BULLETIN DE LA S. M. F.

P. H. SCHOUTE

Aperçu d'une solution algébrique du problème suivant : « Trouver le lieu des centres des hyperboles équilatères qui ont un contact du troisième ordre avec une parabole donnée »

Bulletin de la S. M. F., tome 10 (1882), p. 222-223

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1882__10__222_1>

Aperçu d'une solution géométrique du problème suivant : « Trouver le lieu des centres des hyperboles équilatères qui ont un contact du troisième ordre avec une parabole donnée » (¹); par M. SCHOUTE.

(Séance du 17 novembre 1882.)

Le problème en question se résout sans peine par l'analyse ; le lecteur en trouvera sans doute une solution géométrique avec les indications suivantes. Si l'on fait une figure où A représente un point arbitraire de la parabole, B le point d'intersection de la normale en A à la parabole et de sa directrice, C un point de cette normale déterminé au delà de la directrice de manière que $CB = 3BA$:

(*a*) *Les hyperboles équilatères, qui ont au point* A *un contact du second ordre avec la parabole, passent toutes par le point* C ;

(*b*) *Le lieu des centres des hyperboles équilatères, qui ont au point* A *un contact du second ordre avec la parabole, est le cercle, dont* B *est le centre et* BA *le rayon ;*

(*c*) *Le centre de l'hyperbole équilatère, qui a au point* A *un contact du troisième ordre avec la parabole, est le point symétrique de* A *par rapport à la directrice ;*

(¹) Le problème a été posé par M. W. Mantel dans un Recueil hollandais : *Wiskundige opgaven.*

(*d*) *Le lieu cherché est la parabole symétrique de la parabole donnée par rapport à sa directrice.*

En passant, on trouve ce théorème :

(*e*) *Les deux paraboles, qui ont en un point donné un contact du troisième ordre avec une hyperbole équilatère donnée, ont la même directrice, la droite élevée perpendiculairement sur le milieu du rayon vecteur du point par rapport au centre de la courbe,*

et la solution géométrique des deux problèmes :

(*f*) *Construire les deux asymptotes, les sommets et les foyers de l'hyperbole équilatère, qui a un contact du troisième ordre avec une parabole donnée en un point donné.*

(*g*) *Construire la directrice et les foyers des deux paraboles qui ont un contact du troisième ordre avec une hyperbole équilatère donnée en un point donné.*

Je termine par une remarque. Le théorème fondamental : *Toute hyperbole équilatère qui contient les trois sommets d'un triangle contient aussi le point d'intersection des hauteurs,* théorème dont j'ai fait usage dans la démonstration du lemme (*a*), permet de remplacer la condition quadruple imposée à l'hyperbole équilatère, d'avoir en A un contact du troisième ordre avec la parabole donnée, par deux conditions doubles, celles de toucher en A la parabole et en C une droite déterminée qu'on construit sans peine.