'ai plus guère de place pour vous parler de moi ; j'ai été nommé par l'Académie de la commission chargée de présenter une liste de candidats pour la place vacante d'associé étranger. C'était dans l'intention que Mr Weierstrass fût porté sur la liste, ce qui a eu lieu en effet, et j'ai été chargé du rapport sur ses titres<sup>301</sup>, que j'ai lu au Comité secret de lundi dernier. Cette fois c'est Mr Bunsen qui sera élu, mais la place de Mr Weierstrass me semble marquée sûrement, quand il s'agira d'un géomètre<sup>302</sup>. Vous n'apprendrez pas avec moins de plaisir que Mr Norden-skjöld figure également sur la liste de présentation.

La mort bien malheureuse du chef du cabinet de Mr Duclerc, Mr Delaroche-Vernet, a mis obstacle à ce que nous connaissions la suite donnée à notre demande de décoration pour Mr Gylden. Mais un de nos grands personnages politiques a bien voulu, heureusement, prendre intérêt à Mr Gylden ; j'espère ne point tarder à être informé. Mr Faye a été au 16 mai Ministre de l'Instruction Publique, il doit être à ce titre classé parmi les cléricaux.

Veuillez, mon cher Ami, rappeler à S.M., si vous le jugez convenable, mes sentiments de respect et de reconnaissance, recevez les vœux de Madame Hermite et de Madame Picard pour votre chère convalescente, avec l'assurance de tout mon dévouement.

Ch. Hermite

XCVII

Paris 27 décembre 1882

Mon cher Ami,

Mes souhaits de bonne année et mes vœux les plus affectueux pour vous et votre chère femme ! Combien je souhaite vivement que cette lettre vous trouve délivré de tout souci, et avec quelle satisfaction nous apprendrons tous qu'il ne reste plus aucune trace de la maladie qui l'a mise en danger.

Mes vœux aussi pour le succès de vos leçons, de vos travaux, de votre Journal, dont je viens vous parler avec l'intérêt et le zèle d'un collaborateur. C'était hier, et non lundi à cause de la fête de Noël, la séance de l'Académie ; la présentation des *Acta* a eu lieu, et le texte dont ma dernière lettre vous a donné communication paraîtra dans le prochain numéro des *Comptes Rendus*. On m'a fait entendre, mais je ne puis y compter cependant d'une manière absolument certaine, qu'il serait reproduit, d'ici quinze jours, par plusieurs grands journaux politiques, et par l'*Officiel*. Ce serait d'après Mr Hermann une publicité infiniment plus étendue que celle que nous pouvions obtenir avec le *Bulletin* de Mr Darboux, le *Bulletin de la Société Mathématique*, etc. Toutefois attendons avant de nous réjouir ; Mr Hermann me charge aussi de vous informer qu'il désire vivement ne point tarder à recevoir les exemplaires du premier cahier des *Acta*, afin de pouvoir servir les abonnements qu'il a déjà.

Je veux aussi mon cher Ami vous conter, confidentiellement, certaines choses qui me concernent. Mr Dumas<sup>303</sup> m'a fait demander, par un de mes amis, de me laisser porter à la présidence de l'Académie, et quelques jours après Mr Bertrand en a fait autant, par l'intermédiaire de son fils Mr Marcel, que vous avez vu je crois chez nous. J'ai refusé, ne me sentant aucunement propre à ces fonctions, et aussi à cause des obligations qu'elles imposent, et qui me priveraient de mes vacances dont j'ai impérieusement besoin. Vous voyez que si vous fuyez les honneurs de la situation de Recteur magnifique, je me sauve bien loin pour ne point devenir Président. Les circonstances sont en ce moment si singulières, qu'on n'aime point de se montrer ni de paraître, quand même on en aurait le goût plus que moi. Je vous apprendrai qu'il a été question du Calcul intégral à la Chambre des Députés, et que de la tribune, d'où part la foudre qui anéantit la tyrannie et les vieilles superstitions, l'assemblée émerveillée a entendu retentir les noms de Riemann et de Cauchy ! Le Gouvernement demandait les fonds nécessaires à la création d'une seconde chaire de Calcul infinitésimal à la Faculté, et sa proposition a été appuyée par Mr Laisant et Mr Bischoffsheim<sup>304</sup>, pour les mêmes motifs. Tous deux de leur science certaine, et avec une compétence proclamée par le Président Mr Brisson, ont déclaré qu'à la Sorbonne on n'enseignait point les méthodes analytiques de l'étranger, ni la théorie des fonctions elliptiques, ni les quaternions ! Leur éloquence n'a point prévalu, et la Chambre a jugé la dépense inutile ; mais que pensez vous du jugement porté sur le cours de Mr Bouquet et le mien ? Mr Lipschitz m'a écrit<sup>305</sup> qu'il avait lu, avec le plus vif étonnement, les débats du parlement français sur l'enseignement supérieur de l'Analyse, et pour me consoler m'a cité le passage suivant de Rückert<sup>306</sup> : "Faites le bien et jetez le à la mer. Lorsque les poissons le dédaigneront, le Seigneur le verra." Si vous pouvez vous procurer le *Journal Officiel*

à Stockholm, c'est dans le numéro du dimanche 3 décembre<sup>307</sup> que se trouve le compte rendu de cette intéressante séance.

Mr de Freycinet a eu la bonté de m'informer, officieusement, que la décoration demandée pour Mr Gylden était accordée. Mais gardez le secret, Mr de Freycinet ayant répété, avec insistance, qu'il me faisait une communication *officieuse*. Je me ferai un plaisir, s'il arrive une communication officielle, d'envoyer une dépêche à votre vaillant collaborateur. Et puis, mon cher Ami, j'espère bien qu'un jour votre tour viendra aussi, et qu'après m'avoir fait Suédois, sujet de votre Roi, sujet dévoué, respectueux et pénétré de reconnaissance, je vous ferais Français, mais avec l'espoir que vous n'aurez, pour la République, que l'affection modérée, restreinte, languissante, que je lui porte.

Je vous envoie une lettre de Mr Bouquet pour les *Acta*, qui contient sur  $\Gamma(a)$  un résultat entièrement neuf, et à mon avis bien intéressant. Si vous le désirez, je vous enverrais aussi les 13 premières feuilles du second tirage de mon cours de la Sorbonne ; mais quand connaîtrais-je la découverte de Mr Cantor<sup>308</sup> ? Pourriez-vous m'en dire quelques mots ?

En vous priant de vous charger pour Mr Malmsten de mes souhaits de bonne année, et de lui renouveler l'assurance de mes sentiments de respect et d'affection, je reste, mon cher Ami, votre à jamais dévoué.

Ch. Hermite

XCVIII

Paris 11 janvier 1883

Mon cher Ami,

J'apprends avec bien du regret que vous avez dans la main une douleur rhumatismale qui vous cause de la difficulté pour écrire, aussi je me permets de vous engager à demander à votre médecin si les eaux sulfureuses des Pyrénées, celles de Bagnères-de-Luchon ou de Barèges, regardées en France comme souveraines contre ce genre d'affections, ne vous seraient point nécessaires. Peut-être qu'une saison dans une de ces localités vous débarrasserait d'une gêne qui survient mal à propos, lorsque vous avez à correspondre avec tous les mathématiciens du monde.

*Vita plena miseriis* ; moi aussi j'ai une douleur rhumatismale, non dans la main, mais dans l'esprit. Je suis surchargé de devoirs et le courage me faisant défaut, au lieu de travailler, je m'abandonne à un courant d'idées tristes. Croirez vous

que j'écoute les cloches de Saint Etienne du Mont<sup>309</sup> en me laissant bercer par leur chant monotone ?

Afin de secouer la torpeur et de m'arracher à la mélancolie je relis votre bonne lettre, et, au fur et à mesure, je réponds à ce qu'elle contient. Le prospectus de Mr Hermann a paru et remplit entièrement vos intentions. Mr Maindron, le secrétaire de Mr Bertrand et de Mr Dumas que vous avez peut-être vu à l'Académie, s'est chargé d'en donner des exemplaires à plusieurs rédacteurs du feuilleton scientifique de nos grands journaux politiques, et ne semble point mettre en doute que ma présentation des *Acta* à l'Académie soit reproduite, d'ici quinze jours, dans beaucoup d'entre eux. C'est lui qui vous a retourné une lettre destinée à un Journal qui maintenant n'existe plus, *L'Institut*, et qui lui avait été remise. Laissez moi d'ailleurs suivre cette affaire, je sais que je puis compter sur la bonne volonté de Mr Maindron. Mais une chose plus difficile, et à laquelle j'ai bien pensé sans pouvoir trouver le joint, serait d'agir comme vous me le demandez sur votre diète, au moyen de la presse. Je n'ai d'accès que dans les *Comptes Rendus* ; les journaux politiques ne traitent de questions scientifiques, qu'en se faisant les porte-voix des hommes de science qu'ils veulent servir et je n'ai point d'amis parmi les journalistes. Je dois même présumer qu'à titre de clérical, je suis leur bête noire, et quant aux journaux légitimistes et religieux, comme *L'Union*, *L'Univers*, *Le Français*, je n'ai aucun rapport avec leur rédaction bien que je partage leurs sentiments. Je ne puis donc faire autre chose que de présenter à l'Académie chaque cahier des *Acta*, avec la mention des articles qui y sont publiés, et vous pouvez être assuré que je n'y manquerais point.

Je joins à ma lettre une note que Mr Hermann m'a demandé de mettre sous vos yeux. Elle répond à un sentiment très sérieux en France, où réellement on ne sait que le français, mais je doute que vous puissiez réaliser le vœux qu'elle exprime.

Je vous envoie aussi une note mathématique de Mr Bouquet<sup>310</sup>, dont voici l'adresse : rue Notre-Dame des Champs, n° 125, et qui ne recevra pas avec moins de reconnaissance que Mr Biehler<sup>311</sup> et Mr Laguerre les numéros des *Acta*.

Mr Gylden me paraît aussi content qu'il a été surpris de recevoir la décoration d'officier de la Légion d'honneur<sup>312</sup>. Mais, me diriez-vous, pourquoi officier, lorsque Mr Weierstrass et Mr Kronecker sont simplement chevaliers ? Je ne suis pas dans le secret des Dieux, toutefois ce que je présume c'est qu'on a eu égard à la situation officielle, de Directeur de l'Observatoire, qui aurait été jugé hiérarchiquement plus élevée que celle de Professeur. J'ai lieu de croire que Mr de Freycinet a eu dans le résultat la principale part, mais je ne me sens point assez camarade avec lui pour me risquer à aller l'entretenir à l'Académie, où il vient siéger

assez régulièrement. Mr Maindron, qui a été mon intermédiaire auprès de lui, prétend que j'ai tort, et que je devrais l'aborder, mais j'ai peur de ces grands personnages, et non sans motifs, croyez le bien.

Le succès des *Acta*<sup>313</sup> vous fait dans la science une situation telle que les distinctions vous arriveront, mon cher Ami, naturellement et sans que vous les cherchiez, et je revendique seulement pour vous, comme pour d'autres, le droit d'intervenir un jour, si les circonstances me le permettent encore. Je désirerais vous voir correspondant de notre Section de Géométrie qui n'en a pas encore en Suède, Mr Gyllen et Mr Broch appartenant à l'Astronomie et à la Mécanique, et en même temps membre de la Légion d'honneur ; c'est ma double ambition que vous me donnerez, j'en suis sûr, les moyens de réaliser : *Macte animo*<sup>314</sup> !

Mes vœux pour le prompt rétablissement de Madame Mittag, et mes sentiments de la plus sincère et cordiale affection.

Ch. Hermite

XCIX

Paris 26 janvier 1883<sup>315</sup>

Mon cher Ami,

Les questions importantes soulevées dans votre dernière lettre ont été hier entre Appell et moi l'objet d'un examen approfondi. Je m'empresse de vous faire part des conclusions auxquelles nous avons été amenés et qui sont au même degré l'expression de son sentiment et du mien. En premier lieu nous adoptons pleinement votre manière de voir, sur l'extrême importance qu'il y aurait à réaliser l'idée qu'a proposé Mr Hermann. Nous sommes convaincus que vous rendrez ainsi aux sciences mathématiques un service immense, dont la France ne sera pas seule à profiter, bien qu'elle soit principalement appelée à en profiter. Est-il possible maintenant que nous vous donnions notre concours pour faire, comme vous le voudriez, les traductions en français des mémoires les plus importants qui son publiés en allemand ? Appell me charge expressément de vous dire que des mémoires de Mr Cantor, que je lui ai remis de votre part, il ne pourra rigoureusement s'occuper que d'un seul, le n° 1, pour le traduire. Le temps lui fait absolument défaut, à lui, à moi et à nous tous ; nous avons mille devoirs, professionnels et autres, qui nous permettent bien difficilement de travailler à nos recherches personnelles ; c'est par conséquent une complète impossibilité pour lui, en particulier, de se charger d'une nouvelle tâche malgré son vif désir de remplir vos intentions. Nous vous soumettons, après avoir

réfléchi à cette difficulté, le moyen que nous jugeons praticable pour atteindre au but que vous vous êtes proposé, et auquel nous désirerons aussi vivement que vous parvenir. J'ai été informé par Mr Bourguet, qu'un de ses amis l'abbé Dargent, prêtre du séminaire de Saint Sulpice, qui est mon compatriote Lorrain, accepterait volontiers de consacrer à des traductions en français sa connaissance de l'allemand et ses connaissances mathématiques, s'il pouvait tirer une suffisante rémunération de son travail. Je puis également faire une proposition dans le même sens, à un de mes élèves, Mr l'abbé Pantonnier, dont Appell et moi nous connaissons le talent mathématique, et qui nous offre à cet égard les plus précieuses garanties. En notre nom à tous deux, je vous demande si, en principe, vous acceptez que le travail de traduction nécessite pour la réalisation de votre projet doit être rétribué. Puis, sous la condition de votre acceptation, nous vous demandons s'il vous convient que des ouvertures soient faites, de votre part, aux personnes que nous jugeons les plus propres à ce travail de traduction, afin d'arriver à une entente, entre vous et elles. En même temps Appell me charge de vous dire que les conseils, les indications, dont les traducteurs pourraient avoir besoin, il les donnera on ne peut plus volontiers, comme moi ; tous deux et Picard et certainement aussi Poincaré, nous lirons les traductions, de sorte qu'avant de les imprimer vous ayez la garantie de l'un de nous.

En attendant votre réponse sur ces propositions, je m'empresse de vous informer, que j'ai reçu de Mr Bertrand la complète assurance, qu'à sa prochaine réunion la commission administrative de l'Académie des Sciences vous accordera l'échange des *Acta* avec les *Comptes Rendus*. Picard me garantit que la Société mathématique fera de même ; il s'est chargé d'en parler au secrétaire Mr Piquet ; et je suis assez bien avec Mr Darboux pour croire qu'il fera également bon accueil à ma requête pour son *Bulletin*.

Dans le dernier numéro de ce *Bulletin*, octobre 1882, j'ai vu page 215 une équation elliptique donnée par Mr Cayley<sup>316</sup>, qui m'a intéressé et dont j'ai cherché une démonstration, que je vais vous communiquer, pour les *Acta*, si vous le voulez<sup>317</sup>.

A l'instant je reçois le numéro du Journal encyclopédique *Konversationslexicon*, où vous avez eu la bonté de publier sur moi une notice étendue, absolument inaccessible, défendue qu'elle est par l'impénétrable barrière du suédois<sup>318</sup>. Mais je vois ce que je ne puis saisir, et je suis d'avance absolument certain que, dans un langage qui m'échappe, votre bienveillance, qui m'est connue, ne m'a point présenté sous un jour défavorable à vos lecteurs scandinaves. Le numéro que vous m'avez envoyé va partir pour la Lorraine, où j'ai lieu de penser, qu'un ami de la famille, qui est philologue distingué, sera en mesure de satisfaire la curiosité de mes parents et la mienne. Hélas, mon cher Ami, je n'ose point m'adresser à Marcel

Bertrand, qui lit le suédois, et qui s'offusquerait immédiatement qu'il soit question en Suède d'autres travaux mathématiques que de ceux de son père !

Avec mille remerciements bien affectueux, nos hommages à Madame Mittag, et la nouvelle assurance de mon amitié bien dévouée.

Ch. Hermite

C

Paris 3 février 1883<sup>319</sup>

Mon cher Ami,

J'ai reçu d'Uppsala une lettre que je vous envoie, avec la réponse que j'y ai faite, et que je ne sais comment faire parvenir, m'étant trouvé dans l'impossibilité de lire la signature de l'auteur. Supposant que le nom resté indéchiffrable, pour Picard et pour moi, ne vous est pas inconnu, j'ai pensé que vous auriez la bonté de me sortir d'embarras, en voulant bien vous charger de faire parvenir ma réponse<sup>320</sup>. Peut-être aussi pouvez vous publier dans les *Acta* cette démonstration du théorème de Cauchy, dont Picard a bonne opinion, mais si la place vous manque, parce que vous devez la ménager pour des choses plus neuves et plus importantes, veuillez me la renvoyer, je la proposerai à Mr Darboux pour son *Bulletin*<sup>321</sup>.

Une multitude d'affaires qui ne finissent jamais, des commissions pour des élections, des rapports sur les candidats, des réunions à la Sorbonne, non seulement m'empêchent de travailler, mais me mettent sur les dents. N'ayant rien pu faire absolument ce matin, je me délasse en venant un moment causer avec vous. Les *Acta* se répandent, les annonces dans les comptes rendus scientifiques des grands journaux politiques produisent leur effet, mais je ne sais s'il me sera possible de vous les faire parvenir tous. C'est par un hasard que j'ai eu le numéro du *Temps* que je vous ai envoyé hier, et vous remarquerez, comme témoignage de la répulsion que j'inspire, comme conservateur et clérical, que l'auteur de l'article se dispense [[ de ]] donner mon nom au public, et de dire que j'ai fait à l'Académie la présentation du premier numéro<sup>322</sup>. Le *Temps* a de nombreux lecteurs, et c'est l'un de ces lecteurs qui a cru m'apprendre une nouvelle, en me disant qu'un nouveau Journal mathématique allait paraître à Stockholm, et qu'on avait vu mon nom parmi ceux des rédacteurs. Une circonstance que je ne pouvais prévoir m'a fait communiquer à notre bien cher Doyen Mr Milne-Edwards la notice que vous avez écrite dans le *Konversationslexikon*. Peut-être veut-il avoir en réserve le moyen de prouver à la commission du budget de la Chambre des députés, qui est malveillante pour la Faculté, que l'enseignement

mathématique donné à la Sorbonne n'est pas inconnu de l'étranger<sup>323</sup>. Les mauvaises dispositions de cette commission, dont le pouvoir est souverain, se sont manifestées sous une forme singulière ; elle exige un minimum de 40 leçons des professeurs, dont le cours ne comprend qu'un semestre. Le professeur d'Astronomie, Mr Bonnet, est ainsi contraint d'ajouter chaque semaine une conférence à ses deux leçons ; mais j'ai été épargné, au moins jusqu'à nouvel ordre, Mr Milne-Edwards ayant déclaré dans un sentiment de bienveillance, dont je suis vivement touché, que la publication de mes leçons de l'année dernière représentait beaucoup plus, que le travail de 40 leçons.

Madame Poincaré, mon cher Ami, s'intéresse extrêmement à Madame Mittag, à vous, aux *Acta* ; je l'ai entretenue du projet de Mr Hermann, qui ferait de votre Journal le foyer des mathématiques européennes, avec la traduction en français des plus importants travaux publiés en allemand, et de sa part, en son nom, je viens vous dire que Mr Poincaré accueille l'idée, et accorde son concours, pour lire et revoir les traductions, si vous pensez que c'est à Paris, et par des Français, que doivent se faire ces traductions.

L'horizon se rembrunit, tout le monde est inquiet, et les affiches électorales qui couvrent les murs de notre quartier, où une élection de député a lieu dimanche prochain, sont alarmantes. Le candidat qui sera certainement élu réclame le capital pour le travail, la suppression du Sénat, de la Présidence de la République, du budget des cultes, de l'immovibilité des juges, etc., etc. J'ai été à la Mairie du Panthéon retirer ma carte d'électeur, et j'ai savouré l'impression de contact avec le peuple souverain, Nos Seigneurs les ouvriers, tailleurs, brocanteurs, marchands de vins, marchands de crépines, etc., qui réclamaient leurs cartes en gouaillant les employés. Impossible à trouver un candidat à qui donner son vote, il n'est que trop clair que nous allons à la dérivé, et que le suffrage universel nous conduit aux abîmes.

Mr Laguerre doit incessamment me faire savoir si la direction du *Journal de l'Ecole Polytechnique* accepte l'échange de sa publication avec les *Acta* ; recevez en attendant, mon cher Ami, la nouvelle assurance de mes sentiments les plus dévoués.

Ch. Hermite

CI

Paris 7 février 1883

[[ Cachet de la poste ]]

Mon cher Ami,



Mr Bourguet a dû conférer hier avec l'abbé Dargent. J'attends une lettre qui me fera connaître les conditions [[ pour la traduction des mémoires de Cantor ]]. En même temps Mr Bourguet doit me donner pour les *Acta* un résultat concernant la fonction

$$f(x) = \sum \frac{1}{\Gamma(x+n)},$$

dont il obtient l'expression par une intégrale définie ; il en conclut, en faisant

$$\sum a_n x^n,$$

l'expression analytique de  $a_n$ , qui montre que la série est convergente dans tout le plan<sup>324</sup>.

On trouve facilement que :

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{f(x)}{e^{-f(x)}},$$

~~mais~~ il semble extrêmement difficile de prouver que les équations  $P(x) = 0$ ,  $Q(x) = 0$  n'ont aucune racine<sup>325</sup>. La méthode attribuée à Plana appartient en réalité à son élève Felice Chio, comme me l'a appris Mr Genocchi<sup>326</sup>, et je l'ai exposé dans mes leçons, page 72<sup>327</sup>. Au lieu de

$$\sum \left[ \frac{1}{x-a} + p \right],$$

on peut considérer plus généralement :

$$\sum \left[ \frac{A}{x-a} + p \right],$$

les pôles  $x = a$  étant réels, et les résidus  $A$  tous de même signe.

Picard a reçu et revu le mémoire de Zeuthen<sup>328</sup> ; Mr Bertrand m'a informé que la réunion de la commission administrative, où devait se traiter votre demande d'échange des *Acta*, a été ajournée par suite d'une indisposition de Mr Dumas que s'est aggravée et donne de l'inquiétude. Mr Elliot, élève très distingué de Briot, m'a communiqué un très bon travail sur l'intégration de l'équation donnée dans ma lettre à Mr Heine, généralisation de celle de Lamé. Ce n'est point une oeuvre de premier ordre, comme celles de Poincaré, Appell et Picard, mais je pense que ce travail serait fort utile pour beaucoup de lecteurs ; je la demanderai à Mr Elliot pour les *Acta*<sup>329</sup>.

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

CII

Paris 12 février 1883<sup>330</sup>

Mon cher Ami,

Votre notice<sup>331</sup> m'a fait bien grand plaisir, et je vous dois mille remerciements pour l'appréciation trop bienveillante que vous avez fait de ma carrière scientifique. Je regrette que vous n'ayez point cité Mr Lindemann, et qu'à l'égard de la transcendence de  $\pi$  vous m'avez fait la part plus grande qu'il ne me revient ; c'est au géomètre allemand qu'est dû l'honneur d'avoir tiré de mes résultats sur le nombre  $e$  les conséquences qui m'avaient entièrement échappé. Mais vous êtes juste envers moi en reconnaissant que je me fais un devoir de citer tous les travaux qui sont venus à ma connaissance. Je ne puis vous dire à quel point j'ai horreur de ce parti pris de ne mettre aucun nom propre dans un livre d'enseignement, et de faire croire ainsi aux commençants qu'il n'y a dans l'univers d'autre science que celle du livre qu'ils ont dans les mains. Et au-delà des éléments, ce sont la droiture et l'équité qui sont en cause ; cependant il arrive qu'on ne cite point, parce qu'on ne connaît pas, ainsi rendez vous un service immense en réalisant votre dessein de donner dans les *Acta* la traduction en français des mémoires les plus importants publiés en Allemagne. Mr Bourguet m'a communiqué hier seulement la réponse de Mr l'abbé Dagent du Grand Séminaire de Saint-Sulpice aux ouvertures qu'il lui a faites de ma part, en m'envoyant la lettre ci-jointe<sup>332</sup>. Le prix demandé me semble élevé ; je crois aussi qu'une page des *Acta* ne représente pas la même étendue du texte qu'une page du *Journal* Crelle-Borchardt. Mais tout dépend du soin qui sera mis à faire le travail demandé ; j'ai tout lieu de croire que le traducteur sera aussi consciencieux qu'habile, peut-être jugerez vous cependant qu'avant de se lier par un engagement formel il est absolument nécessaire d'avoir des éléments d'appréciation, et que le prix demandé pourrait être accepté d'abord provisoirement. Vous jugerez parfaitement du mérite d'une traduction sous le point de vue mathématique et sous le point de vue littéraire, et c'est après expérience faite que vous verrez à prendre une résolution.

Je ne puis encore vous donner de nouvelles de Mr Halphen, aussitôt que j'en aurai je vous les ferai parvenir. Mr Laguerre m'a écrit que le Directeur des Etudes de l'Ecole Polytechnique Mr Mercadier accepte l'échange du *Journal* de l'Ecole avec les *Acta* ; mais il est nécessaire que le Ministre de la Guerre donne son approbation. Le Ministre d'hier n'est point celui d'aujourd'hui qui ne sera plus celui de demain, et puisque vous gravitez un peu dans notre orbite, vous avez une part des

inconvéniens de notre situation. Mr Dumas va mieux, et je saurai tout à l'heure, en allant à la séance de l'Académie, s'il reprend ses fonctions.

Picard me dit qu'il vous a envoyé récemment un mémoire dont il a revu le texte, est-ce bien celui dont vous me parlez de Mr Crone<sup>333</sup> ?

Je viens de terminer la table des matières du second tirage de mon cours, qui ne tardera point à vous être envoyé ; je vous réclame vos avis et vos *critiques*, afin d'en profiter dans mes prochaines leçons. Je réclame aussi votre indulgence, si je ne vous envoie pas plutôt un vrai mémoire pour les *Acta* ; tout mon temps va m'être pris pour lire et étudier les mémoires adressés à l'Académie pour le grand prix des sciences mathématiques, sur la décomposition des entiers en 5 carrés. Parfois mon pauvre cher Ami, je me sens n'en plus pouvoir, et je donnerais toutes les mathématiques et tous les royaumes de la terre, avec leur gloire, pour vivre au bord de la mer, de l'existence d'un zoophyte, ou d'un annélide arénicole. Avez vous remarqué que votre fonction  $\zeta(x)$ <sup>334</sup> a une compagne, à savoir :

$$F(x) = \Gamma(x-1) - \Gamma(x-2) + \Gamma(x-3) - \dots ,$$

qui est une fonction uniforme dans tout le plan, ayant tous les nombres entiers pour pôles? On a :

$$F(x) = -e^{-\pi x} \Gamma(x) P(1-x) ,$$

d'où :

$$\frac{\zeta(x)}{F(x)} = - \frac{\pi}{\sin \pi x} .$$

Permettez moi de vous prier de lire, dans le numéro du 1er février de *La Revue des deux mondes*, un article signé \*\*\* sur la République en 1883 ; ce sont les idées et les craintes dont je n'ai cessé de vous entretenir ; l'auteur est dit-on Mr Lamy<sup>335</sup>.

Picard est enchanté et tout fier de vos éloges. Nos hommages à Madame Mittag, et mes meilleurs sentiments.

Ch. Hermite

Faites moi savoir, je vous en prie, comment vous et Mr Malmsten vous jugez les derniers événements.

CIII

Paris 24 février 1883

Mon cher Ami,

Les mémoires de Mr Cantor, moins le n° 1<sup>336</sup>, sont depuis hier entre les mains de Mr Dargent, et je suis heureux de vous apprendre que leur tournure philosophique ne sera pas un obstacle pour le traducteur, qui connaît Kant<sup>337</sup>. Je lui ai laissé le choix de celui qu'il prendrait en premier ; j'espère vous envoyer bientôt son travail. Je vous enverrai en même temps un bon mémoire de Mr Elliot, qui, sans être d'ordre supérieur, me semble de nature à convenir par son utilité à beaucoup de lecteurs des *Acta*. Picard s'est renseigné à la dernière séance de la Société mathématique sur Mr Halphen, et vous pouvez être entièrement rassuré. Mr Dumas ne se rétablit point et on commence à être sérieusement inquiet.

Mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

CIV

A l'Institut, 5 mars 1883<sup>338</sup>

Mon cher Ami,

Je suis autorisé à vous informer que l'Académie vous accorde l'échange des *Acta* avec les *Comptes Rendus* ; la notification officielle de la décision vous parviendra prochainement.

J'ai présenté le second numéro des *Acta*, et le *Compte Rendu* de la séance contiendra mention de la présentation, avec l'indication des articles qui s'y trouvent.

Ce matin je vous ai fait l'envoi, recommandé à la poste, du mémoire de Mr Elliot, d'un numéro du *Journal Officiel*<sup>339</sup> et de la traduction d'un des mémoires de Mr Cantor. Cette traduction a été revue avec tout le soin possible par Mr Poincaré, nous nous en sommes longtemps entretenus, et vous verrez de quelle manière nous avons pensé devoir traduire des expressions embarrassantes. Mr Poincaré juge que les lecteurs français seront à peu près tous absolument *réfracteurs* aux recherches à la fois philosophiques et mathématiques de Mr Cantor, où l'arbitraire a trop de part, et je ne crois pas qu'il se trompe<sup>340</sup>.

Votre tout dévoué.

Ch. Hermite

Mr Hermann m'a remis ce matin l'exemplaire du numéro 2 des *Acta* sur lequel il avait écrit : Hommage de l'éditeur. J'ai effacé son hommage et j'ai écrit : Présenté à l'Académie par Mr Hermite, au nom de Mr Mittag-Leffler.

CV

Paris 8 mars 1883

Mon cher Ami,

Mr l'abbé Dargent est à l'oeuvre ; dans quelques jours je vous enverrai la traduction d'un nouveau mémoire, et il n'y aura d'interruption que pendant la semaine sainte en raison des exigences particulières aux ecclésiastiques, mais après Pâques le travail sera repris. Le prix demandé pour la traduction du mémoire que vous avez déjà reçu est de 16 Fr, et il me semble modéré, il est basé ainsi qu'il a été convenu sur le nombre des pages du mémoire allemand<sup>341</sup>.

De la question intéressante de démontrer que  $P(x)$  ne s'évanouit jamais<sup>342</sup>, je me suis entretenu avec Mr Poincaré, mais il ne lui semble pas moins difficile qu'à moi-même de tirer cette conclusion de l'intégrale définie qui représente la fonction. Quelques tentatives que j'ai faites ont été absolument infructueuses, et je suis loin, bien loin, à une distance infinie de pouvoir faire je ne dis pas un chef-d'oeuvre comme vous, mais un travail sérieux pour les *Acta*.

Mr Hermann vient de me dire que MM. Mayer et Müller<sup>343</sup> lui coupent l'herbe sous le pied, qu'il lui est impossible de lutter contre une maison puissante à laquelle ne comptent rien des sacrifices qu'il lui est impossible de faire. Son commerce dans la pauvre petite boutique de la rue de Sorbonne est si minime, qu'il est dans la nécessité de donner des leçons de mathématiques, aussi il accepte avec résignation la situation bien effacée vis-à-vis des libraires-éditeurs de Berlin à laquelle l'oblige son peu de ressources. Et ce n'est point mon cours de la Sorbonne qui fera venir l'eau au moulin, j'espère qu'il rentrera dans ses frais, mais s'il y a un bénéfice il sera bien mince. Figurez vous que je n'ai eu qu'après l'impression l'idée d'une leçon sur la réduction des intégrales hyperelliptiques qui aurait eu quelque nouveauté ; pour ne point laisser perdre ce qui m'est ainsi venu trop tard à l'esprit, j'ai donné à Darboux cette leçon, et, si vous en avez la curiosité, vous la verrez dans le prochain numéro du *Bulletin*<sup>344</sup>, avec la démonstration du théorème de Cauchy de Mr Falk. Je suis distrait par trop de choses, il me faudrait la tranquillité de la campagne pour réunir mes idées et les avoir bien présentes ; ici mille choses viennent sans cesse à la traverse, et non seulement je ne fais rien de neuf, mais je laisse perdre des travaux commencés et qui m'avaient vivement intéressé.

Mr Alphonse Picart, ancien député, a fait sur la cinématique un bon travail, mais il a publié sur l'éther un mémoire absolument mauvais ; il ne faut prendre ce

qu'il vous envoie pour les *Acta*, que sous bénéfice d'inventaire. Il était professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers, quand il a été nommé député ; il s'est mis sur les rangs lors de la dernière candidature pour le remplacement de Mr Charles à l'Académie des Sciences, mais la Section de Géométrie ne l'a point placé sur sa liste de candidats, à cause de l'insuffisance de ses titres.

Je n'ai pas encore de renseignements au sujet du mémoire qu'a dû vous envoyer Mr Halphen, aussitôt que je serai informé, je vous en écrirai. Le mémoire de Mr Eliot pourra être suivi, si vous voulez, d'un autre analogue, mais concernant une équation beaucoup plus générale, de Mr le Comte de Sparre, qui a l'intention de vous donner pour les *Acta* l'intégration complète de l'équation suivante :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \left[ 2v \frac{k^2 \operatorname{sn} x \operatorname{cn} x}{\operatorname{dn} x} + 2v' \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{cn} x} - 2v'' \frac{\operatorname{cn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{sn} x} \right] \frac{dy}{dx} =$$

$$\left[ \frac{1}{\operatorname{sn}^2 x} (n''(n''+1) - v''(v''+1)) + \frac{\operatorname{dn}^2 x}{\operatorname{cn}^2 x} (n''(n''+1) - v'(v'+1)) + \right.$$

$$\left. \frac{k^2 \operatorname{cn}^2 x}{\operatorname{dn}^2 x} (n'(n'+1) - v(v+1)) + k^2 \operatorname{sn}^2 x (n(n+1) - (v+v'+v''-1)(v+v'+v'')+h) \right] y ,$$

où  $v, v', v''$  sont quelconques,  $n, n', n''$  des nombres entiers. Vous lui feriez un grand plaisir en lui écrivant que vous accueillerez le travail que je vous annonce, et lui apprenant en même temps que la branche suédoise de sa famille ne vous est point inconnue. Pour vous donner une idée de son caractère, je vous envoie sa dernière lettre, que vous pouvez ne point me retourner ; elle vous montrera aussi que je ne suis point seul à avoir peur de la situation présente<sup>345</sup>. C'est Monsieur Halphen qu'il faudra consulter pour la reproduction dans les *Acta* du mémoire couronné par l'Académie ; quant au grand travail algébrique de Kronecker<sup>346</sup>, c'est de l'or en barre, qu'on préférera, n'en doutez pas, aux considérations philosophiques de Cantor.

J'ai le regret de vous apprendre que je tiens de Mr Hermann, qui lui-même l'a su de Mr le Colonel Schiff, que Madame de Kowalewsky est séparée de son mari ! J'ai été plusieurs fois rue de Vaugirard, dans l'intention de la voir, mais elle était absente, et le triste renseignement que j'ai reçu ne m'a point encouragé à renouveler ma tentative. Il est inutile de vous dire que je l'ai gardé pour moi seul, et que la circonstance ne sera pas connue par mon fait de personne autre que vous.

J'ai interrompu ma lettre pour donner une leçon sur la trigonométrie à mon neveu Henri Bertrand, et je ne sais si je n'ai pas oublié plusieurs choses à vous dire. Excusez moi, plaignez moi de ne savoir souvent où donner de la tête ; rappelez nous tous au bon souvenir de Madame Mittag, et recevez la nouvelle assurance de mon

affectueux dévouement.

Ch. Hermite

Soyez assez bon pour faire mes compliments à Mr Falk, et l'informer que la démonstration du théorème de Cauchy paraîtra dans le prochain numéro du *Bulletin* de Mr Darboux ; mes amitiés à Mr Malmsetn et à Mr Gylden.

CVI

Paris 16 mars 1883

Mon cher Ami,

J'ai reçu avec joie le beau portrait d'Abel, que vous m'avez envoyé, mes bien sincères remerciements pour le don que vous m'avez fait. Emile Picard, à qui il a été également adressé, est en ce moment à Alger, avec sa femme, où il passera le temps des vacances de Pâques. Mr l'abbé Dargent a traduit un nouveau mémoire de Cantor ; son travail est entre les mains de Poincaré, et aussitôt qu'il l'aura revu et annoté je vous l'expédierai<sup>347</sup>.

Jeudi prochain je m'absenterai aussi, pour passer mes vacances à Bain-de-Bretagne, chez ma belle-mère ; je vous écrirai en détail avant de quitter Paris.

Mes sentiments les plus dévoués.

Ch. Hermite

CVII

Paris 20 mars 1883

Mon cher Ami,

Hier à votre intention j'ai été au secrétariat de l'Institut et j'ai appris en confirmation de ce qui m'avait été dit précédemment que les *Comptes Rendus* vous seraient envoyés par Mr Gauthier-Villars, à partir du 1er janvier 1883, mais ce qui m'a semblé un peu mesquin que *les frais de port* seraient à votre charge. Vous avez dû recevoir la notification officielle de la décision prise par la commission administrative, Mr Gauthier-Villars en est pareillement avisé, vous n'avez par conséquent qu'à lui annoncer le remboursement des frais d'envoi, les retards s'ils se produisent ne proviendront que de lui ; je désire qu'ils ne soient pas un témoignage de ses sentiments à l'égard des *Acta*.

Pendant que je me faisais l'organe de votre réclamation au secrétariat, Mr Halphen était venu me voir à la maison et j'ai ainsi perdu sa visite, dont vous étiez encore l'objet. Mais il m'a donné le moyen de vous sortir d'inquiétude, un mot de lui m'a appris que si le mémoire annoncé ne vous est pas arrivé, c'est que, par suite de circonstances indépendantes de sa volonté, il n'est point fait. Mais il ne tardera point à s'acquitter envers vous, et une lettre de lui vous en donnera prochainement l'assurance.

J'ai reçu mon cher Ami, et avec grand plaisir, le portrait d'Abel, le cahier n° 3 des *Acta*, qui sera ainsi que le précédent offert à l'Académie, si vous le désirez. Vous aurez vu que Mr Bertrand s'est chargé de lire lui-même à la séance l'indication que j'ai donnée des titres des articles et des noms des auteurs pour le cahier n° 2. En retour vous recevrez, par la voie que choisira Mr Hermann, trois exemplaires de mon cours qui sont offerts l'un à vous, l'autre à Mr Gylden et le troisième à Mr Malmsten ; je pense pouvoir vous confier le soin de faire parvenir à leurs destinataires les deux derniers, puisque vous avez souvent occasion de vous voir.

Mr de Sparre a dû vous écrire pour vous annoncer l'envoi de la première partie de son mémoire ; voici son adresse pour le cas où elle vous serait nécessaire : Mr le Comte de Sparre, au Château de Vallière, par Saint Georges de Reneins (Rhône).

Les formules (A) , (B) , (C) concernant les fonctions  $\Gamma$  ne m'appartiennent aucunement<sup>348</sup> ; elles sont entièrement nouvelles pour moi, et me semblent très intéressantes. Mr Bourguet, que je viens de voir, va vous envoyer un résultat auquel j'attache beaucoup de prix ; non seulement, comme vous le savez déjà, il obtient l'expression asymptotique du coefficient  $A_n$ , dans le développement :

$$\sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\lambda+\lambda)} = \sum A_n x^n ,$$

mais il a calculé leurs valeurs numériques, jusqu'à une certaine limite, et a vérifié, de cette manière, *a posteriori* que la valeur fournie par l'expression asymptotique est extrêmement approchée.

Permettez moi maintenant de vous demander d'accueillir dans les *Acta* une découverte importante dont j'ai reçu communication par Mr Martin Krause, Professeur à Rostock<sup>349</sup>. Vous connaissez le grand rôle dans la transformation des fonctions elliptiques de la relation de Jacobi :

$$M^2 = \frac{1}{n} \frac{\lambda - \lambda^3}{k - k^3} \frac{dk}{d\lambda} ;$$

l'auteur a retrouvé, sous une forme simple et élégante, son analogue dans la



théorie des fonctions hyperelliptiques du premier ordre ! Ne serait-ce pas le cas de faire traduire et publier en français la note fort courte (4 à 5 pages) qu'il m'a adressée et où il expose sa belle découverte ?

Vous avez reçu je pense la traduction du mémoire de Cantor, revue par Poincaré qui l'a trouvée supérieure à la précédente, et parfaitement satisfaisante, sans doute, m'a-t-il dit, à cause de la difficulté moindre du texte. Appell<sup>350</sup> et Picard sont tous deux récalcitrants à l'égard des considérations employées par Mr Cantor, mais Poincaré, en les jugeant bien prématurées dans l'état actuel de l'Analyse, croit comme vous qu'elles ont de l'importance.

J'apprends avec bien du regret que Madame Mittag-Leffler est victime de l'épidémie que vous nommez fièvre écarlate, ce qui nous fait douter si c'est rougeole, ou fièvre scarlatine. Il n'y a point dans un cas ou dans l'autre de péril à courir, mais de grandes précautions sont nécessaires surtout pour la convalescence ; recevez mon cher Ami les vœux que Madame Hermite et moi nous vous envoyons pour son prompt rétablissement. Je n'y puis joindre ceux de Madame Picard, qui se promène maintenant à Alger, et nous écrit mille choses curieuses des mosquées, des Mauresques et de tout ce qu'elle voit sur la terre d'Afrique.

Avec ma nouvelle assurance de mes sentiments affectueux et bien dévoués.

Ch. Hermite

Ne pourriez vous pas écrire à Mr Gauthier-Villars d'envoyer les *Comptes Rendus* chaque semaine à Mr Hermann, qui vous les expédierait à Stockholm ; ce serait la meilleure solution de la question des frais de port.

CVIII

Paris 20 mars 1883

Mon cher Ami,

J'ai fait en vous écrivant ce matin un oubli que je ne puis vraiment me pardonner, en omettant de vous féliciter de votre élection comme membre de l'Académie des Sciences<sup>351</sup>. Vous êtes ainsi parvenu et bien avant l'âge où l'on y atteint ordinairement à la situation la plus haute que peut donner la science, et de cette situation vous en tirerez profit pour la science elle-même. Il vous appartiendra de diriger avec une complète autorité l'enseignement de l'Analyse et d'élever l'Université de Stockholm au niveau des universités de l'Allemagne. Un jour viendra, j'espère, où je dirai comme Mr Malmsten : "les élèves de mes élèves", et en attendant puisque j'en ai l'occasion je vais, afin de préparer une prochaine leçon, refaire devant

vous, d'une autre manière que dans le *Bulletin* de Darboux<sup>352</sup>, la réduction des intégrales hyperelliptiques.

Soit  $R$  un polynôme de degré quelconque, sans facteurs multiples, je les considère sous la forme :

$$\int \frac{\Pi(x) dx}{\Phi(x) \sqrt{R}},$$

$\Pi(x)$  et  $\Phi(x)$  désignant des fonctions entières. Cela étant je mets en évidence dans le dénominateur  $\Phi(x)$ , s'il s'en trouve, les facteurs qui appartiennent à  $R$ , je représente leur produit par  $\Psi(x)$ , et je fais  $\Phi(x) = \varphi(x) \Psi(x)$ , de sorte que  $\varphi(x)$  et  $\Psi(x)$  soient premiers entre eux. Il en résulte qu'on peut déterminer  $\varphi_1$  et  $\Psi_1$  de manière à avoir :

$$\Pi(x) = \varphi(x) \Psi_1(x) + \Psi(x) \varphi_1(x).$$

L'intégrale proposée est donc ramenée aux deux suivantes :

$$\text{I : } \int \frac{\varphi_1(x) dx}{\varphi(x) \sqrt{R}}, \quad \text{II : } \int \frac{\Psi_1(x) dx}{\Psi(x) \sqrt{R}},$$

que je vais traiter successivement.

I. Mettons, au moyen des racines égales,  $\varphi(x)$  sous la forme :

$$\varphi(x) = A^{\alpha+1} B^{\beta+1} C^{\gamma+1} \dots,$$

$A, B, C, \dots$  étant des polynômes entiers n'ayant plus que des racines simples, et soit :

$$F = A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} \dots, \quad G = A.B.C \dots$$

Je dis qu'on peut déterminer  $P$  et  $Q$  de manière à avoir :

$$\int \frac{\varphi_1(x) dx}{\varphi(x) \sqrt{R}} = \frac{P}{F} + \int \frac{Q dx}{G \sqrt{R}}.$$

Considérez dans ce but l'expression :

$$\frac{F'}{F} = \frac{\alpha A}{A} + \frac{\beta B}{B} + \frac{\gamma C}{C} + \dots;$$

vous verrez aisément qu'en représentant le second membre par  $\frac{M}{G}$ ,  $M$  et  $G$  sont premiers entre eux. Et de plus, comme  $G$  est premier avec  $R$ , je puis faire :

$$\varphi_1(x) = RMU + GV,$$

où  $U$  et  $V$  sont des polynômes entiers. Cela donne :

$$\int \frac{\varphi_1(x) dx}{\varphi(x) \sqrt{R}} = \int \frac{\varphi_1(x) dx}{FG \sqrt{R}} = \int \frac{MU \sqrt{R}}{FG} dx + \int \frac{V dx}{F \sqrt{R}},$$

et, dans le second membre, la première intégrale se réduit comme il suit :

$$\int \frac{MU \sqrt{R}}{FG} dx = \int \frac{F'U \sqrt{R}}{F^2} dx = -\frac{U \sqrt{R}}{F} + \int \frac{[U\sqrt{R}]'}{F} dx.$$

Soit donc pour abréger :

$$D_x[U\sqrt{R}] = \frac{U_1}{\sqrt{R}};$$

$U_1$  sera entier, et on aura :

$$\int \frac{\varphi_1(x) dx}{\varphi(x) \sqrt{R}} = -\frac{U \sqrt{R}}{F} + \int \frac{U_1 + V}{F \sqrt{R}} dx;$$

c'est là une formule de réduction qu'on pourra appliquer de proche en proche, jusqu'à ce qu'on parvienne à une valeur nulle de l'un des exposants  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  ; j'examine maintenant ce cas.

Soit  $\alpha = 0$  ; je pose alors :

$$H = B^\beta C^\gamma \dots,$$

$$K = BC \dots,$$

ce qui donne :

$$F = AH, \quad \varphi(x) = FK.$$

Soit ensuite :

$$\frac{H'}{H} = \frac{\beta B'}{B} + \frac{\gamma C'}{C} + \dots = \frac{N}{K},$$

les polynômes  $N$  et  $K$  sont premiers entre eux ; il en est de même de  $AN$  et  $K$ , et aussi de  $ARN$  et  $K$ , de sorte que je puis faire :

$$\varphi_1(x) = ARNU + KV,$$

d'où :

$$\int \frac{\varphi_1(x) dx}{\varphi(x) \sqrt{R}} = \int \frac{NU\sqrt{R} dx}{HK} + \int \frac{V dx}{F \sqrt{R}}.$$

Comme tout à l'heure, on a ensuite :

$$\int \frac{Nu\sqrt{R}}{HK} dx = \int \frac{H'u\sqrt{R}}{H^2} dx = -\frac{u\sqrt{R}}{H} + \int \frac{[u\sqrt{R}]' dx}{H} ;$$

en faisant encore :

$$D_x[u\sqrt{R}] = \frac{u_1}{\sqrt{R}} ,$$

on en conclut, lorsqu'on suppose  $\alpha = 0$  , cette nouvelle relation :

$$\int \frac{\varphi_1(x) dx}{\varphi(x) \sqrt{R}} = -\frac{u\sqrt{R}}{H} + \int \frac{u_1 dx}{H \sqrt{R}} + \int \frac{v dx}{AH\sqrt{R}} .$$

La formule de réduction porte donc sur les exposants  $\beta, \gamma, \dots$  et son application réitérée conduit évidemment à la proposition énoncée.

J'abrège et je vous épargne le reste pour vous apprendre que l'Académie des Sciences donne cette année un double prix pour les sciences mathématiques, et couronne ainsi Mr Smith d'Oxford et un tout jeune géomètre Mr Hermann Minkowski, étudiant à Königsberg, dont le mémoire sur la décomposition des nombres en cinq carrés nous a paru, à quelques égards, supérieur à celui de Mr Smith. De l'Allemagne on doit toujours dire : *Magna parens frugum, Saturnina tellus*<sup>353</sup> !

Adieu mon cher Ami et croyez moi toujours votre bien affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Mr Bertrand, à ma grande surprise, m'a dit qu'il voulait donner, dans son cours à l'Ecole Polytechnique, votre théorème et celui de Weierstrass sur les fonctions uniformes.

CIX

Bain-de-Bretagne, 31 mars 1883<sup>354</sup>

Mon cher Ami,

Je pars aujourd'hui pour Paris ; votre lettre à l'abbé Dargent lui a été de suite envoyée, son adresse est : Séminaire de Saint Sulpice ; j'acquitterai les frais des traductions, qui pourront m'être remboursés par Mr Hermann, ou autrement comme vous voudrez. J'ai écrit à Mr Martin Krause (à Rostock, Mecklembourg) que son beau travail sera traduit sous mes yeux, et que vous lui enverrez les épreuves pour qu'il les revoie. Je vous suis bien reconnaissant de m'avoir averti à l'égard de Mr Schwarz<sup>355</sup>, je resterai avec lui sur la réserve.

Mr Maroel Bertrand est atteint d'une fièvre muqueuse qui inquiète extrêmement la famille; je suis heureux d'apprendre que Madame Mittag-Leffler est en voie de guérison, mais veillez bien à la convalescence. Mr et Madame Picard arrivent d'Alger, lundi [[ 2 avril ]].

Je suis loin d'être satisfait de ma réduction des intégrales hyperelliptiques, et j'espère bien pouvoir vous donner mieux ; attendez un peu, si j'avais pu rester une semaine de plus ici, je me serais remis au travail et de suite j'aurais écrit un article pour les *Acta*. A Paris je suis surmené et il m'est comme impossible de suivre une recherche difficile, surtout avec les inquiétudes que nous donne Mr Maroel.

Veillez, en donnant les exemplaires de mes leçons, faire mes compliments bien affectueux à Mr Gylden et Mr Malmsten.

Votre bien sincèrement dévoué.

Ch. Hermite

J'apprends à l'instant, par Mr Sylvester, la mort de Mr Smith ; quel affreux malheur !

CX

Paris 13 avril 1883

Mon cher Ami,

J'ai reçu hier, au moment de vous écrire, quinze visites, Mr Bouquet est venu le premier, et Mr Walther Dyck, un élève de Mr Klein, privat-docent à Leipzig, le dernier. Vous pouvez juger s'il m'est possible d'entreprendre un travail sérieux et approfondi ; à peine je réussis à songer un peu à mes leçons, afin de ne point malhonnêtement manger le pain de la République. Nous avons eu la visite que vous m'aviez annoncée de Mr Schwarz de Göttingen, et mardi dernier il a dîné à la maison avec Picard et Appell. Pas un mot ne lui est échappé sur son [[ différend ]] concernant Mr Fuchs ; les surfaces à courbure moyenne nulle sont son exclusive préoccupation, et il nous a montré comment il les obtient expérimentalement au moyen d'un liquide glycérique, dans lequel il plonge le polygone qui les limite, construit avec des tiges métalliques. Il doit répéter ces intéressantes expériences au laboratoire de l'Ecole Normale, que Mr Debray<sup>356</sup> lui a offert à cette intention.

Ceci dit, j'aurais un volume tout entier à vous écrire, pour vous faire part de mille choses, dont quelques-unes sont bien tristes. Mr Marcel Bertrand a été un

moment en grand danger, l'un des médecins qui le soignent à donné à sa soeur la mission d'avertir son père et sa mère, et c'est moi qui en ai reçu la charge pour Mr Bertrand. J'ai dû avec tous les ménagements possibles le prévenir que le moment pourrait venir où il faudrait laisser un prêtre remplir son ministère auprès du malade, et j'ai proposé le Père Joubert<sup>357</sup>, qui a été à l'Ecole Normale l'élève de Mr Bertrand, et qu'il estime extrêmement. Mr Bertrand a comprimé son émotion, et sans faire aucune opposition il s'est contenté de dire, qu'on n'en était pas encore là. Il ne savait pas tout, mais le lendemain la maladie, qui n'est pas une fièvre muqueuse, comme on l'a dit à Bain-de-Bretagne, mais une fièvre typhoïde, prenait un autre cours. La tête se dégageait, le délire diminuait, et des accidents survenaient sur les poudons. Une médication énergique en a eu raison, un mieux réel s'est produit, et nous avons pu, le Père Joubert et moi, faire une visite, dont la mission du prêtre n'était pas l'objet immédiat. Depuis une semaine ce serait la convalescence, sans la présence de taches livides sur le corps, qui nous inquiètent, les médecins persistant, à cause de ce symptôme, à se tenir sur la réserve. Pour m'arracher à ces tristesses, je vous annonce la naissance de haute et puissante demoiselle Marguerite Appell, que son grand père, Mr Alexandre Bertrand, m'a dit être la pareille de Jeanne Picard. C'est mercredi à 8 h du matin, à Saint Germain, que la petite fille est venue au monde, dans les meilleures conditions pour elle et Madame sa mère.

Je vous ai adressé hier, par envoi recommandé à la poste, la traduction d'un nouveau mémoire de Mr Cantor, revue avec le plus grand soin par Appell<sup>358</sup>, qui en a une autre entre les mains, mais qu'à cause des circonstances vous aurez à attendre quelques jours. J'y ai joint l'article de Mr Adolphe Steen que j'ai corrigé moi-même<sup>359</sup>, et la thèse sur les intégrales eulériennes de Mr Bourguet, avec une addition importante.

L'impression que nous produisent les mémoires de Mr Cantor est désolante ; leur lecture nous semble à tous un véritable supplice, et en rendant hommage à son mérite, en reconnaissant qu'il a ouvert comme un nouveau champ de recherches, personne de nous n'est tenté de le suivre. Il nous est impossible, parmi les résultats qui sont susceptibles de compréhension, d'en voir un seul ayant un *intérêt actuel* ; la correspondance entre les points d'une ligne et d'une surface nous laisse absolument indifférents, et nous pensons que cette remarque, tant qu'on n'en aura point déduit quelque chose, résulte de considérations tellement arbitraires, que l'auteur aurait mieux fait de la garder et d'attendre. Mr Schwarz nous a appris cependant que Mr Cantor avait été récompensé de cette découverte par le titre de Correspondant de la Société Royale de Göttingen ; il se trouvera par conséquent des lecteurs qui trouveront à le lire et l'étudier un intérêt et un plaisir que nous n'avons point. Mais

en même temps nous avons su que Mr Paul du Bois-Reymond se plaint de ne point avoir été cité, et Mr Schwarz juge que la plainte n'est point sans fondement<sup>360</sup>. Quoi qu'il en soit, Mr l'abbé Dargent a bien du mal, surtout pour les *Grundlagen*, et en lui remettant de votre part la rétribution qu'il a fixée 40 F, pour tout le travail qu'il a déjà fait, je n'ai pas pu m'empêcher de penser qu'elle était loin d'être exagérée.

A l'instant, mon cher Ami, je viens d'avoir la visite d'Appell, qui me remet la traduction revue et annotée du mémoire n° 5 : Sur les variétés (ou ensembles) de points infinies et linéaires<sup>361</sup>. Afin de m'assurer que j'ai bien exactement exprimé son opinion sur les travaux de Mr Cantor, je lui ai donné lecture de ce que je venais de vous écrire. Immédiatement j'ai reçu mission de vous faire savoir que le 5<sup>ème</sup> mémoire, consacré presque en entier à exposer un système de notations, lui semble ne contenir en réalité que bien peu de chose ; j'ajoute que nous jugeons absolument contraire à notre esprit mathématique d'exposer pour n'en rien faire un appareil compliqué de nouvelles notions et de nouvelles dénominations. Nous avons et nous pratiquons à cet égard le principe qu'il faut user d'une extrême sobriété, en suivant l'exemple donné par les maîtres de la science, par Jacobi par exemple, dont les écrits merveilleusement riches d'idées ne renferment ni nouveau symbole, ni notation étrange. L'entretien se prolongeant, nous nous sommes trouvés avoir les mêmes sentiments de regrets au sujet du langage géométrique de Mr Chasles, et des expressions qu'il a fait adopter comme celles-ci : les points circulaires à l'infini, la droite de l'infini, etc. Il n'y a rien à l'infini qui nous échappe absolument, pourquoi donc tant tenir à donner d'un fait algébrique simple et clair par lui-même une image prétentieuse et fausse ?

Avec le n° 5 de Mr Cantor, j'ai la traduction de deux notes de Mr Martin Krause, qui sont intitulées : *Sur les équations modulaires des fonctions hyperelliptiques de premier ordre pour la transformation du troisième degré ; puis Sur la multiplication des fonctions hyperelliptiques de premier ordre*. L'auteur y a joint récemment une troisième note *Sur la formation des équations modulaires dans la théorie des fonctions elliptiques*, qui m'a paru excellente, et dont j'attends très prochainement la traduction ; je la joindrai aux précédentes.

Mr Bourguet s'est occupé de l'équation  $P(x) = 0$ , et m'a communiqué une démonstration qu'il a obtenue pour établir l'existence d'une infinité de racines imaginaires. Voici son énoncé : A l'intérieur d'un cercle ayant son centre à l'origine, et dont le rayon est suffisamment grand, le nombre des racines de  $P(x) = 0$  est égal au nombre des pôles diminué d'une unité. Mais Mr Poincaré m'a fait à sa démonstration une objection fondée ; je la lui ai soumise et s'il lève l'objection, comme je l'espère, vous aurez sur le champ son travail.

Une autre fois je vous parlerai d'affaires académiques, au sujet du prix des sciences mathématiques décerné à Mr Smith, mort malheureusement avant qu'il en ait eu connaissance, et Mr Hermann Minkowski ; je me hâte de vous remercier du don du 4<sup>ème</sup> fascicule des *Acta*, ainsi que des exemplaires de ma petite note, et de vous informer que le 3<sup>ème</sup> fascicule sera comme les précédents, et comme le seront tous les suivants, présenté à l'Académie, dans les mêmes termes que vous avez dû voir dans les *Comptes Rendus*.

Veuillez vous charger pour Mr Malmsten de mes bien sincères condoléances au sujet de la mort de son père ; veuillez aussi me rappeler au bon souvenir de Mr Gylden, et dire à Madame Mittag qu'elle n'est oubliée ni à Paris ni à Saint Germain, enfin permettez moi de placer à la fin de cette page un bout de ma leçon de demain.

Soit :

$$\ell = \frac{2\sqrt{k}}{1+k} ,$$

la substitution de Landen, qui donne :

$$\frac{dy}{\sqrt{R(y,\ell)}} = \frac{1+k}{2} \frac{dx}{\sqrt{R(x,k)}} ,$$

s'exprime comme il suit :

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{(1+x)(1+kx)} - \frac{1}{2} \sqrt{(1-x)(1-kx)} ,$$

$$\sqrt{1-y^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(1-x)(1+kx)} + \frac{1}{2} \sqrt{(1+x)(1-kx)} ,$$

$$\sqrt{1-\ell^2 y^2} = \frac{1}{1+k} \sqrt{1-k^2 x^2} + \frac{k}{1+k} \sqrt{1-x^2} .$$

On a ensuite,  $\ell'$  étant le module complémentaire :  $\ell' = \frac{1-k}{1+k}$  ,

$$x = (1+\ell') \frac{y\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-\ell^2 y^2}} ,$$

$$\sqrt{1-x^2} = \frac{1 - (1+\ell')y^2}{\sqrt{1-\ell^2 y^2}} ,$$

$$\sqrt{1-k^2 x^2} = \frac{1 - (1-\ell')y^2}{\sqrt{1-\ell^2 y^2}} .$$

J'ai entièrement changé mes premières leçons me sentant en ce moment attiré et fasciné par le démon des fonctions elliptiques ; parlez moi donc un peu des



vôtres à Stockholm, et recevez en attendant la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

Mr Poincaré est dans l'intention d'écrire à Mr Weierstrass au sujet de l'introduction de sa nouvelle variable  $S$ , qui n'est aucunement le temps  $t$ , mais qui varie dans le même sens que  $t$  de  $-\infty$  à  $+\infty$ , dans le problème des trois corps.

CXI

Paris 29 avril 1883

Mon cher Ami,

Le dernier des mémoires de Mr Cantor est en ce moment entre les mains d'Appell ; je vous envoie la traduction des *Grundlagen*<sup>362</sup>, que Picard a lue, en ne cessant, j'ai mission de vous le dire, de maudire l'auteur.

Mr Bourguet, qui ne peut que donner quelques moments à ses recherches, a découvert que  $P(x) = 0$  a une infinité de racines réelles qui convergent vers les pôles avec une rapidité extraordinaire. Comme le temps lui manque pour rédiger ce qu'il découvre, je me suis chargé de ce soin, et vous verrez dans le prochain numéro des *Comptes Rendus* une première Note<sup>363</sup>, qui j'espère vous plaira, et que peut-être, comme elle est très courte, vous pourriez reproduire dans les *Acta*.

J'ai présenté le cahier n° 3 à la dernière séance, mais Mr Bertrand n'a point jugé à propos de publier ma note, où j'indiquais les titres des articles, en faisant la présentation en votre nom de ce cahier. Il s'est contenté de le mentionner parmi les pièces imprimées de la correspondance.

Mes sentiments tout dévoués.

Ch. Hermite

CXII

Paris 13 mai 1883

Mon cher Ami,

Je souhaite bien vivement apprendre par votre première lettre que la santé des personnes qui vous sont chères ne vous donne plus d'inquiétude. En ce moment nous

sommes rassurés à l'égard de Mr Marcel Bertrand, mais on a eu bien peur que Madame sa mère ne fût atteinte à son tour, heureusement que le mal a diminué et qu'on a pu envoyer les deux malades à la campagne à Viroflay. Ma belle-soeur Madame Alexandre Bertrand a été prise hier d'une éruption dont nous ne connaissons pas encore bien la nature ; le médecin de Saint Germain en qui on a la plus grande confiance, ayant été retenu par un accouchement, n'a pu la voir, et j'attends impatiemment de ses nouvelles. Enfin Madame Mohl, la veuve du membre éminent de l'Académie des Inscriptions, et la tante de Madame Helmholtz, que je vais régulièrement voir pour pouvoir donner de ses nouvelles, est à toute extrémité, et je ne sors point d'un cercle d'impressions tristes.

Avec le soin extrême qu'il y met toujours, Appell a revu la traduction du 7<sup>ème</sup> et dernier mémoire de Mr Cantor : *Über unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten*<sup>364</sup>. Je vous l'envoie, en y joignant la traduction des deux notes de Mr Martin Krause, ainsi que la note imprimée *Sur les séries trigonométriques*<sup>365</sup>, que j'ai revue avec l'abbé Dargent, et à laquelle il n'y a rien à changer. J'ai remis 60 F à Mr l'abbé Dargent pour ses dernières traductions, le prix ayant été fixé d'après le nombre de pages du texte allemand. Il m'a informé qu'un de ses compères du Séminaire de Saint-Sulpice s'offre pour traduire l'italien en français, mais seulement à titre d'essai, parce que s'il connaît bien la langue il est étranger aux mathématiques.

Le travail publié par Mr Smith en 1868 n'a point semblé à Mr Camille Jordan, qui en a pris connaissance, donner d'une manière suffisamment explicite la solution de la question mise au concours pour le grand prix des sciences mathématiques. Alors même que Mr Minkowski en aurait eu connaissance, son mémoire qui révèle une science algébrique profonde, et un grand talent d'invention, n'en serait pas moins digne de la récompense de l'Académie. A ce sujet j'ai eu une correspondance avec Mr Kronecker, qui après s'être adressé à Mr Bertrand, pour lui faire ses observations sur la question, et n'ayant reçu à cause des préoccupations qui l'assiégeaient qu'une courte réponse, m'en a écrit à plusieurs reprises. Mr Kronecker aurait préféré que l'Académie ait demandé aux concourants, en termes plus généraux, le perfectionnement de la théorie arithmétique des formes quadratiques etc., mais il déclare approuver pleinement la décision prise qui attribue un prix à Mr Smith et un autre à Mr Minkowski. Cette correspondance a amené un véritable rapprochement entre Mr Kronecker et moi ; il m'a exprimé des sentiments d'amitié auxquels je suis très sensible, et en même temps a fait revivre mon affection d'autrefois pour l'arithmétique. Or l'arithmétique est une sirène, j'écoute la charmeuse, et je vais à la dérive, oubliant mes leçons et me laissant entraîner vers les écueils. Les écueils sont les questions sur le nombre moyen des classes de formes de déterminant négatif, qui ont tant occupé Gauss ; j'avais cru un instant entrevoir pour les traiter une voie qui s'est

bien vite fermée, et c'est ce que j'ai rencontré chemin faisant que j'écris à Mr Kronecker. J'écirai aussi dans quelques jours, mais sur un autre sujet, à Mr Malmsten, dont je partage si complètement les idées et les sentiments. Ce sera un véritable service rendu à l'Analyse qu'une nouvelle publication de son mémoire célèbre sur la formule sommatoire de Maclaurin ; tout dernièrement encore, à propos des formes quadratiques, j'ai eu besoin d'y recourir et de le consulter.

Adieu mon cher Ami, tous mes voeux pour Madame votre mère, pour Mr votre père, et la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

CXIII

Paris 1er juin 1883<sup>366</sup>

Mon cher Ami,

Poincaré est incontestablement supérieur à Appell et à Picard sous le double rapport de l'importance des découvertes et de nombre des travaux publiés ; ce serait de ma part faillir à la justice que de ne point déclarer qu'en âme et conscience il les dépasse. La différence entre Appell et Picard est peu appréciable à mon avis, peut-être en ce moment Picard a-t-il quelque avance, mais un prochain mémoire d'Appell peut rétablir l'égalité, et je dois m'abstenir de me prononcer. Mais conservez pour vous seul l'appréciation qu'en toute justice je dois vous donner puisque vous m'en faites formellement la demande. Lors de la dernière présentation à l'Académie des Sciences<sup>367</sup>, j'ai fait un rapport sur les titres de Poincaré dont Mr Bouquet a été se plaindre auprès de Madame Hermite, en disant que je l'avais loué outre mesure. Par là vous pouvez juger qu'il y a pour s'en tenir à l'équité stricte quelques difficultés à souffrir. Mais ce qui est absolument vrai c'est que tous trois sont extrêmement dignes de sympathie et de haute estime pour leur rare talent et leur dévouement à la science. Ce qui est aussi bien certain c'est que je vous dois la plus vive reconnaissance pour avoir pensé à appeler sur eux l'attention de Sa Majesté. Veuillez, mon cher Ami, si vous le pensez convenable, exprimer au Roi combien je suis respectueusement et profondément touché de son souvenir ; que Sa Majesté soit assurée par vous, qu'il y a en France des géomètres non moins dévoués au succès des *Acta* que les Suédois, et dont le concours ne vous fera jamais défaut. Mais déjà vos élèves, et je vous en félicite, font sur la théorie des intégrales eulériennes d'excellentes remarques ; la relation :

$$\Gamma^2(x) = \Sigma \frac{1}{(1.2\dots n)^2} \left[ \frac{1}{x+n} + \Psi(n+1) \right]^2 + G(x)$$

est extrêmement intéressante, celles qui concernent les puissances de degré quelconque le sont peut-être moins, à cause de leur complication. Quant aux exemples que vous me donnez d'expressions représentant deux fonctions différentes, selon que la variable est à l'intérieur ou à l'extérieur d'une circonférence dont le centre est à l'origine, j'aurais besoin de quelques développements, que vous donnerez certainement en publiant vos résultats, pour en bien saisir la nature et le caractère. L'objet que vous avez en vue est de la plus haute importance, et vous n'êtes point seul à suivre la voie qu'a ouverte Mr Weierstrass en considérant la série<sup>368</sup>

$$\Sigma \frac{1}{x^m + x^{-m}} .$$

Appell qui est venu après Tannery a été bien plus loin, et vos formules me semblent d'une toute autre nature que celles d'Appell. Permettez moi de me constituer votre maître d'écriture, et de vous demander d'éviter de concentrer trop de choses dans une formule. La grande généralité d'un résultat peut le rendre difficile à saisir, par l'effort qu'elle impose pour le comprendre, et à l'exemple de Jacobi, qui est si admirable de clarté, je vous demanderai de faire précéder les énoncés généraux des cas particuliers les plus simples, afin de les mettre en plus complète lumière, et d'aider le lecteur.

Mais je ne me soumettrai point à cette règle, je ne commencerai point par le cas de trois carrés, je prends de suite la décomposition en cinq carrés, que je suppose tous impairs et positifs, d'un entier  $4n+1$ , où  $n$  est lui-même impair, et je désigne par  $f(n)$  le nombre de toutes les décompositions. Cela étant je trouve :

$$f(1)+f(3)+\dots+f(n) = \Sigma a E\left[\frac{1}{2} + \sqrt{n+\frac{1}{4}-ab}\right] ,$$

$E(x)$  désigne l'entier contenu dans  $x$ , et le signe  $\Sigma$  s'étend à tous les entiers impairs  $a$  et  $b$  tels que  $ab \leq n$ <sup>369</sup>.

Je corresponds sur ces questions avec Mr Kronecker qui m'a fait part de sa nomination à l'Université [[ de Berlin ]], mais c'est bien difficilement que je puis suivre mes idées. Tour à tour j'ai vu mourir Madame Mohl, Mr Bresse qui était mon camarade de pension, et avec qui j'étais très lié, et nous attendons d'un moment à l'autre la fin de Madame Plocque, la grand-mère d'Emile Picard, qui est à toute extrémité. Fasse le ciel, mon cher Ami, que bientôt vous soyez tiré d'inquiétude à l'égard de Mr votre père, comme vous l'êtes pour Madame votre maman, et que vous puissiez jouir pleinement du beau voyage que vous allez faire en famille. Je ne puis m'empêcher de vous dire encore combien je suis touché que le Roi ait la bonté de

se souvenir de moi, et aussi comme j'applaudis au succès de votre demande en faveur de Mr Weierstrass, en y joignant l'espoir que Mr Kronecker aura aussi quelque jour un témoignage de l'estime de Sa Majesté.

Nos affaires vont bien mal, des personnages hauts placés me disent que la république finira comme l'Empire, par une invasion de l'Allemagne ! La Suède, sous le gouvernement de votre Roi, ne connaît point de pareilles inquiétudes.

Votre bien sincèrement et affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Mr Krause m'a adressé sur la transformation des fonctions hyperelliptiques un travail étendu, qui me semble d'un grand intérêt ; je vous l'adresserai, ou bien, si vous le jugez convenable, je le ferai traduire en français comme les précédents.

CXIV

Paris 10 juin 1883

Mon cher Ami,

Je vous envoie pour les *Acta* une lettre de Mr Lipschitz qui ouvrira une série d'articles arithmétiques auxquels je me propose de consacrer les loisirs des vacances prochaines.

C'est au milieu de bien des préoccupations que je poursuis ces recherches ; Madame Ploque la grand-mère de Picard a été administrée il y a quelques jours, son état peut se prolonger encore plusieurs semaines, et d'un instant à l'autre elle peut être emportée par une syncope. Hier elle se trouvait beaucoup mieux, et j'ai longtemps causé avec elle, mais ses jours sont comptés et le médecin ne nous donne aucun espoir.

Mr Bertrand, je ne sais pourquoi, j'espère encore que ce n'est qu'un ajournement, n'a point publié dans les *Comptes Rendus* la mention, que je lui ai donné par écrit, de la présentation du cahier des *Acta*, avec l'indication des articles qui le composent. Cependant il m'a demandé à deux reprises de lui apprendre, pour qu'il le donne dans ses leçons de l'Ecole Polytechnique, votre théorème sur l'expression analytique générale des fonctions uniformes, ainsi que la décomposition en facteurs primaires. Je saisirai, sans manquer, la première occasion de lui rappeler de mettre régulièrement dans le *Compte Rendu* la présentation, par lui-même ou par moi, des cahiers des *Acta*.

Je me sens fatigué, et j'éprouve un impérieux besoin, lorsque vous voyagerez dans les montagnes de la Norvège, dans les Alpes Scandinaves, de respirer un meilleur air que celui de la Sorbonne et des salles d'examen. Je fais des fautes d'inadvertance inimaginables, ainsi il m'est arrivé dans une formule de la thèse elliptique de Mr Biehler, que j'emploie pour la décomposition des nombres en cinq carrés, de croire absolument à une erreur de sa part, parce que j'ai pris un chiffre pour un autre. Vous savez que, sous l'influence elliptique, Mr Kronecker a introduit dans la théorie des formes quadratiques des fonctions numériques nouvelles, comme la somme des diviseurs de  $n$ , qui sont  $< \sqrt{n}$ . Il arrive que, pour la décomposition en cinq carrés, on a à poser :  $n = a(3a+b)$ , et à employer  $\sum a$ . C'est le développement en série de sinus et de cosinus de la quantité :

$$\Theta^2(0) \Theta_1^2(0) H_1^2(0) \frac{H_1(z)}{\Theta^2(z) \Theta_1^2(z)}$$

qui ouvre la voie dans cette recherche.

J'espère que vous avez été content du second article de Mr Bourguet sur les intégrales eulériennes. Je ne doute point de l'exactitude de son résultat, mais sa méthode manque absolument de rigueur. La fonction

$$P(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{1.2(x+2)} - \dots$$

a pour point singulier essentiel l'infini, de sorte qu'on la considère comme absolument indéterminée dans le domaine des quantités infiniment grandes. On ne peut donc pas sans manquer à la rigueur admettre comme le fait Mr Bourguet que le produit  $x P(x)$  est égal à  $\frac{1}{e}$  pour  $x$  infiniment grand.

Je vous recommande un article d'Appell dans le dernier *Compte Rendu*<sup>370</sup> comme la justification complète de mon sentiment qu'entre Picard et lui il y aurait injustice à établir une préférence. C'est un bon et charmant jeune homme, et Madame sa maman, avec qui j'ai fait commerce d'amitié, est la meilleure personne du monde.

Adieu mon cher Ami, faites moi savoir s'il faut vous envoyer immédiatement ou faire traduire le beau mémoire de Mr Krause, et recevez la nouvelle assurance de ma constante et bien sincère affection.

Ch. Hermite

18 juin 1883

[[ Cachet de la poste de Stockholm ]]

Mon cher Ami,

Je vous accuse réception de votre mandat sur la poste de 100 F que j'ai reçu hier, et je profite de l'occasion pour vous demander de publier dans les *Acta* des lettres que Mr Lipschitz et moi nous avons échangées sur des questions d'arithmétique<sup>371</sup>. Tout l'avantage de la correspondance est pour Mr Lipschitz, mais plus tard j'espère me rattraper, dans un article que Mr Bouniakowsky m'a demandé de donner au *Bulletin de l'Académie de Saint-Petersbourg*<sup>372</sup>, et que vous m'obligeriez beaucoup de reproduire à cause du peu de publicité du recueil russe. Entre autres choses, je donne une démonstration facile des théorèmes suivants.

Soit  $f(n)$  le nombre des décompositions de  $n$  en trois carrés à racines positives et impairs, et vous savez que :  $n \equiv 3 \pmod{8}$ . Cela étant, soit :

$$F(n) = f(3) + f(11) + \dots + f(n),$$

on a :

$$F(n) = \sum (-1)^{\frac{a-1}{2}} E\left[\frac{\sqrt{n-2aa'} + 1}{2}\right],$$

$a$  et  $a'$  étant tous les nombres impairs tels que :  $n-2aa' > 0$ . Soit de même  $f_1(n)$  le nombre des décompositions en cinq carrés dont les racines sont des entiers positifs et impairs ; on aura  $n \equiv 5 \pmod{8}$ , et, en faisant

$$f_1(5) + f_1(13) + \dots + f_1(n) = F_1(n),$$

j'obtiens :

$$F_1(n) = \sum a E\left[\frac{\sqrt{n-4aa'} + 1}{2}\right],$$

$a$  et  $a'$  étant toujours des entiers impairs. Je crains, dans ma dernière lettre, vous avoir donné un énoncé inexact, ayant oublié de supprimer un facteur numérique.

La grand-mère de Picard va mieux ; Madame Alexandre Bertrand n'a eu qu'une fièvre urticaire légère et se porte parfaitement ; mais Mr Marcel Bertrand ne reprend point de forces, et son père est inquiet.

Mille remerciements pour le dernier cahier des *Acta* que vous m'avez envoyé ; la note que j'ai donnée à Mr Bertrand pour les *Comptes Rendus*, contenant l'indication des articles du 4<sup>ème</sup> cahier des *Acta*, n'y a pas été publiée ; je ne sais par quelle fantaisie de Mr Bertrand.

Mes sentiments bien affectueux.

C. Hermite

CXVI

Paris 22 juillet 1883<sup>373</sup>

Mon cher Ami,

J'ai lu avec autant d'attention qu'il m'a été possible l'article de Mr Sonine<sup>374</sup> que je vous renvoie avec quelques corrections légères que j'y ai faites. Il me semble excellent, et j'ai tout lieu de penser qu'il est absolument neuf. Cependant il est si difficile de connaître tout ce qui se publie à notre époque que je n'ose vous répondre d'une manière entièrement certaine, en tout cas je vous réponds que l'analyse de Mr Sonine est originale et ingénieuse, et je suis sûr qu'elle intéressera vos lecteurs.

J'ai remis à Mr Dargent le texte allemand du mémoire de Mr Krause sur la transformation des fonctions hyperelliptiques, et il vous adressera de Metz, où il passe ses vacances, à Stockholm, par envoi recommandé, sa traduction aussitôt qu'elle sera finie. Mais je dois vous informer que c'est la dernière fois qu'il nous donne son concours, et qu'à l'avenir nous devons faire appel à un autre traducteur. Mr l'abbé Dargent quitte en effet le Séminaire Saint-Sulpice pour entrer dans la Compagnie de Jésus, et comme les ordres religieux ont été chassés de France, c'est en Hollande qu'il va faire son noviciat, sans qu'il puisse savoir s'il reviendra jamais dans notre pays. J'ai pensé mon cher Ami remplir vos intentions en offrant les conditions faites à Mr l'abbé Dargent à un autre, dont je vous ai déjà dit le nom, à Mr l'abbé Pautonnier, qui possède parfaitement l'allemand et de plus a l'avantage de savoir le calcul intégral. Mon choix a été décidé par cette circonstance que Mr Pautonnier va se fixer à Paris, où il occupera la position de professeur de mathématiques au Collège Stanislas. Je l'ai eu pour élève à la Sorbonne, il a été reçu licencié ès-sciences, et en ce moment il se prépare aux épreuves extrêmement difficiles du concours pour l'agrégation des sciences mathématiques, dans lesquelles j'espère qu'il réussira. Ce sera donc une acquisition précieuse pour les *Acta*, et vous pourrez lui confier l'anglais à traduire, tout aussi bien que l'allemand. Les conditions acceptées par Mr Dargent ont paru lui convenir, cependant il me semble convenable, sous l'entière réserve de votre décision, qu'elles soient formulées dans les termes suivants : qu'il fixe lui-même, sur la base de 1 F par page de texte, la rémunération de son travail de traduction. Je vous demanderai également si vous



trouvez bon que je lui confie la révision du grand et important mémoire de Mr Bjerkness, que je viens de recevoir, en l'invitant, d'après le temps qu'il aura dû y consacrer, à nous dire la rétribution qui lui paraît due. En agissant de la sorte, je suppose une confiance depuis longtemps établie et que je donne à Mr l'abbé Pautonnier aussi complète qu'il est possible.

De moi, mon cher Ami, j'aurais trop de choses à vous dire, pour les conter en détail ; vous connaissez l'étrange et inexplicable conduite de Mr Bertrand, en ce qui concerne les *Acta*, dont il ne permet pas que la mention soit faite dans les *Comptes Rendus*. Une autre circonstance plus grave s'est produite il y a quelques semaines, et c'est un véritable affront que j'ai eu à subir ; j'ai rompu avec lui et je ne lui adresserai plus la parole. J'avais obtenu de Mr Dumas qu'il voulût bien proposer Mr Collet, qui partage avec Mr Valson la lourde charge de revoir les épreuves de l'édition des *Oeuvres* de Cauchy, pour la décoration de la Légion d'honneur ; Mr Bertrand s'y est opposé, et, pour avoir la paix, Mr Dumas lui a cédé, malgré la promesse.

Les examens de la Sorbonne finissent dans huit jours, mais je serai longtemps à me remettre de la fatigue de cette année ; la semaine prochaine je serai chez mon gendre Forestier, qui, à son retour de Cochinchine, a été nommé Ingénieur en chef de première classe ; je ne sais pas encore si j'irai ensuite en Bretagne.

Mes hommages et ceux de Madame Hermite et de Madame Picard à Madame Mittag, et l'assurance de mes sentiments de bien sincère et cordiale affection.

Ch. Hermite

CXVII

Fouras (Charente Inférieure) 18 août 1883

Mon cher Ami,

Je viens de recevoir et je m'empresse de vous envoyer, avec recommandation à la poste, la traduction du mémoire de Mr Krause, par Mr l'abbé Dargent, à laquelle il n'y aura à faire, ce me semble, que des corrections légères, qu'il faudra laisser à l'auteur. Cette traduction est la dernière que peut nous donner Mr Dargent puisqu'il doit partir le mois prochain pour le noviciat de la Compagnie de Jésus qui est en Hollande. Mais nous ne perdons rien sous le rapport de la connaissance de l'allemand, et nous gagnerons comme connaissance mathématique avec son successeur, dont je m'empresse de vous donner immédiatement l'adresse : Mr l'abbé Pautonnier,

au Petit Séminaire, 19 rue Notre-Dame des Champs, Paris. Mais j'ai lieu de penser qu'en ce moment il doit, après son concours pour l'agrégation, être parti pour profiter des vacances, aussi me paraît-il indispensable que je m'en assure, en lui écrivant, avant que vous lui adressiez le manuscrit dont vous désirez qu'il revoie le texte. C'est ce que je vais faire sans tarder, et aussitôt la réponse reçue je vous en donnerai communication, afin que vous puissiez faire votre envoi en toute sécurité. Relativement au mémoire de Mr Bjerkness, j'ai cru aussi, en pensant qu'il serait tout entier à son concours pour l'agrégation, devoir préférablement recourir à Mr Appell, qui a accepté immédiatement et avec le plus aimable empressement cette occasion de vous rendre service. Vous ne sauriez croire, mon cher Ami, à quel point Appell est obligeant et bon, et comme il donne volontiers sa peine et son temps pour rendre service. Il vous écrira en vous adressant directement le manuscrit de Mr Bjerkness, que vous ne tarderez point à recevoir, parce qu'il m'a formellement promis de s'en occuper, aussitôt qu'il aura terminé les examens, dont il a été chargé, des jeunes filles de l'Ecole Normale d'Auteuil. Permettez moi de vous informer, relativement aux recherches si belles et si originales de Mr Bjerkness, que j'ai eu la surprise de trouver dans *La Revue scientifique*, n° 13 du 31 mars 1883, un long article de Mr Decharme intitulé : *L'imitation par les courants liquides des phénomènes électriques*, et dans lequel son nom ne se trouve point ! Je ne puis aucunement m'expliquer une pareille chose dont il serait peut-être bon que Mr Bjerkness soit instruit.

Que vous dire de l'incompréhensible manière d'agir de Mr Bertrand envers moi ? Je m'en suis entretenu avec Appell et Picard, Mr Bouquet, Mr Tisserand, Mr Darboux, etc. Darboux me dit qu'il est un enfant gâté, à qui tout a toujours si extraordinairement réussi, qu'il se croit tout permis. Tisserand m'a confié qu'à l'Académie j'étais loin d'être le seul à avoir à me plaindre, et qu'il s'y était fait bien des ennemis par ses procédés. Appell a pris un air un peu mystérieux, mais m'a montré clairement que mon parti de rompre ne le surprenait point, enfin Picard croit que Mr Bertrand est mécontent que les communications mathématiques à l'Académie passent moins souvent par ses mains que par les miennes. Quoi qu'il en soit, c'est une chose pénible et qui en amènera d'autres à la suite. Peu avant de quitter Paris, Mr Marcel Bertrand est venu à la maison me dire que ce qui s'était passé avec son père ne pouvait rien changer à ses sentiments et qu'il m'aimait toujours, comme depuis le temps où je lui contais des histoires sur mes genoux, quand il était enfant. J'aurai donc toujours avec lui les mêmes bons rapports, mais Madame Bertrand ma belle-mère, chez qui je dois aller bientôt, et d'autres personnes de la famille pour qui Mr Bertrand est un soleil incomparable et unique au monde, me condamnent dans leur conscience.

Mon temps se passe sur mer avec le bateau des Ponts et Chaussées<sup>375</sup>, en rêveries et en causeries avec le maître de pont, qui me raconte les coups de vent du cap de Bonne-Espérance, les tempêtes du cap Horn, le [[ ... ]]<sup>376</sup> des mers du Sud, etc. Ne me reprocher point mon cher Ami de prendre du repos, j'en éprouve l'impérieux besoin, et à me forcer de travailler je ne ferai rien de bon. Le pauvre Mr Bouquet, qui se surmène, a été menacé d'une congestion, ce qui a donné un moment bien de l'inquiétude à ses amis, mais il s'est remis heureusement et a même pu faire des examens de baccalauréat à la Sorbonne.

Adieu mon cher ami, mon respectueux souvenir à Madame Mittag-Leffler, et mes sentiments d'affection bien dévouée.

Ch. Hermite

CXVIII

Bain-de-Bretagne (Ille et Vilaine)

2 septembre 1883

Mon cher Ami,

Je pense vous faire plaisir en vous envoyant une lettre que je viens de recevoir de Mr l'abbé Pautonnier<sup>377</sup> et qui répond à la demande contenue dans votre dernière carte postale. C'est un bon et excellent jeune homme extrêmement intelligent et ayant en analyse des connaissances étendues qui rendent son concours bien précieux pour les *Acta*. J'ai quelque regret, je ne vous le cache point, qu'il ne semble point disposé à accepter une rémunération comme Mr Dargent. Il est possible en effet et même probable, puisque vous êtes dans l'intention de faire à la langue française une place importante dans votre publication, que vous ayez à lui demander une bonne part de son temps, par conséquent il ne faudrait pas que vous soyez gêné par la crainte de trop requérir de sa complaisance. Mais je ne doute point qu'en lui expliquant l'étendue de la partie française des *Acta*, et l'intérêt spécial que vous y attribuez, vous n'arriviez à une entente qui le mette aussi entièrement qu'il le faut à votre disposition. La situation de professeur au Collège Stanislas, qu'il va occuper à la rentrée, lui donnera d'ailleurs assez de loisirs, et je ne pense pas qu'il veuille les employer autrement qu'en préparant une thèse de doctorat, comme l'a fait son ami Mr Biehler.

Je vous remercie mon cher ami de l'envoi que vous m'avez fait, et qui m'est parvenu à Fouras, des exemplaires de ma lettre arithmétique à Mr Lipschitz, et je voudrais bien pouvoir vous dire que mes promenades sur la grève ont profité à

l'Arithmétique comme je l'avais espéré. Mais je n'ai presque rien fait, et je crains bien que les landes de la Bretagne ne m'inspirent pas davantage que les bords de la Charente. Ma belle-mère Madame Bertrand et Madame Hermite m'ont mis sur les bras une affaire de mariage qui m'obligera à une correspondance, une négociation, des repas et des visites dans un château du voisinage qui me prendront bien du temps et me détourneront de ces grands et pénibles efforts que demandent les recherches approfondies. Et puis je dois bien le reconnaître et l'avouer, je travaille plus lentement, et surtout je fais de continuelles fautes de calcul qui n'annoncent que trop clairement l'influence de l'âge. Car l'âge fait sentir son action sur nous tous, et ce qui vient d'arriver à Mr Bouquet m'est un avertissement de ce qui m'attend moi-même. En allant à l'Ecole Normale pour faire une leçon, ses pensées se sont obscurcies ou affaiblies, et inconsciemment il s'est rendu chez sa fille Madame Aubert qui demeure dans le voisinage du Luxembourg. Quelques jours plus tard, donnant le bras à Madame Bouquet, ses jambes se sont dérochées sous lui, et il s'est affaissé en descendant les escaliers du bas de la rue Monsieur le Prince. Vous pensez combien nous avons été inquiets en apprenant ces circonstances, aussi nous avons pris les dispositions nécessaires pour lui éviter, pendant le mois de juillet, le travail fatigant des examens de la Sorbonne. Heureusement qu'après quelques jours, passés à la campagne de son beau-père à Montmorency, il s'est remis et rétabli assez complètement, et qu'il a suffi de le remplacer pour les examens de licence.

Un article récemment paru dans le journal *Le temps* me donne quelque inquiétude sur ce qui se passe en Norvège. Serait-il donc vrai que là-bas aussi on serait atteint de la fièvre républicaine, et qu'il y aurait la tendance séparatiste assez sérieuse<sup>378</sup> ? Pour nous hélas nous courons à notre ruine poussés par une inéluctable fatalité, je vois partout et dans tous les esprits le pressentiment de catastrophes prochaines.

Adieu mon cher ami, mes sentiments bien affectueux et mes hommages à Madame Mittag-Leffler. Une autre fois je vous parlerai de Mr Bertrand, mais je crois pouvoir vous assurer que Mr Gauthier-Villars n'est pour rien dans l'exclusion des *Comptes Rendus des Acta* ; les deux personnages ne s'entendent nullement.

Votre bien dévoué.

Ch. Hermite

CXIX

Bain-de-Bretagne 30 septembre 1883

Mon cher Ami,

Nous allons tous revenir à Paris ; Mr et Madame Picard partent de Flanville en Lorraine au commencement de la semaine prochaine, et demain Madame Hermite et moi nous quittons Bain-de-Bretagne. Nous y avons eu la semaine dernière une visite qui a été loin de m'être agréable, celle de Mr Joseph Bertrand qui est venu passer deux jours chez sa mère, accompagné de sa petite-fille Mlle Suzanne Rhoué. Pendant tout ce temps, je n'ai point desséré les dents ; au reste une seule fois seulement, pendant le dîner, Mr Bertrand s'est adressé à moi, en prenant occasion de la mort récente de Mr Puiseux<sup>379</sup>, mais j'ai répondu si courtement qu'il n'a point renouvelé la tentative, et le lendemain, quand il est parti, je ne l'ai pas seulement vu. De mon attitude et de mon silence, ni Madame Hermite ni ma belle-mère Madame Bertand ne m'ont fait remarque, et j'en tire la conséquence qu'on accepte dans la famille que je n'aie plus que les rapports les plus absolument obligatoires avec mon aimable et gracieux beau-frère.

Mr Le Paige, professeur à Liège, dont j'ai présenté plusieurs notes qui ont été publiées dans les *Comptes Rendus* m'a adressé un mémoire de géométrie sur la construction des surfaces du troisième ordre, en me priant de vous demander de le faire paraître dans les *Acta*. Je lui ai répondu que je vous transmettrai son travail, mais que je me récusais pour émettre une opinion sur une matière qui est entièrement en dehors de mes études. Votre liberté est donc entière, et dans le cas où le mémoire vous paraîtrait ne pas présenter un intérêt suffisant je me chargerai de le rendre à l'auteur en l'informant de votre décision. Toutefois je dois dire que Mr Le Paige me semble sérieux et possède bien son sujet ; plusieurs des notes qu'il a données aux *Comptes Rendus* ont une valeur algébrique réelle, et sans avoir l'importance des mémoires de Hesse, appartiennent au même genre d'étude.

Bien que je sois peu éloigné de Rennes, et que j'aie dû y aller pour affaires de famille, je n'ai pas vu Mr l'abbé Pautonnier, et j'ignore s'il a entre les mains le mémoire de Mr Malmsten ; mais je ne tarderai point à avoir à Paris de ses nouvelles. J'espère aussi ne pas avoir à attendre les vôtres, et apprendre bientôt que vous êtes de retour de la Finlande avec Madame Mittag-Leffler. Veuillez mon cher ami nous rappeler tous à son bon souvenir en lui offrant nos hommages et recevez la nouvelle assurance de mes sentiments les plus affectueux et les plus dévoués.

Ch. Hermite

J'ai depuis longtemps réglé vos comptes avec Mr Dargent, en lui envoyant, après lui avoir demandé ce qui lui était dû, 55 F dont il m'a accusé réception. Une autre fois je vous parlerai d'analyse, mais nous allons avoir mille affaires à la Faculté et à l'Académie, par suite de la mort de Mr Puiseux. C'est sûrement Darboux qui le remplacera à l'Institut.

CXX

Paris 4 novembre 1883<sup>380</sup>

Mon cher Ami,

C'est à mon tour de vous demander un secret absolu, mais je ne puis m'empêcher de vous apprendre que j'espère obtenir prochainement pour Mr Weierstrass et Mr Kronecker peut-être la décoration de commandeur de la Légion d'honneur, au moins celle d'officier. Une circonstance, que vous connaîtrez bientôt, m'a présenté une occasion naturelle pour demander que les deux grands géomètres, auxquels Mr de Freycinet a accordé la croix de chevalier qui est peu en rapport avec leur situation si élevée dans la science, soient promus au même grade que Mr Helmholtz, Mr Kirchhoff et Mr Hofmann. Vous savez mon cher ami que Mr Weierstrass ne s'apercevra point, sans doute, d'une nouvelle distinction qu'il recevra tant son aura de savant est peu accessible aux honneurs extérieurs, mais il n'en est pas de même de Mr Kronecker, et je me fais un plaisir de penser qu'il ne fera point grise mine à la décoration plus brillante qui remplacera celle qu'il a eue l'année dernière. Mais je vous le répète, je vous demande le secret absolu, pour cette raison capitale que, malgré des assurances qui m'inspirent confiance, en pareille matière je ne dois être sûr de rien, tant que je n'aurai point sous les yeux les nominations signées par le Président de la République.

Nous traversons, vous ne devez pas l'ignorer, une crise intérieure et extérieure, qui peut amener d'un moment à l'autre les événements les plus graves. J'ai appris dans mes récentes démarches que notre situation est extrêmement tendue avec l'Allemagne. J'ai eu crainte d'être indiscret en demandant à connaître les circonstances qui étaient la cause de cet état de choses dont j'étais si loin de me douter, mais j'ai distinctement compris ou plutôt senti que c'était grave ; que Dieu nous garde ! Mr Jules Ferry, après avoir été maintenu par la chambre à la tête du gouvernement, pourrait tant les événements marchent vite être renversé, et hélas mon édifice serait du même coup tout en ruines.

L'Algérie est la France, puis-je être utile mon cher ami à Mr votre frère à

Alger ? Je réclame, j'exige que vous comptiez absolument sur moi ; rien ne me ferait plus de plaisir que d'avoir par vous l'occasion de lui rendre agréable son séjour en Afrique que j'aimerais grandement partager. J'espère qu'il lui sera favorable et lui assurera une complète guérison ; de grands efforts de travail n'amènent que trop souvent des maladies nerveuses, mais ces maladies comme nous en avons eu un exemple, dans le cas de Mr Gréhaut, aide-naturaliste au Muséum, sont complètement guérissables.

Je ne crois pas que le gouvernement prenne des abonnements à un journal scientifique, surtout à un recueil mathématique, cependant je me renseignerai, et s'il y a lieu je prendrai en main vos intérêts. Le *Journal* [[ de Mathématiques pures et appliquées ]] de Mr Resal m'a-t-on dit touche à sa fin, et c'est au succès des *Acta* qui n'est cependant pas suffisant encore qu'on l'attribue, tous les travaux intéressant allant en Suède, de sorte qu'il ne publie que les mémoires extrêmement médiocres.

Je savais par Mr Poincaré qu'il vous avait donné un nouveau travail, et j'espère que Picard bientôt aussi vous enverra le fruit de ses nouvelles recherches qui m'ont fait grand plaisir. Mais combien vous piquez ma curiosité en m'annonçant vos recherches sur les fonctions uniformes monogènes d'une variable !

Je dois vous informer que le journal *Le Temps*, en rendant compte il y a quelques jours du Congrès scientifique d'Odessa, a annoncé que Madame de Kowalewska a été appelée à Stockholm, pour y professer l'Analyse en allemand ; quelque indiscretion aura donc été commise à Odessa.

J'aurais encore à vous parler de mille choses, je veux seulement vous répéter que j'attends avec la plus vive impatience le mémoire que vous m'annoncez, je veux aussi vous prier instamment de ne point vous empresser de m'envoyer la petite avance faite à Mr Dargent ; j'ai insisté et j'espère non sans effet auprès de Mr Pautonnier pour qu'il accepte une rémunération, et j'espère pour cela vous servir d'intermédiaire. Il accepte très volontiers et avec plaisir que son nom figure avec les traductions qu'il vous fera.

Mille amitiés et le meilleur souvenir de nos dames pour Madame Mittag-Leffler.

Ch. Hermite

CXXI

Nancy (Meurthe et Moselle) 19 novembre 1883

Mon cher Ami,

C'est de la Lorraine, où j'ai été appelé par un deuil de famille, que je vous écris. Nous avons eu le malheur de perdre ma belle-soeur qui a succombé à une affection de poitrine dont elle souffrait depuis déjà bien des années, et j'ai dû quitter Paris pour me réunir dans cette triste circonstance avec toute la famille. L'avant-veille de mon départ j'ai eu avec Mr Wurtz un entretien au sujet des démarches commencées pour obtenir de Mr Jules Ferry, pendant qu'il est à la tête du Ministère des Affaires étrangères, les décorations destinées à Mr Weierstrass et Mr Kronecker. J'aurais bien désiré pouvoir joindre à nos deux correspondants Mr Kummer, qui est associé étranger, mais sur l'avis d'un personnage considérable, Mr Claverie Directeur général des Consulats, il a été jugé nécessaire de ne pas demander plus de deux croix de commandeur. En même temps on a su qu'il fallait se hâter de mettre à profit le congé pris par Mr Challemel-Lacour<sup>381</sup>, parce qu'il a déclaré que son intention était de ne donner aucune décoration tant qu'il serait ministre, tandis que Mr Jules Ferry n'y fait aucune opposition. Ai-je besoin de vous dire, mon cher ami, combien j'applaudis à la décoration accordée par Sa Majesté, sur votre bienveillante intervention, à Mr Poincaré qui en est digne à tous les points de vue, et dont les travaux ont jeté sur les *Acta* le plus vif éclat ! Les deux autres, Appell et Picard, ne seront certainement pas jaloux d'avoir été distancés par un émule qu'ils estiment extrêmement et qui est leur ami à tous deux. A l'égard des Italiens, comme en bien d'autres choses, je suis absolument de même avis que vous. Betti est on ne peut plus méritant, mais Brioschi a jeté plus d'éclat sur la science italienne, et on le regarde, si je ne me trompe, comme ayant l'honneur d'avoir principalement contribué au mouvement si remarquable des mathématiques en Italie, depuis une trentaine d'années.

Je me demande comment vous avez pu, sans le secours du calcul intégral, parvenir au théorème de Laurent, puisque les expressions des coefficients des deux séries en  $x$  et  $\frac{1}{x}$  ne sont connues que sous forme d'intégrales. C'est une énigme pour moi, et vous me mettez dans la nécessité de vous traiter comme un sphinx, mais aussitôt que vous aurez révélé votre secret j'en profiterai pour mon cours de la Sorbonne et ce me sera un grand plaisir de donner votre nouvelle découverte à mes élèves.

Mon départ de Paris ne m'a point permis de suivre les démarches que j'ai



commencées au sujet des souscriptions à des publications scientifiques du Ministère de l'Instruction Publique. Darboux avec qui je m'en étais entretenu m'a informé que Mr Friedel et Mr Alphonse Milne-Edwards étaient membres d'une commission des souscriptions, mais en m'adressant à Mr Friedel j'ai su immédiatement qu'on faisait une distinction entre les ouvrages publiés en France ou bien à l'étranger, comme les *Acta*, et qu'il ne pouvait rien pour ces derniers. Tout me reste donc à faire pour me renseigner sur la question en ce qui vous concerne, et ensuite agir. J'ai obtenu de Mr Friedel<sup>382</sup> la promesse d'appuyer auprès du Ministre une demande de souscription de 30 exemplaires de *La théorie des phénomènes électrodynamiques* d'Ampère, que Mr Hermann vient de rééditer à ses frais ; je ne sais si je pourrai avoir la même chance et le même succès pour les *Acta*, mais ne doutez pas que je ferai tout ce qui me sera possible.

Un mot encore d'une affaire délicate qui m'est survenue en Italie. Le Colonel Périer, en revenant du congrès réuni à Rome pour la fixation d'un méridien unique, m'a demandé de la part de Mr Sella si j'accepterais de faire partie de l'Académie Royale des *Lincei*. Ayant su qu'il y avait entre l'Académie Royale et l'ancienne Académie Pontificale des *Lincei* une vive hostilité, j'ai répondu qu'ayant été nommé correspondant il y a 10 ans de la seconde, je me croyais devoir fidélité à ma reconnaissance envers les hommes de science qui m'avaient honoré de leurs suffrages, et que je ne voulais point les contrister et me conduire en transfuge. Mais voilà que Mr Genocchi, à qui j'ai fait part de mes scrupules, m'affirme que cet état d'hostilité, qui a été très vif autrefois, a cessé et que les membres de l'Académie pontificale applaudiront au choix de l'Académie Royale, si j'accepte, comme confirmant le leur. L'autorité de la déclaration de Mr Genocchi, et la sincérité de sa parole, ne pouvant pas par moi être mises en doute, il a été convenu qu'il informerait Mr Sella de mon acceptation : *O tempora*<sup>383</sup> !

Rien, mon cher ami, ne m'est plus précieux que le souvenir de Sa Majesté ; veuillez, si vous le jugez convenable, et quand vous en aurez l'occasion, exprimer au Roi ma bien profonde et respectueuse reconnaissance, en l'assurant de mon inaltérable fidélité aux intérêts des *Acta*. Sans l'obligation de garder le secret, j'aurais félicité la famille de Poincaré qui habite Nancy de la décoration donnée par Sa Majesté.

Tout à vous bien sincèrement et cordialement.

Ch. Hermite

Paris 5 décembre 1883

Mon cher Ami,

Voici où en sont les démarches entreprises en vue d'obtenir la souscription du Ministère de l'Instruction Publique aux *Acta*. Darboux a sondé le terrain dans un entretien avec Mr Dumont, le Directeur général de l'enseignement supérieur, son camarade de promotion à l'Ecole Normale, et m'a donné l'assurance de dispositions entièrement favorables. Il a donc été décidé de les mettre à profit, et sur l'avis de Darboux j'ai rédigé une note dans laquelle j'ai fait valoir le grand intérêt pour nos étudiants mathématiques, comme pour leurs maîtres, d'avoir à leur usage les *Acta*, tant dans les bibliothèques des Facultés que dans celles des Lycées. J'ai fait ressortir la convenance pour le Ministère de l'Instruction Publique d'offrir par sa souscription en témoignage d'estime au journal qui montre une grande sympathie pour la France, en faisant une grande part aux travaux français, et en publiant dans notre langue la traduction des mémoires les plus importants publiés en allemand, en suédois et autres divers idiomes. Cette note figurera dans la demande de souscription que votre dépositaire Mr Hermann adresse au Ministre. Darboux vient aussi de me faire parvenir la promesse formelle de vous envoyer un article, afin que son nom puisse figurer en tête de la liste que j'ai donnée de vos collaborateurs français. J'ai donc quelque espoir mon cher ami que votre désir sera réalisé, surtout à cause de cette circonstance que le Ministre a très favorablement accueilli la demande de souscription de Mr Hermann à son édition de *La théorie des phénomènes électrodynamiques* d'Ampère, et aussi à mon cours de la Sorbonne qui aurait été pour lui, m'a-t-il dit, une bonne affaire. Cependant attendons le résultat ; nul ne peut savoir si d'un jour à l'autre le ministère ne va pas sombrer, tant il y a de difficultés à l'extérieur et aussi à l'intérieur, attendu qu'on annonce pour vendredi une manifestation du peuple souverain, qui peut amener des coups de fusil.

Je joins à cette lettre une lettre intéressante de Mr Goursat, en vous proposant, si vous le jugez convenable, de la publier dans les *Acta*<sup>384</sup>.

Et quand pourrais-je lire votre démonstration, sans calcul intégral, de la formule de Laurent ? Vous savez que je compte sur ce travail de vous pour une de mes leçons à la Sorbonne.

C'est d'arithmétique que je suis tout occupé en ce moment ; je vais même écrire à Mr Lipschitz pour lui communiquer ce que j'ai fait en dernier lieu, son sentiment m'étant du plus grand prix sur la question que je traite. Mais des misères de

santé gênent souvent mon travail, et puis je fais de continuelles fautes de calcul, qui me font perdre un temps infini. Ne m'en voulez donc pas trop si je suis un collaborateur peu actif, et croyez moi toujours, mon cher ami, votre bien sincèrement et affectueusement dévoué.

Ch. Hermite

Vous verrez dans le prochain *Compte Rendu* un article excellent, sur lequel j'appelle votre attention, *fait en commun* par Poincaré et Picard<sup>385</sup>.

CXXIII

Paris 19 décembre 1883<sup>386</sup>

Mon cher Ami,

Je m'empresse de vous accuser réception de votre lettre recommandée contenant la démonstration du théorème de Laurent que vous m'avez annoncée. Je n'ai pu encore qu'y jeter un coup d'oeil qui m'a suffi cependant pour reconnaître à quel point de vue vous vous êtes placé et combien votre méthode est savante et profonde. Mais elle réalise les intentions de Mr Weierstrass mieux que les miennes, car en satisfaisant aux vues du grand géomètre, qui croit devoir exclure le calcul intégral de la démonstration des principes concernant les fonctions analytiques, elle exige un appareil qui me fait douter que je puisse l'exposer à la Sorbonne. En attendant que j'y revienne, je m'empresse de vous donner l'assurance qu'au premier appel de la légation de Suède, je ferai avec le plus grand empressement tout ce que je pourrai pour que Poincaré obtienne, le plutôt possible, la décoration qui vous a été promise pour lui, et qu'il a si bien méritée.

En même temps j'ai le plaisir de vous informer que Mr Alexandre Bertrand ne vous oublie point, et qu'en souvenir de vous et de Madame Mittag-Leffler il m'a promis d'agir auprès de ceux de ses confrères de l'Académie des Inscriptions, faisant partie, au Ministère de l'Instruction Publique, de la commission des souscriptions aux ouvrages périodiques, pour que sa demande concernant les *Acta* reçoive un bon accueil. Et il faut aussi mon cher ami que je réponde à votre question sur l'issue des démarches relatives à Mr Weierstrass et Mr Kronecker dont je vous ai parlé. Il y a un peu plus de quinze jours, il m'a été demandé de venir au Ministère des Affaires étrangères exposer en personne, au Président de la République, les titres de deux savants à la haute distinction sollicitée en leur faveur. J'ai répondu à cette demande par l'expression d'une telle terreur de paraître devant Mr Jules Ferry ; j'ai donné tellement l'assurance que je compromettrais inévitablement par mon

trouble et ma gaucherie la cause à servir, qu'il a été convenu que je rédigerais une note exposant les grands mérites scientifiques des illustres géomètres, et que mon écriture et non ma personne affronterait les regards du Ministre. Le Ministre a été généreux et a promis que Mr Weierstrass et Mr Kronecker seraient l'un et l'autre nommés Commandeurs ; toutefois on a exigé que je garde le secret sur cette promesse, jusqu'à ce que les décrets aient été soumis au Président de la République et aient reçu sa signature. J'ai pleine et entière confiance que vous ne commettrez aucune indiscretion, et je ne me fais aucun scrupule de vous apprendre le résultat obtenu, en vous disant toutefois qu'au milieu des circonstances dont vous n'ignorez point la gravité un événement, survenu au Tonkin ou en Chine, peut amener la chute du Ministère, de sorte qu'une absolue réserve n'est que trop nécessaire. Bientôt je vous raconterai les tenants et les aboutissants de cette affaire, et le succès, s'il est obtenu, vous rappellera en ce qui me concerne ce mot du propriétaire d'une très modique fortune qui disait : Mr de Rothschild et moi, nous sommes riches ! Permettez moi en retour de ma confiance de vous prier de m'envoyer *au plutôt*, sur une carte postale, l'adresse bien exacte de Mr Weierstrass en Suisse, afin que j'aie le plaisir de lui adresser un télégramme en même temps qu'à Mr Kronecker. Et puis ne riez pas trop dans votre barbe que j'obtienne pour les autres des décorations de commandeur, sans pouvoir en obtenir pour moi-même. Je ne demande rien, je n'ai jamais rien demandé, mais on m'a dit que Mr Dumont, le Directeur de l'enseignement supérieur, veut bien songer un peu à moi pour la prochaine promotion qui aura lieu dans 7 ou 8 mois. Je n'y compte pas trop soyez en bien sûr, un meilleur républicain que je ne suis me sera toujours préféré.

Adieu mon cher ami et la nouvelle assurance de mes sentiments les meilleurs et les plus dévoués.

Ch. Hermite

CXXIV

20 décembre 1883

[[ Cachet de la poste ]]

Mon cher Ami,

Après nous être entretenus hier soir de votre démonstration avec Picard, je reçois de lui ce matin la note ci-dessus qui vous donne nos conclusions<sup>387</sup>. Je m'empresse de vous les faire parvenir, en vous renvoyant le texte de votre beau travail, et je saisis cette occasion pour vous demander si vous penseriez possible de

reproduire dans les *Acta* un article que je rédige en ce moment pour le *Bulletin de l'Académie de Saint-Petersbourg*, afin de m'acquitter d'une promesse faite à Mr Bouniakowsky<sup>388</sup>. Ce recueil est peu répandu, et j'aurais intérêt à profiter de la publicité beaucoup plus grande de votre Journal. Un autre motif s'ajoute au précédent, c'est que mon article appelle à sa suite diverses remarques que je publierais au fur et à mesure, par exemple sur la décomposition des nombres en cinq carrés, et qui se tirent également des fonctions elliptiques. J'ai déjà énoncé dans les *Comptes Rendus*<sup>389</sup>, en ajoutant une note à une communication de Mr Stieltjes, un de mes résultats sur la décomposition des nombres  $\equiv 5 \text{ Mod } 8$ , en une somme de cinq carrés impairs, mais j'en ai d'autres encore. L'ensemble, mon cher ami, sera mon offrande aux *Acta*, offrande arithmétique, qui sera en même temps un hommage au talent de Mr Kronecker, car ce sont les découvertes de l'illustre Géomètre qui sont l'objet de mon travail.

Lundi prochain j'espère savoir si la parole donnée par Mr Jules Ferry a eu son effet, et si les décrets sont préparés. C'est le Directeur général des consulats, au Ministère des Affaires Etrangères, qui veut bien s'occuper des formalités de chancellerie ; j'ai bonne espérance, cependant je ne tiens encore rien, et jusqu'au dernier moment j'aurai peur que tout s'évanouisse en fumée.

Mr Alexandre Bertrand m'a parlé de vous si amicalement, ainsi que de Madame Mittag-Leffler, que je pense devoir vous engager, lorsque la souscription aura été accordée, à lui écrire un mot de remerciement.

Mes sentiments affectueux et tout dévoués.

Ch. Hermite

CXXV

Paris 22 décembre 1883

Mon cher Ami,

Mr Dumont le Directeur de l'enseignement supérieur est le voisin à l'Académie des Inscriptions de Mr Alexandre Bertrand, et l'a informé à la séance d'hier, qu'il avait décidé que toutes les Facultés des Sciences, au nombre de 16, recevraient un abonnement aux *Acta*. C'est en ce qui le concerne tout ce qui lui est possible de faire, et Mr Bertrand a eu bien soin de me déclarer que sa recommandation n'y était absolument pour rien. Mais il y a une autre souscription plus importante, qui dépend d'une commission composée de personnages, dont plusieurs appartenant à l'Académie

des Inscriptions. C'est seulement pour cette commission que les démarches de Mr Alexandre Bertrand auront leur influence et j'espère bien leur efficacité. Permettez moi mon cher ami de vous demander, aussitôt que la notification officielle de la décision gracieuse de Mr Dumont sera publiée, de lui adresser une lettre de remerciements. C'est la première fois en effet que le Directeur de l'enseignement supérieur accorde une telle faveur à une publication qui se fait à l'étranger, et vous ne devez pas vous refuser à y voir un témoignage d'estime qui consacre le succès de votre Journal.

Je ne sais pas encore quand se réunira la commission présidée par Mr Collin, chef de Division au Ministère de l'Instruction Publique, et qui a dans ses attributions les souscriptions aux publications de l'étranger. Mr Dumont a eu la bonté de me faire prévenir par Mr Alexandre Bertrand que Darboux a une grande influence dans cette commission, pour les questions concernant les mathématiques ; cette circonstance me donne bon espoir, puisque Darboux nous est acquis comme vous le savez, et que Mr Bertrand agira de son côté.

Avec mes souhaits de nouvelle année, pour vous, pour Madame Mittag-Leffler, tous les vôtres, et la rédaction des *Acta*, et mes sentiments d'affection bien sincère et bien dévouée.

Ch. Hermite

## NOTES DE LA RÉDACTION

---

1 Après avoir suivi les enseignements d'Hermite à Paris - il existe à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm un cours manuscrit d'Hermite sur *Les fonctions elliptiques* rédigé par Mittag-Leffler - Mittag-Leffler s'en va à Göttingen, puis à Berlin, comme l'atteste sa lettre du 19 février 1875 à H. Holmgren ([1], 53-55), pour y suivre les enseignements de Kronecker et, surtout, de Weierstrass. Il suit ainsi le conseil que lui avait donné Hermite à son arrivée à Paris en 1873 ([2], 131) : "Vous avez fait erreur, Monsieur, vous auriez dû suivre les cours de Weierstrass à Berlin. C'est notre maître à tous." Ce qui nous fait dater cette lettre de 1874.

2 H. Gylden (1841-1896).

3 C'est la réponse d'Hermite à une lettre de Mittag-Leffler, du 21 juin 1875 ([3], 153), dont le brouillon non daté se trouve à l'Institut Mittag-Leffler. Il y écrit :

" [[ ... ]]

Une chaire de mathématiques est libre à l'Université de Helsingfors et on m'a donné à espérer que j'obtiendrai cette place.

[[ ... ]]

L'été passé j'étais à Göttingen, où je suivais principalement les cours excellents de Monsieur Schering sur les fonctions abéliennes d'après les théories de Riemann. [[ ... ]]

J'ai passé cet hiver à Berlin où j'ai suivi les cours de Monsieur Kummer, de Monsieur Weierstrass et de Monsieur Kronecker. [[ ... ]] Monsieur Weierstrass a fait un cours très complet de six heures par semaine sur les fonctions elliptiques. Il me paraît qu'on ne peut pas assez regretter dans l'intérêt de la science qu'il ne publie pas ses belles recherches sur ces théories, des recherches qui vous intéresseraient au plus haut degré. Il y a du reste une très grande ressemblance entre vos idées et les siennes qui m'a très frappé plusieurs fois. Monsieur Weierstrass part dans ses recherches de la question : quelles sont les fonctions analytiques les plus générales qui admettent un théorème d'addition - où existe une équation algébrique entre  $\varphi(\frac{u+v}{2})$ ,  $\varphi(u)$ ,  $\varphi(v)$ . Il trouve la réponse que ces fonctions sont des fonctions doublement périodiques uniformes ou multiformes. Il montre après comment on peut toujours donner une *Darstellung* [[ représentation ]] de ces fonctions par ses fameuses fonctions  $\sigma$  [[ [4], 32-38 ]] - il n'a pas maintenant comme dans ses premiers travaux les fonctions  $\mathcal{A}$  [[ [5], 5 ]]. [[ ... ]]

Monsieur Kronecker a professé cet hiver l'Algèbre supérieure aussi pendant six heures par semaine, et il a rendu compte d'une manière très détaillée des belles découvertes dont l'honneur appartient à vous et à lui. [[ ... ]]

Une chose qui m'étonne beaucoup c'est comment Monsieur Weierstrass et Monsieur

Kronecker peuvent trouver autant d'auditeurs - entre 15 et 20 - pour des cours si difficiles et si élevés. [[ ... ]]

Je saisis maintenant l'occasion de vous exprimer, Monsieur, ma profonde gratitude pour le mémoire sur la fonction exponentielle [[ [6] ]]. [[ ... ]] Monsieur Kronecker m'a dit que c'est un de ces travaux qui fondent une nouvelle époque dans l'histoire des sciences. [[ ... ]]."

4 Il s'agit de Helsinki. Le double de la lettre d'Hermite, du 27 juin 1875, adressée "A Messieurs les Membres du Sénat Académique de Helsingfors" est déposée à l'Institut Mittag-Leffler. Mittag-Leffler a suivi les cours d'Hermite durant le premier semestre de l'année universitaire 1873-1874.

Dans sa réponse du 13 juillet 1875, Mittag-Leffler écrit ([3],153) :

"Je suis allé tout de suite chez Monsieur Weierstrass après avoir reçu votre lettre. Vous pouvez facilement vous imaginer combien il était sensible à votre bonne opinion sur lui."

5 Les travaux de cette époque de Mittag-Leffler sur les fonctions analytiques et les fonctions elliptiques sont tous écrits en suédois (voir p.822 du *Catalogue of Scientific Papers (1874-1883)*, compiled by the Royal Society of London, vol.X, London (Clay), 1894).

6 Sur quelques applications de la théorie des fonctions elliptiques (*Comptes Rendus Acad.Sci. Paris*, 85(1877), 689-695, 728-732, 821-826, 870-875, 984-990, 1085-1091 ; 86(1878), 271-277, 422-427, 622-628, 777-780, 850-854). Hermite a poursuivi ces recherches dans les *Comptes Rendus* de 1879 à 1882 (voir *Oeuvres*, t.III, p.266-418, Paris(Gauthier-Villars), 1912).

7 Compagnie attablée.

8 Voir la note 5.

9 Il s'agit du professeur de mathématiques Lorenz Leonard Lindelöf, père du mathématicien suédois Ernst Lindelöf (1870-1946).

10 Hermite habitait à Paris 2 rue de la Sorbonne, tout à côté de l'ancienne Sorbonne.

11 G. Mittag-Leffler, *Extrait d'une lettre à M. Hermite* (*Bulletin Sci. math.*, (2), 3(1879), 1<sup>e</sup> partie, 269-278). Mittag-Leffler écrit (p.269) :

"Voici les théorèmes que j'ai démontrés dans mon premier mémoire en allemand, *Arithmetische Darstellung eindeutiger analytischer Functionen einer Veränderlichen*, qui est maintenant dans les mains de M. Weierstrass."

Mittag-Leffler utilise (p.270) des résultats de Weierstrass publiés dans son mémoire *Zur Theorie der eindeutigen analytischen Functionen* (*Math. Abhandlungen Akad. Wissen. Berlin*, 1876, 11-60) = *Mathematische Werke*, t.II, p.77-124, Berlin(Mayer



und Müller), 1895. Ce mémoire de Weierstrass a été traduit en français par E. Picard : *Mémoire sur les fonctions analytiques uniformes* (Annales sci. Ecole Normale Sup., (2), 8(1879), 111-150).

Mittag-Leffler écrit encore (p.275) :

"Dans ces derniers temps, en m'appuyant sur votre travail *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* [[ voir la note 6 ]], que vous avez eu la bonté de m'envoyer, je me suis occupé d'une autre application des remarquables théorèmes que M. Weierstrass a fait connaître dans son célèbre mémoire *Sur la théorie des fonctions analytiques uniformes*."

Mittag-Leffler applique les méthodes d'Hermite dans sa note *Sur les fonctions doublement périodiques de seconde espèce* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 90(1880), 177-180).

Il ajoute ensuite :

"Je prends la liberté de vous envoyer un opuscule en langue suédoise (*En nyserientvickling för funktioner of rationel karakter* (Acta Soc. Sci. Fennicae, 11 (1880), 273-293)) qui contient une généralisation de la formule d'interpolation que vous avez communiquée à M. Borchardt dans une lettre du 5 juillet 1877."

Il s'agit de l'article *Sur la formule d'interpolation de Lagrange* (Journal reine und angew. Math., 84(1878), 70-76) = *Oeuvres*, t.III, p.432-440, Paris(Gauthier-Villars), 1912.

12 Madame Hermite était la soeur de Joseph Bertrand.

13 Voir la note 11.

14 Voir la note 11.

15 Voir la "15<sup>ième</sup> leçon" du *Cours* d'Hermite, professé à la Faculté des Sciences de Paris, p.137-154, rédigé en 1882 par Andoyer, 4<sup>e</sup> édition, Paris(Hermann), 1891.

16 Ce second volume n'a jamais paru.

17 Voir p.238-244 du *Cours* cité dans la note 15.

18 Voir p.896-904 de la *Note sur la théorie des fonctions elliptiques*, dans le tome II, p.735-904 du *Cours de calcul différentiel et intégral* de J.A. Serret, 4<sup>e</sup> édition, Paris(Gauthier-Villars), 1894. .

19 Holomorphes.

20 Voir *Oeuvres*, t.III, p.374-377, Paris(Gauthier-Villars), 1912.

21 Voir la note 11. Il s'agit ici d'une carte postale.

22 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 14 octobre 1879 ([3],154) :

"Je suis très sensible à votre bonté de vouloir bien vous informer chez

M. Weierstrass sur l'opinion qu'il a sur le mémoire que je lui ai communiqué. Le grand analyste est tellement occupé par ses propres profondes pensées qu'il oublie quelquefois des mois et des années de lire les choses qui lui ont été confiées. Et c'est très naturel, il ne trouve pas le temps, comme vous le savez, de publier ses propres recherches."

23 Sur cette "affaire grave", on devrait trouver des renseignements dans le *Dossier Emile Picard* déposé aux Archives Nationales.

24 Voir la lettre VIII.

25 Dans la lettre de Mittag-Leffler du 8 décembre 1879 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris).

26 Mittag-Leffler a d'abord donné des explications sur ce point dans sa lettre du 29 décembre 1879 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris). Il a développé sa théorie dans la Note *Sur les fonctions doublement périodiques de seconde espèce* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 177-180). Voir aussi p. 388 du tome III des *Oeuvres d'Hermite*, Paris(Gauthier-Villars), 1912.

27 H. Gylden, *Sur une équation différentielle linéaire du second ordre*, extrait d'une lettre à M. Hermite (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 208-209) ; *Sur quelques équations différentielles linéaires du second ordre*, extrait d'une lettre à M. Hermite (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 344-345).

28 G. Mittag-Leffler, *Sur les équations différentielles linéaires à coefficients doublement périodiques* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 299-300).

Mittag-Leffler écrit (p.299) :

"La méthode par laquelle M. Picard a obtenu cette forme de l'intégrale dans le cas *général* ne suffit pas pour donner la forme plus particulière dont l'intégrale est susceptible dans des cas spéciaux.

Je me propose dans cette Note de compléter le théorème de M. Picard."

29 Le lundi 22 mars 1880 Hermite présente à l'Académie des Sciences sa note *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 643-649). Il écrit à la fin de cette note (p.648-649) :

"La question de déterminer les constantes  $\alpha_0, \alpha_1, \dots$ , de manière à réaliser complètement la condition que l'intégrale soit une fonction uniforme, offre, on le voit, beaucoup d'intérêt. Elle a fait le sujet des recherches d'un jeune géomètre du talent le plus distingué, M. Mittag-Leffler, professeur à l'Université de Helsingfors, et je vais exposer les résultats auxquels il est parvenu."

Le lundi 5 avril 1880 Hermite présente dans sa note *Sur quelques applications des fonction elliptiques* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 90(1880), 760-766) les résultats obtenus par Mittag-Leffler, et il écrit (p.764) :

"Les recherches dont je viens d'énoncer succinctement les premiers résultats ont été étendues par M. Mittag-Leffler aux équations linéaires d'ordre quelconque, dans un travail qui paraîtra prochainement."

Ce travail est *Ueber die Integration der Hermiteschen Differentialgleichungen der dritten und vierten Ordnung, bei denen die Unendlichkeitsstellen der Integrale von der ersten Ordnung sind* (Annali di Matematica, (2), 11(1882-1883), 65-80).

Le directeur des *Annali* F. Brioschi a fait suivre l'article de Mittag-Leffler de la note *Sulle classe di equazioni differenziali lineari considerate nella precedente Memoria del sig. Mittag-Leffler* (p.81-92).

30 Dans la note qu'Hermite était en train de rédiger *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 90(1880), 643-649) il poursuivait son étude des "équations différentielles de l'élastique" ([7],361), inspirée par le travail de Wantzel de 1844 "sur l'intégration des équations de la courbe élastique à double courbure" ([7],359). D'ailleurs, il cite, p.646 de sa note, le travail de Saint-Venant de 1844 "sur les flexions considérables des verges élastiques".

31 A.E. Nordenskjöld (1832-1901), explorateur suédois, a découvert le passage maritime du Nord-Est (1878-1880). Il a publié deux notes dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t.90(1880) : *Sur quelques-unes des collections rapportées de l'expédition du passage nord-est, par l'Océan glacial de Sibérie* (p.347-348) ; *Sur les points de l'Océan arctique de Sibérie qui présentent le plus d'obstacles pour la navigation* (p.790-792).

32 Hermite écrit ([7],372) qu'on a la "circonstance bien remarquable que, dans les trois intégrales particulières,  $\lambda$  a la même valeur, à savoir  $\lambda = -\beta_1/3$ ", les solutions ayant la forme

$$y = \frac{H(x+\omega)}{\Theta(x)} e^{[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}] x}.$$

33 "Cette omission" a été rattrapée le 5 avril 1880 (voir la note 29).

34 Voir p.79-80 de l'article de Mittag-Leffler des *Annali*, cité dans la note 29.

35 Voir la note 29.

36 Le sens de cette notation, ainsi que des détails des calculs, se trouvent dans la

lettre de Mittag-Leffler du 15 avril 1880 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), écrite à Pise.

37 Qu'il est bon et agréable d'avoir souvent ensemble les frères !

38 A. Wurtz était le Vice-Président de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1880, tandis que J. Bertrand, beau-frère d'Hermite, était le Secrétaire perpétuel de l'Académie.

39 J. Ferry, ministre de l'Instruction publique de février 1879 à novembre 1881.

40 L. Palander (1842-1920) a accompagné A.E. Nordenskjöld en 1878-1880 lors de la découverte du passage Nord-Est, en commandant le bateau *Vega*.

41 Voir la note 31.

42 G. Forestier, beau-fils d'Hermite, était inspecteur général des Ponts et chaussées.

43 F. Brioschi, Sur l'équation de Lamé. Extrait d'une lettre à M. Hermite (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 86(1878), 313-315).

44 Dans sa lettre, citée dans la note 36, Mittag-Leffler donne l'expression de l'équation différentielle  $Q_1(\mu, \omega, x)$ .

45 On trouve dans le *Kopiebok 14.5.1880 - 31.12.1883* de Mittag-Leffler, à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm, p. 1-3, le brouillon de sa lettre à Hermite du 14 mai 1880, lettre qui ne figure pas dans le *Dossier Mittag-Leffler* des Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

46 Voir la note 40.

47 E. Edlund avait publié, entre autres :

- Recherches sur les courants électriques produits par le mouvement des liquides (*Annal. Phys. Chem.*, 1(1877), 161-199) ;
- Recherches sur l'induction unipolaire, l'électricité atmosphérique et l'aurore boréale (*Annales de Chimie*, 16(1879), 49-107) ;
- Sur la déduction d'un phénomène électrique resté inexpliqué jusqu'ici (*Annal. Phys. Chem.*, 3(1879), 755-757).

Il publiera, dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t.94(1882), p.926, la note *Recherches sur le passage de l'électricité à travers l'air raréfié*.

48 C. Hermite, Sur une proposition de la théorie des fonctions elliptiques (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 1096-1098).

49 P. 295 de l'article *Sur les développements en série des fonctions d'une seule variable* (*Journal Math. pures et appl.*, (3), 2(1876), 291-312). Ce *Journal* a été fondé en 1836 et publié jusqu'en 1874 par J. Liouville, et, à partir de cette date, par

H. Resal.

C. Hermite a exposé dans la 7<sup>ème</sup> Leçon , p.57-65, de son *Cours de la Faculté des Sciences de Paris*, 4<sup>e</sup> édition, Paris(Hermann), 1891, aussi bien la méthode de Weierstrass que celle de Darboux.

- 50 Il existe dans le *Kopiebook*, cité dans la note 45, p.59-65, le brouillon de la lettre de Mittag-Leffler à Hermite du 6 juin 1880.
- 51 Des lettres d'Hermite à Borchardt se trouvent dans la *Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen*, Philos. 193<sup>m</sup> ; en particulier une lettre du 21 mars 1855, parlant des travaux de Jacobi. La correspondance d'Hermite, déposée après la mort de son beau-fils Picard dans un garde-meuble, a été détruite dans un incendie. Il reste seulement un certain nombre de lettres qui ont été données aux Archives de l'Académie des Sciences de Paris.
- 52 P. 81 du mémoire de Brioschi cité dans la note 29.
- 53 Voir la note 49.
- 54 Voir la note 16.
- 55 *Annali di Matematica*, t.10(1880), p.4-9.
- 56 Voir la note 47.
- 57 J.C. Jamin (1818-1886), membre de la section de physique générale de l'Académie des Sciences de Paris depuis 1868.
- 58 Il a adressé à l'Académie "deux cent dix pièces qui ont appartenu aux archives de l'Académie" (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 90(1880), 1333).
- 59 M. Chasles est mort le 18 décembre 1880.
- 60 Voir la note 38.
- 61 A. Kundt(1839-1894), correspondant de l'Académie des Sciences de Berlin et professeur à l'Université de Strasbourg.
- 62 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 31 juillet 1880 à Hermite (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :
- "Borchardt est mort d'un cancer à l'estomac qu'il avait probablement depuis quatre ou cinq ans déjà. Comme vous le savez, il était épileptique étant plus jeune et les symptômes de l'épilepsie étaient revenus pendant la dernière année. Les grands médecins de Berlin qu'il consultait croyaient que les douleurs qu'il avait à l'estomac étaient une conséquence de l'épilepsie, et c'est seulement un médecin de Rüdersdorf qui a découvert la vérité. Il a eu de fortes douleurs qu'on pouvait seulement diminuer avec la morphine. Il a gardé connaissance jusqu'au dernier moment

et encore le jour avant sa mort il s'est occupé des mathématiques. Monsieur Weierstrass est persuadé qu'il ne croyait pas qu'il devait mourir cette fois, et il paraît que les médecins étaient du même avis. Il n'a pas pris des dispositions, Monsieur Weierstrass en est persuadé, qu'il aurait voulu prendre s'il avait cru que la mort était si près. Comme vous le savez, Monsieur Borchardt avait une fortune très considérable. [[ ... ]]

Quant au *Journal*, c'est décidé que Borchardt n'aura pas de successeur. Monsieur Weierstrass et Monsieur Kronecker veulent se charger de tout sauf des détails. [[ ... ]]

La mort de Borchardt est pour Monsieur Weierstrass une perte peut-être encore plus cruelle que pour vous. Weierstrass était tout à fait comme un membre de la famille de Borchardt, et les deux grands savants avaient même l'habitude de travailler dans la même chambre."

63 Dans les *Tables des matières* du *Journal des Mathématiques pures et appliquées*, 3<sup>ème</sup> série, tomes 5(1879), 6(1880) et 7(1881), il n'est fait aucune mention de cette annonce.

64 *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* ([7], 266-418). Ce travail a été publié dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* : la première note a paru dans le tome 85(1877) et la dernière dans le tome 94(1882). Mais la dédicace dont parle Hermite dans sa lettre ne se trouve pas dans ce mémoire publié dans ses *Oeuvres*. Elle a été insérée peut-être dans les tirés à part de ce très long mémoire.

Toutefois, nous sommes très surpris qu'Hermite n'ait pas rendu hommage à son ami, mort à Rüdersdorf, près de Berlin, le 27 juin 1880, lors d'une séance de l'Académie des Sciences de Paris dont Borchardt était correspondant depuis 1876.

65 C. Hermite, *Sur le pendule*. Extrait d'une lettre [[ du 18 octobre 1877 ]] adressée à M. Gylden (*Journal reine und angew. Math.*, 85(1878), 246-249).

66 C. Hermite, *Sur quelques applications de la théorie des fonctions elliptiques* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 93(1881), 920-925).

67 C.A. Bjerknes, mathématicien et physicien, professeur à l'Université de Christiania (Oslo).

68 E. Picard allait épouser la fille cadette d'Hermite. Ce sont Mme Jean Villey, fille de Picard, ainsi que J.M. Dunoyer de Segonzac, son petit-fils, qui ont déposé à l'Académie des Sciences les lettres de et à Hermite qui s'y trouvent actuellement. Quant aux lettres de Picard à Mittag-Leffler elles se trouvent à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm.

69 Il s'agit probablement du mémoire de Mittag-Leffler à paraître, écrit en allemand, et signalé dans la note 29.

70 K. Weierstrass, Ueber einen functionentheoretischen Satz des Herrn G. Mittag-Leffler (Akad. Monatsber. Berlin, 1880, 707-717) = Sur un théorème de M. Mittag-Leffler et sur la théorie des fonctions uniformes (Bulletin Sci. math., (2), 5(1881), 1<sup>e</sup> partie, 113-124).

On y trouve (p.115), pour la première fois dans la littérature mathématique en langue française, la notation weierstrassienne de la valeur absolue de  $a$  :  $|a|$ .

71 Extrait d'une lettre de M. Ch. Hermite à M. U. Dini sur une représentation analytique des fonctions elliptiques au moyen des transcendentes elliptiques (Annali di Mat., (2), 10(1882), 137-144) = [8], p.38-47.

Hermite y écrit (p.39) :

"De mes premières tentatives il ne reste que bien peu qui puisse vous intéresser, et voici seulement ce que j'ajoute aux leçons dont M. Mittag-Leffler vous a donné le résumé."

Nous n'avons aucune information sur la seconde lettre d'Hermite à Dini.

72 Voir la note 70.

73 G. Mittag-Leffler, Sur les équations différentielles linéaires du second ordre. Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 91(1880), 978-980).

74 J. Dieudonné écrit dans son *Cours de géométrie algébrique*, tome I, p.48, Paris (Presses Universitaires de France), 1974) :

"Pour pouvoir calculer sur des fonctions "multiformes" d'une variable complexe, Cauchy et ses élèves avaient imaginé de tracer dans le plan des "lignes d'arrêt" (Cauchy) ou "coupures" (Hermite) telles que, dans le complémentaire de leur réunion, les diverses "déterminations" de la fonction ne puissent s'échanger entre elles. A cette dissection artificielle du plan, qui tend à considérer les diverses déterminations comme des fonctions distinctes, Riemann oppose dès le début sa conception de la surface connexe à plusieurs feuillets étalée sur le plan, de façon qu'au-dessus d'un point du plan, autre que les points de ramification, il y ait autant de feuillets que la fonction considérée a de "déterminations" ; les feuillets se raccordant au-dessus de chacun des points de ramification de façon que les déterminations de la fonction donnent sur la surface une seule fonction continue."

75 Hermite ne partage pas l'opinion de Dedekind ([9], 273) que les mathématiciens sont "de lignée divine" et qu'ils "créent" les nombres irrationnels.

- 76 C'était la base même de la conception de Lagrange.
- 77 K. Weierstrass, Zur Functionenlehre (Akad. Monatsber. Berlin, 1880, 719-743 ; 1881, 228-230) = Remarques sur quelques points de la théorie des fonctions analytiques (Bulletin Sci. Math., (2), 5(1881), 1<sup>e</sup> partie, 157-183).
- 78 Cette lettre porte la date 25 décembre 1881, mais il est évident d'après sa fin qu'elle a été écrite en 1880, car C. Jordan a été élu à l'Académie des Sciences le 4 avril 1881 et G. Darboux en 1884.
- 79 Voir la note 70.
- 80 Notons qu'Hermite n'adopte pas encore la notation de Weierstrass et qu'il écrit  $\text{Mod } a_n$  pour  $|a_n|$ .
- 81 Cette méthode a été employée par Gauss dans son mémoire *Disquisitiones generales circa seriem infinitam*
- $$1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{1 \cdot \gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)} x^2 + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} x^3 + \text{etc.}$$
- (Comm. soc. reg. sci. Gott. rec., 2(1813) = *Werke*, t.III, p.123-162, Göttingen (K. Gesell. Wissen.), 1866.
- 82 P. 122 de K. Weierstrass, Mémoire sur les fonctions analytiques uniformes, traduit par E. Picard (Annales Ecole Normale Sup., (2), 8(1879), 111-150).
- 83 L. Bourguet, *Développement en séries des intégrales eulériennes*, Paris (Gauthier-Villars), 1880 ; cette thèse a été soutenue en décembre 1880.
- 84 Article cité dans la note 77.
- 85 Voir la note 59.
- 86 Voir la note 78.

Dans les papiers de C. Jordan, déposés à l'Ecole polytechnique à Palaiseau, 1<sup>e</sup> partie, se trouve la lettre suivante, portant le numéro 38, qui a été adressée presque sûrement à Hermite ; elle est d'ailleurs suivie par la lettre numéro 39 qui est certainement la réponse d'Hermite.

"

2 décembre 1874

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous adresser ci-joint, ainsi que vous avez bien voulu m'y engager, la notice que j'ai publiée sur mes travaux en 1870, et le manuscrit du supplément que je me propose d'y ajouter.

Veillez m'excuser si je prends la liberté de vous importuner encore en vous renouvelant ma demande d'audience, malgré le désir que vous m'aviez manifesté de



ne vous occuper de cette affaire que lorsque les cours de l'Ecole Polytechnique seraient terminés. J'apprends en effet de M. Francy [[ du ministère de l'Instruction publique ? ]] qu'il a l'intention de proposer à l'Académie de pourvoir à la vacance [[ J. Bertrand élu Secrétaire perpétuel, sa place est devenue vacante et c'est Bouquet, ami d'Hermite, qui y sera élu ]] dans les délais strictement réglementaires, c'est-à-dire très prochainement. D'autre part, je n'ai pu encore obtenir un entretien d'aucun des membres de la section [[ de Géométrie de l'Académie ]] auxquels je me suis adressé, bien qu'ils déclarent tous qu'ils ne sont pas au courant de mes titres. Enfin j'apprends que l'on commence à dire ça et là que mes travaux sont inintelligibles, et n'ont sans doute pas la portée qu'on leur attribue. Vous m'accorderez qu'une semblable condamnation, sans examen, serait un procédé trop commode pour se débarrasser d'un candidat. Permettez-moi donc de faire appel à votre bienveillante équité. Vous seul avez l'autorité nécessaire en ces sujets difficiles, pour imposer silence à ces bruits défavorables, et me faire rendre la justice qui est due à tous. Si vous avez la bonté de m'accorder deux heures d'entretien sérieux, je ne doute pas qu'il ne me soit facile de vous édifier pleinement sur l'authenticité et la valeur de mes découvertes.

Je n'ai d'ailleurs pas besoin d'ajouter que je resterais à votre disposition pour tous les éclaircissements nécessaires que vous voudriez bien me demander.

Veuillez agréer, Monsieur, l'expression de mon respect.

C. Jordan "

Voici la réponse d'Hermite :

" Monsieur,

L'étude de vos travaux est tellement difficile et tellement pénible que mes devoirs présents me la rendent impossible. Votre mise en demeure de l'entreprendre cependant, sur le champ, m'oblige de vous déclarer : si vous réussissez à me la faire parvenir par ceux de vos amis qui sont membres de l'Académie, j'y réponds en envoyant immédiatement ma démission de membre de l'Institut.

J'ai l'honneur d'être, Monsieur, votre très humble et obéissant serviteur.

Ch. Hermite

Paris 2 décembre 1874 "

- 87 Cette lettre se trouve à la fin de la communication d'Hermite sur les coupures publiée de la page 62, alinéa 1, à la page 67, alinéa 2, de l'article d'Hermite : *Sur quelques points de la théorie des fonctions* (Extrait d'une lettre à M. Mittag-Leffler) (Journal reine und angew. Math., 91(1881), 54-78). Elle figure à l'Institut Mittag-Leffler avec la lettre portant le numéro 34 (numérotation, qui pour des raisons évidentes, est différente de celle adoptée ici).

- 88 Cette lettre est publiée dans l'article cité dans la note 87 p.54-62.
- 89 L'article cité dans la note 87 a été aussi publié dans les *Acta Soc. sci. Fennicae*, t.12(1883), p.67-94.
- 90 Une lettre du 2 février 1881 figure dans le *Dossier Mittag-Leffler* des Archives de l'Académie des Sciences de Paris.
- 91 Ici page 44, lignes 1 et 2.
- 92 La correction a été faite p.63 du mémoire cité dans la note 87.
- 93 V. Mannheim a eu 21 suffrages au cours de l'élection où Jordan a été élu avec 33 suffrages.
- 94 Voir la note 40.
- 95 Voir la note 118.
- 96 Voir la note 83.
- 97 Ici page 48.
- 98 Voir la note 82.
- 99 Il semble que cette autorisation ne fut pas accordée.  
La correspondance de Mittag-Leffler avec Weierstrass se trouve à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm.
- 100 Voir la note 70.
- 101 Voir la note 77.
- 102 L. Kiepert, qui a suivi les cours de Weierstrass en 1869, écrit ([3],60) que cette année le nombre d'élèves tomba de 117 à 7 . Quant au mathématicien russe M.A. Tiho-  
mandricky, qui a suivi les cours de Weierstrass en 1884, il écrit ([3],61-62) que  
lors de la première leçon il y avait tellement d'étudiants que Weierstrass fut ob-  
ligé de s'installer dans le grand amphithéâtre de l'Institut de chimie qui pouvait  
contenir plus de mille personnes ; mais le nombre d'auditeurs diminua rapidement  
de sorte qu'au bout de quelques leçons Weierstrass alla s'installer dans une salle,  
plus petite que celle initialement attribuée, pouvant contenir 150 à 200 personnes.  
et qui était loin d'être pleine.
- 103 Voir la note 31.
- 104 Dans le *Dossier Hermite*, aux Archives de l'Académie des Sciences de Paris, il exis-  
te une lettre d'Hermite à Tannery à propos de son résultat.

- 105 Cette lettre contient la partie de l'article, cité dans la note 87, page 68, alinéa 1, à page 70, alinéa 1.
- 106 Cette lettre contient la partie de l'article, cité dans la note 87, de la page 70, alinéa 2, à la page 73, alinéa 1.
- 107 La lettre de Gauthier-Villars du 16 février 1881 à Hermite est jointe à cette lettre.
- 108 Joint à cette lettre et publié p.73-77 de l'article cité dans la note 87.
- 109 L'oeuvre est achevée.
- 110 L'article d'Hermite a été publié à Berlin et à Helsingfors (Helsinki) (voir les notes 87 et 89).
- 111 U. Dini, *Alcuni teoremi sulle funzioni di una variabile complessa, Collectanea Mathematica in memoriam Dominici Chelini*, p.258-276, Milano (Hoepli), 1881 = *Opere*, vol. II, p.372-392. (Voir p.366-368 les commentaires de F. Cecioni.)
- Dans sa lettre du 21 mars 1881 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), Mittag-Leffler écrit que la démonstration de Dini c'est celle de "Weierstrass ou celle que j'avais donné une année avant M. Weierstrass dans un cours à l'université ici. La seule différence entre les deux démonstrations me paraît être dans les signes. Il est très probable pourtant que M. Dini n'a pas connu l'article de M. Weierstrass quand il a publié son travail."
- Quant à la démonstration de Schering, Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 3 mars 1881 que Schering "suit un peu le chemin" qu'il a suivi dans son mémoire publié dans le *Bulletin des Sciences mathématiques* en 1879 et cité dans la note 11.
- 112 Cette traduction, à notre connaissance, n'a jamais été publiée.
- 113 Voir la note 77.
- 114 Voir la note 86.
- 115 La note qui suit dans la lettre a été publiée p.77-78 de l'article cité dans la note 87.
- 116 Les dieux détournent.
- 117 E. Schering, La formule d'interpolation de M. Hermite exprimée algébriquement. Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 92(1881), 510-513).
- 118 C. Hermite, M. Borchardt (p.62-65) ; M. Brioschi (p.65-68) (*Journal des Savants*, 1881). Ces rapports d'Hermite sur ces deux mathématiciens non pas été publiés dans ses *Oeuvres*.

119 Pages 8 et 9 du manuscrit d'Hermite correspondent aux pages 45-46 d'ici, ainsi qu'aux pages 58-59 de l'article d'Hermite cité dans la note 87.

120 J. Grévy, président de la République depuis 1879, avait écarté Gambetta du pouvoir jusqu'en novembre 1881.

121 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre à Hermite du 15 mars 1881 ([3], 155-156) :

"La fonction de M. Poincaré me paraît fort intéressante, mais pourtant je dois vous avouer que l'existence des fonctions avec des espaces lacunaires me paraît avoir été démontrée auparavant par les recherches de Monsieur Weierstrass. La série

$$\sum_{n=0}^{\infty} b^n x^{a_n}$$

dans laquelle  $a$  est un nombre entier positif,  $b$  une quantité positive moindre que 1 et  $a_n = a^n$  est une belle fonction. Elle existe partout en dedans et sur la circonférence avec le point  $x = 0$  pour centre et le rayon 1, mais n'existe en aucun point en dehors de ce cercle. Vous trouverez quelques mots sur cette fonction à la fin du dernier article de M. Weierstrass dans le *Berliner Monatsbericht* [[ article cité dans la note 77 ]]."

122 Ici p.47.

123 Il s'agit sans doute de l'article de Mittag-Leffler cité dans la note 11.

124 Hermite ne cite aucun travail de Mittag-Leffler dans son article cité dans la note 87.

125 Les remarques de Mittag-Leffler se trouvent dans sa lettre du 15 mars 1881 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris).

126 Alexandre II de Russie, assassiné par une fraction extrémiste du mouvement révolutionnaire populiste.

127 Muhammad-al-Sadaq bey (1852-1882) dut signer le traité du Bardo (12 mai 1881), à la suite d'une expédition militaire inspirée par J. Ferry, pour prendre de vitesse l'Italie.

128 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 15 mai 1881 :

"Le crime affreux qui a frappé d'horreur la Russie et la Finlande m'a causé personnellement un grand embarras. L'empereur était le protecteur spécial de notre société des sciences, et nous avons une séance publique chaque année le 29 août - le jour de naissance d'Alexandre II. Je cesse d'être président de la société ce jour, mais auparavant je dois faire un discours sur l'empereur mort et les bienfaits qu'il a fait à la société."

129 Voir la note 11.

130 Cet article n'a pas été publié dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*.

131 Dans son *Rapport sur les travaux de Mr Poincaré* (Dossier Poincaré, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), Hermite écrit :

"Mr Poincaré a publié depuis sept [[ le mot "quatre" a été surchargé ]] ans [[ Poincaré publie depuis 1878 ]] de nombreux travaux qui ont pour objet la théorie des équations différentielles et aux différences partielles, la théorie générale des fonctions analytiques d'une et de plusieurs variables, l'algèbre et la théorie des nombres. Dans ces diverses directions où s'est portée l'activité du jeune géomètre, des résultats entièrement neufs, des découvertes analytiques qui ont vivement frappé l'attention, ont montré un esprit original et profond, et sont le présage certain d'un brillant avenir scientifique. En vous proposant, dans un exposé rapide, d'en montrer le caractère et d'en apprécier l'importance, nous nous attacherons, en premier lieu, aux recherches concernant les équations différentielles du premier ordre, et qui ont fait le sujet d'un mémoire étendu, publié dans le 45<sup>e</sup> Cahier du *Journal de l'Ecole Polytechnique*.

[[ ... ]]

Nous passons à un autre travail sur les équations différentielles, entièrement original et d'une haute importance, qui a été présenté à l'Académie en 1880, et publié dans le *Journal de Mathématiques* [[ pures et appliquées ]] de Mr Resal.

L'auteur s'est placé à un point de vue spécial d'une grande importance ; il admet que les coefficients sont réels, et se propose de reconnaître la loi de succession des valeurs réelles des variables, en construisant et discutant la courbe que définit l'équation différentielle.

Ce sujet présentait de grandes difficultés ; Mr Poincaré l'a abordé par l'étude du cas particulier où le coefficient différentiel a pour expression le quotient de deux polynômes rationnels et entiers par rapport aux variables."

Le rapport concerne également les travaux, parus après 1881, sur les équations différentielles. Hermite écrit ensuite :

"Nous abordons maintenant un autre [[ sujet ]] de recherches, ayant pour objet l'intégration des équations différentielles linéaires, sous forme algébrique, ou sous forme transcendante au moyen des fonctions abéliennes. [[ ... ]] Mr Poincaré s'est occupé de la formation des équations différentielles admettant pour intégrales des fonctions algébriques dont le groupe est donné. [[ ... ]]

Les recherches que nous venons d'indiquer succinctement nous conduisent à la partie la plus brillante des travaux de Mr Poincaré et à celle de ses découvertes

qui a le plus vivement attiré l'attention. C'est dans un mémoire présenté au concours pour le prix des sciences mathématiques en 1880 [[ voir le rapport d'Hermite sur ce travail de Poincaré dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* du 14 mars 1881, tome 92(1881), pages 553-554 ]], qu'ont été exposés pour la première fois les principes et la théorie de nouvelles transcendentes, nommées par l'auteur fonction fuchsiennes."

Il existe également une *Seconde partie* de ce rapport qui commence par indiquer que "l'exposé qu'on vient d'entendre des travaux de Mr Poincaré s'arrête au mois de mars 1884".

132 M. Loewy, né à Vienne (Autriche) en 1833, naturalisé Français en 1868, a été élu membre de la section d'astronomie en 1873.

133 H. Faye, membre de la section d'astronomie depuis 1847; E. Fremy, membre de la section de chimie depuis 1857 ; P. Janssen, membre de la section d'astronomie depuis 1873 ; S. Dupuy de Lôme membre de la section de géographie et navigation depuis 1866.

134 H. Poincaré : Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différences partielles ; thèse soutenue le 1er août 1879, avec Bouquet comme président et Ossian Bonnet et Darboux comme examinateurs ; publiée par Gauthier-Villars, Paris, 1879.

Cette thèse est dédiée "à M. Ossian Bonnet, hommage respectueux".

135 Dans sa lettre du 6 avril 1881 (*Dossier Mittag Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), Mittag-Leffler lui pose une question sur les solutions de l'équation différentielle

$$y'' + a x^{m-2} y = 0 .$$

Notons aussi que dans cette lettre Mittag-Leffler semble mentionner pour la première fois le nom de Georg Cantor. En effet, il parle d'une "fonction uniforme ayant une infinité<sup>\*</sup> de points singuliers essentiels", et précise en note : "\*c'est-à-dire un tel infini de points singuliers qu'on peut adjoindre chaque point à un terme dans la suite des nombres entiers 1,2,3,...,v,... . Mon ami M. Cantor à Halle a montré que d'autres infinis sont parfaitement possibles."

136 P.955 des *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, tome 92(1881).

137 G. Mittag-Leffler écrit dans son article *Recherches sur la théorie des fonctions* (Bulletin Sci. math., (2), 5(1881), 1<sup>e</sup> partie, 388-392) p.392 :

"Dans un mémoire que m'a envoyé M. Poincaré, et dont j'ai aujourd'hui l'honneur de proposer l'insertion dans les *Actes de la Société*."

Il s'agit de : H. Poincaré, *Sur les fonctions à espaces lacunaires* (Acta Soc.

sci. Fennicae, 12(1883), 343-350 = *Oeuvres*, tome IV, p.28-35, Paris(Gauthier-Villars), 1950.

138 Voir la note 135.

139 Voir la note 136.

140 C.J. Malmsten (1814-1886), professeur de mathématique à l'Université d'Uppsala de 1840 à 1859.

141 Voir la note 42.

142 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 22 juin 1881 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"Sitôt que j'aurai approfondi l'étude des travaux de Cantor, je vous en enverrai un compte rendu."

143 Saint Georges aurait tué le Dragon à qui une princesse allait être sacrifier ; il devint, au moyen âge, le type du chevalier errant en quête de prouesses et d'actions généreuses.

144 J. Barthélemy Saint-Hilaire (1805-1895), ministre des Affaires étrangères dans le cabinet J. Ferry (1880-1881), signa le traité du Bardo, par lequel la Tunisie devint protectorat français.

145 Hermite donne ensuite le début de son article *Sur une application du théorème de M. Mittag-Leffler dans la théorie des fonctions*. Extrait d'une lettre adressée à M. Mittag-Leffler (*Journal reine und angew. Math.*, 92(1882), 145-155) = *Oeuvres*, t.IV, p.92-103, Paris(Gauthier-Villars), 1917. Cette partie débute p.92 et se termine à la page 95, avant l'alinéa 1.

146 Voir la note 135.

147 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 7 juillet 1881 ([3],156) :

"Vous me demander quels sont les rapports entre M. Klein et les grands Berlinoises. Je vous dois la vérité et je vous la dirai, quoique je suis moi-même très bien avec M. Klein. M. Weierstrass trouve que M. Klein est un homme qui ne manque pas de talent, mais qui est très superficiel et même quelquefois assez charlatan. M. Kronecker trouve qu'il est tout simplement un charlatan, sans des mérites réels. Je crois que c'est aussi l'opinion de M. Kummer. M. Klein a fait ses études à Berlin, mais il a été un élève peu reconnaissant, et qui n'a guère profité ni des leçons de Weierstrass, ni de celles de Kronecker. Je crois en réalité que vous risquez de vous brouiller un peu avec les Berlinoises en acceptant avec empressement les avances de M. Klein. Mais je vous prie, cher Maître, de vouloir bien regarder cette communication comme étant une confidence pour vous seulement."

148 Voir la lettre de Mittag-Leffler du 7 juillet 1881 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris).

149 H. Poincaré, *Sur les fonctions fuchsiennes* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 93(1881), 301-303 ; 8 août 1881).

150 Voir p.77-78 de l'article d'Hermite cité dans la note 87.

151 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 20 août 1881 ([3], 156-157) :

"M. Weierstrass regarde M. Poincaré comme étant un homme de talent. Un de mes élèves M. de Ramsey qui vient de Berlin, où il a passé une année, m'a raconté que M. Weierstrass, dans un cours à l'université, a loué le talent de M. Poincaré, mais il a dit en même temps que M. Poincaré, dans sa thèse pour obtenir le grade de docteur [[ voir la note 134 ]], n'a pas correctement expliqué le rôle de Cauchy dans le problème de l'intégration des équations différentielles et qu'il a eu tort de ne pas mentionner le travail de Weierstrass lui-même dans les *Analytische Facultäten* [[ [5], p.153-221 ]]. Le travail de Weierstrass est antérieur à celui des Messieurs Briot et Bouquet, mais M. Poincaré qui devait savoir ça par le mémoire de Madame Kowalewsky - s'il n'a pas connu le travail *Analytische Facultäten* - n'en dit pas un mot. Monsieur de Ramsey m'a raconté qu'il a entendu par M. Molk - l'étudiant français qui suit le cours de M. Weierstrass à Berlin - que M. Poincaré déteste les Allemands, ce que je trouve fort naturel, et qu'il a pour principe de ne jamais citer un auteur allemand ce qui serait fort mal si c'était vrai. [[ ... ]]

Mais je reviens au mémoire *Sur les fonctions à espaces lacunaires* [[ Voir la note 137 ]], que je vous envoie sous bande. M. Poincaré a bien voulu faire quelques corrections, mais je trouve pourtant qu'il est injuste envers Weierstrass. C'est trop peu dit : "une conception nouvelle des fonctions analytiques qui a son origine dans les travaux de Cauchy et que M. Weierstrass a si clairement exposée dans son mémoire *Zur Functionenlehre* " - voir page 3 [[ 28 ]]. Je ne crois pas que Cauchy a jamais eu l'idée de définir une fonction analytique de la manière de Weierstrass expliquée par M. Poincaré. Et dans tous les cas les recherches de Weierstrass là-dessus sont antérieures à celles de Cauchy. On a toute raison de dire que les travaux de l'école de Riemann ont leur source chez Cauchy, mais ce n'est pas vrai quant à la théorie des fonctions de Weierstrass."

152 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 7 juillet 1881 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"Ma situation à Stockholm ne sera pas sans de grandes difficultés au commencement. La nouvelle université est une université libre qui est dirigée effectivement sinon légalement par M. Lindhagen - frère du secrétaire de l'Académie des Sciences de Stockholm et membre de la Haute cour de justice. C'est un homme avec les



meilleurs intentions sans doute, mais qui ne comprend rien de la science et qui est entêté à un degré incroyable. C'est à cause de lui que MM. Nordenskjöld et Gylden, par exemple, ont été exclus de toute influence sur la direction de la nouvelle université. Moi-même, je suis venu à Stockholm contre son gré. Il voulait laisser la chaire de mathématiques vacante, parce qu'il ne m'aime pas et parce qu'il n'osait pas proposer un autre pour cette chaire."

Dans cette lettre, Mittag-Leffler écrit encore qu'il projette de faire un cours sur la "théorie de fonctions" où il essayera d'exposer les "recherches de Cantor".

153 F. Klein était professeur à Leipzig.

154 J. Dieudonné écrit dans son article sur *La découverte des fonctions fuchsiennes*, *Actualités mathématiques*, Actes du VI<sup>e</sup> congrès du regroupement des mathématiciens d'expression latine, Paris (Gauthier-Villars), 1982, p.10 :

"On conçoit sans peine l'étonnement un peu scandalisé de Klein lorsqu'il constate que, dans les premières Notes de Poincaré aux *Comptes Rendus* en 1881, seul Fuchs est cité, et que c'est sous le patronage de ce dernier qu'il place l'immense théorie qu'il vient d'édifier. Cet étonnement a dû se changer en stupéfaction lorsque, répondant à Klein, Poincaré reconnaît de bonne grâce qu'il ignore tout de ces travaux [[ cités par Dieudonné p.6-10 de son article ]], n'a rien lu de Riemann, qu'il ne connaît que par ouï-dire, et ne sait même pas ce que sont le genre d'une surface de Riemann ni le principe de Dirichlet."

155 C'est dans une lettre, datée du 11 août 1881, qu'Hermite envoie à Mittag-Leffler la partie de son article, cité dans la note 145, qui commence p. 95, alinéa 1, et se termine p.99, *Post scriptum* exclu. Hermite ajoute à la fin de cette lettre :

"Demain ou après vous recevrez une suite que vous pourrez ajouter, si vous le jugez à propos, en *post scriptum*."

156 Voir la note 149.

157 Dans la même lettre se trouve le *Post scriptum* de l'article cité dans la note 145, de la page 99 à la page 101, alinéa 2 inclus.

158 Voir la note 148.

159 Voir la note 157. Ce *Post scriptum* sera effectivement "allongé", de la page 101, alinéa -1 à la page 103 de l'article cité dans la note 145.

160 Voir la note 77.

161 Voir la note 151.

162 Articles cités dans la note 137.

163 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 20 septembre 1881 (*Dossier Mittag-Leffler*,

Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"J'ai un renseignement à vous demander. M. Cantor suppose dans ses recherches comme étant connu le théorème suivant : Tout nombre irrationnel  $0 < e < 1$  peut être développé d'une manière parfaitement déterminée en fraction continue

$$e = \frac{1}{\alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{\alpha_v + \ddots}}}}$$

où  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v, \dots$  sont des nombres entiers positifs.

Comment démontrez-vous ce théorème ?"

Notons qu'Hermite démontre seulement que le développement est unique.

Cantor a utilisé ce théorème dans son mémoire *Une contribution à la théorie des ensembles* (Acta Math., 2(1883), 311-328) = *Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre* (Journal reine und angew. Math., 77(1874), 258-262), p.315, pour démontrer qu'il existe une bijection entre les points d'une droite et les points d'un plan.

164 G. Brunel (1856-1900) sera nommé en 1884 professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

165 Le début de cette lettre contient aussi la fin du *Post scriptum* mentionné dans la note 159.

166 Il s'agit de l'article de Mittag-Leffler cité dans la note 137.

167 Développé dans le *Post scriptum* de l'article cité dans la note 145.

168 Cette "énorme erreur" figure peut-être dans les épreuves corrigées, avec les annotations d'Hermite, qui se trouvent parmi les lettres d'Hermite, à l'Institut Mittag-Leffler, portant le n° 63 .

Cette lettre d'Hermite explique aussi en partie le passage d'une de ses lettres à Stieltjes rendu célèbre par une citation de N. Bourbaki (p.27 de ses *Eléments d'Histoire des mathématiques*, Paris(Hermann), 1974), où Hermite déclare qu'il se "détourne avec effroi et horreur de cette plaie lamentable des fonctions continues qui n'ont point de dérivée".

169 Publié dans *Helsingfors Öfvers.*, tome 23(1881), p.95-99, et traduit en français (voir la note 137).

170 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 14 octobre 1881 ([3],158) :

"C'est vrai que les erreurs ont profité à la Science, mais alors on a été naïf et on croyait à l'erreur. Mais comment voulez-vous enseigner une erreur quand vous savez que c'est une erreur ? Comment voulez-vous démontrer, par exemple que chaque

fonction continue a une dérivée, quand vous savez que c'est fautif ? Monsieur Serret, dans la nouvelle édition de son calcul intégral, a tout un ensemble de démonstrations qui sont toutes fautives. Et il n'en dit pas un mot. Mais ce n'est pas plus difficile de donner des démonstrations correctes. Je ne crois pas non plus qu'il soit juste de regarder le système de Weierstrass comme compliqué. C'est au contraire simple et naturel, en même temps que rigoureux, mais c'est vrai qu'il faut beaucoup de temps pour le développer."

- 171 A.M. Ampère, Recherches sur quelques points de la théorie des fonctions dérivées qui conduisent à une nouvelle démonstration de la série de Taylor, et à l'expression finie des termes qu'on néglige lorsqu'on arrête cette série à un terme quelconque (Journal de l'Ecole Polytechnique, XIII<sup>e</sup> Cahier, 6 (1806), 148-181).

Poursuivant les recherches de Lagrange sur les fondements de l'analyse et voulant, en particulier, justifier la théorie lagrangienne des fonctions, Ampère commence d'abord à "démontrer" que toute fonction est dérivable. En effet, il écrit (p.148-150) :

"Je me propose d'abord de démontrer que la fonction de  $x$  et de  $i$

$$\frac{f(x+i) - f(x)}{i},$$

qui exprime le rapport de la différence de deux valeurs  $x$  et  $x+i$  d'une variable, et de la différence des deux valeurs correspondantes d'une quelconque de ses fonctions  $f(x)$ , ne peut devenir ni nulle ni infinie pour toutes les valeurs de  $x$ , lorsqu'on fait  $i = 0$ , supposition dans laquelle l'expression précédente devient  $\frac{0}{0}$ ; il résultera nécessairement de cette démonstration, que

$$\frac{f(x+i) - f(x)}{i}$$

se réduit, quand  $i = 0$ , à une fonction de  $x$ . Cette fonction, qui dépend évidemment de  $f(x)$ , et que M. Lagrange a nommé en conséquence sa fonction dérivée, est, comme on sait, de la plus grande importance dans les mathématiques, et surtout dans leur application à la géométrie et à la mécanique; nous la représenterons, comme cet illustre mathématicien, par  $f'(x)$ , et notre premier but sera d'en démontrer l'existence."

Ampère précise ensuite que

$$\frac{f(x+i) - f(x)}{i}$$

"quand  $i$  s'évanouit" reste fini "ce qui arrive toujours, comme nous allons le démontrer, à l'exception de certaines valeurs particulières et isolées de  $x$ . Cette propriété de la fonction

$$\frac{f(x+i) - f(x)}{i}$$

est d'autant plus remarquable, qu'elle sert de base, comme il est aisé de s'en assurer, à toute la partie des mathématiques connue sous le nom de *mathématiques transcendantes*."

Notons d'abord que pour les mathématiciens de cette époque une fonction c'était une des fonctions usuelles de l'analyse de cette époque, ou le graphe d'une fonction tracée d'une manière arbitraire. Il en résultait que le nombre de singularités d'une telle fonction sur un intervalle borné était fini. D'autre part, il semble que pour Ampère la fonction constante sur un intervalle ne figurait pas dans ce "stock" de fonctions usuelles, fonction dont la dérivée est identiquement nulle. Enfin, ce problème de la dérivabilité d'une fonction quelconque, ouvert par Ampère, a été définitivement clos par Weierstrass qui a montré en 1872 que la fonction continue sur toute la droite définie par

$$\sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n x \pi) ,$$

où  $a = 2p+1$ ,  $p$  entier positif,  $b \in ]0,1[$  et  $ab > 1 + \frac{3\pi}{2}$ , n'est dérivable en aucun point de la droite, plus précisément qu'elle admet en tout point une dérivée à gauche et une dérivée à droite infinies, de signes opposés.

172 Collègue d'Hermite à l'Académie des Sciences de Paris.

173 H.A. Schwarz, Sur un nouvel exemple d'une fonction continue qui n'admet pas de dérivée (Archives Sci. phys. nat., 48(1873), 33-38). Darboux a montré ensuite que la fonction de Schwarz admet des dérivées en certains points.

174 G. Darboux écrit à Houël le 5 mars 1870 ([3],148) :

"Hermite qui n'a pas de goût pour le professorat expose ce qui lui plaît et ne se préoccupe pas d'obtenir un ensemble satisfaisant."

175 Mittag-Leffler écrira à Hermite le 20 août 1882 que H.A. Schwarz "prémédite" une "attaque" contre lui ([3],159) :

"C'est à cause d'un théorème qui se trouve dans votre cours qu'une surface est la limite des polyèdres inscrits qu'il veut publier quelque chose. Il paraît que ce théorème ne soit pas tout à fait exact et soit soumis à des exceptions."

Il s'agit de l'article de Schwarz : *Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe*. Communication faite à M. Charles Hermite. Cours de M. Hermite, professé pendant le 2<sup>e</sup> semestre 1881-1882, second tirage, Paris, 1883, p.35-36 (Gesam. Math. Abhandlungen, t.II, p.309-311, Berlin(Springer), 1890). En fait, il s'agit d'une définition de Serret, reprise par Hermite, de l'aire d'une surface gauche,

et telle qu'il peut arriver (p.309) que "l'aire de la surface du polyèdre inscrit peut surpasser une quantité donnée".

176 Cet exercice a été publié comme *Extrait d'une lettre à M. Mittag-Leffler sur la fonction  $\sin^a x$*  (Acta Soc. sci. Fennicae, 12(1883), 439-444).

177 Le 21 octobre 1881.

178 Cette lettre porte le n° 58 dans la correspondance de Mittag-Leffler déposée à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm ; elle est précédée de la lettre n° 57 qui est du 18 novembre 1881.

179 Cette partie de la lettre a été publiée dans l'article cité dans la note 176.

180 Il existe une lettre de Mittag-Leffler à Hermite du 13 novembre 1881 dans le *Dossier Mittag-Leffler* des Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

181 Car toute cette vie de l'homme est remplie de peine et jalonnée de souffrances.

182 K. Stephanos étudiait à Paris de 1878 à 1884. Il a été nommé en 1884 professeur à l'Université d'Athènes.

183 Ce "mot" a été publié dans l'article cité dans la note 176.

184 P. Bert, élève de C. Bernard, abandonna les sciences pour la politique ; il était ministre de l'Instruction publique dans le cabinet Gambetta 1881-1882.

185 La lettre suivante est une carte postale, du 21 novembre 1881, où Hermite écrit :

"Une faute de calcul m'est échappée, et je m'empresse de la rectifier."

Il s'agit de l'article cité dans la note 176.

186 Voir les notes 145 et 176.

187 Nous ne connaissons aucune lettre de Mittag-Leffler depuis celle du 13 novembre 1881.

188 Voir p.414 du mémoire de Mittag-Leffler : *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 414-416).

189 Voir aussi ici, p.3, lignes 3-4.

190 Voir [10], p.85.

191 Il s'agit de Malmsten.

192 E. Goursat, *Sur l'équation différentielle linéaire qui admet pour intégrale la série hypergéométrique*, Paris(Gauthier-Villars), 1881.

Thèse soutenue le 8 juillet 1881, et dédiée à G. Darboux : "témoignage de reconnaissance".

193 Voir la note 188.

194 De l'article de Mittag-Leffler signalé dans la note 137.

- 195 C. Hermite, *Sur quelques applications de la théorie des fonctions elliptiques* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 372-377).
- 196 P.415 du mémoire cité dans la note 188.
- 197 Il existe une copie de la lettre de Mittag-Leffler à Hermite du 12 janvier 1882, p.361-362 du *Kopiebok 14.5.1880-31.12.1883*, déposé à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm.
- 198 P. Appell : *Sur une classe d'équations différentielles linéaires binômes à coefficients algébriques* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 202-205).
- 199 G. Mittag-Leffler : *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite) (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 511-514).
- 200 Ce mémoire a été publié également en allemand dans les *Annali di Matematica* (voir la note 29).
- 201 Nous n'avons pas retrouvé cette phrase de Mittag-Leffler dans son article signalé dans la note 199.
- 202 P.512 de l'article cité dans la note 199. Voir aussi les notes 70 et 80.
- 203 P.514 de l'article cité dans la note 199.
- 204 Cette lettre de Casorati n'a pas été publiée dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, tome 94(1882), où se trouve la lettre de Mittag-Leffler signalée déjà dans la note 188.
- 205 Cette lettre d'Hermite à Casorati se trouve peut-être dans les papiers laissés par Casorati et que U. Bottazzini a déjà analysés dans son article *Le funzioni a periodo multipli nella corrispondenza tra Hermite e Casorati* (Archive for History of Exact Sciences, 18(1977), 39-88).
- 206 P.512 de l'article cité dans la note 199.
- 207 Cette lettre de Casorati figure, sous le n° 72, dans les lettres d'Hermite à Mittag-Leffler déposées à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm ; elle est du 2 mars 1882.
- 208 H. Poincaré, *Sur l'intégration des équations différentielles par les séries* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 577-578).
- 209 A. Weil a séjourné chez Mittag-Leffler, à Djursholm, peu de temps avant la mort du mathématicien suédois, survenue le 7 juillet 1927 ; il lui écrivait le 30 août 1926 :  
"Je m'empresse de vous remercier de votre bienveillante lettre, et de la proposition que vous me faites de venir en Suède. Je pense aussi pouvoir obtenir facilement de la fondation Rockefeller l'autorisation nécessaire, à condition que ce

voyage en Suède ne dérange pas trop les études que je comptais poursuivre cette année à Berlin et à Göttingen, et en vue desquelles la bourse m'a été accordée. Je serais moi-même très heureux d'aller en Suède, et je considérerais comme un honneur de travailler sous votre direction ; sur la question de l'étoile je n'ai pas de connaissances spéciales, je connais seulement vos travaux et ce qui se trouve dans quelques ouvrages français, mais je pense que je me mettrai vite au courant."

Au cours de ce séjour, A. Weil a lu les lettres d'Hermite à Mittag-Leffler, et en particulier celle-ci, dont il a communiqué le contenu aux membres du groupe Bourbaki, comme nous l'a indiqué J. Dieudonné.

210 G. Mittag-Leffler : *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 713-715 ; 13 mars 1882).

211 P.782 de l'article de Mittag-Leffler *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 94(1882), 781-783 ; 20 mars 1882).

Il est intéressant de noter que dans la partie de son mémoire *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable*, publié dans les *Comptes Rendus*, tome 94 (1882), présentée le 3 avril 1882, Mittag-Leffler utilise pour la première fois la théorie cantorienne des ensembles dans une démonstration de la théorie des fonctions. En effet, il écrit (p.939) :

"L'ensemble des valeurs singulières distinctes d'une fonction uniforme et monogène  $F(x)$  forme un nombre de valeurs que j'indiquerai par  $P$ . Soit  $Q$  un nombre de valeurs appartenant à  $P$ . J'appellerai *valeur limite* [[ point d'accumulation ]] à  $Q$  une valeur telle qu'il y ait dans chaque voisinage de cette valeur d'autres valeurs qui appartiennent à  $Q$ . Il a été démontré par M. Weierstrass [[ [11], p.96 ]] que chaque nombre infini [[ borné ]] de valeurs  $Q$  a nécessairement au moins une valeur limite. Soit  $P$  un nombre infini de valeurs. J'appellerai alors  $P'$  l'ensemble des valeurs limites à  $P$ . Il peut arriver que  $P'$  soit aussi un nombre infini de valeurs. J'indique alors par  $P''$  l'ensemble des valeurs limites à  $P'$ . J'indique de la même manière par  $P^{(k)}$  l'ensemble des valeurs limites à  $P^{(k-1)}$ . S'il arrive que  $P^{(k)}$  ne soit qu'un nombre fini de valeurs, je mets  $P^{(k+1)} = 0$ . En procédant dans la suite  $P, P', P'', \dots, P^{(k-1)}, P^{(k)}, \dots$ , vous trouverez que chaque nombre de valeurs précédent embrasse tous les nombres de valeurs suivants [[ inexact, car on peut avoir  $P \subset P'$ ,  $P \neq P'$  ]] et que vous perdez à chaque pas un nombre de valeurs. J'indiquerai ces pertes par  $P-P', P'-P'', \dots$ . Il peut arriver maintenant qu'il y ait dans la suite  $P, P', \dots, P^{(k)}, \dots$  un premier nombre de valeurs telles que  $P^{(n+1)} = 0$ . Dans ce cas,  $P$  est appelé un nombre de valeurs du premier genre et de la  $n^{\text{ième}}$  espèce. Mais il peut arriver aussi que la suite aille à l'infini sans que l'on arrive jamais à un nombre de valeurs qui égale zéro. Dans ce cas  $P$  est un nombre de valeurs du second genre. Cette classification est

la même que M. Cantor a employée dans ses belles recherches sur un nombre de valeurs réelles et situées entre des limites finies [[ [12], p.343-344 ]].

J'énoncerai d'abord un théorème qui embrasse les fonctions uniformes et monogènes dont les singularités présentent un nombre de valeurs du premier genre."

Mittag-Leffler poursuit ensuite (p.940-941) :

"Ce théorème n'est nullement le plus général dans son genre. Il y en a d'autres qui embrassent toute une classe de fonctions du second genre. Pour pouvoir énoncer ceux-ci, je suis d'abord forcé de rendre compte de la classification qu'a introduite M. Cantor pour un nombre de points réels et situés entre des limites finies et qui appartient à la seconde classe."

Il nous semble plausible de supposer qu'une des raisons pour lesquelles Hermita n'a pas donné suite à sa promesse (voir p.150, lignes 7-8) d'écrire sur des applications du théorème de Mittag-Leffler c'est qu'il a dû être informé très rapidement de l'hostilité résolue de son grand ami Kronecker aux théories cantorienne.

212 *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t.94(1882), p.700-703.

P. Appell écrit (p.701) :

"Je me suis proposé d'étendre à ces fonctions les théorèmes de MM. Weierstrass et Mittag-Leffler relatifs aux fonctions uniformes d'une variable  $x$ ."

Il précise aussi (p.702) :

"Fonctions ayant une infinité de points singuliers. J'indique, pour ces fonctions, la généralisation suivante du théorème de M. Mittag-Leffler."

213 Nous ne connaissons pas, pour l'année 1882, de lettre de Mittag-Leffler à Hermite avant celle du 3 août, qui se trouve dans le *Dossier Mittag-Leffler* des Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

214 La première édition de [10] parue en 1882.

215 Il est visible qu'Hermite s'est trompé de mois en datant sa lettre du 6 mars ; ce qui fait qu'elle est mal classée à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm.

216 P.1040 de la note de Mittag-Leffler *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 94(1882), 1040-1042 ; 10 avril 1882).

217 P.1105 de la note de Mittag-Leffler *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 94(1882), 1105-1107, 17 avril 1882).

218 P.1163 de la note de Mittag-Leffler *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable* (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 94(1882), 1163-1165).

219 Voir la note 192.

220 Voir la note 137.



- 221 E. Goursat, *Sur les fonctions uniformes présentant des lacunes* (Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 94(1882), 715-718).

Notons que c'est Hermite qui a présenté cet article de Goursat à l'Académie.

- 222 La lettre de Poincaré est du 30 mars 1882 et elle a été publiée sous le titre : *Sur les fonctions uniformes qui se reproduisent par des substitutions linéaires* (Math. Annalen, 20(1882), 52-53).

Dans cette lettre Poincaré justifie (p.52) "les noms" qu'il a donné aux nouvelles transcendentes. Nous pensons que l'appellation "fonction fuchsienne" trouve quelque justification dans l'affirmation de Poincaré (p.53) que la lecture des mémoires de Fuchs "devint le point de départ" de ses propres recherches.

Notons encore le passage suivant de cette lettre :

"Quant à ce que vous dites de Riemann, je ne puis qu'y souscrire pleinement. C'était un de ces génies qui renouvellent si bien la face de la science qu'ils impriment leur cachet, non seulement sur les oeuvres de leurs élèves immédiats, mais sur celles de tous leurs successeurs pendant une longue suite d'années. Riemann a créé une théorie nouvelle des fonctions, et il sera toujours possible d'y retrouver le germe de tout ce qui s'est fait et se fera après lui en analyse mathématique."

- 223 Nous ne savons pas si Poincaré a développé, et où, ces idées.

- 224 C. Biehler était Directeur d'Etudes à l'Ecole préparatoire du Collège Stanislas à Paris.

- 225 La première édition de [10] a été rédigée par H. Andoyer, élève de l'Ecole Normale Supérieure.

- 226 Il s'agit d'Arthur Hermann, fondateur de la maison d'édition Hermann, premier éditeur de Nicolas Bourbaki.

A. Hermann écrivait à Mittag-Leffler le 18 janvier 1915 (*Lettres de A. Hermann*, Institut Mittag-Leffler, Djursholm) :

"Ici, bien que les nouvelles de la guerre ne soient pas mauvaises, nous sommes dans une grande tristesse. Les pertes énormes que nous avons faites, les souffrances des départements envahis et de nos prisonniers, les atrocités commises par les Allemands jettent sur notre existence une lueur lugubre.

Ce qui est triste c'est que la partie intellectuelle de la nation est surtout atteinte. A l'Ecole Normale Supérieure, sur 192 jeunes gens, il n'y en a que 54 qui ne soient pas tués, blessés ou prisonniers. L'Institut, la Sorbonne, le Collège de France sont très éprouvés dans leurs enfants. Mr Jordan a eu deux de ses fils tués à l'ennemi. Mr Emile Picard a eu deux de ses gendres blessés, et probablement son fils aîné tué."

- 227 E. Brown-Séguard (1817-1894), médecin et physiologiste, successeur de C. Bernard au Collège de France en 1878.
- 228 Probablement la publication des *Acta Mathematica*.
- 229 Il doit s'agir du mémoire cité dans la note 137.
- 230 Voir la note 211.
- 231 En 1397 fut signé à Kalmar, port de Suède, l'Union de Kalmar entre le Danemark, la Norvège et la Suède. La revue *Acta Mathematica* que Mittag-Leffler allait commencer à publier sera également placée sous une rédaction collégiale composée des mathématiciens de ces trois pays.
- 232 Voir p.3, ligne -4.
- 233 A. Bussy, élu académicien libre en 1850, mort le 1er février 1882.
- 234 C. de Freycinet a écrit, entre autres, les ouvrages suivants :
- *Traité de mécanique rationnelle*, Paris(Mallet-Bachelier), 1858 ;
  - *Analyse infinitésimale. Etude sur la métaphysique du haut calcul*, Paris(Mallet-Bachelier), 1860 ;
  - *De l'expérience en géométrie*, Paris(Gauthier-Villars), 1903.
- 235 *Correspondance mathématique* de Legendre et Jacobi (Journal reine und angew. Math., 80(1875), 205-279).
- 236 C. de Freycinet a été élu académicien libre en remplacement de Bussy.
- 237 Tout est bien qui finit bien : Kronecker a eu aussi sa Légion d'honneur ([3],44).
- 238 Nous ne savons pas s'il existe un *Dossier Weierstrass* aux Archives du Ministère des Affaires étrangères ; ce qui est certain c'est qu'il n'en existe pas aux Archives de la Légion d'honneur.
- 239 Beau-père de Mittag-Leffler.
- 240 Chez Alexandre Bertrand, directeur du Musée de Saint-Germain en Laye, beau-père de P. Appell.
- 241 Voir la note 247.
- 242 Didier.
- 243 La lettre qui précède celle-ci dans la correspondance Hermite-Mittag-Leffler déposée à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm, et portant le n° 81, est la lettre de Mittag-Leffler du 21 juillet 1882.
- 244 En 1867, le traité de Londres ayant proclamé la neutralité du Grand-Duché du Luxembourg, les trois ceintures de fortifications sont démantelées.

245 Voir la note 248.

246 G. Darboux, *Sur une équation linéaire aux dérivées partielles* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 95(1882), 69-72 ; 10 juillet 1882).

Darboux écrit (p.72) :

"C'est en suivant une voie ouverte par Riemann que j'ai pu établir le résultat précédent."

247 F. Lindemann, *Sur le rapport de la circonférence au diamètre, et sur les logarithmes népériens des nombres commensurables ou des irrationnelles algébriques* (Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite) (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 95(1882), 72-74).

Lindemann écrit (p.72) que l'étude du mémoire d'Hermite sur la fonction exponentielle l'a "conduit à chercher une généralisation de ce résultat" ; et qu'il a pris (p.73) "pour point de départ" des relations établies par Hermite dans son mémoire.

248 G. Mittag-Leffler, *Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable*. Extrait d'une lettre à M. Hermite (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 95(1882), 335-336).

Mittag-Leffler écrit (p.335) :

"M. Schwarz, à Göttingen, a bien voulu fixer mon attention sur une inexactitude qui se trouve dans ma Note insérée aux *Comptes Rendus* du 10 avril [[ t.94(1882), p.1041 ]]. J'ai employé, pour démontrer le théorème que j'y exposais, une quantité  $\varepsilon < 1$ . M. Schwarz a remarqué que la démonstration devient fautive en supposant  $\varepsilon$  constant."

249 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 3 août 1882 ([3], 158-159) :

"Je suis resté trois jours à Berlin et ce séjour m'a consolé un peu de la tristesse que j'éprouvais de voir les relations hostiles des géomètres allemands entre eux. [[ ... ]] J'ai demandé [[ à Weierstrass ]] son opinion dans l'affaire Schwarz-Klein contre Poincaré-Fuchs et il m'a déclaré expressément qu'il trouve que M. Poincaré a parfaitement raison. [[ ... ]] Mais je veux vous raconter une autre affaire qui augmentera infiniment la fureur des géomètres allemands. C'est un secret encore et il ne faut pas que vous ayez l'air de le savoir. Monsieur Kummer donnera sa démission cet automne et il n'y a pas un seul mathématicien allemand non berlinois qui ne désire pas devenir son successeur. Et voici le secret qu'on brûle d'envie de connaître dans toutes les petites universités d'Allemagne, mais qu'on est parvenu de garder très bien encore à Berlin. C'est déjà décidé que le successeur sera Fuchs. [[ ... ]] Mais c'est surtout M. Schwarz qui sera blessé on ne peut plus. Il est beau-fils de Kummer et il a toujours regardé comme un droit naturel de devenir son successeur. D'autant plus que l'influence de M. Kummer auprès du gouvernement est très grande, si grande que c'est un cancan répandu dans toute l'Allemagne que celui qui épouse une fille de Kummer - les filles sont laides et disgracieuses au

possible - épouse en même temps une chaire de mathématiques. Mais cette fois-ci Weierstrass s'en est mêlé et il a déclaré qu'il devait bien avoir le droit de choisir quand il s'agissait de prendre un de ses élèves. [[ ... ]]

Mais il faut que je vous raconte une autre histoire qui vous fera plaisir. Il y a quelques jours, tous les géomètres berlinois étaient réunis ensemble pour fêter M. Wangerin qui ira à Halle comme successeur de Heine. On parlait des géomètres français, de vous, et de Picard et Poincaré. Alors Weierstrass a déclaré : *Wir müssen uns teuflisch zusammenraffen wenn nicht Paris noch einmal der Hauptsitz der Mathematik werden wird* [[ Nous devons ramasser diablement nos forces pour que Paris ne devienne encore une fois le siège des mathématiques ]]. Je laisse à M. Picard de vous faire la traduction. [[ ... ]]

J'ai soumis à Monsieur Weierstrass ma dispute avec M. Schwarz. Il m'a déclaré que je devais publier tout de suite une correction de ma note et que je n'avais pas du tout à m'occuper de Monsieur Schwarz."

250 Voir sur cette question l'article de M. Waldschmidt dans les *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques*, 4(1983).

251 Nous ne savons pas qui était Marie.

252 L.P. Richard (1795-1849) était aussi professeur d'Evariste Galois.

253 La lettre d'Abel à Legendre du 25 novembre 1828 (*Journal reine und angew. Math.* 6(1830), 73-80) a également fortement incité Weierstrass à se consacrer aux mathématiques. En effet, dans une lettre du 10 avril 1882 Weierstrass écrit à Sophus Lie que le premier problème mathématique important qu'il s'était posé, et "dont la solution heureuse" ([3], 45) le décida "à se consacrer entièrement aux mathématiques" a été de tirer directement la fonction, qu'Abel dans sa lettre désigne par  $\lambda(x)$ , de l'équation différentielle qui la définit.

254 A.L. Crelle, *Niels Henrik Abel* (*Journal reine und angew. Math.*, 4(1829), 402-404).

255 Hermite se trompe d'année : dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t.32(1851), p.516, il est signalé que Biot, "au nom de la Section de Géométrie présente la liste suivante de candidats pour la place vacante dans cette section" : au premier rang : Chasles ; au deuxième rang : Bertrand et Blanchet (P. Blanchet (1795-1863), maître de conférences à l'Ecole Normale Supérieure) ; au troisième rang ("ex aequo, par ordre alphabétique") : Hermite, Ossian Bonnet, Puiseux et Serret.

C'est Chasles qui a été élu (p.535), avec 46 suffrages ; Blanchet avait eu 6 voix, Puiseux 2 et Hermite 1 : personne n'a voté pour Bertrand, Ossian Bonnet et Serret.

256 Dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t.42(1856), p.746, on peut lire que "la Section de Géométrie présente, par l'organe de son doyen M. Biot, la liste suivante de candidats pour la place vacante par suite du décès de M. Sturm" : au premier rang : Bertrand ; au 2<sup>e</sup> rang : Hermite ; au 3<sup>e</sup> rang : Serret ; au 4<sup>e</sup> rang : Ossian Bonnet et Puiseux.

C'est Bertrand qui a été élu avec 46 suffrages ; Puiseux a eu 7 voix et Hermite une.

Les *Comptes Rendus*, t.43(1856), p.61, signalent que "M. Poincaré, au nom de la Section de Géométrie, présente la liste suivante de candidats pour la place vacante par suite du décès de M. Binet" : au premier rang : Hermite ; au 2<sup>e</sup> rang : Serret ; au 3<sup>e</sup> rang : Ossian Bonnet et Puiseux.

C'est Hermite qui a été élu (p.84), avec 40 suffrages sur 48 votants.

257 Voir la note 175.

258 M. de Sparre, *Sur le mouvement du pendule conique à la surface de la terre*, Paris (Gauthier-Villars), 1882.

La thèse a été soutenue le 21 mars 1882, devant un jury dont le président était Puiseux, et les examinateurs Hermite et Bonnet.

M. de Sparre écrit (p.2) :

"Nous avons pu obtenir ces résultats, dans le cas général, par la considération des fonctions doublement périodiques de deuxième espèce et par l'application du beau théorème de M. Hermite sur la décomposition de ces fonctions en éléments simples. Nous avons fait aussi emploi fréquent du théorème de M. Hermite sur la décomposition en éléments simples des fonctions doublement périodiques de première espèce, et c'est ce dernier résultat qui nous permet d'arriver très simplement à la solution pour le cas du pendule de Foucault."

259 M. de Sparre a publié un long mémoire dans le tome 3(1883) des *Acta Mathematica*, p.105-140, 289-321, et il écrit (p.105) :

"Ce mémoire a été inspiré par l'étude des beaux travaux de M. Hermite sur l'équation de Lamé."

260 La revue de Mittag-Leffler s'appellera *Acta Mathematica*.

Notons que F. Gaffiot traduit dans son *Dictionnaire illustré latin-français*, Paris(Hachette), 1934, t.I, p.122, le mot *analecta* par : "esclave qui ramasse les restes, les débris d'un repas ; ramasseur de phrases, de mots". Ainsi *Analecta Mathematica* pourrait être traduit par : Ramasseur de miettes mathématiques !

261 *Le Passant*, "journal illustré ; littérature, beaux-arts, sciences, université".

262 Avant cette carte postale, il existe une lettre de Mittag-Leffler du 21 septembre 1882, p.101-104 de *Reisen Copiebuch* 5.8.1882 - 4.10.1882, déposé à l'Institut

Mittag-Leffler à Djursholm.

263 Il existe une lettre de Mittag-Leffler du 30 septembre 1882, p.111, du *Reisen Copiebuch* signalé dans la note précédente.

Par ailleurs, il y a un certain désordre dans la classification des lettres, déposées à l'Institut Mittag-Leffler, et qui concernent le mois d'octobre 1882. Nous avons essayé de rétablir l'ordre chronologique.

264 Le 30 septembre 1882.

265 Personnages de *La tempête* de Shakespeare, Ariel symbolisant l'esprit de l'air et Caliban les forces élémentaires, s'opposant à Ariel.

266 F. Prym (1841-1915) était élève de Riemann et spécialiste de la théorie des fonctions.

267 Kummer restera professeur à l'Université de Berlin jusqu'en 1884, et Fuchs lui succédera le 7 avril 1884.

268 Mittag-Leffler est à la recherche d'un titre pour sa revue.

Nous comprenons bien que le titre qu'il propose ne "sourit" guère à Hermite. Il vaut mieux que le titre d'une revue suggère qu'elle est un carrefour de la science vivante, avant que les nouvelles générations déposent les "vieilles lunes" mathématiques dans un musée, de préférence bien aménagé.

Hermite propose les titres suivants : "Recherche mathématique" ou "Recueil des recherches des mathématiciens", d'inspiration gaussienne.

269 Ce mot est écrit sur la lettre d'Alexandre Bertrand à Hermite, datée du 7 octobre 1882, proposant divers titres pour la revue de Mittag-Leffler.

270 Cette lettre a dû être écrite entre le 10 et le 20 octobre 1882.

271 J.M. Kemble (1807-1857) philologue et historien anglais.

272 Placée finalement à droite, à gauche figure la même indication en allemand.

C'est la préface en français qui est placée à gauche, du premier numéro d'*Acta Mathematica*, celle en allemand figurant à droite.

273 On lit, dans la préface du tome 1 (1882) des *Acta Mathematica* :

"L'époque à laquelle nous commençons notre publication est certainement l'une des plus fécondes dans l'histoire des mathématiques, par le grand nombre et l'importance des découvertes qui touchent aux principes essentiels de l'analyse. On sait combien, en divers pays, ce mouvement a été puissamment secondé par des journaux mathématiques, qui contiennent les oeuvres des plus grands géomètres de notre temps. Nous nous sommes proposé le même but, de servir la science, en réunissant et associant les recherches nouvelles qui concourent à son progrès, par la nouveauté des

des résultats ou l'originalité des méthodes."

274 A. Ledieu (1830-1891), élu correspondant pour la section de géographie et navigation le 1er avril 1872.

275 Il n'est pas question de cette formule dans les lettres des 13, 27, 28 et 29 octobre et 5 novembre 1882 qui se trouvent dans le *Dossier Mittag-Leffler* des Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

276 La "confidence" de Mittag-Leffler à Hermite était probablement que S. Kovalevskaya allait être nommée professeur à l'Université de Stockholm, ce qui allait se faire.

Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 5 novembre 1882 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"Monsieur Tchebycheff a fait mal de parler de cette manière des relations de M. Weierstrass avec Madame Kovalevsky. Ce n'est pas M. Weierstrass qui a décidé Madame Kovalevsky d'étudier les mathématiques. Elle avait bien cette intention avant de se marier et elle avait fait de cela une condition de son mariage. C'est ce qui se fait très souvent en Russie, comme M. Tchebycheff le sait mieux que moi. Quant à sa fortune, elle a été très riche même pour la Russie. Elle a perdu par la faute de son mari la plus grande partie de sa fortune, mais il en reste un joli morceau encore qui la fait parfaitement indépendante. Elle fait comme condition pour venir à Stockholm de ne pas accepter de salaire. Je ne sais guère si elle viendra ici, mais je l'espère. Cela dépend réellement d'elle-même. Dans tous les cas elle ne retournera pas en Russie."

277 Voir la note 175.

278 Le roi Oscar II était un ami de Mittag-Leffler et protecteur de sa revue *Acta Mathematica*. Le télégramme qui suit explique en partie ce qu'il faisait chez le roi : obtenir une haute décoration suédoise pour Hermite, pour laquelle celui-ci le remercie par ce télégramme.

279 La date portée sur le télégramme LXXXIX doit être inexacte : ce n'est pas le 26 mais le 29 qu'Hermite a dû remercier Mittag-Leffler pour sa décoration.

280 Voir la note 192.

281 E. Goursat, *Sur un théorème de M. Hermite*. Extrait d'une lettre adressée à M. Ch. Hermite (*Acta Math.*, 1(1882), 189-192).

E. Goursat écrit (p.189) :

"Le théorème sur les intégrales définies affectées de coupures que vous avez démontré dans votre lettre à M. Mittag-Leffler, publiée par le *Journal* de Borchardt, et dans votre cours à la Sorbonne, peut se démontrer facilement par la considération des intégrales curvilignes et l'application du théorème de Cauchy. Voici en quelques

mots la démonstration."

Et Goursat conclut ainsi son article (p.192) :

"La démonstration précédente n'a pas l'avantage, comme celle que vous avez donnée, de n'exiger que des considérations élémentaires sur les intégrales définies. Cependant, en raison même de sa généralité et de ses rapports avec le théorème de Cauchy, il m'a semblé qu'elle n'était pas dépourvue d'intérêt."

282 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 29 octobre 1882 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"Entre nous, je veux vous raconter que le roi avait désiré vous donner la grande croix, mais qu'il n'a pas osé pour des raisons politiques. Il paraît que c'est un usage international de ne pas donner à un étranger une décoration plus élevée qu'il n'en a dans son propre pays, et qu'on risque en le faisant d'être désagréable au gouvernement étranger. Maintenant vous pouvez vous imaginer que le roi n'aime guère la république, mais c'est son devoir d'entretenir les meilleures relations avec elle. Il croyait pourtant qu'il pouvait risquer commandeur de la première classe de l'étoile polaire - *Nordstjernan* - qui est un peu plus que commandeur de la Légion d'honneur [[ voir la lettre LXXX ]] sans risquer d'être trop désagréable à votre terrible ministre de l'Instruction publique, qui comprend si mal son devoir envers vous.

Le roi m'a fait comprendre tout cela lui-même. Son premier chambellan M.Lagerheim me l'a expliqué plus clairement. MM. Weierstrass et Kronecker sont seulement chevaliers de l'étoile polaire. Après il y a commandeur de seconde classe et après commandeur de première classe."

283 V. Duruy (1811-1894), ministre de l'Instruction publique (1863-1869).

284 Voir les notes 272 et 273.

285 Cette lettre se trouve dans le *Dossier Mittag-Leffler* aux Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

286 12 novembre 1882 était un dimanche.

287 G. Lippmann (1845-1921), auteur d'une étude complète des phénomènes électrocapillaires en 1873.

288 Lors de nos séjours à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm nous n'avons pas trouvé, parmi de très nombreux documents qui y sont conservés, les textes des articles des *Acta Mathematica* corrigés par Hermite.

289 Nous n'avons pas trouvé de trace d'une annonce à l'Académie des Sciences de la prochaine parution des *Acta Mathematica* dans le tome 95, juillet-décembre 1882, des *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*.



290 E. Goursat, *Sur une classe de fonctions représentées par des intégrales définies* (Acta Math., 2(1883), 1-70), mémoire daté de décembre 1882.

Goursat écrit au début de son article (p.1) :

"Dans une lettre adressée à Mr Mittag-Leffler (*Acta Societatis Fennicae*, tome XII ; *Journal* de Borchardt, tome 91), Mr Hermite a montré comment la notion de coupure s'offrait tout naturellement, au début du calcul intégral, par l'étude d'une intégrale définie où figure un paramètre variable. Les coupures jouent également un rôle essentiel dans cette étude ; mais les fonctions sous le signe d'intégration ne sont plus, comme dans la lettre de Mr Hermite, des fonctions uniformes."

291 C. Duclerc (1812-1888), ministre des affaires étrangères et président du Conseil (1882-1883).

292 Voir dans [13], p.2-6, les lettres de Stieltjes des 10 et 13 novembre, et celles d'Hermite des 13 et 17 novembre 1882.

293 Il s'agit probablement de l'article d'Appell sur les *Développements en série dans une aire limitée par des arcs de cercle* (Acta Math., 1(1882), 145-152).

294 Voir la note 291.

295 B. Baillaud, *Exposition de la méthode de M. Gylden pour le développement des perturbations des comètes*, Paris(Gauthier-Villars), 1876. Le jury de thèse était présidé par Puiseux, avec Hermite et Briot comme examinateurs.

O. Collandreaux, *Détermination des perturbations d'une petite planète par les méthodes de M. Gylden. Application à Héra*, Paris(Gauthier-Villars), 1880. Le jury était présidé par Puiseux, avec Hermite et Tisserand comme examinateurs.

296 E. Mouchez(1821-1892), astronome, membre de l'Académie des Sciences de Paris depuis 1875.

297 Sur la page de titre des *Acta Mathematica* il est indiqué seulement : "Paris, A. Hermann, 8 rue de la Sorbonne".

298 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 14 décembre 1882 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"M. Cantor vient de faire une véritable découverte, extrêmement belle. Mais la matière est tellement aride, que je ne peux pas encore vous en rendre compte. Mais je travaillerai ces choses maintenant, et je vous écrirai après. Le mémoire de M. Cantor paraîtra dans le journal."

299 La seule mention des *Acta Mathematica* que nous avons trouvée dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* figure p.1387 du tome 95(1882), dans le *Bulletin Bibliographique*.

- 300 O.J. Broch (1814-1889), élu correspondant pour la section de mécanique le 11 janvier 1875.
- 301 Les éléments de ce rapport se retrouvent dans le rapport d'Hermite sur Weierstrass du 7 juin 1892 ([ 3 ],136-138).
- 302 Weierstrass sera élu seulement le 25 février 1895 membre associé de l'Académie des Sciences de Paris en remplacement de Kummer.
- 303 J.B. Dumas (1800-1884), secrétaire perpétuel pour les sciences physiques depuis le 20 janvier 1868.
- 304 Députés. C.A. Laisant était député de la Loire inférieure ; il était aussi docteur ès sciences mathématiques.

Laisant a passé sa thèse le 29 novembre 1877 dont le sujet été : *Applications mécaniques du calcul des quaternions*. Le jury était présidé par Briot, avec O.Bonnet et Darboux comme examinateurs.

Laisant écrit dans l'introduction à sa thèse (p.3-5), publiée par Gauthier-Villars à Paris en 1877 :

"Le Calcul des quaternions n'est pas une méthode nouvelle. Il y a plus de vingt ans que furent publiées à Dublin, en 1853, les *Lectures on quaternions*, du géomètre anglais Hamilton, auquel la Science est redevable de cette remarquable méthode.

[[ ... ]]

Cependant, cette méthode, dont on s'occupe en Angleterre, en Italie, en Allemagne comme le montrent en particulier les travaux de Hankel, ne semble pas avoir pénétré profondément en France, jusqu'à présent. Jusqu'en 1874, à notre connaissance, un seul travail a été publié sur les quaternions, en 1862, par M. Allégret, sous le titre d'*Essai sur le Calcul des quaternions*.

[[ ... ]]

Depuis 1862, personne ne s'en occupait plus, lorsque M. Houël, en 1874, publia la dernière partie de sa *Théorie élémentaire des quantités complexes*. Cette partie, qui forme un volume de près de 300 pages, est exclusivement consacrée aux quaternions."

- 305 W. Scharlau nous a écrit le 21 juin 1982 qu'il venait de retrouver le *Nachlaß* de R. Lipschitz, contenant environ 150 lettres d'Hermite, avec quelques brouillons des réponses de Lipschitz.
- 306 F. Rückert (1788-1866), poète et orientaliste allemand.
- 307 Le *Journal Officiel*, 3 décembre 1882, *Chambre des députés, débats parlementaires*, séance du samedi 2 décembre, donne les informations suivantes (p.1837-1840) :
- "M. le président [[ Henri Brisson ]]. [[ ... ]]

Nous arrivons à l'amendement de MM. Laisant, Paul Bert, Hervé-Maugon et qui est ainsi conçu :

"Rétablir le crédit de 12.000 fr. réclamé par le Gouvernement pour la création d'une 2<sup>e</sup> chaire de calcul infinitésimal à la faculté des sciences de Paris.

La parole est à M. Laisant.

*M. Laisant.* Je crois que cette création se justifie d'elle même. [[ ... ]]

Nous voyons dans les universités étrangères, en Allemagne particulièrement, l'enseignement des hautes sciences mathématiques prendre une importance qui croît de jour en jour ; nous voyons qu'on y enseigne les méthodes dues aux nations étrangères ; au contraire, dans notre pays, malheureusement, et malgré la très grande distinction et le très grand talent des hommes appelés à enseigner les diverses branches des mathématiques, nous constatons une lacune considérable dans cette partie de l'enseignement supérieur. [[ ... ]]

Jesais bien que les grandes universités allemandes sont organisées dans des conditions différentes, mais permettent au moins d'arriver à ce résultat, qu'on n'ignore pas chez nos voisins ce qui se passe dans les pays étrangers, au point de vue scientifique. Et bien, dans nos universités françaises, les méthodes étrangères ne sont pas enseignées en général.

[[ ... ]]

*M. le président.* [[ ... ]]

Nous passons maintenant à l'amendement de MM. Bischoffsheim, Compayré, Lenient et plusieurs de leurs collègues. Cet amendement est ainsi conçu :

"Elever de 100.000 fr. les fonds du chapitre 7 pour augmenter le nombre des maîtres de conférences dans les facultés départementales."

La parole est à M. Bischoffsheim.

*M. Bischoffsheim.* [[ ... ]]

Quand il s'agit de signaler ce qui nous manque, on n'a que l'embaras du choix. [[ ... ]]

Vous n'avez pas un cours où on enseigne l'analyse spectrale, ni les fonctions elliptiques, ni la théorie de la capillarité, ni la théorie mathématique de la chaleur, ni les méthodes de Riemann et de Cauchy."

308 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 29 décembre 1882 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), et qui prélude à la proposition qu'il allait faire à Hermite de traduire en français tous les mémoires publiés de Cantor :

"Je pense à des recherches qui ont beaucoup de rapports avec les recherches de Messieurs Cantor, Appell et Poincaré. M. Cantor m'a écrit plusieurs lettres où il me rend compte de son dernier travail, mais le travail lui-même ne m'est pas encore arrivé. Ce sera pourtant dans quelques jours, et alors je vous en rendrai compte. J'ose vous annoncer que c'est une merveille, mais la matière est si aride que

possible. Il montre qu'il est dans la nature des choses d'introduire des nombres nouveaux avec  $\infty$  - l'infini - comme unité. Je vois des applications extrêmement profondes dans la théorie des fonctions."

309 L'église Saint Etienne du Mont se trouve place Sainte-Geneviève, à côté du Panthéon et du Lycée Henri IV, à deux pas de la rue de la Sorbonne où habite Hermite.

310 Aucune note mathématique de Bouquet n'a été publiée dans les *Acta Mathematica*.

311 Voir la note 224.

C. Biehler a passé sa thèse *Sur les développements en séries des fonctions doublement périodiques de troisième espèce* le 8 avril 1879 (Paris(Gauthier-Villars), 1879) devant le jury dont Hermite était président, et Bouquet et Darboux examinateurs. Elle est dédiée : "A mon maître, M. Charles Hermite".

312 A l'Académie des Sciences de Stockholm se trouvent plus de 70 lettres de C. Hermite à H. Gylden (avec une soixantaine de réponses de celui-ci).

313 D'après une lettre de L. Kronecker à Mittag-Leffler du 16 août 1885 (Institut Mittag-Leffler, Djursholm), c'est Kronecker qui lui aurait proposé le titre *Acta Mathematica* pour sa revue.

314 Bon courage ! Mots qui figurent dans le vers de P.P. Stace 7, 280 de *Thebais*.

315 Avant cette lettre d'Hermite, il existe une lettre de Mittag-Leffler du 19 janvier 1883 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), à laquelle répond d'ailleurs Hermite. Avant d'en donner un extrait, notons que Mittag-Leffler écrit à Cantor, le 10 janvier 1883 (Institut Mittag-Leffler, Djursholm), qu'à son avis la partie philosophique de son oeuvre "fera très grande sensation en Allemagne", mais qu'il n'en sera pas de même de la partie mathématique. Car, en dehors de Weierstrass, il semble que ce soit seulement F. Schottky qui a "de la compréhension pour son travail". Or, affirme Mittag-Leffler, il n'en est pas de même en France où "existe actuellement dans le monde mathématique un mouvement très intense et animé". On y trouve des hommes exceptionnellement doués comme Poincaré, Picard et Appell, qui ont "beaucoup de penchant pour les recherches mathématiques les plus subtiles". Tous ces mathématiciens, ainsi qu'Hermite lui-même, "seront intéressés au plus haut point par vos découvertes, écrit-il à Cantor, précisément parce qu'ils ont maintenant besoin de telles recherches et parce qu'ils se sont heurtés, dans leurs beaux travaux de la théorie des fonctions, à des difficultés qui ne pourront être surmontées que par vos travaux".

Mais tous, "excepté Appell, comprennent très mal l'allemand". C'est pourquoi Mittag-Leffler propose à Cantor de laisser traduire en français, "par exemple par Appell", les mémoires : *Sur les ensembles infinis et linéaires de points* (mémoire

qui paraissait depuis 1879 dans les *Mathematische Annalen*) et *Sur une propriété de l'ensemble de tous les nombres algébriques réels* (paru, en 1874, dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*) et de les faire paraître dans le tome II des *Acta Mathematica*.

Cantor accepte, "avec une sincère reconnaissance", dans sa lettre du 14 janvier 1883 (Institut Mittag-Leffler, Djursholm).

Voici ce qu'écrit Mittag-Leffler à Hermite dans sa lettre du 19 janvier :

"Une semaine avant d'avoir reçu votre dernière lettre, j'ai écrit à M. Cantor, en lui faisant la proposition suivante : je lui demandais l'autorisation de m'adresser à M. Appell avec la prière qu'il veuille traduire en français quelques petits mémoires qui ont paru dans le *Journal* de Borchardt et dans les *Mathematische Annalen*, ainsi que le mémoire qu'il prépare en ce moment pour moi, et qui est, vous pouvez en être sûr, d'une importance extrême. Je lui disais qu'il est dans son intérêt qu'une telle traduction soit faite, car les géomètres français, vous-même, Poincaré, Picard, Appell, Goursat, en première ligne, ont justement besoin maintenant des idées qu'il développe et qui trouveront tout de suite un développement très grand en France. Son allemand est tellement difficile pour un Français, qu'il ne sera pas compris dans sa propre langue même par ceux qui connaissent assez bien l'allemand. C'est aussi à cause de cela que je lui proposais M. Appell comme traducteur. J'ai reçu aujourd'hui sa réponse. Il accepte avec reconnaissance ma proposition.

Et maintenant j'ose vous demander d'être mon interprète auprès de M. Appell, et de lui adresser la prière de vouloir bien faire la traduction. Je ne ferais pas cette proposition si je ne croyais pas que M. Appell aurait beaucoup d'intérêt et d'avantage d'approfondir les travaux de Cantor autant qu'il sera nécessaire pour faire la traduction. D'après mon opinion, les travaux de Cantor sont, après ceux de Weierstrass et de Fuchs, les plus remarquables qui ont parus en Allemagne depuis dix ou quinze ans.

Si M. Appell ne veut pas prendre cette charge, ne croyez vous pas qu'il serait possible de trouver un autre de vos élèves qui voudrait le faire.

Je vous envoie les mémoires en question corrigés et numérotés par l'auteur. Il faut commencer par un petit mémoire du tome 77, p.258, du *Journal* de Borchardt, qui est intitulé : *Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen*. De ce mémoire M. Cantor ne possède plus d'autre tirage à part, et moi non plus."

316 Il s'agit du résumé de l'article de A. Cayley : *Théorème relatif aux fonctions elliptiques* (Proceedings London Math. Soc., 10(1878-1879), 43-48), publié p.215 du *Bulletin des Sciences mathématiques*, (2), 6(1882), seconde partie.

317 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 30 janvier 1883 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"Merci, mon cher Maître, de votre lettre analytique. Elle sera mise en composition dans une semaine ou même moins. Je trouve votre démonstration extrêmement belle."

L'article de C. Hermite : *Sur une relation donnée par M. Cayley dans la théorie des fonctions elliptiques* a été publié dans le tome 1 (1882), p. 368-370, des *Acta Mathematica*.

318 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 30 janvier 1883 :

"Je vous enverrai dans une prochaine lettre une traduction de votre biographie. Il faut pourtant que vous pensiez que j'ai été forcé d'écrire d'une manière populaire, très brièvement."

Cette biographie traduite du suédois se trouve dans la lettre du 7 février 1883 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris). Mittag-Leffler écrit dans cette notice sur Hermite :

"Deux de ses élèves [[ probablement Picard et Poincaré ]], lui et le grand mathématicien allemand Weierstrass sont tous à la tête de ce vigoureux mouvement mathématique, si fécond en vraies découvertes, qui caractérise notre époque."

319 Mittag-Leffler écrit aussi dans sa lettre du 30 janvier 1883 :

"J'accepte avec la plus grande reconnaissance votre proposition quant à nos traductions, et je vous prie de parler tout de suite avec le traducteur que vous trouvez être le meilleur. [[ ... ]] Je comprends parfaitement que MM. Picard, Appell, Poincaré aient d'autres choses à faire et qu'il serait très dommage qu'ils gaspillent leur temps avec de telles affaires. Je suis justement extrêmement reconnaissant si l'un d'eux ou vous-même vouliez bien lire les traductions avant qu'elles ne me soient envoyées. [[ ... ]]

Quant aux mémoires de Cantor, je pensais à M. Appell seulement parce que ces mémoires doivent être excessivement difficiles à traduire en français et parce qu'il est nécessaire de connaître à fond en même temps les deux langues et les mathématiques. Mais si M. Appell veut bien être assez bon pour se charger de lire et corriger les traductions, je pense que cela suffira parfaitement."

320 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 7 février 1883 :

"J'ai envoyé votre lettre à M. Falk. Il est professeur d'une école à Uppsala et ancien agrégé de l'université. Il est un homme excellent et il a écrit beaucoup, mais ce qu'il a écrit est en général très médiocre et je le connais assez pour savoir qu'il ne sera pas en état de produire des choses d'une plus grande importance. J'ai peur de publier alors le petit opuscule que vous m'envoyez, car je crains qu'il m'envoie les grands mémoires qu'il publie maintenant d'ailleurs. Je suis donc

reconnaissant si vous vouliez publier sa note dans le *Bulletin*. Je trouve du reste que la démonstration, tout en étant assez jolie, rappelle beaucoup la démonstration de Riemann et celle de Malmsten. La différence est cependant assez grande pour qu'elle mérite certainement d'être publiée."

321 M. Falk, *Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite* (Bulletin Sci. math., (2), 7(1883), 137-139).

Falk écrit (p.137) :

"Voici une démonstration élémentaire et, je l'espère, rigoureuse du théorème fameux de votre illustre Cauchy."

322 Voir la note 299.

323 Voir la note 307.

324 Il y a quatre articles de L. Bourguet sur la fonction gamma dans les tomes 1 et 2 des *Acta Mathematica*.

325 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 30 janvier 1883 :

"J'inclus un petit mémoire d'un de mes élèves et je vous demande si vous pouvez démontrer que  $Q(x)$  est une fonction entière qui ne devient jamais nulle, que c'est le même cas avec  $f(x)$ . Alors naturellement  $P(x)$  ne devient jamais non plus nulle.

N'est-ce pas que l'introduction de  $f(x)$  est une chose nouvelle ?"

Mittag-Leffler reprend encore cette question dans sa lettre du 26 février 1883.

326 A. Genocchi, *Intorno alla vita ed agli scritti di Felice Chio* (Bull. Bibl. Storia sci. mat. fis., Boncompagni, 4(1871), 363-380).

327 2<sup>e</sup> tirage revu en 1883.

328 H.G. Zeuthen, *Sur un groupe de théorèmes et formules de la géométrie énumérative* (Acta Math., 1(1882), 171-188).

329 M. Elliot (Besançon), *Sur une équation linéaire du second ordre à coefficients doublement périodiques* (Acta Math., 2(1883), 233-260).

330 Avant cette lettre d'Hermite, il existe une lettre de Mittag-Leffler du 7 février 1883 (Dossier Mittag-Leffler, Archives de l'Académie des Sciences de Paris), où il écrit qu'il avait reçu le 6 février "la traduction de M. Appell", et il admire "la vitesse à laquelle sait travailler M. Appell".

Sur le manuscrit qui se trouve à l'Institut Mittag-Leffler, de la traduction de l'article de Cantor *Sur une propriété du système de tous les nombres algébriques réels*, il est indiqué : "envoi de M. Appell à Monsieur Mittag-Leffler". Ce manuscrit porte les corrections de la main de Cantor, et avant d'en dire un mot, notons que

Mittag-Leffler écrit à Cantor le 11 février 1883 ([14], 154) :

"J'espère que vous avez reçu la traduction d'Appell."

Et il ajoute :

"Vous verrez quel succès auront vos recherches en France."

Remarquons d'abord qu'Appell traduit dans le titre le mot allemand *Inbegriff* par ensemble, mais que Cantor efface ce mot et le remplace par : système, et, ensuite, donnons quelques précisions sur cette traduction.

Bien que cet article ne figure pas en tête des articles de Cantor traduit en français et publiés dans le tome 2 des *Acta Mathematica*, son titre est suivi d'une note où il est précisé que "la traduction a été revue et corrigée" par Cantor. C'est que cet article est le premier qui a été traduit. D'ailleurs, sur sa première page, dernière ligne, il est précisé qu'il a été "imprimé 8 juin 1883", tandis que le premier article de Cantor de ce tome, *Sur les séries trigonométriques*, a été "imprimé 3 juillet 1883".

La notation  $|a_n|$  ([15], 116) n'est pas encore adoptée en France, et dans la traduction française on trouve  $[a_n]$  ([16], 307).

331 Voir la note 318.

332 Dans sa lettre du 7 février 1883, l'abbé J. Dargent écrit :

"Je demanderais à traiter sur le pied d'un franc par page, si c'est le format grand in-8° du *Journal* de Crelle, que j'ai eu plusieurs fois entre les mains, les conditions me paraissant modestes."

333 C. Crone (Copenhague), *Sur une espèce de courbes symétriques de la sixième classe* (*Acta Math.*, 2(1883), 81-96).

334 Voir la note 325.

335 E. Lamy (1845-1919), républicain et catholique ; il siégea à la Chambre des députés de 1876 à 1881. En 1892, il se montrera favorable à la politique de "ralliement" de l'Eglise au régime.

336 Traduit par Appell.

337 Mais Mittag-Leffler est justement inquiet par le côté philosophique de l'oeuvre de Cantor, et il écrira à Hermite le 26 février 1883 (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris) :

"Je regrette que M. Cantor a employé tant de philosophie. La partie mathématique me paraît admirable et l'introduction de nouveaux nombres qui ont l'infini pour unité doit être d'une grande importance. Weierstrass en est très intéressé."

Il nous semble qu'ici Mittag-Leffler force un peu la pensée de Weierstrass. Celui-ci, dans une lettre à H.A. Schwarz du 28 mai 1885, où il exprime l'idée que



l'intégrale de Riemann ne peut pas être "considérée comme la plus générale possible", écrit qu'elle pourrait être remplacée "par une toute autre" définition, et que pour son élaboration "les nouvelles recherches de Cantor (pas celles concernant les nombres transfinis) pourraient rendre de très grands services" ([3], 141).

Le 2 mars 1883, Mittag-Leffler écrit ([14], 155) à Poincaré pour le remercier de son aide pour les traductions. Il s'excuse "d'abuser ainsi de son temps si précieux pour la science", et se console un peu à la pensée qu'il n'est pas "sans intérêt" pour Poincaré "de prendre connaissance des recherches de Cantor".

338 Visiblement, Hermite se trompe de mois, car il écrit: 5 février 1883.

339 Voir la note 307.

340 Il s'agit du mémoire *Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre* ([17], 119-133), publié dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, t.84 (1878), p.242-258, et traduit en français sous le titre *Une contribution à la théorie des ensembles* (*Acta Math.*, 2 (1883), 311-328). Notons qu'il existe à l'Institut Mittag-Leffler à Djurs-holm un manuscrit de cette traduction française réécrit entièrement par Cantor à partir de la traduction française et des corrections faites par Hermite et Poincaré (d'après Mittag-Leffler ([14], 155), c'est Poincaré qui a proposé de traduire les mots *Mannigfaltigkeit* et *Menge* par le mot : ensemble).

Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 8 mars 1883 à Hermite (*Dossier Mittag-Leffler*, Archives de l'Académie des Sciences de Paris):

"Je vous prie de ne pas faire traduire le dernier grand mémoire de M. Cantor [*Über unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten* = *Sur les ensembles infinis et linéaires de points*]]. Je le prierai de rédiger ce mémoire d'une autre manière, à l'exclusion de toute philosophie et en se bornant à l'exposition de la question mathématique. Je suis persuadé pour ma part que cette partie mathématique est d'une grande importance et je crois que M. Poincaré lui-même en tirerait une fois des avantages considérables. Mais nous verrons !"

Le 11 mars, il écrit à Cantor ([14], 156) que "son travail sera plus facilement apprécié dans le monde mathématique s'il paraît maintenant également sans les commentaires philosophiques et historiques". Cantor accepte de modifier son texte (lettres de Cantor des 15 et 17 mars), et c'est ainsi que la traduction française fut amputée de tous les éclaircissements et explications philosophiques et historiques de Cantor sur les ensembles.

Faisons maintenant quelques remarques sur cette traduction de J. Dargent, revue par Hermite et Poincaré.

P. 119 de son mémoire Cantor introduit une correspondance entre des ensembles qu'il qualifie de : *eindeutig und vollständig*, ce qui devient dans la traduction

française : à sens unique. Le mot *eindeutig* se traduit généralement par : univoque, et le mot *vollständig* par : complet ; ainsi, on pourrait dire que c'est une correspondance : biunivoque sur, et que Bourbaki désigne par bijective. D'ailleurs, M. Guillaume suggère, dans ses commentaires inédits de cette traduction, d'utiliser pour *vollständig* le mot : surjectif, ce qui nous paraît correspondre à l'idée de Cantor qui introduit ici l'idée d'équipotence des ensembles.

Le mot *Bestandteil*, qu'on peut traduire par : partie propre, car d'après le texte même de Cantor il appelle ainsi un sous-ensemble  $M'$  de  $M$  tel que  $M' \neq M$ , est traduit par : partie intégrante.

P.120, ligne 14, parlant des ensembles dénombrables, Cantor a ajouté à la traduction française (p.312, lignes 22-23) qu'ils "sont de la première (c. à d. de la plus petite) puissance". Il est probable qu'à cette époque Cantor pensait avoir résolu le "problème du continu", et qu'il n'y avait que deux classes : celle des ensembles dénombrables et celle des ensembles ayant la puissance du continu (dans la classification des sous-ensembles de l'ensemble des nombres réels).

P.313 de la traduction française, Cantor a ajouté (lignes 8 à 11) la phrase suivante qui ne se trouve pas dans le texte allemand (p.120, ligne -2) : D'après un théorème, que j'ai démontré dans le § 2 du traité [[ mémoire ]] cité (*Jour. de Borchardt*, t.77, pag.260 [[ [15]=[16] ]]), il est certain que ces ensembles n'appartiennent pas à la première classe, c. à d. qu'ils ont une puissance supérieure à la première.

P.317 de la traduction française, dans la note <sup>(1)</sup>, Cantor a ajouté la phrase suivante, qui ne figure pas dans sa note <sup>1</sup>, p.124, du texte allemand : Je désigne l'ensemble  $P$  [[ intersection, en allemand *Durchschnitt*, de  $M$  et  $N$  ]] par  $\mathfrak{D}(M,N)$ .

341 Voir la note précédente, qui donne le nombre de pages du *Journal* de Crelle.

342 Voir la note 334.

343 Les éditeurs berlinois à qui Mittag-Leffler a également confié la vente des *Acta Mathematica*.

344 C. Hermite, *Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques aux fonctions de première, de seconde et de troisième espèce* (*Bulletin Sci. math.*, (2), 7(1883), 36-42).

345 M. de Sparre écrit dans sa lettre du 5 mars 1883, placée à côté de la lettre d'Hermite à l'Institut Mittag-Leffler de Djursholm :

"Dans la dernière lettre que vous écriviez à Mr Valson vous lui parliez des coupures qui peuvent exister dans la vie des peuples. Pour ma part en présence des événements qui se passent en France, et aussi en Espagne, je crains que nous ne soyons non dans le voisinage d'une coupure, mais dans celui d'un espace lacunaire, nouveau

genre de discontinuité politique, avec lequel les anarchistes voudront nous faire faire connaissance, afin de ne pas laisser les progrès de la politique en retard sur ceux de l'analyse."

- 346 L. Kronecker, *Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Zahlen* (Journal reine und angew. Math., 92(1882), 1-212).

Dedekind écrit à Frobenius le 8 juin 1882 ([9], 77) qu'il y trouve, à sa grande surprise, "toute une suite de belles idées tout à fait neuves pour lui".

- 347 Ce même jour, Poincaré écrit à Mittag-Leffler ([14], 156) :

"M. Hermite m'a dit aussi que vous avez demandé à M. Cantor de supprimer dans son mémoire *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre* toute la partie philosophique et de traduire en français la partie mathématique. Il me semble que ce qui rendrait la lecture de la traduction de ce beau mémoire très pénible aux Français qui ne sont pas familiers avec la culture allemande, c'est moins la partie philosophique qu'on serait toujours libre de passer, que le défaut d'exemples un peu concrets. Ainsi ces nombres de la 2<sup>e</sup> et surtout de la 3<sup>e</sup> classe ont un peu l'air d'une forme sans matière, ce qui répugne à l'esprit français. Les Allemands, au contraire, connaissent les travaux antérieurs de M. Cantor et d'autres comprennent ce qu'il veut dire sans doute avec quelque effort, mais enfin ils retrouvent sans peine dans leurs connaissances antérieures une matière pour remplir cette forme vide. Avec le public français, il n'en est pas de même. Les Français qui sont au courant de la culture allemande savent l'allemand et préféreront lire le mémoire dans le texte. Les autres, je puis vous garantir, ne comprendront rien du tout à la traduction. Il faudrait pour la rendre accessible donner quelques exemples précis à la suite de chaque définition, et puis mettre les définitions au commencement au lieu de les mettre à la fin. On permettrait ainsi au lecteur français de comprendre ce beau travail, malgré l'ignorance où il est des recherches antérieures."

Le mémoire que revoie Poincaré est le mémoire [12]. A l'Institut Mittag-Leffler se trouve toujours le manuscrit de la traduction française, portant le N° 4, écrit par J. Dargent, et corrigé par Poincaré et Cantor.

Ainsi, p.92 (nous citons [17]), la phrase : *die trigonometrischen Reihendarstellungen eindeutig sind*, est traduite par Dargent : les expressions de séries trigonométriques ont un sens unique, tandis que Poincaré corrige : une fonction ne peut être développée que d'une seule manière en série trigonométrique ; et c'est cette traduction de Poincaré qui est retenue (p.336).

Cantor écrit encore : *Wenn ich von einer Zahlengröße im weiteren Sinne rede, so geschieht es zunächst*, que Dargent traduit : Quand je parle d'une grandeur numérique dans un sens plus étendu, cela a lieu d'abord ; et Poincaré corrige : On rencontre une première généralisation de la notion de grandeur numérique (p.337).

Cantor écrit (p.98) : *Unter einem "Grenzpunkt einer Punktmenge  $P$ " verstehe ich einen Punk der Geraden von solcher Lage, daß in jeder Umgebung desselben unendlich viele Punkte aus  $P$  sich befinden, wobei es vorkommen kann, daß er außerdem selbst zu der Menge gehört.* Dargent traduit : Par point extrême d'une quantité ponctuelle  $P$ , j'entends un point de la droite dans une position telle que tout autour de lui il y ait un nombre infini de points de  $P$ ; et que lui-même puisse appartenir à la quantité. Poincaré corrige : Par point limite d'un système de points  $P$ , j'entends un point de la droite tel que dans son [[ au lieu de : tout ]] voisinage il y ait un nombre infini de points du système  $P$ ; il peut d'ailleurs se faire que le point limite appartienne à ce système.

Cantor écrit : *welches den Punk in seinem Innern hat*; Dargent traduit : qui comprend ce point dans ses limites. Poincaré corrige : dans lequel ce point est contenu (p.343).

348 Ces formules sont mentionnées dans la lettre de Mittag-Leffler du 15 mars 1883 (Archives de l'Académie des Sciences de Paris).

349 M. Krause, *Sur la transformation des fonctions elliptiques* (Acta Math., 3(1883), 93-96).

350 Mittag-Leffler écrit à Appell le 2 avril 1883 (Institut Mittag-Leffler) qu'il a rendu à la science "un véritable service" en traduisant et en corrigeant les mémoires traduits de Cantor, et il ajoute :

"J'avoue que les recherches de Cantor sont très abstraites et peut-être même plus philosophiques que les géomètres ne les aiment en général. Mais je suis fermement persuadé qu'il a saisi le fond des choses et que ces idées deviendront d'une utilité bien plus grande qu'on n'est disposé à le croire maintenant. J'espère pouvoir vous démontrer bientôt que ces recherches ont une importance directe pour la théorie des fonctions analytiques."

Ce sera fait dans l'article de Mittag-Leffler *Sur la représentation analytique des fonctions monogènes uniformes d'une variable indépendante* (Acta Math., 4(1884), 1-79).

351 Mittag-Leffler écrit dans sa lettre du 15 mars 1883 :

"J'ai été élu membre de l'Académie royale des Sciences d'ici, hier soir. Il n'y avait pas de place vacante dans la section de géométrie, mais la section d'astronomie a prêté une place qui y était vacante aux géomètres."

352 Voir la note 344.

353 La terre de Saturnia [[ ville d'Etrurie ]] est un grand inventeur de créateurs !

- 354 Il existe, dans le *Reisen Copiebuch* 5.8.1882-4.10.1883 (Institut Mittag-Leffler), des copies des lettres de Mittag-Leffler à Hermite du 21 mars (p.306) et du 24 mars 1883 (p.311).
- 355 Nous ne savons pas quel fut cet avertissement sur Schwarz de Mittag-Leffler; il se trouve peut-être dans une des lettres mentionnées dans la note 354.  
Voir aussi la note 175.
- 356 H. Debray (1827-1888), chimiste, membre de l'Académie des Sciences de Paris depuis 1877.
- 357 P.C. Joubert a soutenu la thèse *Sur les équations qui se rencontrent dans la théorie de la transformation des fonctions elliptiques* le 3 août 1876, avec Puiseux comme président du jury, et Hermite et Briot comme examinateurs ; elle a été publiée à Paris, par Gauthier-Villars, en 1876.
- 358 Il doit s'agir de l'article *Über trigonometrische Reihen* ([17], 87-91), dont la traduction *Sur les séries trigonométriques*, imprimée le 3 juillet 1883, a été publiée dans la tome 2(1883), p.329-335, des *Acta Mathematica*.
- 359 A. Steen (Copenhague), *Note sur certaines équations différentielles linéaires* (*Acta Math.*, 3(1883), 277-282).
- 360 Mittag-Leffler ne mentionne pas ce problème de priorité dans les lettres que nous avons lues. Pourtant c'est un problème qui a son importance, et qui est, à notre avis, encore à traiter : quelle a été l'influence réelle de du Bois-Reymond sur Cantor ? D'ailleurs, un travail d'ensemble sur l'oeuvre mathématique de du Bois-Reymond est encore à écrire.
- 361 Le manuscrit de la traduction française qui se trouve à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm montre que Cantor a récrit les pages 349 à 354 de son mémoire traduit *Sur les ensembles infinis et linéaires de points* (*Acta Math.*, 2(1883), 349-380) = [17], p.139-164, ainsi que les sept premières lignes de la page 355. Les corrections d'Appell de la traduction de Dargent partent de la ligne 8, page 355.

Cantor écrit (p.145) : *wäre im Intervall  $(\alpha \dots \beta)$  nich überall-dicht* ; Dargent traduit : ne serait pas compris dans l'intervalle  $(\alpha \dots \beta)$  ; Appell corrige : ne serait pas condensée dans tout intervalle  $(\alpha \dots \beta)$ .

Cantor écrit : *seien ohne Zusammenhang* ; Dargent traduit : n'ont pas de rapport entre eux ; Appell corrige : sont sans connexion.

Cantor écrit (p.148) : *Wir sehen hier eine dialektische Begriffserzeugung, welche immer weiter führt un dabei frei von jeglicher Willkür in sich notwendig und konsequent bleibt*. Dargent traduit : Nous voyons là une production de notions dialectiques, qui continue toujours et reste loi nécessaire et conséquente en

elle-même et indépendamment de toute conception arbitraire ; Appell corrige : Nous avons ainsi une suite infinie de systèmes, qui se déduisent les uns des autres suivant une loi nécessaire et indépendamment de toute conception arbitraire.

Il faut avouer qu'on comprend que ce genre de littérature mathématique pouvait décourager les bonnes volontés d'Hermite et de ses élèves !

362 Le mémoire de Cantor *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre* ([17], 165-244) a été traduit seulement en partie sous le titre : *Fondements d'une théorie générale des ensembles* (Acta Math., 2(1883), 381-408).

On a laissé de côté les § 4 à 9 ([17], 171-190) et les notes 1) à 9) ([17], 204-207).

Le manuscrit qui se trouve à l'Institut Mittag-Leffler à Djursholm, de la main de J. Dargent, semble avoir été corrigé uniquement par Cantor ; Picard a dû seulement le relire.

363 H. Bourguet, *Sur la fonction eulérienne*, Note présentée par M. Hermite (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 96(1883) ; 30 avril 1883).

H. Bourguet part de la représentation de la fonction  $\Gamma$  sous la forme  $\Gamma(x) = P(x) + Q(x)$ , où

$$P(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n!(x+n)}$$

et  $Q$  est une fonction holomorphe.

364 Voir la note 361.

365 Voir la note 358.

366 Le cachet de la poste porte la date : 1er juin 1883, et non comme Hermite l'écrit sur sa lettre : 1er mai 1883.

367 Voir la note 131.

368 P.157-159 du mémoire cité dans la note 77.

369 Voir la lettre du 18 juin 1883.

370 P. Appell, *Sur des fonctions uniformes de deux points analytiques qui sont laissés invariables par une infinité de transformations rationnelles* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 96(1883), 1643- 1646 ; 4 juin 1883).

371 C. Hermite et R. Lipschitz, *Sur quelques points dans la théorie des nombres* (Acta Math., 2(1883), 299-304). La lettre de Lipschitz est du 6 juin 1883.

372 C. Hermite, *Sur quelques conséquences arithmétiques des formules de la théorie des fonctions elliptiques* (Acta Math., 5(1884), 297-330) = (Bulletin Acad. Sci. Saint

Pétersbourg, 29(1884), 325-352).

- 373 Il existe une copie de la lettre de Mittag-Leffler à Hermite du 16 juillet 1883 dans le *Reisen Copiebuch* 5.8.1882-4.10.1883, p.363-364, à l'Institut Mittag-Leffler.
- 374 N. Sonine (Varsovie), *Sur la généralisation d'une formule d'Abel* (Acta Math., 4(1884), 171-176).
- 375 Son gendre est ingénieur des Ponts et Chaussées, de première classe.
- 376 Mot illisible.
- 377 Cette lettre est jointe à la lettre d'Hermite.
- 378 La montée du sentiment national en Norvège amènera en 1905 la rupture définitive de l'union avec la Suède et l'avènement au trône de Haakon VII (1905-1957).
- 379 9 septembre 1883.
- 380 Il existe dans le *Kopiebuch* 14.5.1882-31.12.1883 une lettre de Mittag-Leffler à Hermite du 30 octobre 1883 (p.418-419) et une du 8 novembre 1883 (p.426-428).
- 381 P.A. Challemel-Lacour (1827-1896), ministre des Affaires étrangères dans le cabinet Jules Ferry de 1883.
- 382 C. Friedel (1832-1899), chimiste et minéralogiste, membre de l'Académie des Sciences de Paris depuis 1878.
- 383 Ô temps !
- 384 E. Goursat, *Démonstration du théorème de Cauchy*. Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite (Acta Math., 4(1884), 197-200) ; novembre 1883.
- 385 H. Poincaré et E. Picard, *Sur un théorème de Riemann relatif aux fonctions de  $n$  variables indépendantes admettant  $2n$  systèmes de périodes* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 97(1883), 1284-1287 ; 3 décembre 1883).

Poincaré et Picard écrivent (p.1284-1285) :

"Les fonctions  $\Theta$  de  $n$  variables indépendantes permettent, comme on sait, de former des fonctions uniformes de  $n$  variables avec  $2n$  systèmes de périodes. Ces périodes ne sont pas arbitraires, car elles satisfont à  $\frac{n(n-1)}{2}$  relations bien connues. Dans une conversation avec M. Hermite, lors de son voyage à Paris, en 1860, Riemann avait affirmé que ces relations devaient nécessairement exister entre les  $2n$  systèmes de périodes de fonction uniforme de  $n$  variables,  $2n$  fois périodique (M. Hermite a énoncé, d'après Riemann, ce théorème dans une Note faisant suite à la sixième édition du *Traité* de Lacroix), tout au moins après une transformation de degré convenable effectuée sur ces périodes, mais il n'a jamais indiqué la marche qui l'a conduit à cette importante proposition. M. Weierstrass aurait depuis

annoncé à quelques-uns de ses élèves qu'il possédait une démonstration du théorème précédent, mais l'illustre géomètre de Berlin n'a jamais, à notre connaissance, publié ni indiqué la méthode dont il a fait usage."

386 Il existe une lettre de Mittag-Leffler à Hermite du 8 décembre 1883, p.449-454 du *Kopieböck* 14.5.1880-31.12.1883, à l'Institut Mittag-Leffler.

387 La lettre d'Hermite se poursuit sur la note de Picard, dans laquelle celui-ci écrit :

"Je n'ai rien trouvé dans le Thomae [[ J. Thomae, *Abriss einer Theorie der complexen Functionen und der Thetafunctionen einer Veränderlichen*, Halle(Nebert), 1870 ]] sur le théorème de Laurent.

Je viens de relire avec attention la démonstration de Mittag ; elle est vraiment ingénieuse et intéressante. Pour ce qui est du renvoi à une note de Weierstrass, il aurait bien pu s'en dispenser et donner en deux mots la raison qui est immédiate."

388 Voir la note 372.

389 La note d'Hermite est ajoutée en note <sup>(1)</sup>, p.982 de l'article de T.J. Stieltjes : *Sur la décomposition d'un nombre en cinq carrés* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 97(1883), 981-982).



BIBLIOGRAPHIE

- [ 1 ] H. BEHNKE und K. KOPFERMANN (éditeurs), *Festschrift zur Gedächtnisfeier für Karl Weierstrass 1815-1965*, Köln(Westdeutscher Verlag), 1966.
- [ 2 ] G. MITTAG-LEFFLER, Une page de la vie de Weierstrass, *Compte rendu du 2<sup>ème</sup> Congrès intern. des mathématiciens 1900*, p.131-153, Paris(Gauthier-Villars), 1902.
- [ 3 ] P. DUGAC, Eléments d'analyse de Karl Weierstrass (*Archive for History of Exact Sciences*, 10(1973), 41-176).
- [ 4 ] K. WEIERSTRASS, *Mathematische Werke*, Band 5, Berlin(Mayer und Müller), 1915.
- [ 5 ] K. WEIERSTRASS, *Mathematische Werke*, Band 1, Berlin(Mayer und Müller), 1894.
- [ 6 ] C. HERMITE, Sur la fonction exponentielle (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 77(1873), 18-24, 74-79, 226-233, 285-293) = *Oeuvres*, t.III, p.150-181, Paris (Gauthier-Villars), 1912.
- [ 7 ] C. HERMITE, *Oeuvres*, tome III, Paris(Gauthier-Villars), 1912.
- [ 8 ] C. HERMITE, *Oeuvres*, tome IV, Paris(Gauthier-Villars), 1917.
- [ 9 ] P. DUGAC, Richard Dedekind et les fondements des mathématiques, Paris(Vrin), 1976.
- [ 10 ] C. HERMITE, *Cours*, Faculté des Sciences de Paris, 4<sup>e</sup> édition, Paris(Hermann), 1891.
- [ 11 ] P. DUGAC, Histoire du théorème des accroissements finis (*Archives intern. d'Histoire des Sciences*, 30(1980), 86-101).
- [ 12 ] G. CANTOR, Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen (*Math. Annalen*, 5(1872), 123-132) = Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques (*Acta Math.*, 2(1883), 336-348).
- [ 13 ] C. HERMITE et T.J. STIELTJES, *Correspondance*, tome I, Paris(Gauthier-Villars), 1908.
- [ 14 ] P. DUGAC, Des correspondances mathématiques des XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles (*Revue de Synthèse*, (3), 97(1976), n° 81-82, p.149-170).
- [ 15 ] G. CANTOR, Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen, *Gesammelte Abhandlungen*, p.115-118, Berlin(Springer), 1932.
- [ 16 ] G. CANTOR, Sur une propriété du système de tous les nombres algébriques réels (*Acta Math.*, 2(1883), 305-310).

- [ 17] G. CANTOR, *Gesammelte Abhandlungen*, Berlin(Springer), 1932.
- [ 18] *Le Petit Robert 2*, Paris(SEPRET), 1974.
- [ 19] C. HERMITE, Briefe an P. du Bois-Reymond aus den Jahren 1875-1888 (Archiv der Mathematik und Physik, (3), 24(1916), 193-220, 289-310).
- [ 20] Y. DOMAR, On the foundation of *Acta Mathematica* (Acta Math., 148(1982), 3-8).
- [ 21] A. WEIL, Mittag-Leffler as I remember (Acta Math., 148(1982), 9-13).