

BULLETIN DE LA S. M. F.

A. DENJOY

Aspects actuels de la pensée mathématique

Bulletin de la S. M. F., tome 67 (1939), p. 1-12 (supplément)

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1939__67__S1_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1939__67__S1_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1939, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONFÉRENCES
DE LA
RÉUNION INTERNATIONALE DES MATHÉMATICIENS
TENUE A PARIS EN JUILLET 1937

Réun. intern. Math. (1937, Paris)

Bull. Soc. math. France,

Suppl. 1939, p. 1 à 12.

Journée du 7 Juillet 1937.

ASPECTS ACTUELS
DE LA
PENSÉE MATHÉMATIQUE ⁽¹⁾

Par M. A. DENJOY.

Le Bureau de la Société mathématique de France a jugé que la présence à Paris de nombreux mathématiciens français et étrangers, attirés par le désir de visiter l'Exposition internationale, fournissait à notre association la possibilité, par la tenue de quelques séances exceptionnelles, de faire acte de participation effective à la grande et brillante manifestation qui doit se dérouler pendant plusieurs mois sur les rives de la Seine.

Il ne s'agit donc pas d'un vrai Congrès, au sens habituellement réservé à ce terme, l'objet d'une réunion de cette dernière sorte étant d'imprimer un nouvel élan aux progrès de la science, par la communication que chaque membre est invité à faire à l'assemblée des derniers résultats de ses travaux.

(¹) Conférence inaugurale de la réunion internationale des mathématiciens, organisée à Paris par la Société mathématique de France, les 7, 8, 9 et 10 juillet 1937.

Le but de l'Exposition est de mettre sous les yeux du public un tableau d'ensemble des ressources essentielles dont l'art et la technique disposent à ce jour et des réalisations caractéristiques tirées de ces moyens. Chargé de donner la conférence inaugurant ces réunions, j'ai pensé me montrer davantage fidèle à l'esprit dont s'est inspiré la conception de la grande kermesse des cultures humaines, si, au lieu de décrire les résultats récemment acquis dans un chapitre particulier des mathématiques, je tentais de présenter sous une vue synthétique, la démarche de l'activité mathématique dans les toutes dernières décades, le choix de ses objets, les analogies et les oppositions qu'elle offre avec les autres modes contemporains de création mentale, les tendances dont il semblerait souhaitable qu'elle y persistât ou qu'elle les adoptât.

*
* *

La science est un phénomène social qu'il n'est pas possible d'isoler et dont les caractères, à chaque époque déterminée, reflètent les conditions générales de la civilisation où elle se développe : conditions de la vie spirituelle et imaginative s'exprimant dans les arts et les lettres, et même conditions économiques et politiques, influençant toutes les autres.

Depuis la guerre mondiale de 1914-1918, la production mathématique a cru en intensité dans de très fortes proportions. Le fait a été moins sensible dans les régions appartenant à des pays constitués avant 1914 que dans celles dont les nouveaux États ont été formés. Dans ces derniers, un nationalisme très vif, mais de la nature la plus louable, a poussé les gouvernements et les peuples à la fondation de nombreuses universités dont le personnel professoral s'est pris d'une très noble émulation pour rivaliser avec les représentants des écoles mathématiques étrangères les plus réputées, et pour tenter, souvent avec succès, de les surpasser.

La science a vu son prestige sortir grandi de la guerre. C'est une amère constatation à faire. Mais les splendides bienfaits qu'auparavant elle avait généreusement dispensés aux hommes les avaient beaucoup moins touchés et émus que n'ont fait les ruines et les désastres répandus à profusion entre les peuples de l'Europe par la technique issue des sciences. L'humanité, indifférente et dédaigneuse à l'égard de la science utile et secourable, a été saisie de considération et de respect devant la science génératrice d'effets terribles et néfastes.

Indépendamment de toute attente de satisfactions à l'amour-propre national dans la compétition perpétuellement ouverte entre les savants des divers pays, les peuples ou leurs chefs qualifiés ont compris que, non seulement dans la guerre industrielle constamment déclarée sur le terrain économique, mais aussi dans la guerre des armes dont l'éventualité ne cesse d'être une menace suspendue sur tout l'univers, l'existence d'un haut potentiel scientifique intérieur est indispensable à la sécurité d'un État.

L'organisation de la recherche scientifique a été développée ou créée dans de nombreux pays. En mathématiques elle s'est accomplie par la simple augmentation numérique du personnel occupé à cet objet. La multiplication des emplois universitaires, principalement des postes subalternes ou auxiliaires, a permis de donner des moyens d'existence à des hommes particulièrement bien doués et avides de consacrer leurs loisirs à la découverte. Mais il s'agit ici d'émoluments accordés en balance avec l'accomplissement réciproque d'une prestation matérialisée sous forme concrète. Ce qui au contraire a innové, c'est la conception de la recherche scientifique regardée comme un service public indépendant, justifiant par son seul objet et sans avoir besoin de se compléter par l'exercice d'un emploi défini, le concours financier de l'État.

De son côté l'initiative privée a multiplié les bourses et subventions.

Quels que soient les moyens mis en œuvre, on peut voir dans ces diverses mesures l'application à la recherche scientifique des méthodes intensives utilisées depuis la guerre dans tout le domaine économique. Pour la science aussi, le résultat des larges octrois de crédit a été une sorte d'inflation des produits mis en circulation. Mais comme ceux-ci ne font l'objet d'aucun marché, aucune dépréciation des quantités offertes n'a provoqué aucune crise.

Cependant, et sans qu'il soit nécessaire pour cela de nous rallier à l'ensemble de la doctrine marxiste, pourquoi ne reconnaitrions-nous pas ici encore l'action déterminante, certifiée par le matérialisme dialectique, de facteurs strictement économiques sur des événements en apparence aussi éloignés d'eux que le sont les vicissitudes de la découverte dans la science pure. Des esprits naturellement fertiles sont artificiellement maintenus dans un état de stérilité par l'astreinte à des besognes serves, sous l'empire des nécessités alimentaires. Qu'une occasion fortuite, ou résultant d'une décision délibérée, les allège de cette chaîne, et ces intelligences, se fécondant par l'exer-

cice de la méditation poursuivie à loisir, conçoivent et enfantent des idées nouvelles.

*
* *

Par quels effets s'est manifesté cet accroissement considérable du personnel consacré à la recherche scientifique dans le monde ?

Dans maint domaine des mathématiques, le sol a été fouillé, tourné, retourné, avec une minutie, une pénétration dont il n'existait, je crois, guère d'exemples avant la guerre. Autrefois, des chercheurs isolés s'attachaient à découvrir dans les ordres de questions choisis par eux, quelques faits capitaux éclairant la nature des phénomènes et dévoilant les notions fondamentales dans la catégorie étudiée. Leur investigation s'arrêtait à la détermination de ces points culminants, de ces carrefours, fixant la topographie et la circulation des idées dans cette région du nombre. Le plus souvent la carte de celle-ci était tenue dès lors pour suffisamment établie. Les voies permettant d'approcher utilement tout lieu de ce territoire étaient regardées comme assez nettement définies par cette information élective. La connaissance détaillée du domaine n'éveillait pas de curiosité plus exigeante.

C'est une sorte d'organisation du travail par équipe avec la division correspondante de la tâche, que l'on croit observer dans maint pays, même dans ceux dont l'esprit obstinément individualiste semblait le plus réfractaire à cette méthode. Ici la science paraît encore modeler les procédés de son activité sur ceux de l'industrie, où progressivement l'entreprise conçue et menée par un seul disparaît devant la grande concentration, anonyme et collective, des ressources, de l'outillage et des initiatives. L'art et la littérature, où non seulement l'inspiration, mais aussi la réalisation formelle de l'œuvre, gardent irréductiblement un caractère personnel, subjectif, indivisible, s'adaptent moins aisément aux nouvelles conditions de la vie sociale de l'humanité. Le parallélisme si souvent observé jusqu'ici entre les attitudes et les dispositions des esprits à l'égard de l'invention créatrice dans les divers ordres ne manquerait pas de s'arrêter si l'individualisme venait à ne pas recouvrer des droits suffisants.

Quels sont les chapitres des Mathématiques où les efforts de la recherche se sont portés avec le plus d'intensité depuis vingt ans ? Quelle est l'étendue des découvertes et quel degré d'intérêt présentent-elles ? Essayons de répondre très succinctement à ces questions.

La fonction harmonique, qui, à l'intérieur de toute région comprise dans son domaine de définition et limitée par une courbe plane ou par une variété homéomorphe à la surface d'une sphère, d'une hypersphère, réalise entre les valeurs prises par cette fonction sur la frontière de la région, une liaison étendant de la façon la plus simple la fonction linéaire d'une variable, la fonction harmonique joue dans l'Analyse un rôle capital que les applications à la Physique ne cessent pas de souligner.

Dans le plan, la théorie des fonctions harmoniques peut servir de base ou au contraire de complément, selon que l'on adopte la conception de Riemann ou celle de Cauchy, à la théorie des fonctions d'une variable complexe. De ce point de vue, aussi bien que pour répondre au besoin d'expliquer les propriétés des fonctions d'une variable réelle développable en série de Taylor, l'intérêt de la théorie des fonctions d'une variable complexe ne saurait être exagéré, ni pour le présent, ni pour l'avenir. Dans ce domaine, constamment cultivé depuis un siècle, mais avec des méthodes qui après Cauchy et Weierstrass n'avaient plus été sensiblement perfectionnées, la transformation et le progrès des connaissances ont été vraiment prodigieux depuis la guerre.

C'est principalement l'étude de la fonction uniforme autour d'un point singulier essentiel isolé, ou dans un cercle d'holomorphie, qui a été approfondie au point de fournir dans bien des cas la marge numérique exacte de variation possible d'une fonction analytique vérifiant des conditions données. Dans un domaine où beaucoup des meilleurs analystes du temps présent ont donné leur mesure, il serait téméraire de prétendre citer des noms sans s'exposer à de graves omissions. Il semble toutefois équitable d'énumérer, parmi les puissantes méthodes nouvelles auxquelles ont été dus les principaux progrès accomplis : l'introduction de la fonction caractéristique de R. Nevanlinna, l'emploi avec P. Montel des familles normales après un retour à la fonction modulaire d'où M. Picard avait jadis tiré le germe de toutes ces théories, enfin la représentation conforme si efficacement utilisée par Carleman et Ahlfors.

L'étude conjuguée des valeurs prises par les fonctions des sortes indiquées et de l'ensemble des points où ces fonctions prennent ces valeurs, est à proprement parler l'examen de la fonction inverse. On sait par un théorème célèbre de Poincaré, que la fonction analytique la plus générale est une fonction uniforme d'une fonction inverse de fonction uniforme.

Les recherches de Painlevé sur les équations différentielles à points

critiques fixes se heurtaient à de grandes difficultés provenant de l'insuffisance, à leur époque, de la théorie générale des singularités des fonctions uniformes. Il serait intéressant que cette dernière théorie réalisât, dans le cas le plus étendu, des progrès comparables à ceux qu'elle a effectués dans les deux cas restreints principalement étudiés jusqu'ici. Le problème de Painlevé offre à la théorie des fonctions de variable complexe l'une des plus belles applications qu'elle puisse envisager. Il conviendrait, à l'exemple de M. Garnier et plus lointainement de M. Chazy, de continuer dans cette direction l'œuvre du glorieux savant qui a si hautement honoré la Faculté des Sciences de Paris.

Les séries trigonométriques sont à l'origine des notions précises modernes sur la convergence des suites, la continuité des fonctions, leur dérivabilité distinguée de la continuité, l'intégration. L'analyse a dû changer de caractère, détacher sous le nom de Théorie des fonctions de variables réelles l'un de ses plus importants rameaux, pour pouvoir envelopper le plein épanouissement des phénomènes numériques présentés par les séries trigonométriques. Celles-ci offrent encore cet intérêt de définir une fonction harmonique à l'intérieur d'un cercle par ses valeurs limites aux extrémités des divers rayons, et les séries trigonométriques peuvent prétendre bénéficier à ce titre de l'importance attachée aux fonctions harmoniques dans l'Analyse.

Il serait toutefois permis de douter que l'immense production consacrée dans ces dernières années à cette forme de développement numérique ne dépassât pas nettement la portée des enseignements généraux que nous pouvons attendre des résultats obtenus, si les séries trigonométriques ne servaient pas d'introduction aux séries de fonctions orthogonales dont l'intérêt ne cesse aujourd'hui de croître.

L'étude des fonctions de Baire, des ensembles boréliens et analytiques, et même des fonctions et ensembles plus généraux, a été poussée par l'école polonaise et certains membres de l'école de Moscou, à un degré de profondeur et de généralité qui confond l'esprit d'admiration. On aime penser que si cette classe de travaux venait à être brusquement suspendue, les résultats déjà acquis permettraient pendant un siècle de répondre par oui ou par non à toutes les questions qui, dans les diverses branches des mathématiques, se poseront touchant la distinction du possible et de l'impossible dans la nature des fonctions introduites par les problèmes de l'Analyse.

Une autre section que son énorme développement depuis vingt ans range également parmi les sciences presque neuves, est la Topologie.

Celle des espaces euclidiens existait déjà dans quelques-unes de ses idées fondamentales. Son intervention est indispensable, et elle le sera toujours davantage, dans l'étude qualitative des trajectoires réelles et des surfaces intégrales définies par les équations différentielles ou aux dérivées partielles. La mécanique analytique de Birkhoff qui, avec ses problèmes sur la transitivité, les caractères des systèmes ergodiques, attire tant de chercheurs, est évidemment tributaire de la topologie euclidienne dont les progrès ne sauraient être trop favorisés.

La topologie générale, de création plus récente que la première et où il est superflu de rappeler la part revenant à M. Fréchet, rend déjà des services à l'Analyse, ne serait-ce que dans les questions où interviennent une infinité de variables.

Enfin le calcul des probabilités a connu lui aussi un afflux de conceptions et de méthodes nouvelles qui ont grandement modifié et accru l'étendue de cette doctrine.

Les rubriques que j'ai citées, théorie des fonctions de variables complexes, séries trigonométriques, fonctions de Baire et ensembles cartésiens, topologie, calcul des probabilités, ne comprennent qu'une faible part des sujets abordés depuis vingt ans par les mathématiciens. Je les ai signalées parce qu'elles figurent néanmoins, si je ne me trompe, les principales zones où les efforts concourants, sans être nécessairement concertés, de mathématiciens appartenant souvent à des pays très divers, se sont massivement portés.

Dans la plupart des autres domaines de notre science, la recherche a gardé son caractère individualiste, étant inspirée, à la façon romantique, par le besoin de trouver une explication et une cause à des faits observés par l'esprit, et non pas engagée pour obéir à l'émulation de l'exemple.

..

En mathématiques, et aussi pour l'ensemble des sciences dont la croissance depuis un siècle paraît s'amplifier à une allure de représentation exponentielle, l'esprit se sent menacé de submersion par cette marée montante de faits, de résultats et de notions. La somme des images qu'un cerveau humain peut conserver pour les utiliser éventuellement, les appeler à la lumière de la réflexion consciente, est évidemment limitée. La déperdition continuelle de celles qui s'effacent définitivement et disparaissent, finit par compenser et par dépasser l'apport des acquisitions nouvelles.

Le travail de réduction des connaissances de chaque ordre aux idées

dominantes et à quelques idées satellites, à la stricte armature où s'attachent toutes les parties du corps d'une même doctrine, ce travail s'imposera si l'on veut pouvoir maintenir l'existence d'une culture générale, même limitée à la seule discipline mathématique. Le rôle de la critique assumant la charge de l'examen et de l'estimation des derniers travaux parus, ne cessera pas de grandir. Pour la synthèse organique des divers éléments de chaque théorie, c'est à l'épreuve de l'exposé didactique que les idées maîtresses s'ordonnent, se hiérarchisent et que la broussaille des faits secondaires, les branches mortes sont tranchées et élaguées, afin d'aérer et montrer à la vue les troncs vivaces qui forment la forêt nette et praticable.

Je suppose qu'à la fin de la Renaissance et au début du dix-septième siècle, les géomètres avaient la mémoire chargée des propriétés d'une foule de courbes remarquables, étudiées depuis l'antiquité, et pour chacune desquelles la construction des tangentes, les relations angulaires, segmentaires, les alignements rectilignes ou circulaires étaient révélés par des considérations et des règles propres à chaque cas. On devait pareillement savoir résoudre de nombreux types d'équations algébriques, chacun suivant un procédé adapté à l'espèce étudiée. La géométrie analytique, le calcul différentiel, ramenant cette vaste diversité à un canon unique, ont fait progressivement tomber dans l'inattention et dans l'oubli cette riche collection de recettes et d'ingénieux artifices.

Il convient d'admettre que, parallèlement à cette prolifération redoutablement accélérée se manifestant sur les rameaux de l'arbre mathématique, de puissantes conceptions générales s'élaborent qui, fournissant des explications synthétiques immédiates, frappent d'une marque d'inutilité et vouent à un abandon inévitable, les causalités circonstanciées antérieurement invoquées.

On ne peut pas tous les jours découvrir une géométrie cartésienne, un calcul infinitésimal, une théorie des ensembles pour lancer la faux dans les herbages sans vitalité et féconder le sol qui les portait avec de vastes terrains alentour.

Mais l'inévitable semble bien être que, l'ensemble des points extrêmes de la connaissance s'éloignant toujours davantage, le champ accessible à une même intelligence humaine sera de plus en plus étroit, les connexions avec les champs voisins seront de plus en plus ignorées. Les raisons des techniques les plus perfectionnées et dont maints détails seront fondés sur la science la plus récente deviendront de moins en moins familières aux hommes chargés de les utiliser. Qu'une

catastrophe, de nature politique ou autre, fasse rejeter comme un odieux fardeau le souci de la culture intellectuelle, et l'humanité deviendra pareille à ces espèces industrielles figées qui, ayant atteint l'extrême limite de leur faculté de création et perdu la trace des voies suivies par leurs individualités initiatrices, ne savent plus qu'indéfiniment répéter les mêmes gestes et réédifier les mêmes ouvrages selon de rigides normes gardant pour elles tout leur secret.

*
* *

Sans nous arrêter à ces décourageantes anticipations, encore extrêmement lointaines n'en doutons pas, abordons un sujet bien digne d'attention, savoir l'examen des conditions les plus favorables où grandit et mûrit le génie des hommes dont les conceptions originales, presque soudainement surgies, portent la révolution dans une science déjà constituée, comme le firent Descartes et Leibniz pour nous en tenir à des exemples lointains et capitaux, ou en tirent une nouvelle du néant, comme Pascal quand il créa le calcul des probabilités.

Les meilleures de ces conditions sont aisées à énoncer : le loisir assuré, l'entière liberté laissée à l'esprit d'errer à sa guise aussi longtemps qu'il n'aura pas été irrésistiblement agrippé par un objet.

La science est un fruit social et l'organisation de la société retentit profondément sur l'évolution de la science. Si la transformation de l'ordre actuel se poursuit dans le sens où elle paraît tendre, il est peu probable que le libéralisme de l'État excède l'octroi à un jeune savant de quelques années de loisirs complets, mais avec l'obligation morale d'orienter normalement ses pensées vers un ordre de recherches déterminé. Ces facilités accordées sont grandes. Elles ne sont peut-être pas suffisantes à l'âge où la personnalité doit quêter autour d'elle les éléments qui lui donneront son caractère.

Au temps déjà presque révolu où un homme pouvait vivre du corps social sans être tenu de rien lui restituer en échange, les conditions que j'ai dites étaient réalisées pour quelques privilégiés. Le rendement du système, avouons-le, n'était pas considérable. Il produisait surtout beaucoup de riches oisifs qui n'ajoutaient rien par eux-mêmes ni aux idées ni aux mœurs. Mais quand il favorisait une nature exceptionnellement douée, il inscrivait à son actif un succès inestimable.

Suivons un instant Descartes et Leibniz dans la période de leur existence qui, débutant au terme de leur adolescence studieuse, s'arrête au seuil de leur principale découverte mathématique.

Descartes, dont le Discours de la Méthode va être célébré cette année dans son troisième centenaire, était un propriétaire assez considérable du Poitou. Après avoir achevé ses études de droit, il quitte sa province, surtout pour garder la libre disposition de ses loisirs, que les obligations mondaines attachées à la position de sa famille n'auraient pas manqué de troubler. Il s'expatrie, s'efforce selon son expression d'approcher des hommes de toute condition, s'engage comme volontaire sans solde, pour voir la guerre. Et après dix ans de pérégrinations mal connues, il trouve son refuge en Hollande, où, dans le parfait isolement rêvé par lui, il s'abandonne à ses méditations.

Leibniz fut amené aux mathématiques par ses conversations avec les géomètres parisiens au cours d'un séjour qu'il fit chez nous. Il amusait beaucoup ses interlocuteurs par ses inductions hâtives et les raisonnements boiteux dont il les étayait. Le rationalisme de sa philosophie se contentait d'une logique trop accommodante. Mais Leibniz apprit vite à corriger les intempérances de sa raison. De plus modestes exemples nous ont été donnés, depuis, de mathématiciens venus eux aussi de la philosophie et demeurés longtemps sujets à de fâcheuses défaillances de rigueur logique. Mais il faut reconnaître ce qu'une forte culture philosophique inspire irrévocablement à l'esprit, savoir l'ambition de monter aux sources de la causalité et l'aversion des problèmes d'objet restreint. Le mathématicien et généralement le vrai savant s'effarent de la témérité du philosophe. Mais le souci de ne marcher qu'à pas assurés maintient peut-être trop obstinément les yeux baissés vers le sol et empêche le regard de se porter au loin.

Avec le fermier-général Lavoisier, créateur de la Chimie moderne, nous avons là l'exemple de trois hommes dont la prodigieuse originalité scientifique a pris son essor dans une existence affranchie de tout souci matériel et dont la pensée n'a jamais cessé d'être entièrement libre de choisir son objet et même de n'en choisir aucun. Après l'acquisition, au cours de la jeunesse, de connaissances générales dont subsiste plus tard dans le souvenir uniquement la collection de ces faits-repères sur lesquels nos jugements s'appuient et dont ils doivent toujours respecter la donnée, l'esprit de ces hommes vagabonde sans loi ni contrainte, et c'est plus tard qu'enrichi de disciplines mentales forgées à mille expériences diverses dont les plus fugitives ne sont pas les moins pénétrantes, il revient avec des yeux reposés et frais vers cette doctrine dont seuls les éléments fondamentaux, indestructibles, sont demeurés en lui.

La chronologie des publications ne saurait rien prouver touchant l'ordre de gestation intime des idées essentielles de l'œuvre. Leibniz, Descartes, peut-être plus encore que Pascal, n'ont pas cessé depuis l'éveil de leur raison, d'être des philosophes. Le jour où leur esprit, mûri par les réflexions, pour la première fois depuis l'adolescence, rencontre les mathématiques, il trouve en elles d'abord une captivante diversion, puis un dressage aux habitudes de correction logique. Dès lors l'esprit de géométrie pénètre de sa solidité et de sa vigueur leurs conceptions philosophiques, en même temps que le goût des spéculations étendues à de vastes objets les détournent des horizons bornés pour les diriger vers les sommets commandant de vastes panoramas.

*
* *

Après nous être inquiétés des moyens de susciter l'éclosion de grandes créations scientifiques, parlons enfin de l'orientation souhaitable des mathématiques.

Le profane n'imagine pas la mathématique autrement qu'un assemblage de chaînes déductives formées de théorèmes successifs. Il ne soupçonne pas que chez nous aussi la question se pose de porter des jugements de valeur. Si une rigueur logique hors de contestation est indispensable pour qu'un ouvrage puisse revendiquer une place en mathématiques, cette condition, obligatoirement remplie par les œuvres relevant de cette discipline, ne leur confère pas à toutes un rang égal. La hiérarchie adoptée ne sera pas indépendante du mathématicien appelé à la définir. Même si les qualités inventives de l'auteur sont pareillement appréciées de tous ses confrères, ceux-ci différeront habituellement d'avis, concernant le degré d'intérêt qu'il convient de prêter au sujet traité.

Les mathématiques sont l'honneur de l'esprit humain, a dit Jacobi. Aussi les mathématiques, comme l'honneur, ne sont-elles jamais trop pures aux yeux de quelques-uns. Il n'est cependant pas opposé à un véritable esprit philosophique de souhaiter que les mathématiques, loin de former un organisme sans connexion avec l'ensemble des autres connaissances humaines, se développent en relation d'homogénéité tout au moins avec les sciences les plus voisines d'elles et lui faisant le plus d'emprunts.

Les séries trigonométriques, situées à la source de toutes les notions fondamentales de l'Analyse moderne, ont été imposées par la Physique aux géomètres, qui se sont d'abord débattus de toutes leurs

forces pour repousser loin d'eux ce cadeau pourtant sans prix. Les fonctions harmoniques, les équations différentielles ou aux dérivées partielles ont été suggérées à l'Analyse par la Physique, la Mécanique ou la Géométrie. Une catégorie mathématique joue un rôle d'autant plus important dans une théorie et elle brille de propriétés d'autant plus remarquables qu'elle offre un caractère davantage interthéorique, quand elle se présente aussi dans une seconde doctrine mathématique, ou même interscientifique, si une autre science que la mathématique en impose la considération.

Aussi peut-on raisonnablement soutenir que les équations de la Physique et de la Mécanique sont nécessairement une source de problèmes mathématiques de très vaste intérêt.

On me répondra que la Physique, l'Astronomie ont utilisé de la façon la plus adéquate qu'on eût pu souhaiter certaines théories mathématiques conçues dans la voie la plus éloignée de toute visée d'application. Il est vrai, mais on ne peut porter un jugement aussi favorable sur toutes les parties des mathématiques, même parmi les plus anciennes. En réalité, le mathématicien doit posséder un don de discernement lui permettant de pressentir si les faits qu'il met en évidence dans une étude d'objet défini, seront ou non rencontrées également dans d'autres parties des mathématiques. Chaque analyste doit porter à tout instant sur son ouvrage un jugement de valeur. Un sens spécial doit l'avertir s'il crée du formel ou s'il découvre du réel.

* *

Sous le titre un peu vague de cette conférence, j'ai voulu non pas présenter un dessin de ce qui fait l'objet présent de la recherche mathématique, cette tâche devant être excellemment remplie par les très éminents géomètres chargés des conférences suivantes, mais j'ai voulu situer à ce jour la Mathématique dans le social. Au moment où l'humanité se trouve à une croisée, à un carrefour de chemins et où la politique tend à s'annexer tous les modes d'activité, matérielle ou spirituelle, et la science aussi bien, il m'a paru intéressant et utile de vous convier à songer avec moi aux conditions idéales dans lesquelles la Mathématique accomplirait le mieux ses progrès et rendrait à l'homme les hautes satisfactions et les services qu'il attend d'elle.

ARNAUD DENJOY.