LES CAHIERS DE L'ANALYSE DES DONNÉES

M. O. LEBEAUX
S. STEPAN

Analyse de liens au sein d'un groupe d'enfants

Les cahiers de l'analyse des données, tome 1, nº 2 (1976), p. 197-216
<http://www.numdam.org/item?id=CAD_1976__1_2_197_0>

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Les Cahiers de l'Analyse des Données
Vol. I 1976 n° 2 p 197 216

ANALYSE DE LIENS AU SEIN D'UN GROUPE D'ENFANTS
[Liens enfants]

d'après M. O. Lebeaux [1] *et S. Stepan* [2]

1. *De la collecte des données aux tableaux analysés* :

Dans une école de banlieue, les trente élèves d'une classe ne vivent pas en harmonie. Afin que les forces attractives et répulsives qui jouent au sein de ce groupe lui apparaissent promptement, un enquêteur fournit aux enfants une occasion fictive de manifester les sentiments qu'ils nourrissent les uns pour les autres. Il fait annoncer qu'on doit constituer des groupes en vue d'une excursion : et qu'on demande donc aux élèves de désigner chacun à bulletin secret ceux de ses camarades avec lesquels il aimerait à se trouver et ceux avec lesquels il ne voudrait se trouver à aucun prix. Les données analysées ici proviennent exclusivement du dépouillement des 30 bulletins ainsi recueillis.

Afin de décrire exactement les tableaux analysés, fixons des notations. Soit E l'ensemble des 30 élèves; sur les graphiques, ceux-ci sont désignés chacun par l'une des 26 lettres de A à Z, ou par l'un des 4 premiers chiffres de 1 à 4; mais en général on parle de l'élève e, de l'élève e',etc. Dans son bulletin, e peut manifester vis-à-vis de e' l'une des trois attitudes, d'un ensemble C qu'on note $C=\{+,=,-\}$. Pour exprimer que e a manifesté le désir de se retrouver avec e' on écrira l'énoncé symbolique e + e' : dans cet énoncé, e joue le rôle de sujet; e' est le complément; + est le verbe; on pourra lire e choisit e'. De même, la formule e - e' signifie que e rejette e'; et e = e' veut dire que e n'a pas fait mention de e' dans son bulletin.

Les résultats du dépouillement des bulletins nous vinrent sous la forme d'un tableau numérique k_{EE} que nous appellerons le tableau brut. Les chiffres inscrits dans ce tableau traduisent les choix, suivant le code suivant :

si e + e' alors k(e, e') = 2 ; (e choisit e');

si e = e' alors k(e, e') = 1 ; (indifférence);

si e - e' alors k(e, e') = 0; (e rejette, ou fuit, e')

(1) *Ingénieur C.N.R.S. Université Pierre et Marie Curie, Paris.*

(2) *Ingénieur Université Pierre et Marie Curie, Paris.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	1	2	3	4
A	2	2	0	1	1	0	2	0	2	0	0	0	1	0	0	2	0	1	1	0	0	1	0	0	2	2	0	1	1	2
B	2	2	2	2	0	1	1	1	0	2	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	2	0	0	1	0	0	0	1	0	2
C	2	2	2	2	1	1	1	2	0	2	1	2	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	2	1	2
D	1	2	2	2	0	0	0	0	1	2	2	1	1	2	0	0	0	2	1	0	2	0	0	0	0	1	2	2	0	2
E	1	2	0	0	2	2	2	1	1	0	0	1	1	0	2	0	0	0	2	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	2
F	0	0	0	0	1	2	2	2	0	0	0	1	2	0	2	2	0	1	0	1	0	0	0	2	2	1	1	1	0	2
G	1	0	0	0	0	2	2	1	0	1	0	1	2	0	2	0	0	1	1	1	1	2	0	1	2	0	0	0	1	1
H	0	1	0	0	2	2	0	2	0	1	0	2	2	0	2	2	0	2	1	1	0	0	0	2	2	0	0	0	0	1
I	2	0	1	0	2	2	1	2	2	1	0	1	2	0	2	2	0	1	0	1	1	2	0	1	2	2	0	0	0	0
J	1	2	2	2	0	0	1	1	1	2	1	0	0	0	1	0	1	2	0	2	1	1	1	0	0	0	0	2	0	2
K	2	0	2	2	0	0	0	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	0	0	2	0	2	2	0
L	2	0	0	0	0	2	1	2	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0
M	1	1	1	0	0	2	2	2	1	1	0	2	2	0	2	2	1	1	0	1	0	0	0	2	2	1	1	1	0	1
N	1	1	2	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	2	0	0	2	2	1	2	1	1	1	0	0	1	0	0	2	1
O	0	0	1	1	2	2	2	2	0	1	0	1	2	2	2	2	0	2	1	1	0	1	0	2	2	0	2	0	0	2
P	1	0	0	1	2	2	1	2	0	0	0	1	2	0	2	2	0	1	1	0	0	2	0	2	2	0	1	0	0	1
Q	1	1	2	1	0	1	0	1	0	2	1	1	1	1	1	0	2	2	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	2	1
R	2	1	1	1	0	1	2	2	0	2	1	1	1	2	0	1	0	2	2	2	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
S	2	2	1	0	2	2	1	2	0	0	1	2	2	0	1	2	0	2	2	0	1	0	0	2	2	0	0	1	0	2
T	1	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1	2	0	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1
U	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	0	1	2	0
V	1	1	1	1	1	2	2	1	0	1	0	1	2	0	2	2	0	1	0	1	1	2	0	1	2	0	1	1	0	2
W	1	1	1	2	1	2	2	2	1	2	1	1	2	1	1	0	2	1	1	2	2	1	2	1	0	1	1	1	0	2
X	2	1	0	0	2	2	2	2	0	0	0	2	2	0	2	2	0	2	2	1	0	0	0	2	2	0	0	0	0	2
Y	1	0	0	0	0	2	2	2	0	1	0	2	2	0	2	2	0	1	1	1	0	1	0	2	2	0	0	0	0	2
Z	1	0	0	0	2	2	1	1	2	0	1	1	1	0	2	2	0	0	0	1	0	2	0	0	2	2	1	0	0	0
1	2	2	2	1	0	2	2	2	0	0	0	1	2	0	2	2	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	2	0	0	2
2	1	2	1	1	0	1	1	1	0	2	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	2	1	2
3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	1	2	1
4	2	2	0	1	2	2	0	2	0	2	0	2	2	1	2	2	0	0	2	0	0	2	0	2	1	0	0	2	0	2

Analyse de liens au sein d'un groupe d'enfants

Tableau brut k_{EE} donnant à l'intersection de la ligne e et de la colonne e', les dispositions de l'élève e quant à l'élève e' ; k(e,e')=2 si e choisit d'être avec e'; 1 pour l'indifférence, 0 pour le rejet.

On prendra garde que ce tableau n'est pas symétrique : il n'est pas impossible que e recherche e' qui lui-même le fuit; on a alors k(e,e')=2; k(e',e)=0; il est fréquent que e ne fasse pas mention de e' dans son bulletin (k(e,e')=1) tandis que e' choisit ou refuse e (k(e,e') = 2, ou 1).

Le tableau brut k_{EE} fournit déjà une représentation quantitative assez fidèle des liens entre les enfants : c'est un tableau de correspondance mesurant par un nombre positif ou nul l'intensité de l'estime, quantifiée à trois niveaux : 2 (choix +), 1 (indifférence =), 0 (rejet -). Il a été analysé, tel quel,par J.B. Ouakam dans sa thèse (3° cycle, Paris 1971) à laquelle nous empruntons les données. Pourtant la nature des informations nous suggère d'adopter un codage logique sous forme disjonctive complète (par des 0 et des 1; cf [Prat. Corr.] § 1.4), comme on va le fixer ci-dessous.

Un choix noté e c e', (e, e' $\in$ E, c $\in$ C = {+, =, -}) est une relation entre deux élèves e et e' : l'un, le sujet e est actif; l'autre, le complément e', est passif. On peut dire que le sujet e possède la propriété c e' si est vrai l'énoncé e c e' : par exemple e possède la propriété = e' s'il n'a pas mentionné e' dans son bulletin. On peut dire aussi que le sujet e' possède la propriété e c si est vrai ce même énoncé e c e'. Ainsi tous les énoncés de choix fourniront 180 prédicats e c ou c e.

Notons en effet EC l'ensemble des 90 paires ordonnées e c; et, de même, notons CE l'ensemble des 90 paires ordonnées c e. On définit deux tableaux logiques k_{ExCE} et k_{ExEC} par les formules :

k(e,ce'): = si ece' alors 1 sinon 0;

k(e,e'c): = si e'ce alors 1 sinon 0.

Si, par exemple, on a e = e' (e n'a pas fait mention de e') alors :

1 = k(e,=e') = k(e',e=);

0 = k(e,+e') = k(e',e+) = k(e,-e') = k(e',e-)

Dans le tableau k_{ExCE}, la ligne qui décrit un élément quelconque e possède trente 1 et soixante 0; de même dans k_{ExEC}. Notons P = CE $\cup$EC l'ensemble des 180 prédicats considérés ici : par juxtaposition de k_{ExCE} et de k_{ExEC} on a un tableau k_{ExP} dans lequel chaque élève est décrit par une ligne qui possède soixante 1 et cent vingt 0.

Chacun des tableaux k_{ExCE} et k_{ExEC}, et a fortiori le tableau k_{ExP}, contient sous forme logique (codée par un ensemble de 1 et de 0) toute l'information relevée sur le bulletin et inscrite d'abord dans le tableau brut k_{EE}. Toutefois dans k_{ExCE} un élève e est décrit par une ligne qui exprime son attitude active, et n'est autre que son propre bulletin transcrit sous forme disjonctive complète. Dans k_{ExEC}, la ligne e décrit l'aspect passif de l'élève e;elle résulte du collationnement de tout ce qui, dans l'ensemble des 30 bulletins, est dit de e (par choix ou refus; les omissions étant, elles aussi, relevées). Le tableau k_{ExP} donne par la ligne e les deux faces, actives et passives de l'élève e. Nous considèrerons donc principalement les résultats issus du tableau k_{ExP}, non sans les confronter à ceux issus de k_{ExCE} et de k_{ExEC}.

Au tableau k_{ExP}, on adjoindra un tableau k_{ExS}, ou ensemble S de six colonnes supplémentaires, défini comme suit :

$$S = (\{*\} \times C) \cup (C \times \{*\});$$

(ici $\{*\}$ est l'ensemble formé de l'unique symbole$*$; S comprend les six paires$*c$ ou $c*$, i.e. : $S = \{*+, *=, *-, +*, =*, -*\}$).

$$\forall\, c \in C,\ \forall e \in E : k(e,*c) = \Sigma\{k(e,e'c)\,|\,e' \in E\} = k(ce)$$
$$k(e,c*) = \Sigma\{k(e,ce')\,|\,e' \in E\} = k(ec)$$

Par exemple la colonne $*-$ est la somme de toutes les 30 colonnes $e'-$ du tableau k_{EP}; le nombre $k(e,*-)$, situé à l'intersection de la ligne e et de la colonne $*-$ du tableau k_{ES}, n'est autre que le nombre total des rejets de e, exprimés dans l'ensemble des 30 bulletins : c'est donc le poids total $k(-e)$ de la colonne $-e$. Ou encore : $k(e, =*) = k(e=)$ est le nombre des élèves dont, dans son bulletin, e n'a pas fait mention; etc.

Dans la suite, d'une part le tableau k_{ExS} sera opposé au tableau k_{EP}, à l'analyse duquel il fournira 6 éléments supplémentaires de masse nulle; d'autre part k_{ExS} sera lui-même analysé isolément.

2. *Qualités générales et facteurs d'opposition* :

Avant de dépouiller listes et graphiques, distinguons deux types de facteurs qu'on peut attendre d'une étude telle que la présente. Soit e.g., le tableau k_{ExEC} : les colonnes se subdivisent en trois groupes : 30 jugements favorables e+, 30 jugements défavorables e-, 30 omissions e=. Souvent quand on analyse un tel tableau, on voit dans le plan des deux premiers facteurs se grouper en trois ilôts distincts les trois types de jugements. Par exemple sur le 1° axe les omissions s'opposent aux jugements proprement dits; puis sur le 2° axe jugements favorables s'opposent à jugements défavorables, comme il est figuré ci-dessous :

2° axe favorables

omissions → 1° axe

défavorables

Relativement aux objets jugés, (ici ces objets sont les élèves qui sont aussi les juges; ailleurs les objets seront des films ou des émissions; les juges seront des spectateurs, voire des critiques de profession) le premier facteur exprime la notoriété, et le second le niveau, ou la valeur. Ces deux facteurs sont la résultante des opinions de tous les jours qui, avant de se distinguer par leurs choix, s'accordent quant aux qualités générales des objets.

Supposons au contraire que l'ensemble I des objets jugés, ainsi que l'ensemble J des juges se subdivisent en deux groupes (I_1, I_2), (J_1, J_2): les juges j_1 étant favorables aux objets i_1, et défavorables aux i_2; et au contraire les juges j_2 étant favorables aux i_2 et défavorables au i_1. On aura sur un axe l'opposition :

$$\underset{j_1+;\ j_2-}{\overset{i_1}{\longrightarrow}} \qquad\qquad \underset{j_2+;\ j_1-}{\overset{i_2}{\longrightarrow}}$$

de chaque côté jugements favorables et jugements défavorables se mêleront; ceux-ci provenant d'un groupe de juges, ceux-là de l'autre. On parlera alors de facteur d'opposition. Eventuellement, l'opposition n'intéresse pas tous les objets et tous les juges; il y a des groupes neutres, I_0, J_0 qui sur l'axe sont proches de l'origine.

Une même analyse fournit fréquemment d'abord deux qualités générales, puis quelques facteurs d'opposition (e.g. : un, deux, ou trois); et enfin des facteurs individuels qui rendent compte des particularités de certains objets ou juges.

Dans la présente étude, on pourrait attendre de l'analyse du tableau k_{ExEC} un axe de notoriété où l'ensemble E se rangerait depuis les élèves insignifiants, jusqu'aux têtes en vue, aimées ou redoutées; celles-ci étant séparées de celles-là sur le 2° axe. De même l'analyse du tableau k_{ExCE} opposerait sur un 1° axe les indifférents (associés aux jugements = e) aux décidés dont le bulletin est plein de noms soit recherchés, soit rejetés (jugements +e ou -e); puis le 2° axe irait de l'amour à la haine - ou plutôt de l'expression d'une sympathie universelle à celle de l'antipathie. Quant aux facteurs d'opposition, ils expriment évidemment la division de l'ensemble E des élèves en clans qui s'affrontent.

Or les résultats obtenus ne sont pas, on le verra, conformes à ces conjectures qui aident toutefois à l'interprétation en fournissant des types auxquels comparer ce qui est réellement. Avant l'avènement des ordinateurs, on ne pouvait guère dépouiller un tableau de données qu'en l'ajustant à un modèle simple; des épreuves statistiques mesurant l'accord entre modèle et données, sans toutefois prouver que les dimensions principales intérieures aux données fussent bien celles que traçait, d'autorité, le modèle. Il s'impose aujourd'hui, puisque celà est devenu possible, d'extraire des données une structure par le seul calcul, sans le secours d'hypothèses a priori (cf.[T II A n°1§2]). Lorsque vers 1965, on commença à voir l'ordinateur retrouver des ordres ou des partitions connus a priori du spécialiste mais non inscrits dans le programme, ce fut une grande satisfaction. A cette euphorie succéderait aujourd'hui un certain désenchantement, comme si l'analyse des données ne fournissait, certes comme par prestidigitation électronique, que des évidences. Selon nous, il ne faut pas borner l'examen des résultats de calculs à retrouver de grandes lignes assez connues (mais auxquelles toutefois on n'avait pas toujours pensé d'abord); le plus instructif est de relever les détails plus ou moins saillants qui traversent les grandes lignes; et aussi, souvent, de persévérer au delà des premiers facteurs qui tracent ces lignes. Dans la présente étude, cependant, dès les premiers facteurs, les lignes se croisent !

Quant aux facteurs issus du tableau k_{ES}, ils doivent pouvoir s'interpréter complètement par ce qu'on a appelé des qualités générales. On lit, par exemple, dans k_{ES} que F est l'élève le plus recherché, et qu'il est de ceux qui formulent le plus de rejets (k(F, *+) = k(+F) = 20; k(F, -*) = k(F-) = 14): ce sont là des qualités générales. Mais k_{ES} ne précise pas quels sont les élèves qui ont choisi F; ni quels sont les élèves que F rejette; ni à quel groupe F se rallie, ni auquel il s'oppose : faits qui devraient se traduire par des facteurs d'opposition. En comparant aux facteurs issus de k_{ES}, les facteurs issus de k_{EP}, on saura dans quelle mesure chacun de ceux-ci peut être interprété en qualité générale. C'est pourquoi nous rendons compte de l'analyse de k_{ES}, avant de considérer les facteurs issus de k_{EP}.

Avant toute analyse, proposons, pour les notions de qualités générales, de facteurs d'opposition, et de facteur individuel, des indices numériques.

Un facteur issu de k_{EP} représente une qualité générale dans la mesure où il est corrélé aux facteurs issus de k_{ES}. Afin d'éviter toute confusion entre des entités que nous entendons comparer, notons ($F'_\beta, G'_\beta, \lambda'_\beta$) facteurs et valeurs propres issus de k_{ES}, réservant les lettres non accentuées (F_α, G_α, λ_α) aux résultats issus de k_{EP}; quand on considère l'ensemble des facteurs non triviaux, l'indice β parcourt un ensemble B et α parcourt A. Parce que k_{EP} a 180 colonnes, il est à prévoir (et on le vérifie en effet) que l'ensemble $\{F_\alpha | \alpha \in A\}$ des facteurs non-triviaux issus de k_{EP} est une base de l'espace vectoriel (de dim. 29) des fonctions de moyenne nulle en E. Au contraire k_{ES} fournit a priori au plus 5 facteurs non-triviaux, car card S = 6, et n'en fournit en fait que 4 (cf infra § 3). Calculons le tableau des coefficients de corrélation $Corr_{\alpha\beta}$:

$$Corr_{\alpha\beta} = Corr(F_\alpha , F'_\beta) = (\lambda_\alpha \lambda'_\beta)^{-1/2} \Sigma\{F_\alpha(e) F'_\beta(e)/30 | e \in E\}.$$

Parce que tout facteur F'_β est combinaison linéaire des F_α, on a (cf § 5,6°) :

$$C'_\beta = \Sigma\{(Corr_{\alpha\beta})^2 | \alpha \in A\};$$

d'où il résulte que $C = \Sigma\{(Corr_{\alpha\beta})^2 | \alpha \in A, \beta \in B\} = \text{card } B = 4$. Au contraire la somme :

$$C_\alpha = \Sigma\{(Corr_{\alpha\beta})^2 | \beta \in B\}$$

qui n'est autre que le carré du coefficient de corrélation de F_α avec sa meilleure approximation en combinaison linéaire de F'_β est généralement bien inférieure à 1, puisque la somme des 29 C_α est C = 4. On peut considérer C_α comme mesurant la contribution relative des qualités générales au facteur F_α. Un facteur pour lequel C_α est très faible, (e.g. de l'ordre de 0,1), ne peut certainement être interprété (à supposer qu'une interprétation claire en existe) que comme un facteur d'opposition, ou un facteur individuel; cependant on verra que le facteur F_1, pour lequel $C_1 = 0,8$, exprime non seulement une qualité générale mais aussi une opposition (cf § 4.2).

Il importe pratiquement de noter que $Corr_{\alpha\beta}$ peut être calculé par une somme de 6 termes où interviennent les facteurs $G_\alpha(s)$ des éléments supplémentaires adjoints à P; on a (cf § 5, 4°) :

$$Corr_{\alpha\beta} = \lambda'^{-1}_\beta \Sigma\{G_\alpha(s)\ G'_\beta(s)\ p'(s) | s \in S\},$$

(formule où les p'(s) sont les poids relatifs, de somme 1, des colonnes du tableau k_{ES}). De plus, (cf §5, 7°), la somme C_α (contribution relative des qualités générales au facteur F_α) ne s'annule que si les $G_\alpha(s)$ sont tous nuls. On voit donc que chercher les qualités générales par la place des éléments supplémentaires, ou par des calculs de corrélation, n'est que traiter suivant deux méthodes les mêmes informations.

Quant aux facteurs individuels, on les reconnait aux fortes contributions qu'y apportent quelques individus e de E. Par exemple, on parlera de facteur individuel si les 4 plus fortes de ces contributions absolues ont un total qui dépasse $\lambda_\alpha/2$ (la somme des 26 autres contributions étant, par conséquent, inférieure à $\lambda_\alpha/2$).

3. *Analyse du tableau* k_{ES}, *tableau cumulatif des choix et rejets* :

D'un tableau de correspondance 30 x 6, on attendrait 5 facteurs non triviaux. Mais dans le tableau k_{ES}, la somme des trois colonnes {*+, *=, *-}, comme celle des trois colonnes {+*, =*, -*}est la colonne constante dont tous les nombres sont 30 :

$\forall e \in E: k(e,*+)+k(e,*=)+k(e,*-)=k(e,+*)+k(e,=*)+k(e,-*) = 30.$

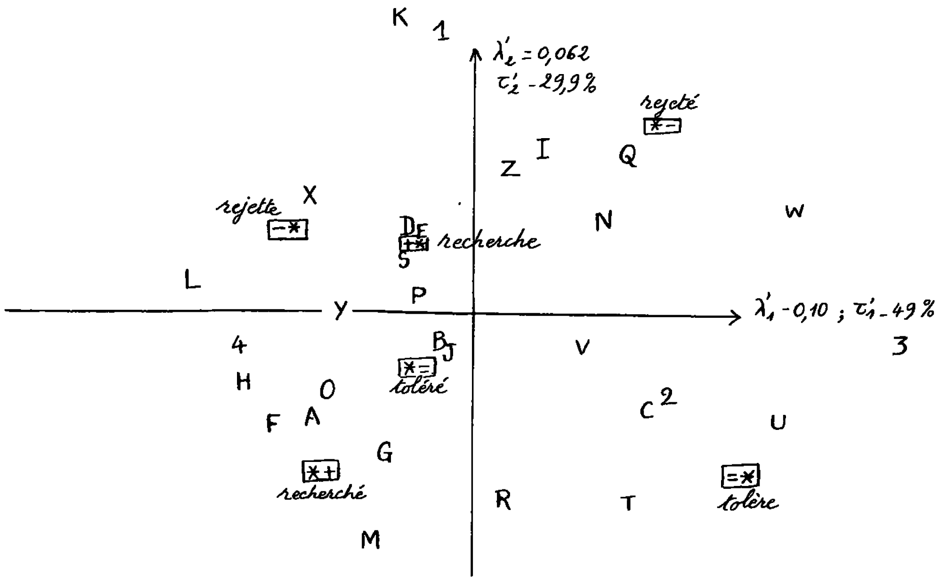
Le rang s'abaisse donc d'une unité, et il n'y a que 4 facteurs non-triviaux. Les résultats de l'analyse sont complètement représentés sur la figure des plans 1 x 2 et 3 x 4. nous les commenterons ici brièvement.

Sur l'axe 1 positif on voit les points =* et *- : tolère et rejeté. Un élève aura donc un facteur $F'_1(e)$ positif si, se sachant rejeté il ne se risque à formuler lui-même aucun choix. Le cas de l'élève 3 est typique : rejeté par 20 de ses camarades, il ne mentionne dans son bulletin que 5 élèves qu'il recherche et un seul qu'il rejette. Au contraire, un élève dont le facteur $F'_1(e)$ est négatif, sait que sa compagnie est recherchée; il formule de nombreux choix, principalement des rejets. Nous dirons donc que sur le 1° axe la hauteur et le prestige ($F'_1(e) < 0$), s'opposent à l'abaissement ($F'_1(e) > 0$). Mais, comme toujours, pour chaque individu se conjuguent les effets de tous les facteurs : aussi sur l'axe 1 négatif L très peu rejeté, mais médiocrement recherché et qui formule 21 rejets voisine avec 4, très recherché et qui formule 12 rejets (nombre moyen).

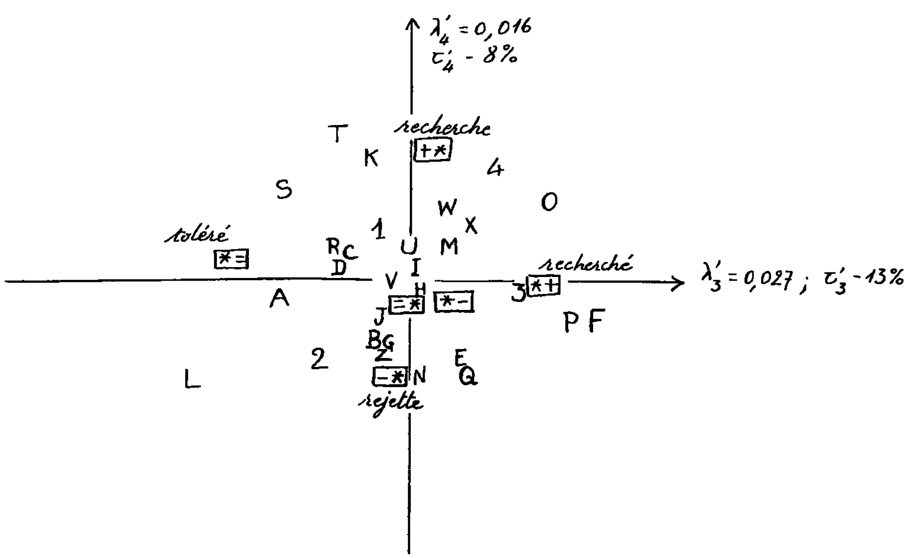
Sur l'axe 2 négatif, =*, tolère, est associé à *+, recherché : il ne s'agit plus d'une tolérance imposée par l'abaissement (comme sur l'axe 1 positif), mais d'amabilité. Sur l'axe 2 positif, *- rejeté se détache, suivi de - * et +*, rejette et recherche : auraient donc un facteur $F'_2(e)$ positif des élèves antipathiques à leurs camarades, mais qui ne se plient pas pour autant et jugent de tous sur leur bulletin. Les élèves 1 et K offrent de cette attitude des exemples typiques : on le peut voir sur le tableau k_{ES} (cf § 4.2).

Les facteurs 3 et 4 n'ont pas l'importance des facteurs 1 et 2. Sur l'axe 3 toléré et recherché (qui ne se séparaient pas dans le plan 1 x 2, celui-ci y étant seulement plus écarté que celui-là) s'opposent. On peut penser qu'avec recherché (3° axe positif) se trouvent plutôt des individus marquants, brillants : ceux qui ne sont pas leurs ennemis les recherchent positivement. Avec toléré ($F'_3 < 0$) seront des élèves moins en vue, que leurs camarades ne songent pas à mentionner. Sur l'axe 4, recherche s'oppose à rejette; ici la compagnie est vue comme une charge qu'on peut seulement s'efforcer d'alléger; là, au contraire, on la recherche comme un bien.

On notera que les distances à l'origine des points de l'ensemble S dans le plan 1 x 2 expriment fidèlement l'importance relative de ces points dans l'analyse du tableau k_{ES} : =* et *-, très écartés expliquent à eux seuls la moitié de l'inertie totale du nuage: -* et *+, apportent



Analyse factorielle du tableau k_{ES}, tableau cumulatif donnant pour chaque élève le nombre des choix, favorables ou défavorables, qu'il formule, ou dont il est l'objet, on a donné aux demi axes positifs longueur 0,5.



des contributions moyennes; +* et *=, colonnes dont le profil est le plus plat, sont proches du centre.

4. *Analyse du tableau complet des choix et rejets* :

4.0. La suite des valeurs propres et des facteurs : avant de tenter d'interpréter individuellement les facteurs issus de k_{EP} par l'examen détaillé des nuages E et P et aussi du nuage S des éléments supplémentaires, considérons un tableau d'indices numériques associés à la suite des facteurs. Non seulement les valeurs propres λ_α et les taux τ_α que l'on calcule ordinairement; mais aussi divers nombres dont l'intérêt est apparu au paragraphe 2. Les coefficients de corrélation, $\mathrm{Corr}_{\alpha,\beta}$ avec les 4 facteurs non triviaux F'_β issus de k_{ES}; la somme C_α des carrés de ces coefficients (somme qui mesure la contribution des qualités générales au facteur); ainsi que le quotient, noté en bref [4/30], de la somme des quatre contributions les plus importantes au facteur, par la somme (qui n'est autre que λ_α) des contributions des 30 élèves (quotient qui est d'autant plus élevé que le facteur est plus étroitement fondé sur quelques différences individuelles).

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ_α	0,346	0,180	0,138	0,130	0,100	0,091	0,083	0,076	0,074	0,070
τ_α%	17,47	9,11	6,98	6,56	5,03	4,63	4,20	3,84	3,75	3,55
$\mathrm{Corr}_{\alpha,1}$	0,71	0,53	-0,20	-0,20	-0,155	0,11	0,07	0,08	0,15	-0,03
$\mathrm{Corr}_{\alpha,2}$	0,15	0,02	0,84	-0,07	-0,12	0,37	-0,12	-0,06	-0,07	-0,12
$\mathrm{Corr}_{\alpha,3}$	-0,33	0,49	0,02	0,26	-0,55	-0,00	-0,04	0,01	-0,12	-0,11
$\mathrm{Corr}_{\alpha,4}$	0,05	0,02	-0,21	0,05	0,05	0,07	0,08	-0,45	-0,26	-0,02
C_α	0,63	0,52	0,77	0,11	0,35	0,15	0,01	0,21	0,10	0,02
[4/30]	0,26	0,39	0,54	0,55	0,43	0,44	0,63	0,52	0,58	0,57

Tableau des indices numériques associés aux facteurs issus de k_{EP}.

La suite des valeurs propres suggère d'étudier d'abord les facteurs 1 et 2; puis les facteurs 3 et 4 qui sont d'égale importance; les autres facteurs, qui viennent après un notable intervalle et dont l'importance décroit lentement, ne seront pas considérés en détail ici. Chacun des quatre facteurs F'_β étant combinaison linéaire des F_α on a les relations (cf § 2).

$$\forall \beta \in \{1,2,3,4\} : \Sigma\{\mathrm{Corr}^2_{\alpha,\beta} | \alpha = 1,\dots,29\} = 1;\ \Sigma\{C_\alpha | \alpha = 1,\dots, 29\} = 4.$$

Les facteurs F'_1 et F'_2 sont bien expliqués par les trois premiers facteurs F_α; pour le facteur F'_3 il convient d'aller au moins jusqu'à F_5 (car $\mathrm{Corr}_{5,3} = -0,55$); les contributions au facteur F'_4 sont, elles, très dispersées : on a e.g.: $\mathrm{Corr}_{13,4} = -0,45$; $\mathrm{Corr}_{24,4} = 0,30$. La somme des dix premiers C_α est proche de 3. Au delà on a encore $C_{11} = 0,13$ et $C_{13} = 0,21$; tous les autres C_α sont inférieurs à 0,10 : la contribution des qualités générales aux facteurs est alors quasi-épuisée. Cette contribution n'est essentielle que pour F_3, F_1, F_2, voir F_5.

Enfin le quotient [4/30] qui vaut 0,26 pour F_1 et 0,39 pour F_2 ne descend plus ensuite au-dessous de 0,43; son maximum de 0,74 est atteint pour F_{29}.

4.1. Le premier axe issu de l'analyse $k_{E\times P}$.

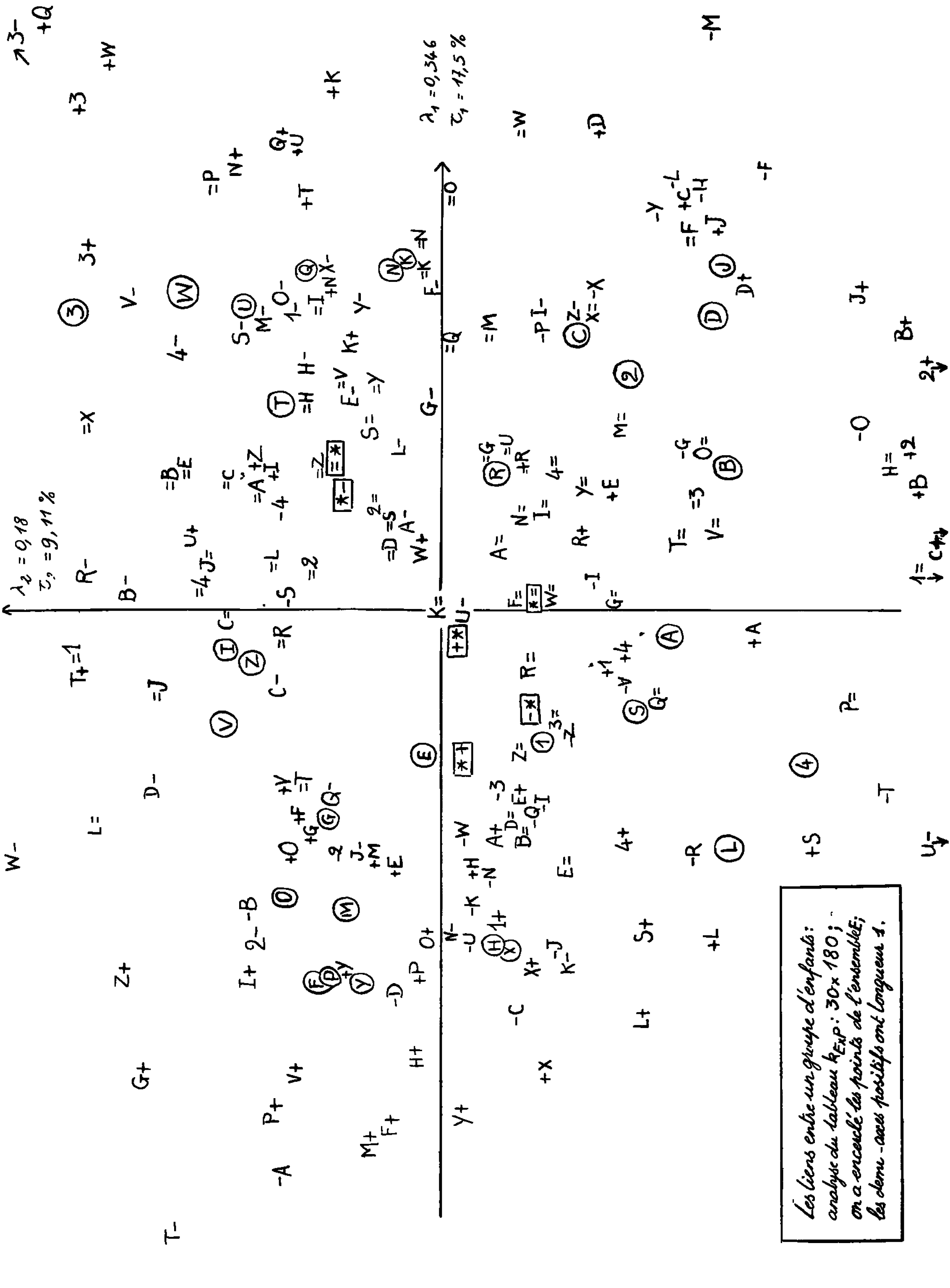
Considérons l'ensemble E sur le 1° axe issu du tableau k_{ExP} (30 x 180). Du côté négatif 14 points se succèdent de Y à S ($F_1(Y) = -0,84$; $F_1(S) = -0,235$); puis viennent Z,I,A ($F_1(Z) = -0,11$; $F_1(I) = -0,097$; $F_1(A) = -0,06$). Du côté positif, après un grand intervalle vide, 13 points de R à J : $F_1(R) = 0,3$; $F_1(J) = 0,78$. A première vue, deux groupes s'opposent, entre lesquels le rôle de Z, I,A reste à préciser.

L'examen de l'ensemble P(P = EC ∪ CE), confirme d'abord cette opposition. En général, non loin d'un point e, on trouve les points +e et e+. Interprétons ces proximités. D'après le principe du centre de gravité $G_1(+e)$ est (à $\lambda_1^{-1/2}$ près) la moyenne des $F_1(e')$ tels que e' + e, (i.e. des abscisses des élèves e' qui ont choisi e). De même $G_1(e+)$ est (à $\lambda_1^{-1/2}$ près) la moyenne des $F_1(e')$ tels que e + e' (i.e. des abscisses des élèves e' que e a choisis). Il n'est certes pas surprenant qu'un élève e soit entouré de ceux qui le choisissent (sous-nuage de centre +e) et de ceux qu'il choisit (sous-nuage de centre e+). Mais si le 1° facteur exprimait nettement une qualité générale il n'en serait pas ainsi : on aurait, e.g., d'un côté les élèves les plus sympathiques avec tous les points e+ (que e soit ou non sympathique); et de l'autre les élèves que l'on fuit avec tous les points e-. Ce sera donc pour nous une règle d'interprétation que lorsque sur un axe, pour la plupart des élèves, les trois points {e, +e, e+} sont proches, il y a sous-jacente à cet axe une opposition entre classes, ou au moins une subdivision en petits groupes que les choix mutuels tendent à isoler.

Cependant le 1° facteur issu de k_{ExP} exprime aussi une certaine qualité générale. Considérons sur cet axe l'ensemble S des éléments supplémentaires. On voit rapidement où est le nuage $\{ce | e \in E\}$ dont c* est le centre de gravité; et de même le nuage $\{ec | e \in E\}$, dont *c est le centre de gravité. Les points +* et *= sont proches de l'origine; mais les quatre autres points de l'ensemble S s'écartent assez pour aider à l'interprétation de l'axe. Du côté positif sont =*, <u>tolère</u>, et *-, <u>rejeté</u>; du côté négatif sont *+, <u>recherché</u>, et -* <u>rejette</u>. Un dépouillement exhaustif, donné ci-dessous pour chaque quadrant des plans 1 x 2 et 1 x 3, confirme ce que suggère la place des centres de gravité. Des 30 points =e, 26 ont un facteur G_1 positif; des 30 points e-, 20 ont un G_1 positif, etc. Au contraire les points +e sont également répartis : 15 de chaque côté de l'origine sur le 1° axe. Bien que les triplets {e, +e, -e} soient presque tous peu dispersés on note une tendance; on a communément :

$$G_1(e+) < F_1(e) < G_1(+e)$$

Il apparaît que le clan $F_1 < 0$ exerce une attirance plus forte que le clan $F_1 > 0$: les points e+, attirés vers ceux qu'on estime ont donc un facteur G_1 plus faible que les points +e, barycentres de ceux qui prodiguent cette estime. Enfin on a calculé les coefficients de corré-



Les liens entre un groupe d'enfants : analyse du tableau k_{EXP} : 30 x 180 ; on a encerclé les points de l'ensemble E ; les demi-axes positifs ont longueur 1.

lation entre le facteur $F_1(e)$ (issu de k_{EP}) et les facteurs $F'_\alpha(e)$ (issus de k_{ES}). La contribution totale, $C_1 = 0,63$, des qualités générales au facteur 1 est élevée. On remarque (cf supra § 4.0) :

$$\mathrm{Corr}(F_1, F'_1) = 0,71; \qquad \mathrm{Corr}(F_1, F'_3) = 0,33.$$

Selon l'interprétation proposée des facteurs F'_β, (cf § 3), on a donc du côté $F_1 < 0$, hauteur et prestige ($F'_1 < 0$) et aussi quelque brillant personnel ($F'_3 > 0$).

4.2. Le plan 1 x 2 : Comme précédemment, nous étudierons les oppositions des clans, puis nous chercherons des qualités générales.

Dans le plan 1 x 2 issu de k_{EP} les triplets {e, +e, e+} sont, pour la plupart peu dispersés. Le 2° facteur est donc, ainsi que le 1°, un facteur d'opposition. Toutefois, à l'encontre de celui-ci, celui-là révèle non une division tranchée en clans séparés, mais une gradation continue présente au sein de chacune des deux classes $F_1(e) < 0$ et $F_1(e) > 0$;

Quant aux trois élèves {Z, I, A} qui, sur l'axe 1 apparaissent comme des intermédiaires entre ces deux classes, ils sont, sur l'axe 2, séparés : d'un côté A, de l'autre I et Z. L'élève A est, après M, celui qui est l'objet du plus petit nombre de rejets explicites : k(A-) = k(A, *-) = 3; k(M-) = k(M, *-) = 2. Complémentairement, après H et E, A est de ceux qui formulent le plus grand nombre de rejets. Les élèves choisis par A sont tous, à l'exception de B du côté $F_1 < 0$; les élèves qui choisissent A sont au contraire également répartis des deux côtés de l'origine sur le 1° axe. A la différence de A, I et Z sont tous deux l'objet d'un grand nombre de rejets : leur position intermédiaire entre deux clans semble très inconfortable. Recherchés par quelques élèves du quadrant ($F_1 > 0$, $F_2 > 0$), où sont les points {+I, +Z}, I et Z recherchent eux-mêmes les élèves du quadrant ($F_1 < 0$, $F_2 > 0$), où sont les points {I+, Z+}. On trouve en I et Z une illustration à la règle de prestige du clan $F_1(e) < 0$, (cf § 4.1) :

$$G_1(e+) < F_1(e) < G_1(+e);$$

et aussi une exception notoire à la règle de concentration des triplets {e+, e, +e}. Ainsi en étudiant les oppositions des clans, nous sommes amenés à rechercher des qualités générales.

Pour cela, dénombrons d'abord, dans chacun des quadrants du plan 1 x 2, les points des ensembles EC et CE répartis en six classes, d'après les signes $c \in \{+, =, -\} = C$. Dans le demi-plan $G_2 > 0$ se trouvent 25 des trente points e- et 22 des 30 points =e, ces points étant pour la plupart dans le quadrant $G_1 > 0$, $G_2 > 0$. Les élèves de ce quadrant sont généralement rejetés, et, par conséquent, sans éprouver d'attrait pour leurs camarades, ils n'osent mentionner eux-mêmes de refus explicites. Dans le demi-plan $G_2 < 0$, on a au contraire 24 des e= et 24 des -e : les élèves dont le facteur $F_2(e)$ est négatif ne sont pas rejetés et ils formulent librement de nombreux rejets. Quant au quadrant ($F_1 < 0$, $F_2 > 0$), il contient les trois élèves les plus recherchés, {F, M, O} ; et avec

	recherché	toléré	rejeté	recherche	tolère	rejette
	*+	*=	*−	+*	=*	−*
A	11	16	3	8	8	14
B	10	11	9	7	10	13
C	7	12	11	8	17	5
D	7	12	11	11	6	13
E	10	7	13	8	7	15
F	20	5	5	9	7	14
G	13	12	5	6	11	13
H	15	11	4	10	5	15
I	5	8	17	11	8	11
J	10	11	9	8	10	12
K	3	10	17	17	0	13
L	8	18	4	7	2	21
M	17	11	2	9	12	9
N	6	7	17	6	12	12
O	17	7	6	13	7	10
P	14	4	12	9	8	13
Q	5	5	20	7	11	12
R	11	14	5	8	15	7
S	6	15	9	13	6	11
T	9	14	7	11	18	1
U	7	9	14	7	21	2
V	8	10	12	8	14	8
W	3	6	21	11	16	3
X	11	8	11	14	2	14
Y	14	7	9	10	6	14
Z	5	9	16	8	8	14
1	3	9	18	14	2	14
2	6	12	12	4	18	8
3	6	4	20	6	23	1
4	16	9	5	15	3	12
Σ	283	293	324	283	293	324

Tableau cumulatif k_{ES} donnant pour chaque élève le nombre des choix favorables ou défavorables qu'il formule ou dont il est l'objet.

2° axe ↑ ; 1° axe → ; K= à l'origine

(10) e+	(8) +e	(6) e+	(9) +e
(2) e=	(4) =e	(3) e=	(18) =e
(7) e−	(4) −e	(18) e−	(2) −e
(8) e+	(7) +e	(6) e+	(6) +e
(9) e=	(0) =e	(15) e=	(8) =e
(3) e−	(13) −e	(2) e−	(11) −e

Tableaux cumulatifs donnant pour chaque quadrant des plans 1×2 et 1×3 issus de l'analyse de $k_{E \times P}$, le nombre des points des divers signes des ensembles EC et CE. Le point K= , de masse nulle , est laissé à l'origine.

3° axe ↑ ; 1° axe → ; K= à l'origine

(3) e+	(8) +e	(4) e+	(10) +e
(8) e=	(0) =e	(6) e=	(1) =e
(8) e−	(14) −e	(17) e−	(13) −e
(15) e+	(7) +e	(8) e+	(5) +e
(3) e=	(4) =e	(12) e=	(25) =e
(2) e−	(3) −e	(3) e−	(0) −e

{P, Y, G}, six des huit élèves les plus recherchés. Tous ces bilans se devinent d'après la place de l'ensemble S des éléments supplémentaires; et les qualités générales que nous voyons ici ne sont autres que celles suggérées par l'analyse du tableau k_{ES}, conformément aux corrélations calculées entre les F_α (issus de k_{EP}) et les F'_β (issus de k_{ES}). On a en effet (cf supra 4.0) :

$$\mathrm{Corr}_{1,1} = 0{,}71;\ \mathrm{Corr}_{2,1} = 0{,}53;\ \mathrm{Corr}_{1,3} = -0{,}33;\ \mathrm{Corr}_{2,3} = 0{,}49.$$

La combinaison linéaire :

$$0{,}71\varphi_1 + 0{,}53\varphi_2 = 1{,}2\ F_1 + 1{,}25\ F_2,$$

(où on a noté $\varphi_\alpha = \lambda_\alpha^{-1/2} F_\alpha$ la fonction centrée de variance 1 proportionnelle au facteur F_α) a donc avec F'_1 une corrélation fort élevée : $(0{,}71^2 + 0{,}53^2)^{1/2} = 0{,}88$. Et on remarque que sur l'ensemble S des éléments supplémentaires $(1{,}2\ F_1 + 1{,}25\ F_2)$ oppose, comme F'_1 *- et =* à *+ et -*. De même la combinaison linéaire :

$$-\ 0{,}33\varphi_1 + 0{,}49\varphi_2 = -\ 0{,}57\ F_1 + 1{,}15\ F_2.$$

a avec F'_3 une corrélation $(0{,}33^2 + 0{,}49^2)^{1/2} = 0{,}59$. On vérifie encore que sur S $(-0{,}57\ F_1 + 1{,}15\ F_2)$ est, comme F'_3, fortement négatif en *=.

Il est bon de comparer les plans 1 x 2 issus des analyses de 3 tableaux k_{EP}, (30 x 180), k_{ExEC}, (30 x 90), et k_{ExCE}, (30 x 90). Les trois représentations obtenues de l'ensemble E sont assez voisines pour qu'on puisse utilement les superposer. Notons respectivement, $F_\alpha^P(e)$, $F_\alpha^{CE}(e)$, $F_\alpha^{EC}(e)$ les valeurs des facteurs en précisant par un indice supérieur quel est l'ensemble des colonnes du tableau d'où provient le facteur. La règle de prestige du clan $F_1(e) < 0$ s'écrit maintenant :

$$F_1^{CE}(e) < F_1^P(e) < F_1^{EC}(e);$$

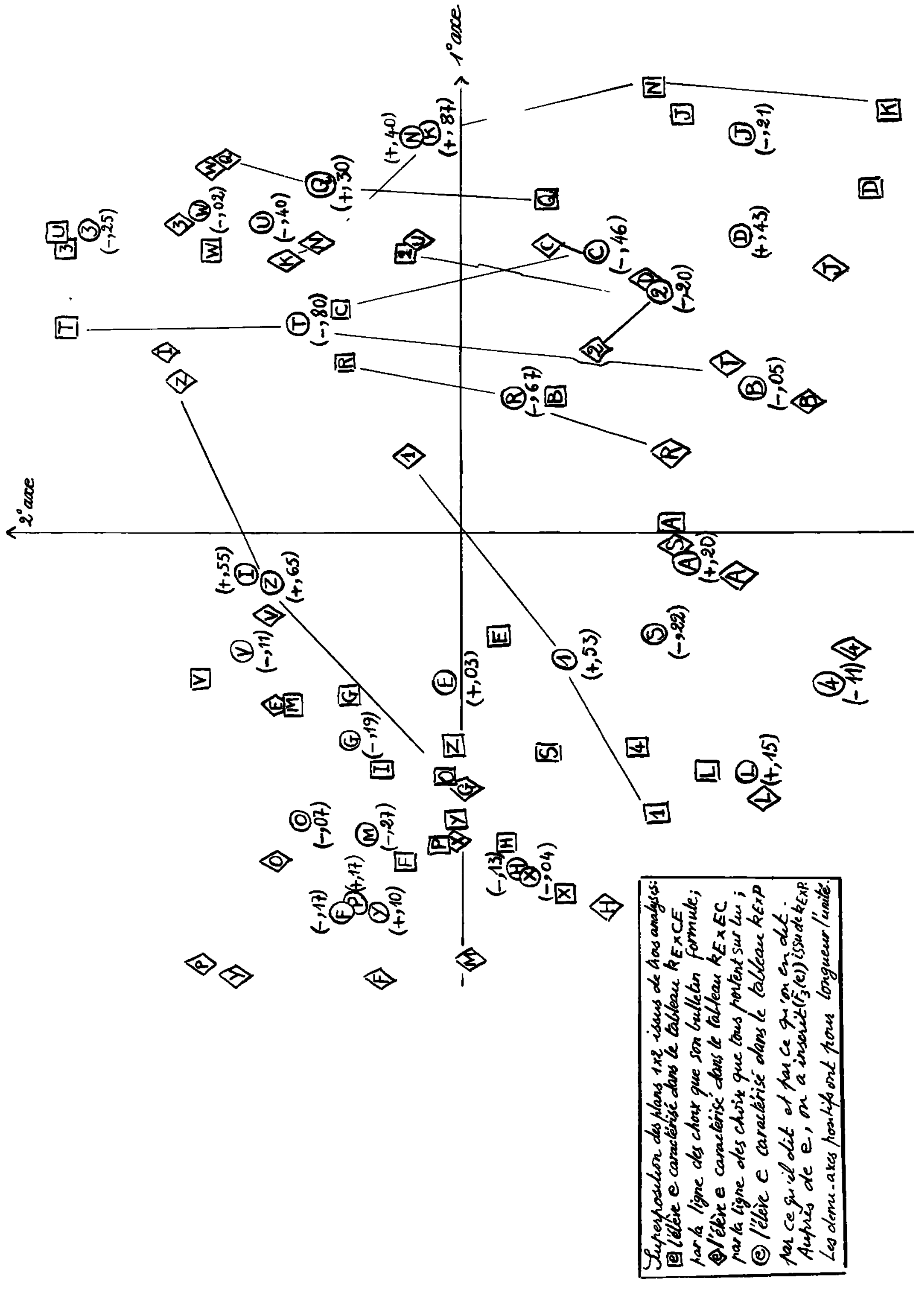
caractérisé dans $k_{E\ x\ CE}$ par l'ensemble des choix qu'il formule, e tend à se déplacer vers les F_1 négatifs; au contraire, caractérisé dans $k_{E\ x\ EC}$ par les choix dont il est l'objet e va vers les $F_1 > 0$. La concentration des triplets $\{e^{CE}, e^P, e^{EC}\}$ (de trois images de e dans le plan 1 x 2) ne va pas sans quelques exceptions qu'on a marquées à grands traits sur le graphique. On retrouve sans surprise le cas, déjà noté, de I et de Z.

Quant à la représentation du second ensemble signalons que sur le 2° axe issu de $k_{E\ x\ CE}$, tandis que les points $G_2^{CE}(+e)$ sont dispersés, on a :

$$\forall e \in E : G_2^{CE}(=e) > 0$$

$$\forall e \in E - \{A\} : G_2^{CE}(-e) < 0.$$

Cette séparation quasi- parfaite répond à celle, approximative, déjà vue dans l'analyse de $k_{E\ x\ P}$. Nous interpréterons le facteur comme suit. D'une part les élèves éprouvent de véritables attirances qu'ils expriment par des choix positifs +e d'un côté ou de l'autre de l'axe 2; et



Superposition des plans 1x2 issus de trois analyses:
[e] l'élève e caractérisé dans le tableau $k_{E\times CE}$ par la ligne des choix que son bulletin formule;
◇e l'élève e caractérisé dans le tableau $k_{E\times EC}$ par la ligne des choix que tous portent sur lui;
(e) l'élève e caractérisé dans le tableau k_{EXP} par ce qu'il dit et par ce qu'on en dit.
Auprès de e, on a inscrit (F_3(e)) issu de k_{EXP}
Les demi-axes positifs ont pour longueur l'unité.

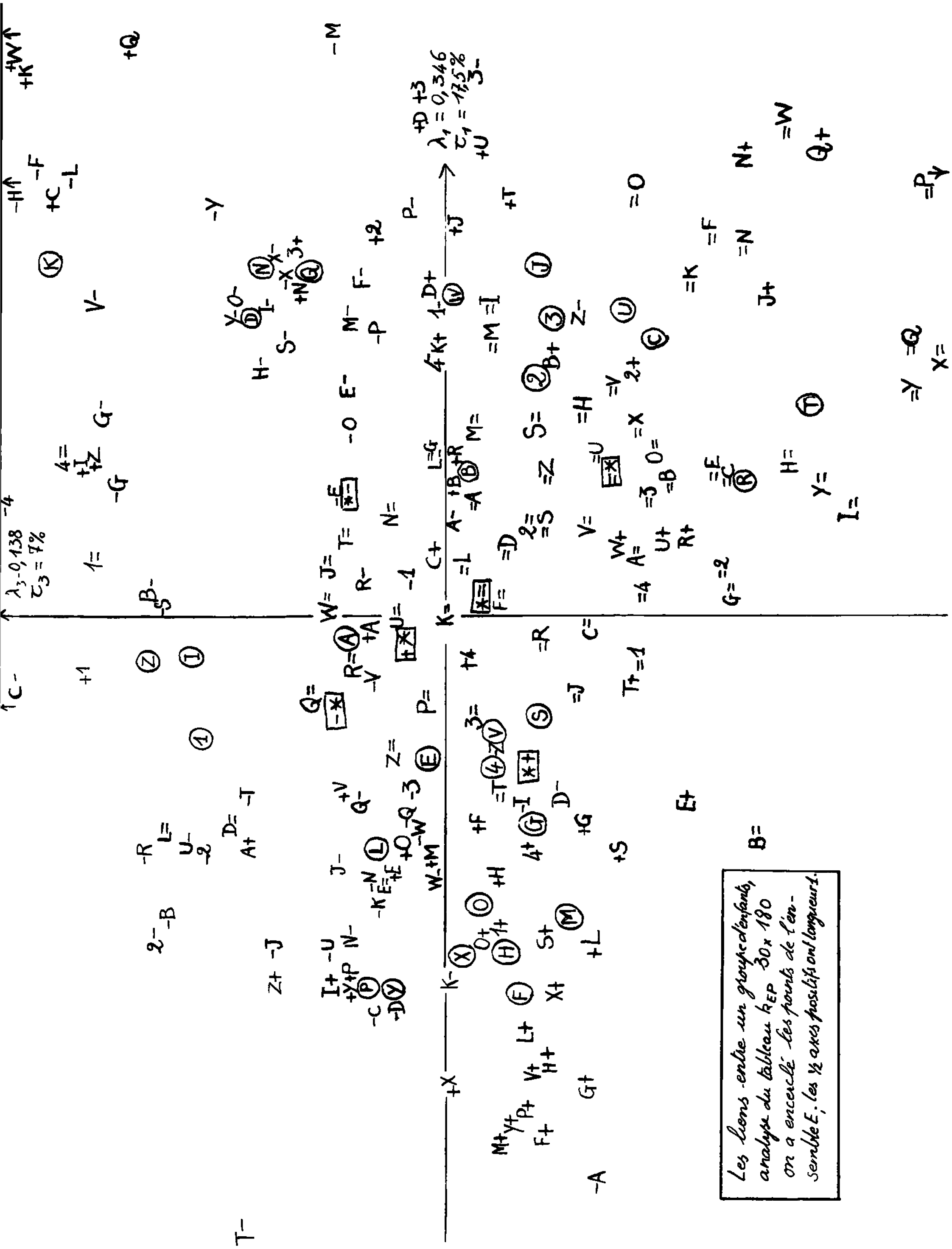
par là le 2° facteur issu de $k_{E \times CE}$ est un facteur d'opposition. D'autre part, les élèves expriment différemment ce qu'ils pensent des camarades qui ne les attirent pas : les uns ($F_2^{CE}(e) < 0$) formulent des rejets ($G_2^{CE}(-e) < 0$); les autres ($F_2^{CE}(e) > 0$) se bornent à garder le silence ($G_2^{CE}(=e) > 0$). Ainsi, sur le 2° axe, issu de $k_{E \times CE}$, tolérance ou résignation, $F_2^{CE} > 0$, s'oppose à intransigeance $F_2^{CE} < 0$. Une semblable opposition entre = *, tolère, et -*, rejette, se trouve sur la deuxième bissectrice du plan 1 x 2 issu de k_{ES}; on écrira : $F_2^{CE} \simeq F'_1 - F'_2$; (toutefois on n'a pas calculé de corrélation).

Au delà du 2° facteur, les résultats issus de $k_{E \times EC}$ et $K_{E \times CE}$ ne nous ont rien suggéré de notable : nous ne parlerons donc plus de ces tableaux.

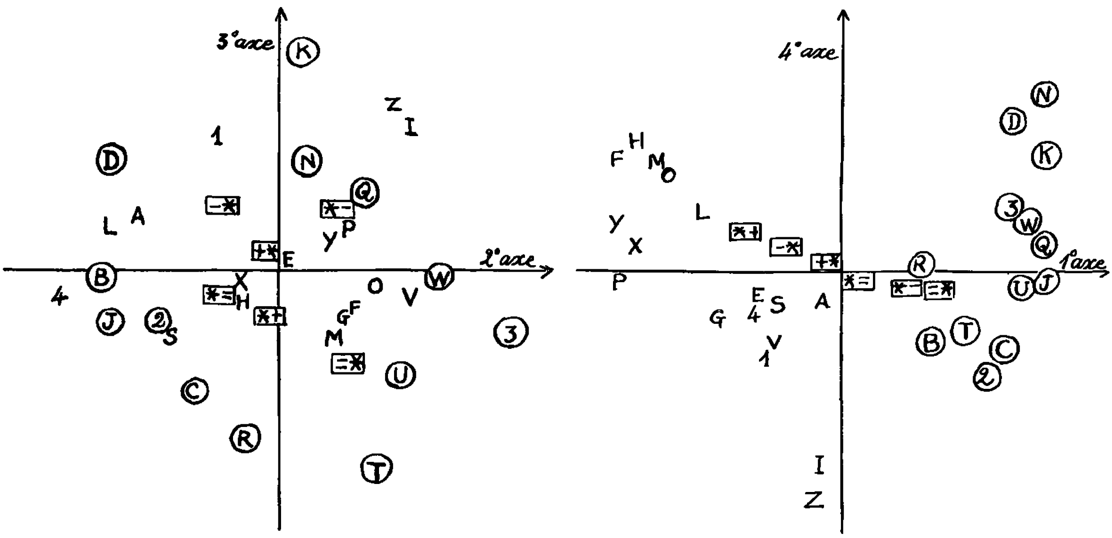
4.3. *Le troisième facteur* : Ayant avec le facteur F'_2 une corrélation élevée, ($Corr_{3,2} = 0,84$), le troisième facteur s'interprète bien comme une qualité générale. Du côté $F_3 > 0$, sont des élèves souvent rejetés et qui formulent eux-mêmes de nombreux rejets; de l'autre, ($F_3 < 0$), des élèves qui expriment très peu de rejets et assez peu de choix et dont la compagnie est recherchée. L'examen de l'ensemble P (cf plan 1 x 3 ou tableau cumulatif) confirme cette interprétation : 27 des points -e (rejette e) et 25 des points e- (rejeté par e) ont un facteur G_3 positif; 29 des points = e (tolère e) et 23 des points e+ (choisi par e) ont G_3 négatif.

L'interprétation générale étant donnée, cherchons si le facteur F_3 révèle dans l'ensemble E des distinctions qui n'apparaissaient pas dans le plan 1 x 2. Pour cela il est utile de dessiner le plan 2 x 3 en marquant différemment les sigles des élèves selon le signe du facteur F_1 : en effet, on a vu sur l'axe 1 (cf § 4.1) une nette séparation de la classe en deux partis; c'est donc au sein de chacun de ces partis qu'on doit chercher les distinctions apportées par les facteurs suivants. Du côté $F_1 < 0$, le seul apport du 3° facteur est de séparer 1($F_3(1) > 0$), ainsi que Z et I qui s'écartent déjà sur l'axe 2, et se séparent maintenant de V dont ils sont proches dans le plan 1 x 2. Du côté $F_2 > 0$, on a un ensemble d'élèves dont les points projetés sur le plan 2 x 3 se rangent à peu près en un cycle : D, K, N, Q, W, S, U, T, R, C, 2, J, B, D. Au déploiement de ce cycle le 3° facteur est nécessaire : en particulier la suite K, N, Q, W, U, T, qui forme dans le plan 1 x 2 un ilôt assez resserré, s'étale le long de l'axe 3. La liste des contributions relatives (cf [Prat. Corr.] § 2.5) confirme les remarques faites sur le graphique : les éléments 1, I, Z, K, R, T, peu expliqués par leur projection sur le plan 1 x 2 reçoivent du facteur F_3 une contribution relative majeure.

4.4. *Le quatrième facteur* : La contribution relative totale C_4 des qualités générales au facteur F_4 n'est que de 0,11. Comment chercher de F_4 une interprétation générale ? Le facteur F_4 est fondé sur des différences individuelles qu'il semble difficile de résumer d'une phrase :



Les liens entre un groupe d'enfants, analyse du tableau k_{EP} 30 x 180 on a encerclé les points de l'ensemble E ; les ½ axes positifs ont longueurs.



Liens entre un groupe d'enfants; analyse du tableau k_{EP} 30×180; seuls ont été encerclés les points de l'ensemble E dont le facteur F_1 est positif; les demi-axes ont longueur unité

on distingue seulement des prédicats qui apportent à ce facteur les plus importantes contributions : ce sont +V, 0- et Q- du côté négatif; et, du côté positif, +N, Q= et 2=. Pourtant l'examen des graphiques offre une interprétation simple.

L'ensemble E dessine dans le plan 1 x 4 un nuage parabolique (effet Guttman) : le facteur F_4 est positif quand F_1 a une forte valeur absolue; le facteur F_4 est négatif quand F_1 est aux alentours de zéro. De façon précise, divisons le premier axe en trois tronçons :

$$Tr_- : F_1 <_s F_1(G) : Tr_0 : F_1(G) \leq F_1 \leq F_1(C) ; Tr_+ : F_1(C) <_s F_1 ;$$

on a la règle suivante : $F_4(e)$ est positif si $F_1(e) \in Tr_- \cup Tr_+$; $F_4(e)$ est négatif si $e \in Tr_0$. Cette règle ne souffre que quatre exceptions, aux points P, R, U, J, où toutefois F_4 est voisin de zéro. Dans l'ensemble E, divisé en deux partis, le facteur F_4 distingue les individus qui sont bien incorporés à un parti quel qu'il soit ($F_4 > 0$), de ceux qui hésitent, ou plutôt, tels I et Z (cf § 4.2), ont avec les deux partis des liens de natures différentes. Pour plus de précision, il serait utile de chercher pour F_4 un polynôme de régression du 2° degré en fonction des facteurs précédents; et aussi de calculer les corrélations de F_4 avec les monômes F'^2_β ou $F'_\beta F'_{\beta'}$.

Puisque F_4 est, approximativement, une fonction de F_1, n'attendons pas que F_4 révèle dans l'ensemble E beaucoup de distinctions qu'on n'ait déjà vues dans l'espace 1 x 2 x 3. Notons seulement que le cycle

D K N Q W 3 U T R C 2 J B du plan 2 x 3, s'ouvre sur l'axe 4 entre les points D et B, opposés sur cet axe. Sur la liste des contributions relatives on remarque I et Z dont l'originalité, marquée déjà sur l'axe 3, s'accuse sur l'axe 4. (Ayant reçu de F_3 des contributions relatives de quelque 20 %, I et Z reçoivent de F_4 une contribution de plus de 30 %). Signalons enfin d'après cette même liste que A reçoit beaucoup de F_5 (la contribution relative de F_5 à A est de 25 %, contre 15 % apportés par les facteurs de rang 1 à 4) tandis que E et G s'opposent sur l'axe 6.

Mais ces enfants, dont une table de chiffres nous a seule compté les tourments et les jeux, ne sont pour nous que trente disques marqués d'une lettre ou d'un chiffre qui cachent un visage sans nom. Bornons donc à quatre facteurs le présent commentaire.

4.5. *Essai de classification automatique* : à l'ensemble E des trente enfants décrit par le tableau $k_{EP}(30 \times 180)$, on a appliqué l'algorithme de classification ascendante hiérarchique, la procédure choisie étant l'agrégation suivant la variance avec pour métrique la distance du χ^2 (cf [C.A.H.] TI B n° 4 § 2.5.3 et [Inf. Tab.] TI B n° 5 § 2.3.2). Classification automatique et analyse de correspondance s'accordent pleinement, mais celle-là n'est pas aussi clairement interprétable que celle-ci.

La dichotomie qui est au sommet de l'arbre de classification reproduit la nette division en deux camps apparue sur le 1° axe factoriel.

Le camp $\{F_1 > 0\}$ est subdivisé en 4 classes principales :

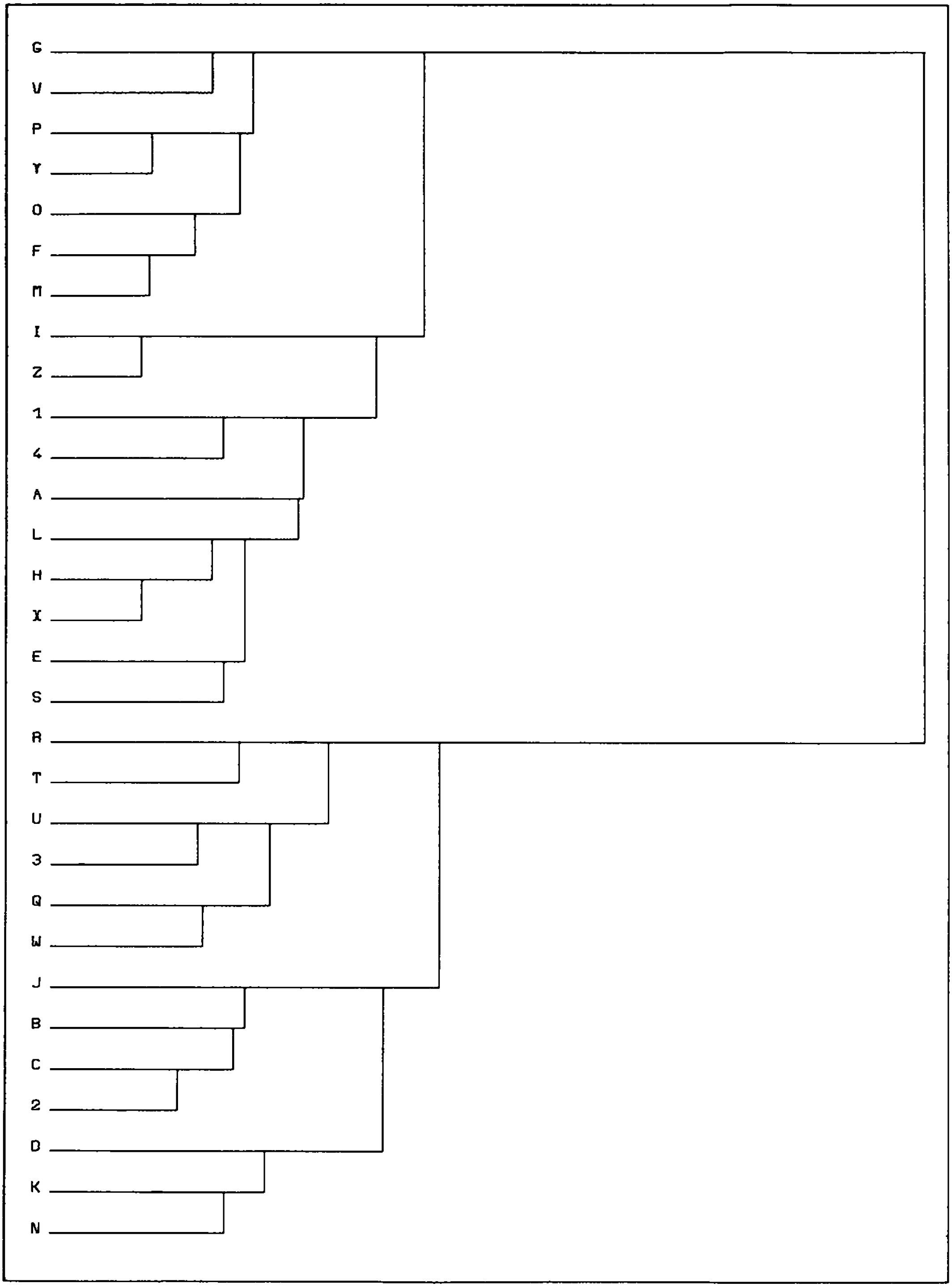
{R,T}, {U,3,Q,W}, {J, B,C,2}, {D,K,N}.

Sur la chaîne D K N Q W 3 U T R C 2 J B (cycle du plan 2 x 3 ouvert entre D et B) ces quatre classes forment quatre segments connexes.

Le camp $\{F_1 < 0\}$ est subdivisé en 3 classes principales :

{G,V,P,Y,O,F,M}, {I,Z}, {1,4,A,L,H,X,E,S}

La classe {1,4,A,L,H,X,E,S} est obtenue en adjoignant {E} au sous-ensemble défini par les deux conditions $\{F_1 < 0; F_2 < 0\}$; l'examen du plan 1 x 2 montre que cette adjonction est acceptable. La paire {I,Z} est apparue détachée sur le 3° axe. Nous n'en dirons pas plus, soumettant ci-contre au lecteur le tracé complet de l'arbre.



IMPRIMERIE GAUTHIER VILLARS, 70, rue de Saint Mande, 93100 Montreuil
Dépot légal 1976 Imprimeur 2115 — Editeur 032 — CPPP 57373
192717 76 3e trimestre 1976 *Imprime en France*
Le Directeur de la publication P BORDAS