LES CAHIERS DE L'ANALYSE DES DONNÉES

B. MORANDO

L'analyse statistique des partitions de musique

Les cahiers de l'analyse des données, tome 5, n° 2 (1980), p. 213-228

<http://www.numdam.org/item?id=CAD_1980__5_2_213_0>

Les Cahiers de l'Analyse des Données
Vol. V - 1980 - n° 2 - p. 213-228

L'ANALYSE STATISTIQUE DES PARTITIONS DE MUSIQUE [ANA. MUS.]

par B. Morando (1)

Certains chercheurs ont pu trouver dans la musique une source d'exemples d'application de diverses branches de la mathématique : théorie des ensembles, algèbre, probabilité ; pour d'autres la mathématique participe à la création musicale ; ou encore la musique participe de la création mathématique... Dans un volume consacré à l'analyse statistique des faits linguistiques, l'occasion s'offre à nous de considérer une partition musicale comme un grand ensemble de données séquentielles imbriquées les unes dans les autres. La riche structure de ces données suggère de construire et d'analyser des tableaux de correspondance dont on a peu d'exemples ailleurs. Une nouvelle méthode d'analyse musicale apparaît possible dans les domaines harmoniques et mélodiques.

Pour avancer dans cette voie, il faudrait avoir perforé pour l'ordinateur de nombreuses partitions musicales. On se bornera à montrer ici, d'après quelques exemples, que l'analyse statistique retrouve rapidement des règles classiques et pose des problèmes nouveaux.

Afin d'être compris de ceux qui n'ont qu'une teinture d'acoustique et de solfège, on rappelle d'abord quelques éléments de musique (§ 1), puis sont définis divers tableaux de correspondance que l'on peut associer à une partition (§ 2) ; enfin, viennent quelques exemples d'analyse (§ 3).

1 *Elements de musique*

1.1 *Les sons musicaux* : Ces sons se caractérisent par quatre éléments constitutifs : hauteur, durée, timbre, intensité. Ce qui paraît à l'oreille un son continu uniforme est pour le physicien un phénomène périodique : cette période définit la qualité de hauteur, le son étant d'autant plus haut (plus aigu) que sa période est plus brève, donc sa fréquence plus élevée. Le son type est le son sinusoïdal défini par la formule :

$$y = a \sin (2\pi t/T) ;$$

où a est l'amplitude (qui caractérise l'intensité sonore) et T la période, dont l'inverse (1/T) est appelée fréquence. Les sons musicaux diffèrent d'abord du modèle, en ce qu'ils sont un mélange de cette sinusoïde fondamentale et de ses harmoniques, c.-à-d. des sons de fréquences multiples du fondamental :

---

(1) Assistant de Mathématiques à la Faculté des sciences d'Angers.

Le présent exposé est extrait de la thèse de B. Morando et de recherches ultérieures.

$$y = a_1 \sin(2\pi t/T) + a_2 \sin(2.2\pi t/T)+....+ a_k \sin(k.2\pi t/T)+.....$$

C'est le dosage des harmoniques dans le mélange qui constitue le timbre d'un son permanent. Mais il y a plus : les sons musicaux ne ne sont aucunement des sons permanents : sans les attaques, sans quelques modulations dans les fréquences, le synthétiseur de sons primitif ne produit qu'une musique sans saveur. On sait aujourd'hui engendrer sur l'ordinateur des sons dont la richesse égale celle des instruments traditionnels ; et corrélativement notre connaissance des propriétés physiques* réellement sous-jacente aux qualités musicales des sons s'est approfondie (cf e.g. l'ensemble de programme de création de sons, conçu par M. Matthews à la compagnie des téléphones Bell ; et l'usage qu'en a fait J.C. Risset pour expliquer dans sa thèse les sons de la trompette : Orsay 1967).

1.2 Tons et modes : L'intervalle de hauteur qui sépare deux sons sinusoïdaux est défini par le rapport de leurs fréquences. De tels rapports sont connus depuis l'antiquité ; parce que même sans oscillographe pour mesurer les fréquences, les rapports de celles-ci se montrent à l'oeil comme des rapports de longueurs de tuyaux ou de cordes : par exemple, si une corde (tendue d'une façon déterminée) donne le DO, la même corde ne vibrant que sur les 8/9 de sa longueur donne le RE...

Expliquons de ce point de vue la genèse de la gamme, afin d'introduire, chemin faisant, la terminologie usitée en harmonie. Partons e.g. du DO_3 que nous appelons la tonique (de fréquence 261/seconde) ; son harmonique 2 est le DO_4 (de fréquence double soit 522/s); son harmonique 3 est le SOL_4 (de fréquence triple 783/s). Ce SOL_4 est lui-même harmonique 2 du SOL_3 qui sous le nom de dominante s'introduit ainsi naturellement entre le DO_3 et le DO_4 (avec pour fréquence les 3/2 du DO_3). Appelons, dès maintenant quinte (ou cinquième) cet intervalle de (3/2) qui sépare le DO_3 du SOL_3, parce que quand la gamme sera achevée, le SOL en sera la cinquième note et appelons quarte (ou quatrième) l'intervalle de 4/3 qui sépare le SOL_3 du DO_4 parce que dans l'octave achevée le DO_4 est la quatrième note à partir du SOL_3. En transposant l'intervalle de quarte à partir du DO_3, on obtient le FA_3 ou sous-dominante, dont la fréquence (4/3 de celle de DO_3) vaut 348/s.

Il y a maintenant dans l'octave, entre DO_3 et DO_4 deux jalons : le FA_3 et le SOL_3 séparés par un intervalle de $(3/2)/(4/3) = 9/8$, intervalle que l'on appelle le ton. Pour obtenir les deux tétracordes {DO,RE,MI,FA} et {SOL,LA,SI,DO} on part respectivement de la tonique DO et de la dominante SOL en montant par ton ; i.e. un ton de DO à RE, et autant de RE à MI ; et de même de SOL à LA et de LA à SI. Finalement, il reste entre MI (la médiante) et FA (la sous-dominante) comme entre SI (la sensible) et DO (la tonique à l'octave) un intervalle d'un demi-ton ; i.e. en termes mathématiques un rapport de fréquences qui, élevé au carré donne le ton (9/8).

En réalité, ce schéma séduisant recèle quelques contradictions : on ne peut, à la fois, définir les notes de la gamme par des rapports simples (en ramenant dans l'octave les harmoniques du fondamental,

* *Loin de nous, cépendant, l'idée d'interpréter la musique autrement que sur les instruments pour lesquels elle a été écrite.*

comme on l'a fait d'abord pour le SOL) et par des transpositions de tons ou de demi-tons égaux entre eux. De Pythagore au père Mersenne en passant par Al Farabi (qui, selon l'art arabe introduit des quarts et des tiers de tons) l'arithmétique musicale a inspiré bien des élans.... que la découverte de la fonction exponentielle est venue tempérer !

Au moins en principe, chaque octave d'un piano contemporain est divisé en 12 demi-tons rigoureusement égaux , (avec donc un rapport $2^{(1/12)} = 1,0594....$ # 18/17) ; les touches blanches correspondent aux notes de la gamme de DO ; avec entre deux notes que sépare un ton une touche noire (dite dièse de son inférieure ou bé-mol de sa supérieure).

Reste à rappeler le sens des mots : *ton* et *mode*. La sucession de tons et de demi-tons qui, à partir de la tonique DO, donne la gamme de DO, peut-être transposée à partir d'une note quelconque du clavier du piano : si, par exemple, on part du SOL, on sera dans la tonalité SOL dont la gamme est SOL,LA,SI,DO (1-er tétracorde qui n'est autre que le 2-ème de la gamme de DO) ; RE,MI,FA dièse, SOL (2-ème tétracorde). On voit que s'introduit un dièse ; etc... Enfin, il est possible de meubler les tétracordes (de la tonique à la sous-dominante) autrement que nous l'avons fait : par exemple en introduisant un intervalle de (3/2) tons entre deux notes consécutives, on a le mode mineur (cf *infra* § 1.3). Sans entrer dans le détail signalons que la musique grecque antique abonde en modes divers ; tandis que les recherches musicales du XX-ème siècle ont glissé des changements de tonalité au rejet de toute tonalité, avec l'utilisation de toutes les touches (musique dodécaphonique, ou à 12 degrés); évolution qu'on ne saurait décrire ici ; mais dont l'étude détaillée s'éclairerait, nous n'en doutons pas, par l'analyse des données.

1.3 *Les principaux accords de la musique classique*

Notations : Prenant comme unité le demi-ton, pour note x son numéro d'ordre sur un clavier de piano (en partant par ex., de 0 pour le DO grave), la gamme majeure de tonique x s'écrit :

$$M_x = \{x ; x+2 ; x+4 ; x+5 ; x+7 ; x+9 ; x+11 ; x+12\}$$

et la gamme mineure :

$$M_x = \{x ; X+2 ; x+3 ; x+5 ; x+7 ; x+8 ; x+11 ; x+12\}$$

On se placera à l'intérieur d'une octave en prenant les classes d'équivalence modulo 12 (i.e. en identifiant deux notes entre lesquelles il y a une différence d'un nombre entier d'octaves ; autrement dit, dont le rapport des fréquences est une puissance entière de 2). On notera que, dans cette notation, l'addition d'une unité correspond physiquement à multiplier la fréquence par $2^{(1/12)}$ (cf *supra*).

Accord : C'est l'émission simultanée de plusieurs notes pouvant toujours être reconstitué à l'état de tierces superposées (éventuellement en décalant certaines notes d'une octave). Par *tierce*, on entend l'intervalle entre deux notes séparées par une seule dans la gamme : ce qui peut faire un intervalle de 3/2 tons (tierce mineure) ou de deux tons (tierce majeure). La note à partir de laquelle est construit l'accord est appelée *fondamentale* et sera notée y (comme on a noté ci-dessus x la tonique de la gamme). Lorsque l'accord est réalisé en utilisant la fondamentale comme note la plus grave (sans décalage d'octave) on dit que l'accord est à l'état *fondamental*. Sinon, on dit qu'il y a *renversement*.

Accord parfait majeur de fondamentale y : $\{y, y+4, y+7\}$. En mode majeur, on peut le constituer à partir de la 1-ère, 4-ème et 5-ème note de la gamme : on les appelle I°, IV° et V° degré ou accord de tonique, sous-dominante et dominante. Par exemple, en DO (majeur) l'accord de sous-dominante est {FA;LA;DO}. On vérifie que les intervalles sont bien ce qu'ils doivent être : tierce majeure de FA à LA ; tierce mineure de LA à DO.

En mode mineur, cet accord se trouve sur les V° et VI° degrés : partant, par exemple, de $y = x+8$, 6-ème note de la gamme en x mineur on a $y+4 = x+12 \approx x$ et $y+7 = x+15 \approx x+3$ (en notant l'équivalence à 12 demi-tons près ; i.e. à l'octave) qui sont bien des notes de la gamme de x mineur.

Accord parfait mineur de fondamental y : $\{y ; y+3 ; y+7\}$. En mode majeur, on le trouve sur les II°, III° et VI° degrés (i.e. : en prenant pour y, la 2-ème, la 3-ème, ou la 5-ème note de la gamme ; soit $y = x+2$ ou $x+4$ ou $x+9$). En mode mineur, on a les I° et IV° degrés.

Accord de quinte diminuée de fondamentale y : $\{y ; y+3 ; y+6\}$. En majeur, existe sur le VII° degré. En mineur sur les VI° et VII°.

Accord de septième de dominante : (V° 7-ème): $\{y, y+4, y+7, y+10\}$. C'est l'accord parfait majeur auquel on superpose une tierce mineure : en mode de x majeur, il se construit à partir de $y = x+7$, comme l'accord de dominante (dit encore accord de V°) complété par une quatrième note $y+10 = x+17 \approx x+5$, qui est la 7-ème à partir de la dominante y (d'où le nom de V° 7-ème). Cet accord existe aussi bien en mode mineur (toujours en partant de la dominante).

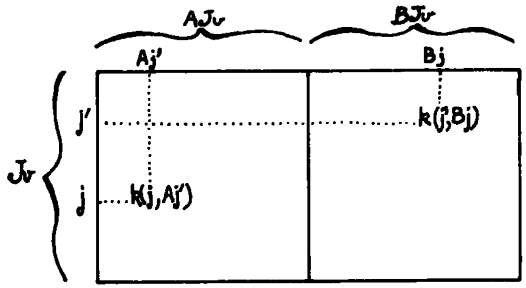
Accord de neuvième majeur : (ou mineur) : C'est l'accord de septième de dominante auquel on superpose une tierce majeure ou mineure selon le mode. Cet accord à 5 notes définit à lui seul le mode et la tonalité.

Nous retrouverons ces accords sur les cartes issues de l'analyse des partitions. De plus, outre le fait que ces accords sont le plus souvent utilisés à l'état de renversement (cf *supra*), ils le seront également fréquemment de façon incomplète ; un accord incomplet peut donc, en théorie, appartenir à plusieurs accords tels qu'ils sont décrits ci-dessus ; en général, le contexte suffit à préciser leur identité, mais là encore l'analyse des données jouera un rôle de reconnaissance des formes assez précis.

2 Tableaux de correspondance associés à une partition

2.1 Analyse mélodique : étude séquentielle d'une voix : La mélodie qu'émet un chanteur (ou un groupe chantant à l'unisson, ou un instrument) est une suite de notes de durée variable. Si on fait abstraction de la durée (sur laquelle on reviendra au § 2.4) la mélodie n'est qu'une suite ordonnée d'éléments de l'ensemble J des touches (blanches ou noires) du piano : plus précisément seul est utilisé un sous-ensemble J_v de J délimité à la fois par l'étendue de la voix (qui ne monte ni ne descend à l'extrême) et la tonalité du morceau (e.g. si on reste en DO majeur, les touches noires sont absentes). On construit donc, comme s'il s'agissait d'un texte sur l'alphabet J_v, un tableau de contingence $J_v \times (AJ_v \cup BJ_v)$ ($n \times 2n$ si Card $J_v = n$), caractérisant chaque note $j \in J_v$ par ses prédécesseurs et successeurs de façon précise :

$k(j, A_{j'}) = k(j', B_j)$ = nombre de fois que dans la partition, la note j' se rencontre suivie de la note j. D'où le tableau que nous schématisons :



Rien ne s'oppose à ce que l'on construise un tableau en 4 blocs, tenant compte des prédécesseurs et successeurs séparés de j par une note intermédiaire : tableau $J_v \times (AAJ_v \cup AJ_v \cup BJ_v \cup BBJ_v)$, avec $\forall$ j,j' : k(j,AAj') = k(j',BBj) = nombre de fois que se rencontre dans la partition une suite de la forme jxj' où x désigne une note intermédiaire quelconque.

2.2 *Analyse harmonique : étude simultanée de plusieurs voix* : Considérons une partition comportant un ensemble V de voix : par exemple un choral avec ses quatre voix : basse, ténor, alto, soprano : V ={B,T,A,S}.

A tout instant chaque voix v fait entendre une note j de son registre J_v. (éventuellement une voix se tait tandis que les autres jouent ; il faut donc prévoir dans J_v le "tacet"). Ceci permet de schématiser la partition comme une suite d'accords s_i :

$s_i \in S = \pi\{J_v | v \in V\}$; par exemple, $i = \{j_b, j_t, j_a, j_s\}$ avec $j_b \in B$, $j_t \in T$, $j_a \in A$, $j_s \in S$.

Chaque accord s est un système de notes ayant une coordonnée j_v dans chacun des J_v (j_v étant la note de la voix v). On reconnaît ici le format usuel des questionnaires : il suffit de traduire V (ensemble des voix) $\approx$ Q(ensemble des questions) ; J_v (ensemble des notes de la voix v) $\approx J_q$ (ensemble des modalités de réponse à la question q).. On notera donc $J = \cup\{J_v | v \in V\}$. Plus exactement il faut prendre une union disjointe : i.e. si une même note appartient au registre de deux voix v et v', cette note doit être comptée deux fois dans J . Et on analysera le tableau de description en (0,1) (sous forme disjonctive complète) I × J :

k(i,j) = 1 si la note j appartient à l'accord i et zéro sinon; ou ce qui est équivalent, on analysera le tableau de Burt J × J :

k(j,j') = nombre d'accords où s'entendent à la fois j et j'.

2.3 *Etude de l'enchaînement des accords* : L'ensemble des accords possibles est $S = \pi\{J_v | v \in V\}$; en fait seul un sous-ensemble S' de S se réalise dans une partition donnée. On peut songer à construire un tableau S' × (AS' ∪ BS') caractérisant chaque accord par ses prédécesseurs et successeurs, comme on l'a fait au § 2.1 pour les notes d'une mélodie. Toutefois, au sein d'une partition de longueur modérée, un même accord n'est pas réalisé un nombre suffisant de fois pour que son profil sur l'ensemble des prédécesseurs-successeurs soit bien échantillonné. Donc, comme il est de règle dans l'étude des correspondances multiples, on se bornera à l'étude d'un tableau de Burt ou de ses sous-tableaux. Un triplet d'accords successifs $t_s = i_{t-1}, i_t, i_{t+1}$ peut être regardé comme un système de réponses à un questionnaire, dont l'ensemble des questions est :

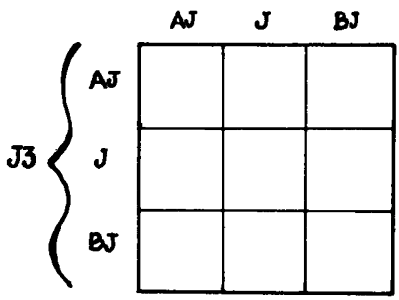
$V3 = AV \cup V \cup BV$ (i.e. l'ensemble V des voix considéré trois fois) avec pour ensemble des modalités de réponses :

$J3 = AJ \cup J \cup BJ$ (i.e. l'ensemble $J = \cup\{J_v | v \in V\}$ du § 2.2, considéré trois fois). De façon précise, soit v une voix et $j \in J_v$ on notera:

$k(t, A_j) = 1$ si à l'accord i_{t-1}, la voix v donne la note j ; et

$k(t, j) = 1$ pour v donne j dans i_t et $k(t, B_j) = 1$ pour v donne j dans i_{t+1}.

Quant au tableau de Burt $J3 \times J3$, il comprend neuf blocs $J \times J$



dont chacun est lui-même un tableau de Burt se décomposant en blocs $Jv \times Jv'$. En particulier les blocs diagonaux de $J3 \times J3$: $AJ \times AJ$, $J \times J$, $BJ \times BJ$ sont identiques au tableau de Burt $J \times J$ du § 2.2.

Pratiquement, il semble particulièrement intéressant d'analyser le tableau $J \times J3$, bande horizontale centrale du tableau de Burt $J3 \times J3$. Ainsi à chaque note j du registre J_v d'une voix v correspond une ligne où l'on lit d'abord (dans le bloc des colonnes AJ) les notes précédant j tant sur la même voix v que sur les autres voix ;puis (bloc des colonnes J) les notes qui s'entendent avec j et enfin (bloc BJ) les notes qui s'entendent après j . Dans de telles analyses, il arrive que le sous-tableau $J \times J$ draine à lui une forte partie de l'inertie, il est alors judicieux de retirer le sous-tableau $J \times J$ de la bande horizontale sus-mentionnée, c.-à-d. d'analyser le tableau $J \times (AJ \cup BJ)$. (cf exemples § 3).

2.4 *Mesure et durée* : Nous avons dit qu'une partition est une suite d'accords * ; par durée d'un accord, il faut entendre période de temps maxima pendant laquelle toutes les voix gardent la même note (tout changement dans l'une des voix impliquant le passage à l'accord suivant). Pour tenir compte de cela, on peut dans l'analyse donner à chaque accord un poids proportionnel à sa durée : notre expérience est que de telles pondérations ne modifient pas sensiblement les résultats.

Mais il y a plus grave : du point de vue musical, le découpage en

* *Nous ne négligeons pas l'aspect polymélodique, mais nous voulons parler ici de la façon dont nous considérons une partition pour sa transcription sous forme de tableaux.*

accords que l'on vient de définir n'est pas pleinement satisfaisant ; le découpage naturel d'une partition se fait en mesures ; et, au sein de chaque mesure, en temps (e.g. 2, 3 ou 4 temps d'égale durée dans une mesure). Dans le cas d'un choral de J.S. Bach, notre découpage en accords diffère modérément du découpage de la chaîne musicale en temps: savant quant à l'harmonie, le choral ne se signale pas par une virtuosité vocale chatoyante, sculptant chaque temps de double-croches.. Il en va tout autrement dans la musique baroque.

Voici comment on peut concevoir l'analyse d'une telle musique L'unité de base est le temps (au sens fraction de mesure) ; ce qu'une voix émet dans un temps n'est généralement pas une note unique, mais se divisera, par exemple, en trois notes dont les durées respectives sont (1/2 ; 1/4 ; 1/4). Si de cette émission on ne doit retenir qu'une note, ce sera celle sur laquelle elle commence ; suivant cette règle, on peut à toute partition associer une version dépouillée, susceptible d'être décrite et analysée statistiquement. Cependant la structure de l'émission (par ex : montée à l'octave puis descente d'une note pour aborder le temps suivant sur la 6-ème note de départ...) est elle-même tout à fait digne d'intérêt : elle offre matière à typologie, caractérise fortement les styles des auteurs. Et si l'on découvre statistiquement les règles pour reconstituer la partition dépouillée on pourra se divertir à des styles, dépouillant une partition de tel auteur pour l'orner ensuite dans la manière d'un autre ; ce faisant, on aura surtout participé à la reconnaissance des formes pouvant aller jusqu'à l'attribution d'oeuvres dont l'origine est contestée ou douteuse.

3 *Quelques exemples* : Bien des analyses ont d'ores et déjà été faites à partir de partitions variées. De façon générale, pour des musiques de conception classique ne comportant pas de hardiesse harmonique particulière (sans tomber pour autant dans un académisme plat), les premières cartes factorielles vont mettre en évidence des regroupements de notes correspondant aux accords fondamentaux de l'harmonie classique, et ce dans l'ordre décroissant d'utilisation au fur et à mesure que l'on parcourt les axes factoriels *. Ceci peut paraître logique ; ce n'est pourtant pas systématique, tant s'en faut ; dès nos premières analyses sur des partitions simples à deux voix, un compositeur tel que J.S. Bach (on a soumis à l'analyse des inventions à 2 voix de Bach et des sonates en duo de divers contemporains de celui-ci) se distingue très vite eu égard à la configuration des cartes factorielles issues de sa musique. On le verra d'ailleurs plus loin, ce n'est pas le schéma conventionnel qui ressort tout d'abord des premiers axes.

Cependant, pour ne pas alourdir l'exposé par la présentation de plusieurs musiques d'une part, et pour éviter, d'autre part, de disperser le lecteur du fait d'une variété de styles, nous prenons le parti d'exposer ici des exemples de résultats obtenus en faisant fonctionner les diverses analyses proposées au § 2 sur une même partition (courte au demeurant) : ceci nous permettra de comparer les méthodes, d'apprécier en quoi elles se complètent, de suggérer des façons de procéder selon sa curiosité.

Il ne faut point s'attendre à faire d'emblée des découvertes musicales importantes : les exemples ici, sont simples et caractéristiques (plusieurs chorals de Bach de même mode ont une configuration factorielle très voisine : ceci est un résultat en soi) ; ils visent à mettre en lumière ce que peut offrir l'analyse factorielle à la linguistique musicale.

La partition utilisée est un choral (en sol majeur) de J.S. Bach:

* *Opposition I° degré et V° (et V° 7°) sur le premier axe ; 2-ème axe étiré par le IV° degré etc.* .

J. S. Bach (1685-1750)

Ermuntre dich, mein schwacher Geist.

Choral extrait de l'Oratorio de Noël.

Allegro

N° 58 B

D'après l'édition Heugel.

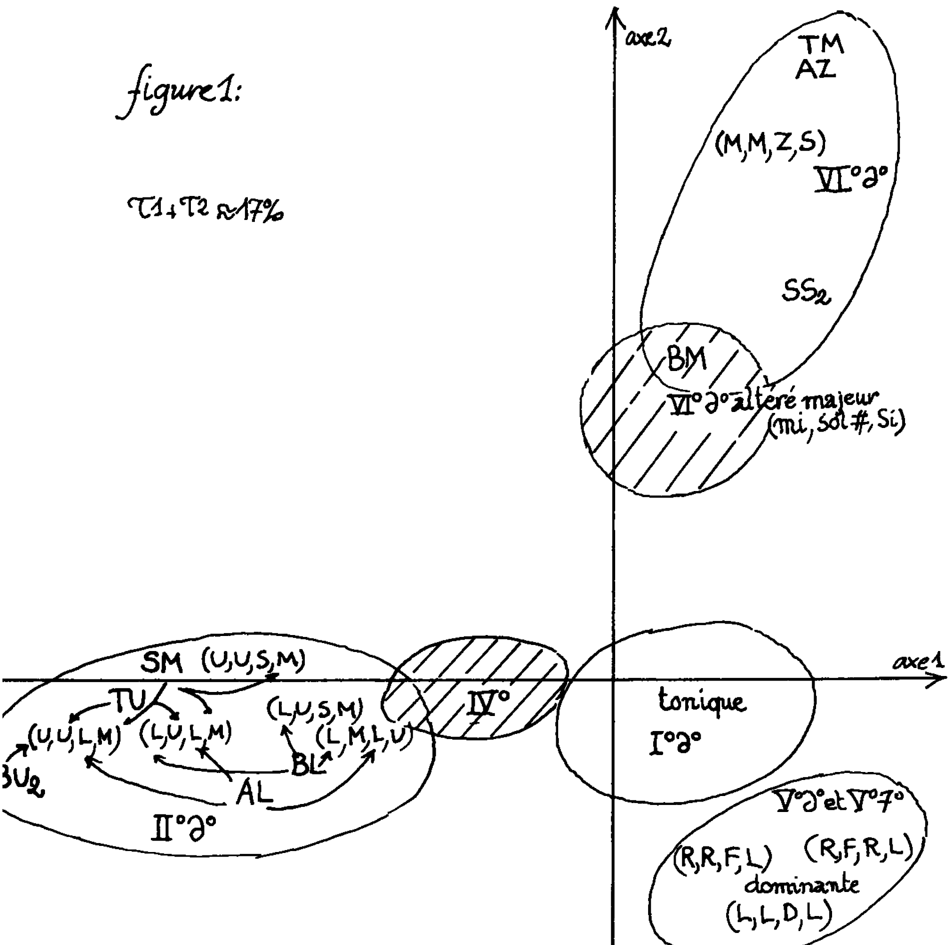
"Ermuntre dich, mein schawcher geist" - Egaie-toi, mon faible esprit - Ce choral est répertorié sous le numéro 58B dans l'édition Heugel dont nous disposons (ordre lexicographique du texte allemand)*

Le tableau, sans réduction à l'octave par voix, comporte pour I quarante accords, et

J = JB ∪ JT ∪ JA ∪ JS (Basse, ténor, alto, soprano) comporte 38 notes.

Basse : Sol → Sol → Do
Ténor : Mi → Mi (avec Sol dièse)
Alto : Si → Si (avec Sol dièse)
Soprano : Fa → Fa, Sol (avec Do dièse, Ré dièse)

Cet ensemble ne comporte plus que 31 notes après réduction à l'octave dans chaque voix, ce que nous avons fait par la suite ; cette opération ne provoquant pas, sur cet exemple, de croisement de voix, ne modifiait pas la nature des renversements.



* *Le 58A (sur le même texte) est une harmonisation sur le même thème ; harmonies très voisines de celles du 58B pour le schéma général, mais passages différents sur les demi-temps ; différence de caractère également par le choix d'une mesure à 4 temps. L'étude comparative n'est pas présentée ici.*

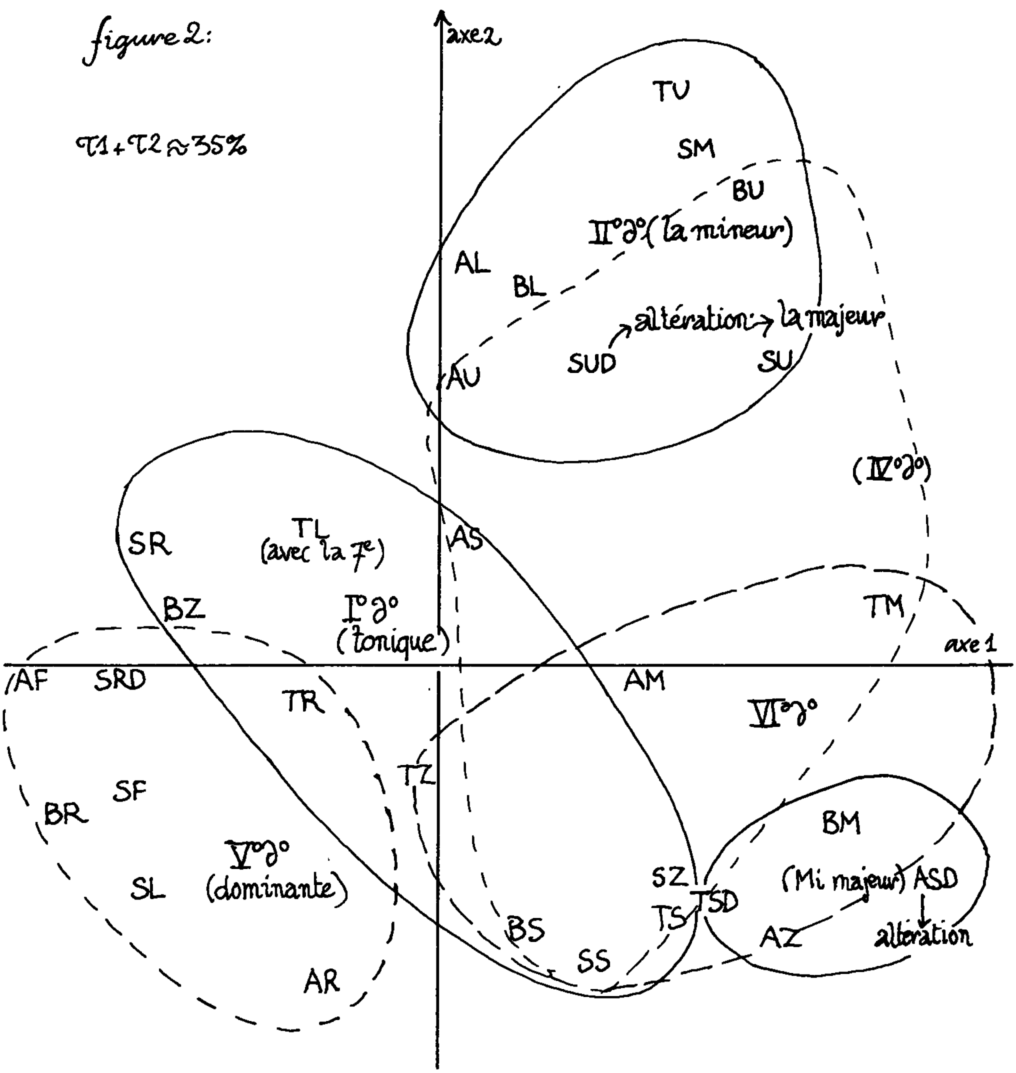
L'analyse de I × J donne dans les deux premiers axes la configuration ci-dessus (figure 1).

Notations : Un accord (élément de I) sera noté par un quadruplet dans l'ordre : basse → soprano, chaque note de chaque voix étant notée par son initiale : ex : (U, U, S, M) représente Do (ou Ut) basse, Do ténor, Sol alto, Mi Soprano ; Z représentera Si ; F : Fa dièse puisque nous sommes en Sol Majeur. UD représentera Do dièse (ou Ut dièse) puisqu'il y a une altération par rapport à la tonalité en cours.

Pour les éléments de J on utilisera les mêmes conventions et l'on fera précéder la note de B, T, A ou S selon son appartenance à la basse, au ténor etc. . Nous ne portons sur les figures que quelques éléments et schématisons par des contours les sous-ensembles correspondants aux divers degrés de l'harmonie.

On constate immédiatement, que l'on ne se trouve pas sur la première carte factorielle le schéma : tonique ↔ dominante dont on a

figure 2:

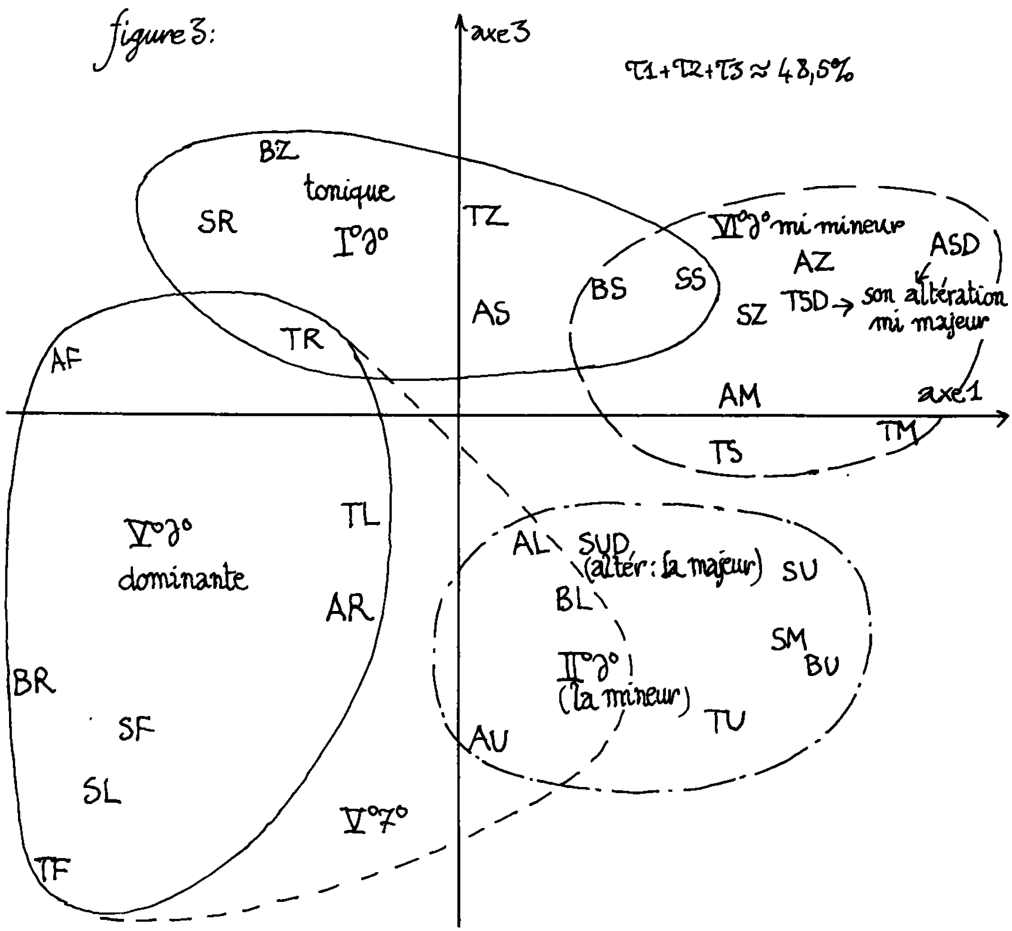


parlé précédemment. Qui plus est, l'accord de tonique et ses renversements occupent une position centrale ; le 1-er et le 2-ème axes sont déterminés par les accords de II° et VI° (et leurs altérations majeures) donc les plus éloignés harmoniquement de leurs voisins arithmétiques I° et V°. Ils s'opposent globalement tous les deux à l'accord de dominante (et dominante 7°).

Les analyses suivantes sont faites à partir de $J = \cup\{J_v \mid v \in V\}$ après réduction à l'octave dans chaque voix, comme nous l'avons justifié plus haut. L'analyse du tableau de Burt $J \times J$ donne, on le sait des résultats voisins de ceux obtenus avec le tableau précédent , à ceci près, ici, qu'une note maintenant confondue avec son octave est davantage tiraillée entre les accords auxquels elle appartient (figure 2).

La configuration obtenue ici est plus étalée. Le principe du dessin est le même, nous représentons des zones harmoniques obtenues cette fois par reconstitution à partir des notes qui les composent, puisque les accords en eux-mêmes ne sont pas contenus dans le tableau de Burt. Le IV° esquissé ici ne joue aucun rôle dans la construction de ce plan, quoiqu'il soit considéré comme le troisième accord important dans la hiérarchie des manuels qui prône l'académisme.

figure 3:

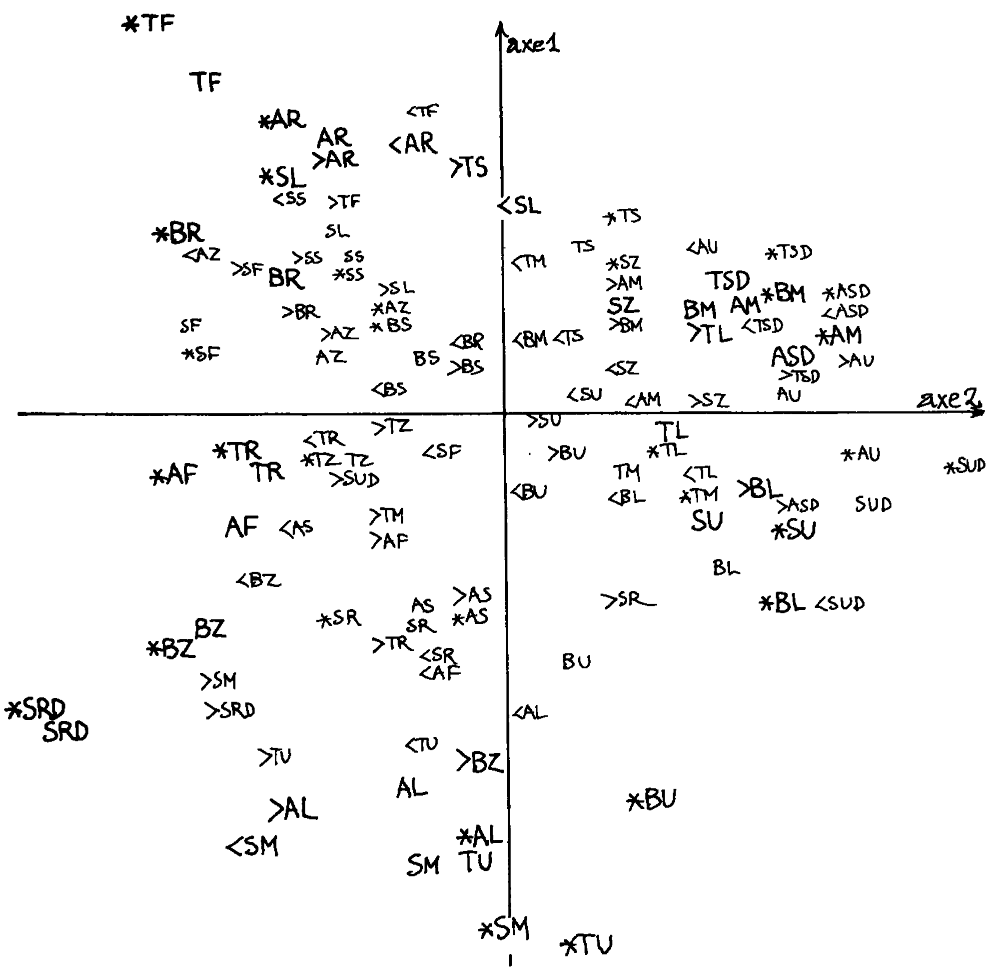


L'arrivée du troisième axe (figure 3) précise la disposition de tonique et dominante dans l'espace.

Il est intéressant de lire sur une telle carte les rôles des différentes voix dans la constitution des accords. On pourrait sans référence à la carte harmonique (figure 1) y placer les renversements (de façon barycentrique par ex) puis comparer.

Nous présentons ci-dessous (figure 4) les résultats de l'analyse de l'enchaînement des accords (cf § 2.3) : i.e. : analyse du tableau J × J3 (bande horizontale de J3 × J3). On a J3 = AJ ∪ J ∪ BJ.

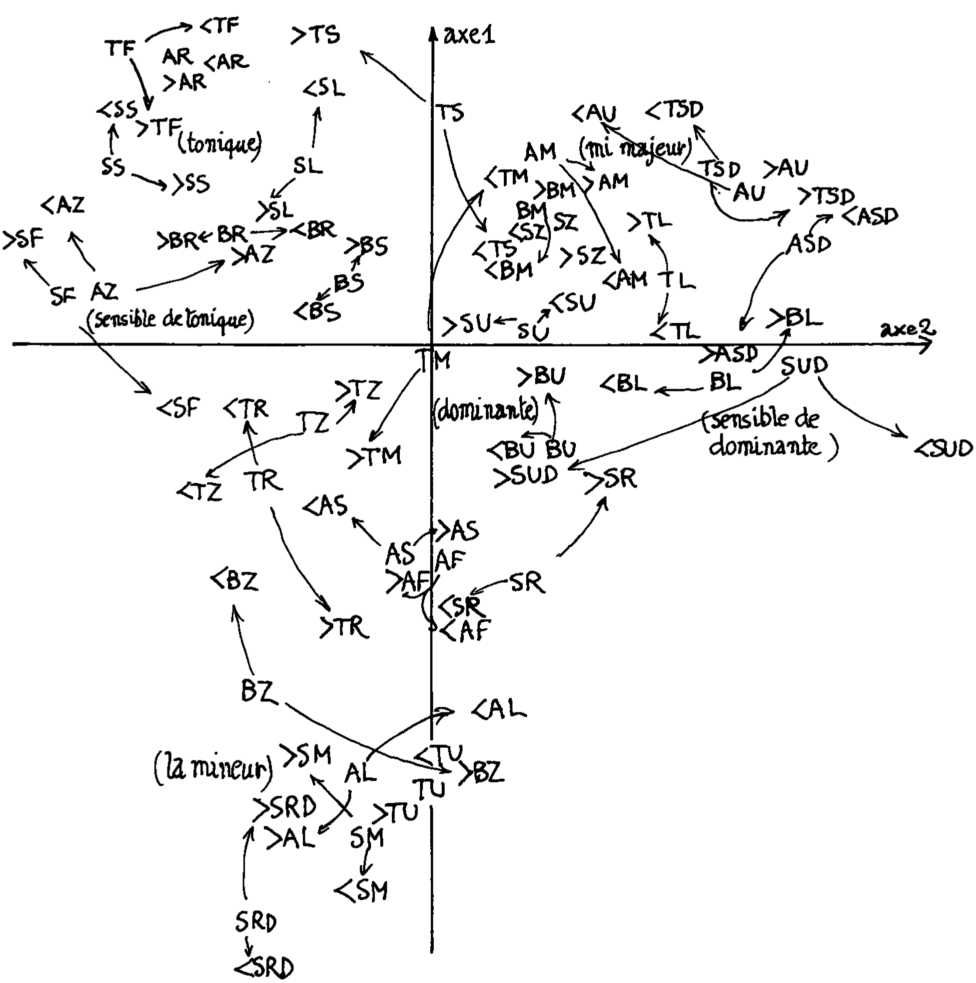
Les éléments de J sont notés comme précédemment. Ceux de J3 seront notés de la même façon en les faisant précéder de < pour ceux de AJ, de * pour ceux de J, de > pour ceux de BJ.



Là encore, la configuration harmonique est tout à fait conservée ; l'harmonie semble d'ailleurs dominer cette analyse (qui est, en réalité, mélodico-harmonique dans sa conception) et de fait, d'après le calcul des contributions, c'est essentiellement la partie centrale $J \times J$ de $J \times J3$ qui prend une bonne part de l'inertie (cette partie centrale n'est autre que le tableau de Burt analysé précédemment). D'où l'envie de retirer cette partie centrale à l'étape suivante, c'est-à-dire d'analyser le tableau $J \times (AJ \cup BJ)$ (ou : $J \times (< J \cup >J))$, tableau de type § 2.1 à ceci près que J représente ici l'ensemble des voix :

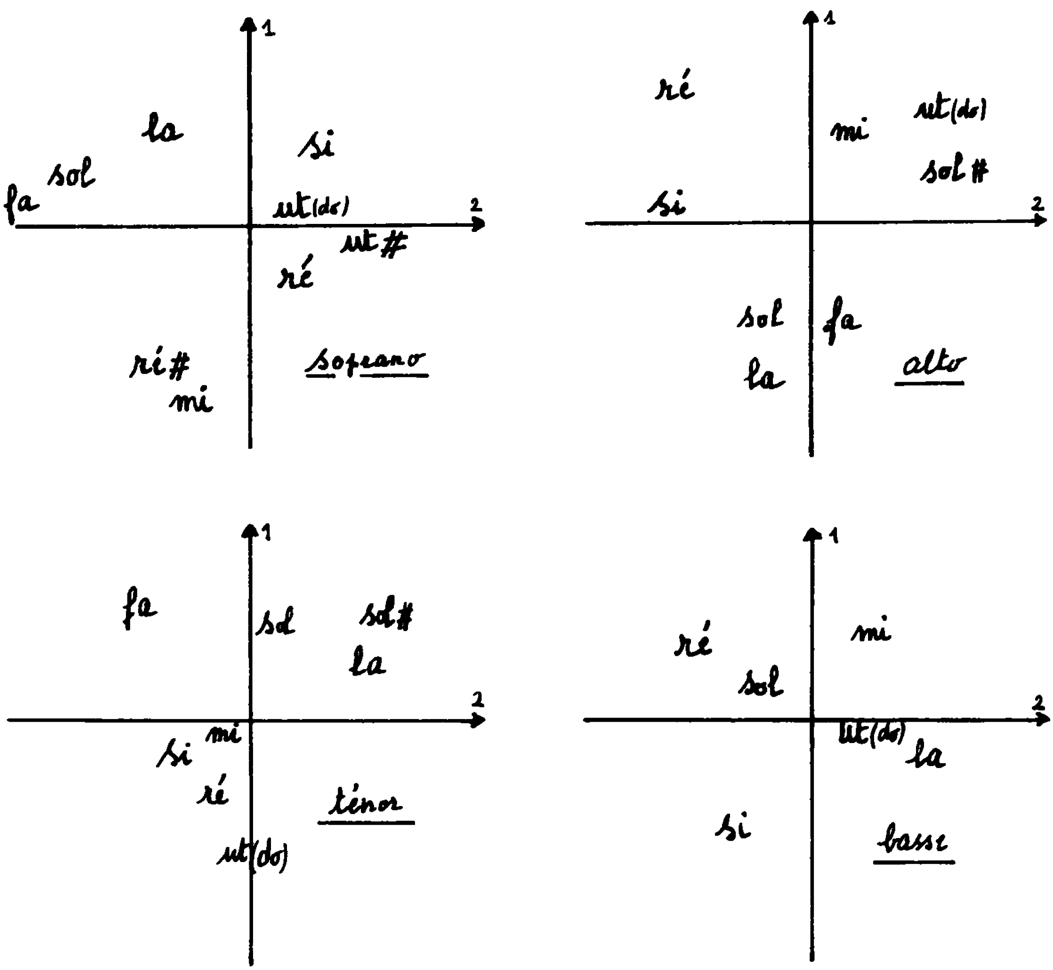
$$J = \cup \{J_v \mid v \cup V\} \quad \text{ou encore} : J = \{JB \cup JT \cup JA \cup JS\}.$$

Il s'agit donc d'une analyse mélodique de chaque voix mais en références aux notes qui la suivent ou la précèdent dans toutes les voix. Une fois de plus la géométrie harmonique (figure 5) se redessine de façon remarquable ; nous sommes donc bien en pleine poymélodie ;



l'enchaînement des accords contient, en vérité, en lui-même le schéma harmonique. On remarquera sur la figure 5 qu'une note de J n'est jamais très éloignée de ses équivalents dans <J et >J (liaison par flèches). Le musicien averti y trouvera avec bonheur d'un coup d'oeil sur un seul dessin les affinités, les attirances et les oppositions qu'il connaît dans l'écriture musicale.

Qui plus est, si nous sommes en pleine polymélodie, il y a plus ou moins mélodie selon les voix : isolons, pour éclaircir notre vision, les notes de chaque voix de la carte factorielle générale (figure 6). On remarquera l'organisation mélodique évidente de la voix de soprano (succession des notes de la gamme placées de façon circulaire); pour la basse les Sol et Ré (assises de tonique et de dominante), s'opposent à La, Si, Ré qui appuient les harmonies, tandis que les parties (dites intermédiaires) de ténor et d'alto de par leurs fonctions mêmes ne présentent pas de géométrie particulière ; ce sont d'ailleurs, en général, les parties les plus difficiles à apprendre, du moins à retenir, leur cheminement mélodique étant souvent interrompu pour pouvoir compléter (voire définir) l'hàrmonie.



Il est à noter enfin que ce qui est présenté ci-dessus se retrouve de façon remarquable (et souvent semblable du point de vue harmonique) dans d'autres chorals de J.S. Bach de même type (nous voulons dire de même allure générale ou d'argument voisin). C'est en ce sens aussi que nous parlions à la fin du § 2.4 du fait que ce style de démarche statistique semble très appropriée dans l'optique de la reconnaissance des formes. Des résultats sensiblement différents ont été obtenus, s'agissant de chorals en mode mineur, à mouvement lent, accompagnant des textes profonds ou douloureux. Ceci nous suggère, de ne pas limiter nos recherches à une étude mélodico-harmonique de la seule musique, mais de profiter des vastes possibilités de l'analyse des données pour aiguiser davantage notre curiosité en direction des rapports entre texte et partition qu'il s'agisse de choral, de cantate, d'oratorio voire d'opéra.

Nous n'avons, dans cet article, embrassé qu'une partie des possibilités qui s'ouvrent dans ce domaine. D'autres types d'analyses musicales utilisant l'analyse factorielle des correspondances ont déjà été réalisées dans nos recherches : par ex. comparaison de compositeurs selon leur goût harmonique ; analyse mélodique en référence seulement à l'utilisation des intervalles ou la succession de ceux-ci, mettant en lumière des types mélodiques selon les compositeurs ou, pour un même compositeur, selon sa maturité... On peut aussi envisager d'utiliser nos méthodes pour étudier des musiques plus rares ou utilisant des règles qui échappent pour le moment, à notre entendement occidental. On le voit, le champ est vaste et la curiosité nous invite à l'explorer. Pour ce, nous travaillons également à faciliter la saisie des données musicales sous une forme aisément informatisable.

En guise d'épilogue, répondons brièvement aux critiques qui nous ont été formulées sur ce type de recherche : nous croyons fortement n'altérer en rien le génie créateur des compositeurs ni la beauté de l'art musical (pour lesquels notre respect n'a d'égal que le plaisir que nous avons d'y goûter et d'y participer très modestement) en déployant les merveilleuses théories ou techniques que sont la mathématique, la statistique et l'indispensable informatique au profit de l'analyse musicale. Nous pensons, au contraire, ennoblir ces sciences en les faisant participer à l'art.

BIBLIOGRAPHIE

1 BENZECRI J.P. : L'Analyse des Données. Paris. Dunod 1973 ; 2 Vol.

2 BENZECRI J.P. : Sur l'analyse des tableaux binaires associés à une correspondance multiple. Cahiers de l'Analyse des Données. Vol. II, n° 1, 1977, pp 55-71.

3 LEBART L., FENELON J.P. : Statistiques et informatique appliquées. Paris. Dunod, 1971.

4 BARBAUD P. : La musique, discipline scientifique : introduction élémentaire à l'étude des structures musicales-Nouv. tirage-Paris.Dunod, 1971 (Science Poche ; n° 7).

5 JOURNEES d'ETUDE. 1973. PARIS-Journées d'informatique musicale, Paris, 8-10 octobre 1973. E.R.R.A.T.O.-C.N.R.S. ; textes des conférences réunis et présentés par H. Charnassé et H. Ducasse. Paris : C.D.H.H. - C.N.R.S., 1973. (Collection Calcul et Sciences Humaines).

6 SAINT-GUIRONS G. : Méthodologie comparée de linguistique et de la philosophie musicale : extr. du Mémoire de D.E.S.H., 1961. (Dans : Etude de linguistique appliquée, Vol. 3, 1965).

7 DANIELOU A. : Sémantique musicale : essai de psychophysiologie auditive. Paris. Hermann, 1967.

8 FRANCES R. : La perception de la musique. Paris : Librairie philosophique J. Vrin, 1958.

9 SCHAEFFER P. : Traité des objets musicaux : essai interdisciplines. Paris. Ed. du Seuil. 1966.

10 PARYSZ B. : La musique adoucit les maths. Paris : I.R.EM. de Paris-Sud. 1976.

11 MACHABEY A. : La musicologie 2nde éd. Paris : P.U.F., 1969. (Collection Que sais-je? ; n° 1118).

13 DUBOIS Th. : Traité d'harmonie : théorie et pratique : Réalisations de basses et chants du traité d'harmonie. Paris. Heugel, 1921.

14 XENAKIS I. : Musiques formelles. (Dans : La Revus musicale, double n° spécial 253-254, 1963).

15 Programme général d'analyse factorielle des correspondances. Paris: Laboratoire de statistique, Paris VI.

16 BOYER J. : Présentation d'un système de recueil de données psychologiques expérimentales conçu en vue de l'analyse par ordinateur et de quelques expériences. Paris : thèse de 3° cycle. Paris VI. 1974.

17 MORANDO B. : Constructions et analyses de nuages associés à des parallélépipèdes de correspondance : une contribution à l'analyse musicale. Paris : thèse de 3° cycle. Université Pierre et Marie Curie (Paris VI). 1979.