

S. CARREIRO

**L'utilisation des ressources d'un ordinateur :
diversité des travaux et leur variation dans le temps**

Les cahiers de l'analyse des données, tome 3, n° 3 (1978),
p. 343-354

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1978__3_3_343_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

L'UTILISATION DES RESSOURCES D'UN ORDINATEUR :
DIVERSITÉ DES TRAVAUX ET LEUR VARIATION
DANS LE TEMPS
[RESSOURCES ORDINATEUR]

par S. Carreiro (1)

1 Données et problèmes

L'ordinateur IBM 370/158 du service informatique d'un puissant centre de calcul traite annuellement quelque 200.000 travaux pour de nombreux services d'utilisateurs. Ces travaux sont très disparates quant au mode de traitement et à l'utilisation des ressources (notamment en bandes, disques etc.). Alors qu'on envisage des changements de configuration et aussi des extensions pour maintenir la qualité du service, il semble indispensable d'acquérir une vue d'ensemble de l'activité du centre de calcul. Dans des recherches antérieures, Biondi (*) et Kempf (**) ont étudié par l'analyse des données la charge d'un ordinateur : c'est dans cette voie que nous avons procédé nous aussi.

Le fichier SMF (*IBM System Management Facilities*) donne pour chaque travail, outre l'heure d'arrivée en file d'attente et l'heure de fin d'exécution, des informations détaillées sur l'utilisation des différentes ressources de l'ordinateur. Nous en retiendrons les données suivantes :

SI : Sigle (ou indicatif du client) ;
ES : Temps utilisé en entrée-sortie ;
UC : Temps d'unité centrale utilisé ;
DK : Nombre de disques privés montés ;
BD : Nombre de dérouleurs de bandes utilisés ;
CL : Nombre de cartes lues ;
LG : Nombre de lignes imprimées ;
CP : Nombre de cartes perforées (en sortie) ;
RG : Région maximum utilisée ;
UP : Nombre d'unités de production consommées (L'U.P. est un taux de facturation calculé en fonction des autres éléments).

Dans cet article, on donne une vue sommaire des analyses effectuées (§ 2) ; et l'on expose plus en détail l'une d'entre elles qui étudie la variation au cours des mois de l'activité de 78 clients principaux ceux-ci étant caractérisés par la répartition en temps d'unité centrale (brefs ou longs) des travaux qu'ils effectuent (§ 3).

(1) Assistante à la Fac. des Sciences de Tunis. Dpt Informatique - TUNISIE. Le présent travail est le résumé d'une thèse : *Utilisation de l'a. des données pour la gestion d'un centre de calcul. Etude de la charge d'un ordinateur (Paris 3° cycle 1977)* préparée sous les conseils de M. Dequier. Pour rédiger cet article, nous avons bénéficié de plusieurs entretiens avec Madame A. Schroeder.

(*) Application de l'a. des données à la description de la charge d'un ordinateur multiprogramme en vue de l'amélioration de ses performances dans un traitement par lots (Thèse ; 3° cycle ; Nice)

(**) Application de l'a. multidimensionnelle à des travaux soumis à l'ordinateur de Clamart (E.D.F.) chapitre français de l'A.C.M. ; 10 - 11 Juin 1976.

2 Les analyses effectuées

La plupart des analyses de données traitent un tableau rectangulaire $I \times J$: I ensemble des individus ; J ensemble des variables ou modalités de variables. Ici on peut d'abord prendre pour ensemble d'individus un ensemble I de travaux ; et pour ensemble de variables tout ou partie de l'ensemble $V = \{ES, UC, \dots, UP\}$ des données numériques par lesquelles le fichier SMF caractérise le volume d'un travail. Cependant d'une part les travaux I se comptent par dizaines ou centaines de milliers ; d'autre part les variables V sont d'une grande hétérogénéité : à quoi l'on répond en transformant comme suit le tableau des données. Comme individus, on prend un ensemble S de clients (i.e. les quelques dizaines de services principaux utilisant régulièrement l'ordinateur du centre) ; chaque client étant décrit soit par une moyenne des travaux qu'il effectue ; soit plus généralement par un profil rendant compte de la diversité de ces travaux. Au lieu des variables numériques brutes V , on considère un ensemble J de modalités : l'intervalle de variation de chaque variable v étant découpé en une suite J_v de modalités successives. De plus, comme il est d'usage, on peut étudier l'évolution temporelle sur un ensemble T d'intervalles de temps, soit en multipliant par T l'ensemble des individus (ce qui revient à prendre pour nouveaux individus i_t chacun des états des individus i aux divers temps $t \in T$) ; soit en multipliant par T l'ensemble des variables ou modalités (ce qui revient à prendre pour ligne descriptive de chaque individu i , une *histoire* obtenue en juxtaposant les lignes décrivant ses états i_t). Les principes généraux que nous avons rappelés, ont guidé le choix des tableaux dont nous rapportons sommairement ici l'analyse.

2.1 Analyse en composantes principales sur les travaux : Cette analyse porte sur le tableau brut $I \times V$ issu du fichier SMF (cf *supra*). Elle montre les ressources qui sont sollicitées en même temps et caractérise la nature et la taille des travaux. Elle pourrait aider à concevoir un critère nouveau de priorité sur les files d'attente, afin d'optimiser la répartition de la charge des différents éléments du système (actuellement les critères sont le temps d'unité centrale demandé, et le nombre de dérouleurs de bande utilisés).

Le premier facteur est un facteur de taille ; sur le deuxième axe apparaît une opposition disques \neq bandes. On notera toutefois que la variable DK du fichier SMF, n'est que le nombre de disques privés montés ; non une caractéristique précise de l'utilisation des disques pour un travail donné. Telle qu'elle est dans nos données, l'opposition disques \neq bandes, apparaît également à l'analyse des correspondances (cf infra § 2.5). L'analyse en composantes principales a été faite avec des ensembles I de travaux afférents à des mois différents : les résultats sont stables, sauf pour la variable CP (sorties en cartes perforées) dont la place est très fluctuante ; soulignons la stabilité des groupes de variables $\{UC, ES, LG, BD\}$; et $\{RG, DK\}$.

2.2 Analyse en composantes principales sur les clients : Cette analyse porte sur un tableau $S \times V$, où chaque client (ou sigle $s \in S$) est représenté par un vecteur de description moyen des tableaux qu'il effectue. Plus exactement, on a répété l'analyse sur des tableaux constitués pour différents mois. Comme dans l'analyse du § 2.1, certains groupes de variables se retrouvent associés au cours des mois : $\{LG, UC\}$ $\{BD, ES\}$; $\{DK, CL, RG\}$ (i.e. disques montés, cartes lues, et région utilisée : ce qui correspond au volume des fichiers traités) ; CP (sorties en cartes perforées) est, ici encore, fluctuant. Tandis que l'analyse par travaux (§ 2.1) montre une corrélation majeure entre unité centrale et entrée sortie, cette corrélation s'estompe ici. Certains sigles manifestent des variations considérables d'un mois à l'autre : nous étudierons en détail cette instabilité de comportement par l'analyse des correspondances (cf § 3).

2.3 Les clients décrits par un ensemble de modalités : De nombreux tableaux de correspondance peuvent être construits en recodant tout ou partie des variables brutes V suivant un ensemble J de modalités. Voici un premier exemple. Les variables retenues, $\{UC, UP, ES, DK, BD, RG\}$ décrivent les principales ressources utilisées dans un travail. On les a découpées en modalités, de nombre inégal : d'où l'ensemble J suivant, qui comporte 45 modalités.

$J = \{UC1, \dots, UC10 ; UP1, \dots, UP7 ; ES1, \dots, ES10 ; DK1, \dots, DK4 ; BD1, \dots, BD4 ; RG1, \dots, RG10\}$.

Par exemple pour l'utilisation de bandes on a distingué quatre niveaux définis comme suit :

BD1 : sans bande ; BD2 : 1 bande ; BD3 : 2 bandes ; BD4 : plus de 2 bandes ; et de même pour les disques $\{DK1, DK2, DK3, DK4\}$. Le tableau analysé $k_{s,j}$ donne pour chaque sigle s (ou client) le nombre $k(s, j)$ des travaux effectués par s et rentrant dans la modalité j : par exemple $k(s, BD3)$ est le nombre de travaux effectués sous le sigle s en utilisant deux bandes ; $k(s, DK1)$ est le nombre des travaux effectués sous le sigle s sans monter de disque privé ; etc.

On voit sur la figure 1 que dans le plan 1×2 les variables $\{UC, UP, ES\}$ (qui mesurent plutôt le volume du calcul) égrènent leurs modalités dans l'ordre croissant sur une même ligne d'allure parabolique. Une telle représentation apparaît communément en analyse des correspondances : c'est ce qu'on appelle l'effet Guttman. Dans le plan 1×2 , les modalités de DK et BD (disques privés et bandes) se succèdent aussi dans leur ordre naturel de 1 à 4, en suivant à peu près la ligne de $\{UC, UP, ES\}$. Cependant il faut encore noter que les variables BD, DK et surtout RG ; BD et DK lié au volume des données traitées, sont les moins bien représentées dans le plan 1×2 . Or dans l'analyse rapportée au § 2.6 ce sont au contraire les périphériques $\{BD, DK\}$ qui dominent sur la variable UC (temps de calcul), apparaissent le mieux représentées dans le plan 1×2 : en éliminant de l'analyse du § 2.6 les variables UP, ES et RG, on a changé les pondérations relatives des aspects des travaux reflétés dans les données. Nous reviendrons dans la suite (§ 2.6 ; § 3.1.1) sur l'importance des pondérations. Au préalable on considérera des analyses dont l'interprétation est plus simple en ce qu'elles mettent en jeu chacune peu de variables (§§ 2.4 & 2.5).

2.4 L'utilisation de l'unité centrale : Concentrons notre attention sur une variable unique UC, le temps d'unité centrale utilisé ; dans les analyses considérées ici, on utilise un ensemble JC de six modalités définies comme suit :

	3mH	6mH	9mH	18mH	42mH	
UC1	UC2	UC3	UC4	UC5	UC6	
61%	17%	8%	7%	4%	3%	

Dans ce schéma, les bornes des classes sont indiquées en milliheures (mH) ; et on a porté sous chaque modalité le pourcentage des travaux qu'il comprend (e.g. 7% des travaux ont une durée comprise entre 9mH et 18 mH). Comme au § 2.3, on constitue un tableau de correspondance $S \times JC$, donnant dans la case (s, j) le nombre des travaux effectués sous le sigle s et rentrant dans la modalité j : e.g. $k(s, UC1)$ est le nombre des travaux de s utilisant un temps d'unité centrale inférieure à 3mH. Dans le plan des axes 1×2 , les six modalités $\{UC1, \dots, UC6\}$ se rangent comme on l'attendait, sur une courbe régulière ; et la place des points s par rapport à cette courbe donne pour chaque sigle le profil des durées des travaux qu'il effectue : travaux longs si s est voisin de UC6 ; brefs s'il est voisin de UC1 ; etc. : sur la figure 2, on a indiqué sommairement cette interprétation. Plusieurs tableaux ont été constitués en compilant les données des mois différents : dans l'ensemble, les résultats varient peu : mais certains sigles montrent une grande instabilité de comportement : c'est ce qui a incité à faire les analyses diachroniques, objet du § 3.

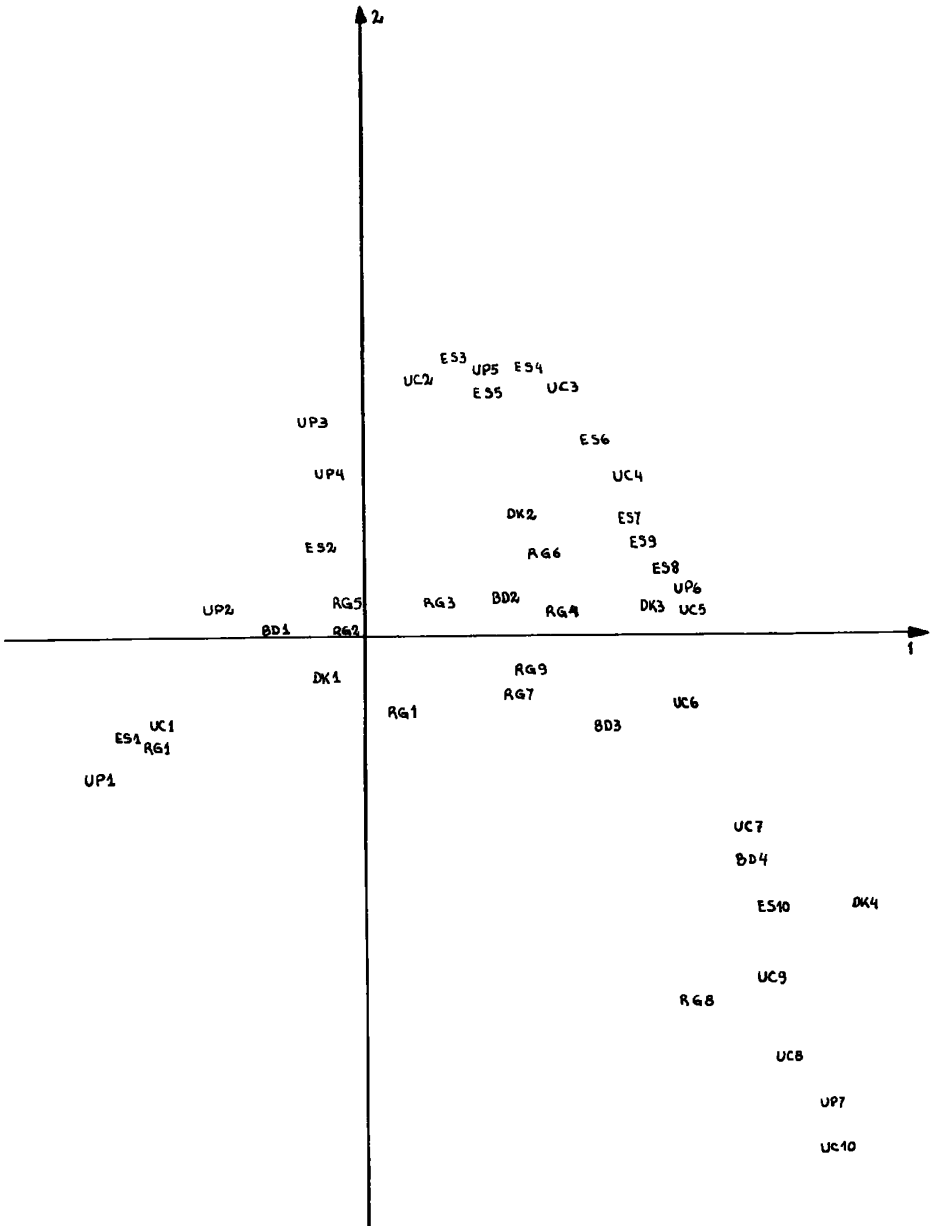


Figure 1 : Analyse de correspondance : les clients décrits par 45 modalités de 6 variables issues du fichier SMF ; représentation de l'ensemble J.

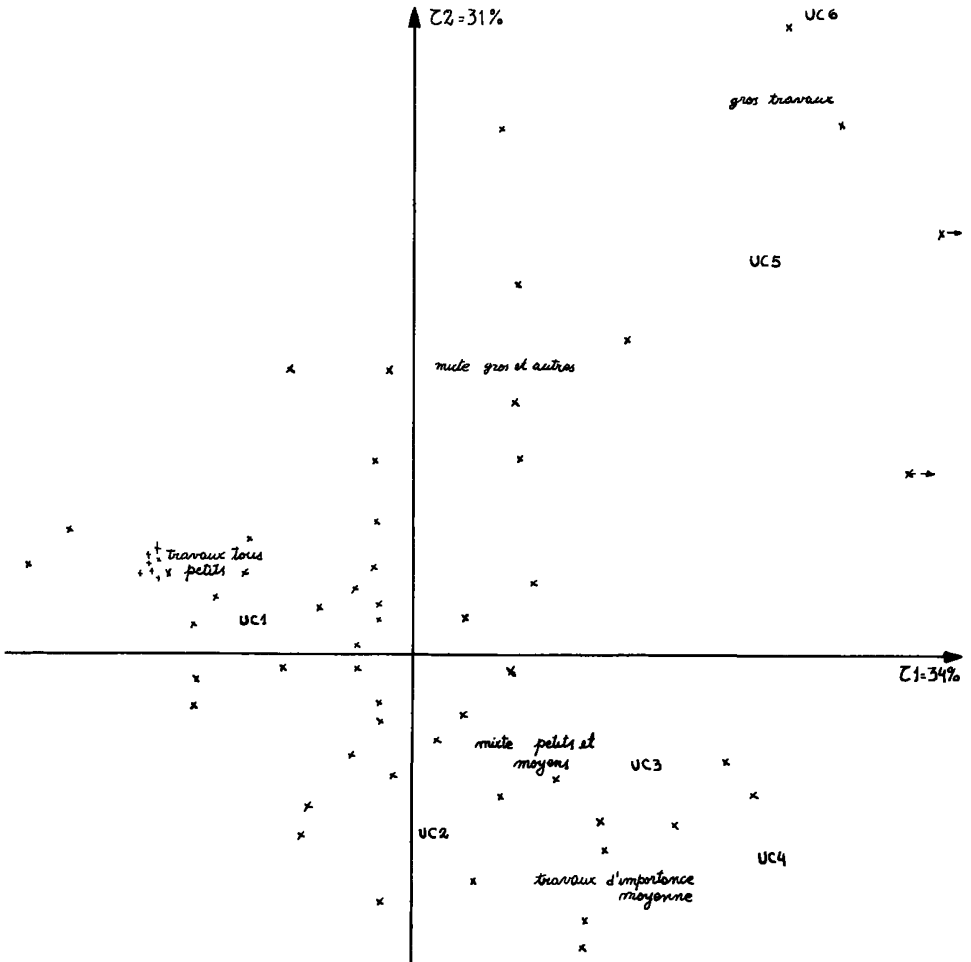


Figure 2 : Analyse du tableau de correspondance $S \times JC$:
 (S = ensemble des sigles ; JC = ensemble des classes de travaux)

2.5 L'utilisation des périphériques : A partir des variables BD et DK du fichier SMF, on définit un ensemble $JP = \{P1, \dots, P5\}$ de 5 modalités d'utilisation des périphériques (bandes et disques) suivant le tableau ci-dessous :

nombre de disques	BD	nombre de bandes		
	DK	0	1	2 ou plus
0		P1 : 51%	P2 : 17%	P3 : 9%
1 ou plus		P4 : 15%	P5 : 8%	

On voit, e.g., que la modalité P5 (utilisation simultanée de bande et de disque) comprend 8% des travaux ; que 51% n'utilisent ni bande ni disque (P1) ; etc. Comme précédemment, $k(s, j)$ est le nombre de travaux de l'utilisateur s (client ou sigle) rentrant dans la modalité j : e.g. $k(s, P2)$ est le nombre de travaux de s effectués sur une seule bande et sans disque privé monté.

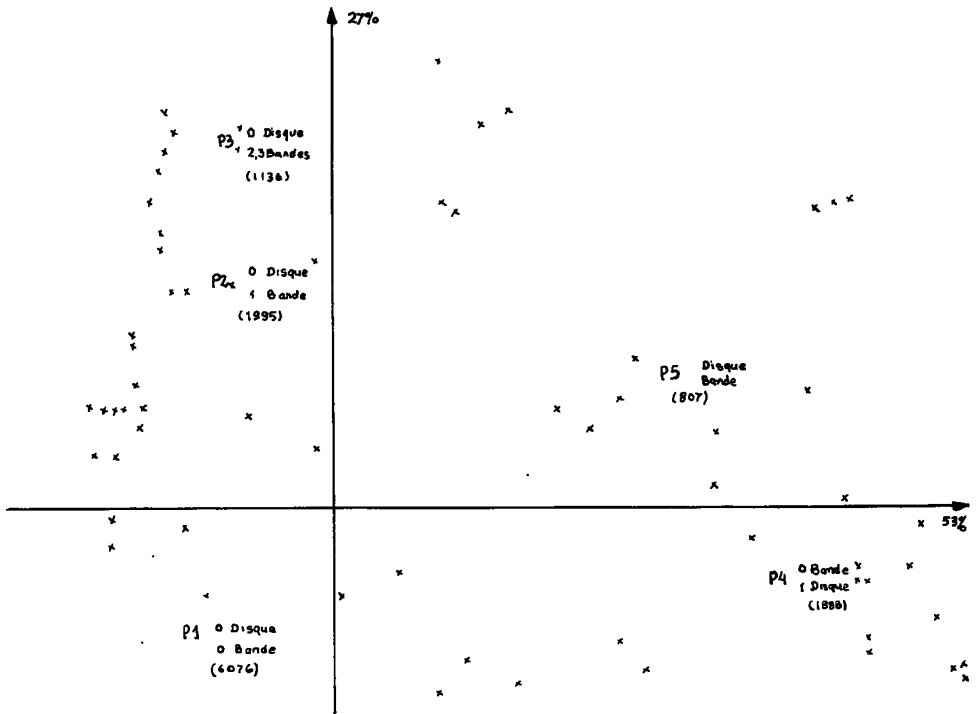


Figure 3 : L'utilisation des périphériques

Les facteurs 1 et 2 expriment respectivement l'utilisation de disques (privés) et celle de bandes (cf fig 3) : les utilisateurs dessinent deux branches principales parallèles aux axes (de P1 à P3 ou de P1 à P4); mais certains gros utilisateurs des deux types de périphériques s'alignent entre P3 et P4, au voisinage de P5. Il est instructif de comparer l'usage des périphériques et celui du temps d'unité centrale (cf § 3) : e.g. le sigle S18 apparaît instable au cours du temps à la fois dans ces deux usages ; S19 instable en UC, n'utilise aucun support magnétique monté ; S15, stable en UC, n'utilise aucun support pendant 5 mois, puis utilise un disque....

2.6 Périphériques et unité centrale : Pour poursuivre et préciser ces comparaisons, il convient de construire des tableaux de données analogues à ceux du § 3, mais avec un ensemble de modalités plus important, associant (cf § 2.3) les variables UC, BD et DK. Telles quelles ces analyses sont dominées par de fortes contributions des périphériques : un effet contraire est apparu au § 2.3 où UC, par son association avec UP et aussi ES, imposait l'allure du plan 1x2. Ceci prouve que pour traiter simultanément avec fruit des modalités de toutes les variables du fichier SMF, il convient non seulement de réduire l'hétérogénéité de celles-ci à un format unique grâce au codage logique par classes, mais encore de choisir judicieusement les pondérations relatives des blocs de colonnes J_v (afférant aux diverses variables v) afin d'en équilibrer les contributions. On sait qu'un programme spécial (cf A.W. Hamrouni et Y. Grelet Cah. Vol II n° 3, pp 353-359) peuvent calculer ces pondérations.

2.7 Autres analyses : Bornons-nous à signaler :

une analyse de correspondance : sigles x heure d'arrivée à l'ordinateur ; qui a permis de caractériser les pointes d'activité des divers clients.

une classification des clients (programme de E. Diday ; avec distance du χ^2) qui confirme les groupements apparus à l'a. factorielle.

une typologie des travaux (programme TYPOL : J. Brousse : G.S.I. entreprise) ; qui a fourni 5 classes représentant 90% des travaux recensés. Cette typologie n'a toutefois pas été poursuivie car elle est d'une exploitation très lourde.

Resterait à effectuer des classifications hiérarchiques ; etc.

3. Variations diachroniques dans l'utilisation de l'unité centrale

Chaque fois qu'on a comparé des analyses se rapportant à des mois différents, on a constaté une bonne stabilité générale de la plupart des résultats, mais aussi l'instabilité du comportement de certains clients. Dans ce §, on étudie en détail ces variations diachroniques, en se bornant à la seule variable UC.

3.1 Les tableaux analysés : L'étude repose sur un tableau ternaire $S \times JC \times T$, construit en dépouillant les quelque 100.000 descriptions de travaux données par le fichier SMF pour une période de six mois consécutifs. On note :

S : ensemble des 78 sigles (ou clients) principaux, ayant utilisé l'ordinateur du centre au cours de chacun des six mois considérés.

JC : un ensemble de six modalités {UC1, ..., UC6}, déjà définies au § 2.4.

T : un ensemble de six mois consécutifs numérotés de 1 à 6 (Décembre à Mai).

$k(s, j, t)$: nombre des travaux effectués par l'utilisateur s au cours du mois t , et rentrant sous la modalité j d'utilisation de l'unité centrale.

Comme on l'a rappelé au début du § 2, le tableau ternaire (parallépipédique) $S \times T \times JC$ est classiquement utilisé pour construire deux tableaux rectangulaires : le tableau des états et le tableau des histoires. De plus on a introduit des variations de pondérations.

3.1.1 Le tableau des états :

L'ensemble des lignes est le produit $S \times T$; une ligne s_t (ou : s_t) décrit l'état d'activité du client s au cours du mois t quant à l'utilisation de l'unité centrale ; il a donc $468 = 6 \times 78$ lignes. L'ensemble des colonnes est l'ensemble de modalités JC ; il y a 6 colonnes.

On note $k_E(s_t, j) = k(s, j, t)$.

3.1.2 Le tableau des histoires

L'ensemble des lignes est l'ensemble S des 78 sigles principaux : une ligne s décrit l'histoire des activités du client s au cours des six mois considérés. L'ensemble des colonnes est le produit $JC \times T$; une colonne j_t correspond aux travaux rentrant sous la modalité j d'utilisation de l'unité centrale et effectués pendant le mois t .

On note $k_H(s, j) = k(s, j, t)$.

3.1.3 Pondérations : Idéalement, les nombres inscrits dans un tableau de correspondance doivent tous correspondre à des grandeurs réelles mesurées dans la même unité. Dans le tableau ternaire k qui sert de base à la présente étude, cette condition semble parfaitement réalisée puisque les $k(s, j, t)$ sont des nombres purs. En fait ce sont plus précisément des nombres de travaux : or $k(s, UC1, t)$ est un nombre de petits travaux (travaux

utilisant un temps d'U.C. inférieur à 3 mH) ; tandis que $k(s, UC6, t)$ est un nombre de gros travaux (utilisant un temps d'U.C. supérieur ou égal à 42 mH) : l'homogénéité n'est qu'apparente ! Il convient donc d'essayer de pondérer les $k(s, j, t)$ par un coefficient $\text{coeff}(j)$ exprimant en un certain sens l'importance des travaux rentrant sous la modalité j . On peut prendre pour coefficient $\text{coeff}^1(j)$ le numéro de la modalité j : $\text{coeff}^1(UC1) = 1$; $\text{coeff}^1(UC2) = 2 \dots \text{coeff}^1(UC6) = 6$; ou plus précisément prendre les coefficients $\text{coeff}^2(j)$ qui sont les durées moyennes (en U.C.) des travaux rentrant sous la modalité j ; soit en milliheures la suite des coefficients : {1,5 ; 4,5 ; 7,5 ; 15 ; 30 ; 60}. On notera :

$$k^1(s, j, t) = \text{coeff}^1(j) \times k(s, j, t) ; \quad k^2(s, j, t) = \text{coeff}^2(j) \times k(s, j, t) ;$$

par exemple, $k^1(s, UC4, t) = 4 k(s, UC4, t)$; $k^2(s, UC4, t) = 15 k(s, UC4, t)$. On note de même $k_H^1(s, j_t) = k^1(s, j, t)$; $k_H^2(s, j_t) = k^2(s, j, t)$.

3.2 Résultats d'analyse : Nous nous bornerons à commenter brièvement les graphiques.

3.2.1 Analyse du tableau k_E des états : Figure 4. Dans le plan 1×2 , on voit les six modalités de $JC = \{UC1, \dots, UC6\}$ rangées dans leur ordre naturel (ce qui était déjà apparu au § 2.4 figure 2). Pour certains sigles s , l'ensemble $\{s_t | t=1, \dots, 6\}$ des points représentant les états successifs de s , est très dispersé ; c'est le cas non seulement pour des utilisateurs faisant des travaux peu nombreux (et dont on doit attendre un comportement instable) mais aussi pour plusieurs gros utilisateurs : tels les sigles S18, S19, S20, dont la trajectoire apparaît sur la figure 4. Cette mobilité peut résulter d'une diversité réelle des activités du client... ou d'un emploi désordonné des ressources informatiques. Quoiqu'il en soit des causes, on doit remarquer que les valeurs propres étant faibles ($\lambda_1 = 0.11$) les différences entre états de sigle à sigle ou de mois à mois sont, dans l'ensemble, d'amplitude modérée ; de plus les analyses suivantes montrent que les variations temporelles des divers sigles sont corrélées entre elles.

3.2.2 Analyse du tableau k_H des histoires : Figure 5. Ici, chaque modalité de JC figure six fois, à six dates différentes : $\{j_1, \dots, j_6\}$. Dans le plan 1×3 , chacun des six groupes correspondent à une modalité : e.g. $\{UC1, \dots, UC1\}$, est étroitement resserré ; et les six groupes se succèdent dans l'ordre naturel des modalités, (déjà vu sur les figures 2 et 4) : à ne considérer que ce plan, on conclurait à une absence d'effet diachronique. Mais un net effet de temps apparaît sur l'axe 2 : au sein de chacun des groupes $\{j_1, \dots, j_6\}$ les modalités s'ordonnent à peu près régulièrement suivant l'axe 2. Ainsi dans l'espace engendré par ces trois premiers axes, le nuage des 36 points j_t forme en quelque sorte six colonnes torsées $\{UC1_1, \dots, UC6_6\}, \dots, \{UC6_1, \dots, UC6_6\}$, dont la base est esquissée sur le plan 1×3 ; tandis que le profil se voit sur le plan 1×2 . Pour voir ce que cela implique au niveau des utilisateurs récrivons la formule de reconstitution des données en fonction des facteurs en schématisant ceux-ci ; on a :

$$k(s, j, t) = k(s, j_t) \approx (k(s) \times k(j_t) / k) (1 + \lambda_1^{-1/2} F_1(s) G_1(j) + \lambda_2^{-1/2} F_2(s) G_2(t) + \lambda_3^{-1/2} F_3(s) G_3(j))$$

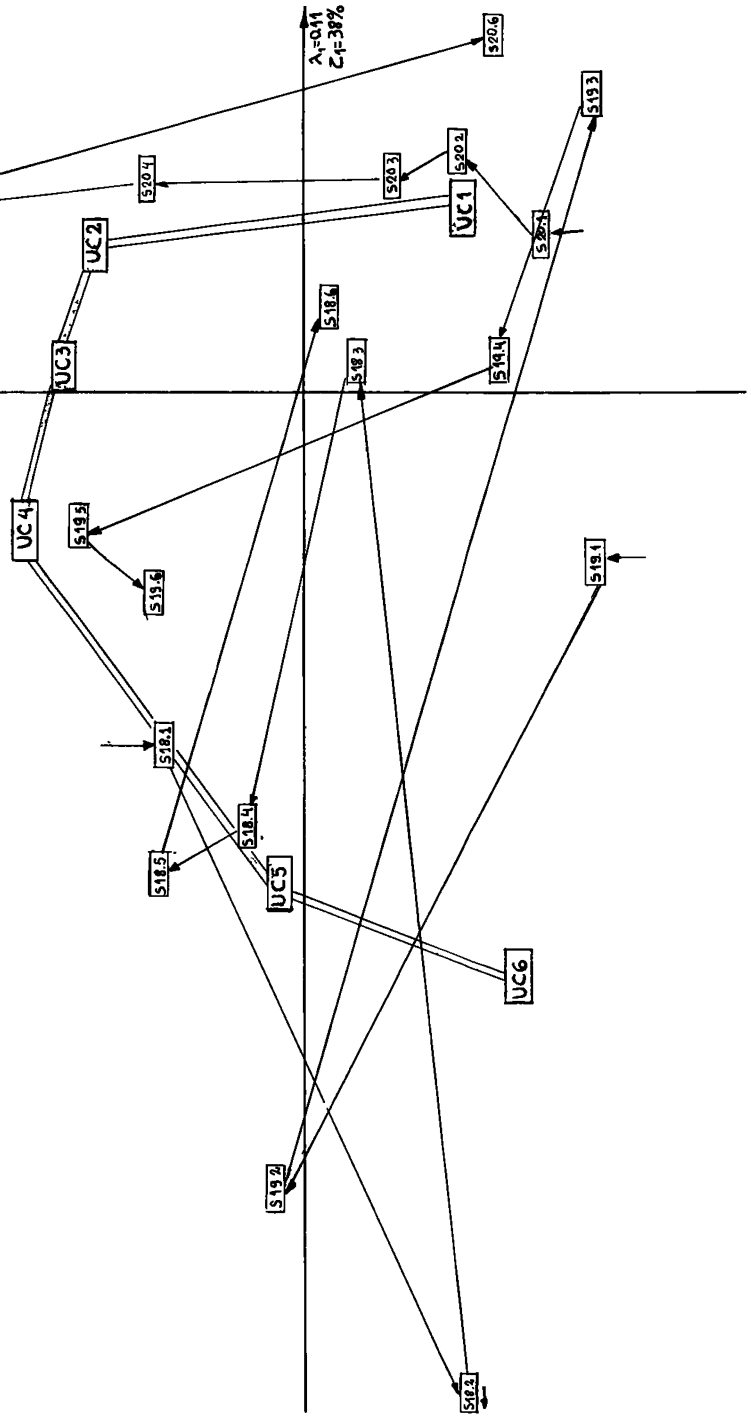
dans cette formule limitée à 3 facteurs on a remplacé $G_1(j_t)$ et $G_3(j_t)$ par des expressions $G_1(j)$ et $G_3(j)$ comme si sur les axes 1 et 3 chacun des groupes $\{j_1, \dots, j_6\}$ était rigoureusement concentré en un point ; de même on a écrit $G_2(t)$, au lieu de $G_2(j_t)$, comme si le deuxième facteur ne dépendait absolument que du temps. Dans cette schématisation, les facteurs $F_1(s)$ et $F_3(s)$ donnent le comportement moyen du sigle ; tandis que le facteur $F_2(s)$ donne la variation temporelle (d'autant plus ample que $|F_2(s)|$ est plus élevé ; avec un sens donné par le signe de $F_2(s)$).

3.2.3 Analyse des tableaux k_H^1 et k_H^2 , tableaux pondérés des histoires : figures 6 et 7. Comme on peut le voir en comparant les figures 5, 6 et 7, l'introduction de pondérations modifie peu l'aspect général des plans ; à une permutation près des axes 2 et 3 dans l'analyse de k_H^1 ; on dira donc que les résultats sont stables, l'analyse du tableau sans pondération fournissant toutefois les graphiques les plus nets.

Remarque : Une analyse du tableau $6 \times 6 : T \times JC$; $k(t, j) =$ nombre total des travaux effectués au cours du mois t , avec un temps j en UC, par l'un quelconque des clients montrerait de plus si au cours du temps l'ensemble des clients manifeste une évolution interprétable : par exemple de plus en plus de gros travaux ; ou des gros traitements en été, des mises au point de programme en dehors de vacances ; etc....

$\lambda_2 = 0.08$
 $\zeta_2 = 27\%$

Figure 4 : Analyse du tableau brut $k_E(78 \times 6)$ états s_t de 78 sigles au cours de six mois successifs décrits par six niveaux $\{UC1, \dots, UC6\}$ d'utilisation de l'UC. On a figuré les états de quelques sigles (gros utilisateurs) qui se signalent par des déplacements de grande amplitude : e.g. le sigle S19 2., mois 2 au mois 3 va d'une extrémité à l'autre de l'axe 1 ; etc.



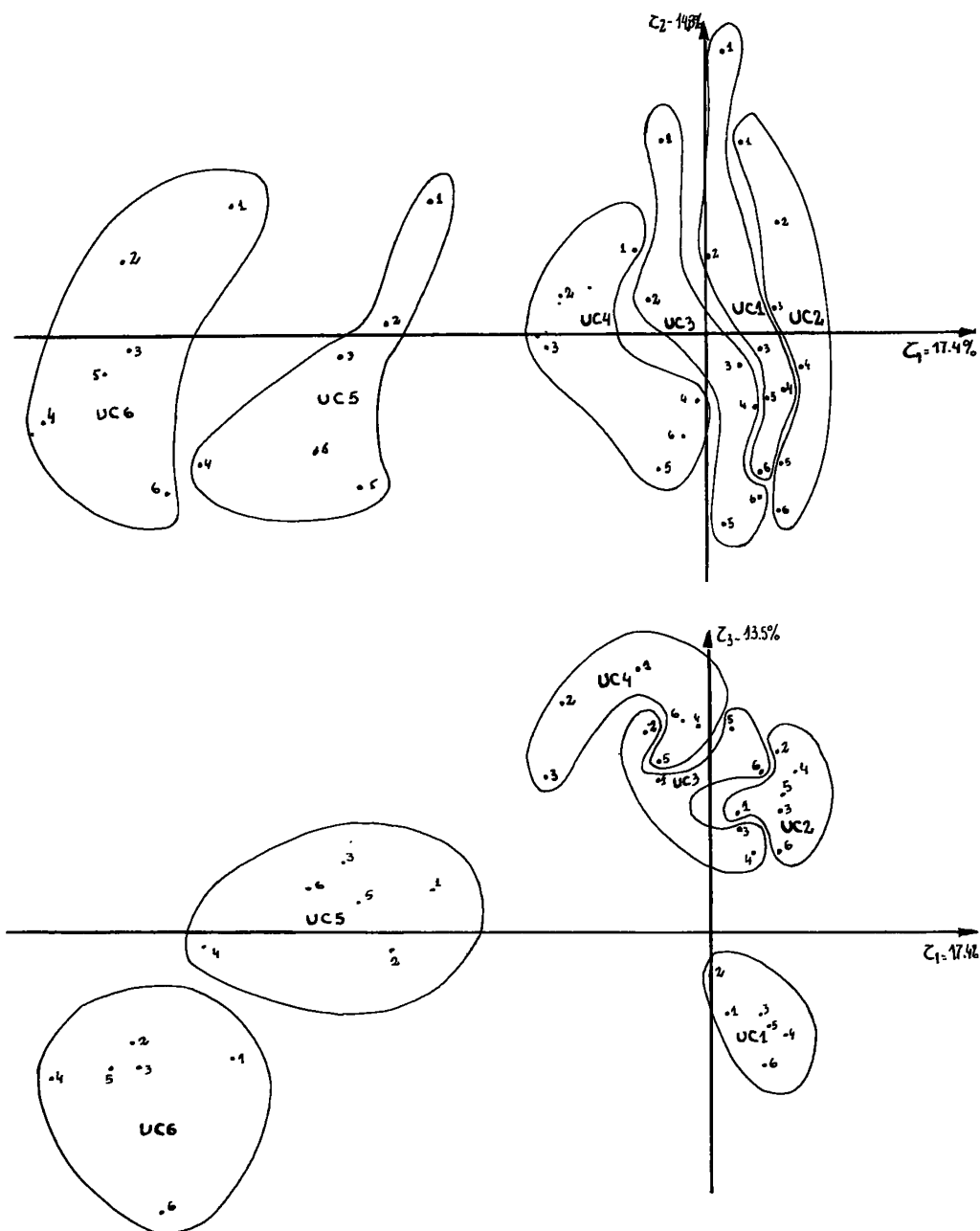


Figure 5 : Analyse du tableau k_H : 78 sigles \times 36 modalités, décrivant l'histoire de l'utilisation de l'UC au cours de six mois (tableau brut sans pondération). Sur chaque plan (1×2 ou 1×3) on a enfermé dans un contour les six modalités $\{j_t | t=1, \dots, 6\}$ correspondant à un même niveau j d'utilisation au cours des six mois étudiés : ces contours sont marqués UC1, ..., UC6.

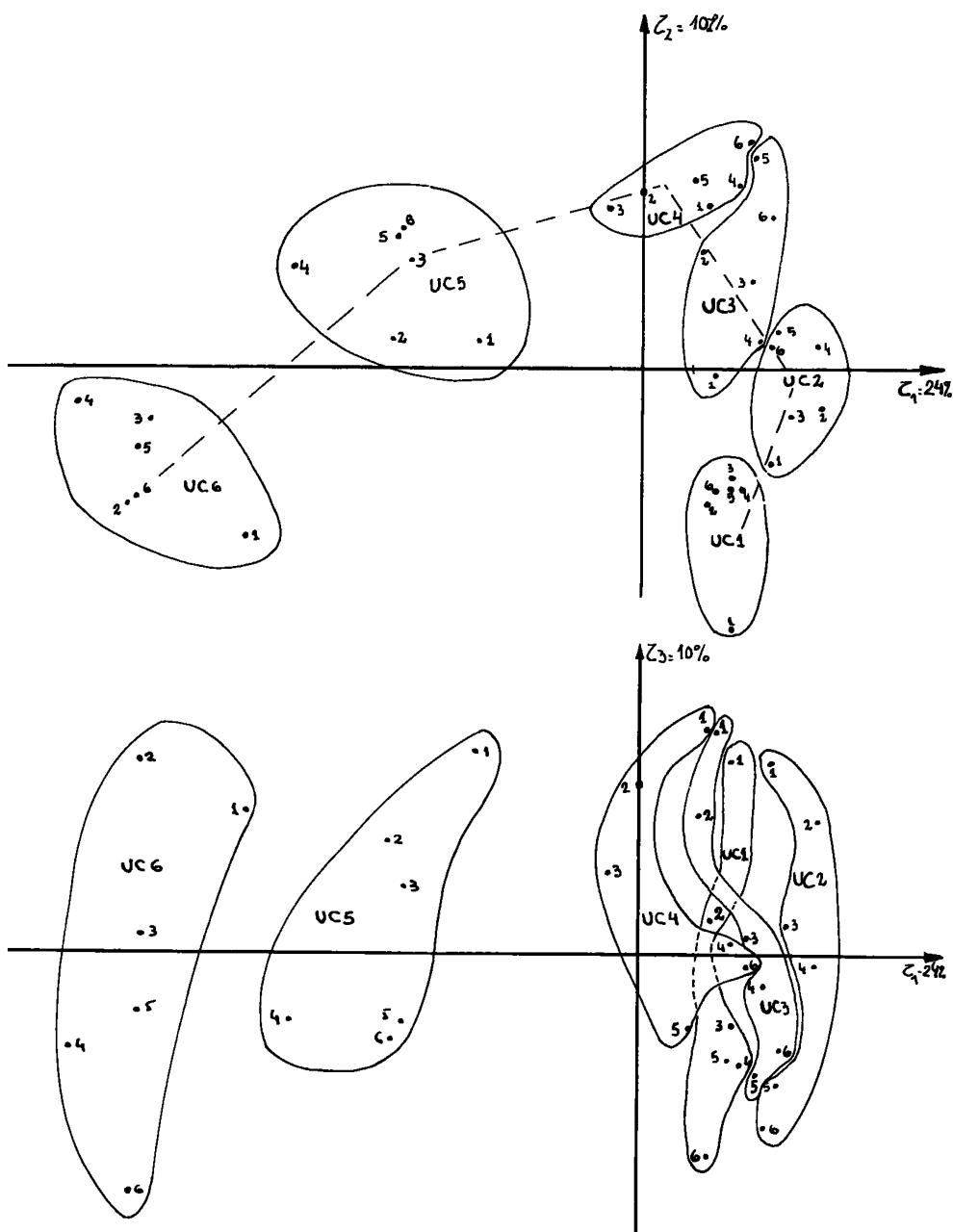


Figure 6 : Analyse du tableau k_H^1 : 78 sigles \times 36 modalités décrivant l'histoire de l'utilisation de l'UC au cours de 6 mois (avec pondération par le numéro de la modalité). Sur chaque plan (1×2 , ou 1×3) on a enfermé dans un contour les six modalités $\{j_t | t = 1, \dots, 6\}$ correspondant à un même niveau j d'utilisation au cours des six mois étudiés : ces contours sont marqués UC1, ..., UC6.

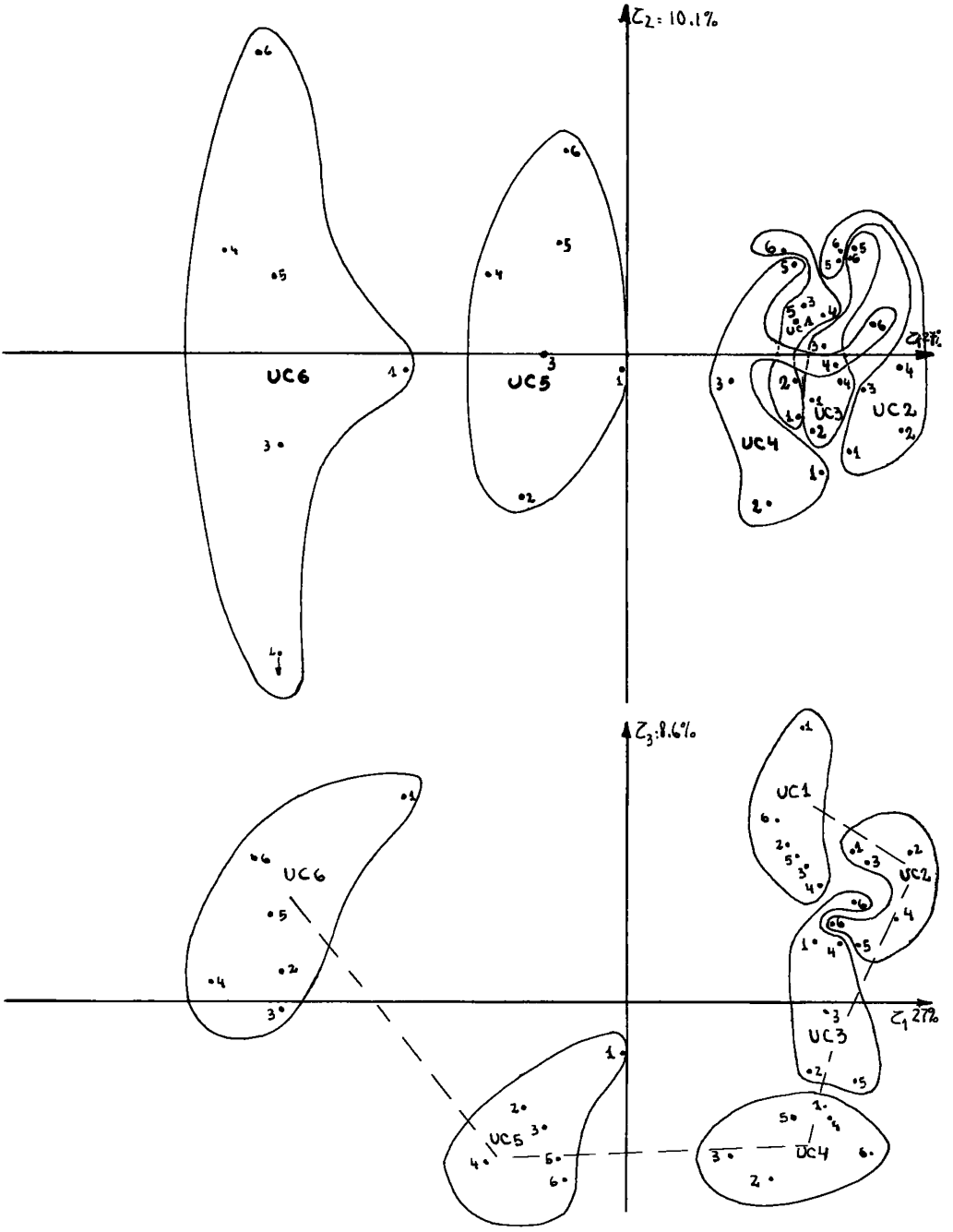


Figure 7 : Analyse du tableau k_H^2 : 78 sigles \times 36 modalités décrivant l'histoire de l'utilisation de l'UC au cours de 6 mois (avec pondération par la durée moyenne afférant à chaque modalité). Sur chaque plan (1×2 , ou 1×3) on a enfermé dans un contour les six modalités $\{j_t | t = 1, \dots, 6\}$ correspondant à un même niveau j d'utilisation au cours des 6 mois étudiés : ces contours sont marqués UC1, ..., UC6.