BULLETIN DE LA S. M. F.

C. A. LAISANT

Influence de la forme des équations en géométrie analytique

Bulletin de la S. M. F., tome 32 (1904), p. 56-58
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1904__32__56_1>

INFLUENCE DE LA FORME DES ÉQUATIONS EN GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE;

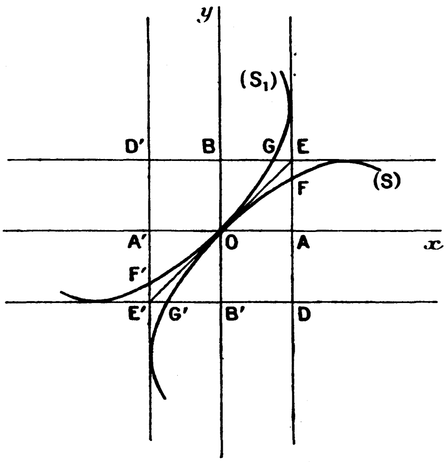
Par M. C.-A. Laisant.

Il y a longtemps déjà j'ai publié, dans le *Bulletin de la Société mathématique de France,* une Communication intitulée : *Sur la représentation analytique des figures et leur segmentation,* où je faisais ressortir la possibilité de représenter à volonté une partie seulement d'une courbe donnée. Les remarques très brèves que je présente ci-après se rattachent un peu au même ordre d'idées, tout en étant différentes de celles que je viens de rappeler. Elles reposent sur la limitation qu'on s'impose dans le champ de variation d'une coordonnée x, si dans l'équation de la figure entre une fonction $\varphi(x)$ qui devient imaginaire lorsque x dépasse certaines valeurs limites.

Je me bornerai, pour plus de brièveté, à des exemples simples.

Soit $y = \sin x$ ou $y - \sin x = 0$ l'équation d'une sinusoïde. On peut aussi bien l'écrire $x - \text{arc}\sin y = 0$, et elle représente la courbe entière, tout comme la précédente, puisque y ne varie qu'entre -1 et $+1$, mais qu'à chaque valeur de y correspondent une infinité de valeurs de x. De même, $x - \sin y = 0$, ou $y - \text{arc sin } x = 0$ représente toute la sinusoïde S_1. Si nous écrivons $(y - \sin x)(x - \sin y) = 0$, nous aurons l'équation de l'ensemble des deux sinusoïdes. Mais $(y - \sin x)\ (y - \text{arc sin} x) = 0$ représentera seulement la partie de la figure comprise entre les deux parallèles AD et A'D' à Oy, puisque x ne peut varier que

Fig. 1.



de -1 à $+1$; c'est-à-dire toute la sinusoïde S_1 et une partie seulement (F'OF) de la courbe S. De même $(x - \sin y)(x - \text{arc sin} y) = 0$ représente toute la sinusoïde S et l'arc G'OG de la courbe S_1. Enfin $(y - \text{arc sin} x)\ (x - \text{arc sin} y) = 0$ représente la partie comprise dans le carré DED'E', c'est-à-dire une figure ayant quatre points d'arrêt.

On reconnaîtrait de même que $\text{arc sin} x = \text{arc sin} y$ est une équation qui représente un segment de droite, diagonale E'E du carré DED'E' dans la figure précédente.

Je pourrais rappeler aussi l'exemple de la courbe ayant pour équation $y = \cos\sqrt{x}$; elle a ou n'a pas un point d'arrêt sur Oy, suivant qu'on se croit obligé de donner à x des valeurs exclusivement positives, ou qu'on s'autorise à faire varier x de $-\infty$ à $+\infty$.

Enfin, j'ai entendu des mathématiciens fort éminents, à qui je posais la question, se demander si $y = x$ ou $y = (\sqrt{x})^2$ sont deux équations qui représentent bien la même figure.

Tout ceci montre à quel point la forme des équations importe en Géométrie analytique, et quelles précautions devraient s'imposer dans l'enseignement, lorsqu'on opère des transformations de calcul.