L. RODET

Le Souan-pan des chinois et la banque des argentiers

Bulletin de la S. M. F., tome 8 (1880), p. 158-168
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1880__8__158_1>

Le Souan-pan des Chinois et la Banque des argentiers; par M. Léon Rodet.

I.

J'ai eu la bonne fortune de me trouver dernièrement en rapport avec un jeune homme, M. Arnold Vissière, diplômé de l'École des langues orientales vivantes pour le chinois, et aujourd'hui interprète de l'ambassade brésilienne à Canton. Sur ma demande, M. Vissière avait bien voulu entreprendre l'étude des Mathématiques chez les Chinois, étude qui a été à peine effleurée par Ed. Biot, et il avait déjà entrevu une ample moisson de faits curieux lorsque son départ pour la Chine est venu le forcer à interrompre ses recherches. Il m'a signalé, entre autres choses importantes, parmi les trésors de notre Bibliothèque nationale, qu'il se proposait de mettre amplement à profit, une biographie des auteurs chinois qui ont écrit sur les Mathématiques et l'Astronomie, avec appréciation du mérite de leurs Ouvrages.

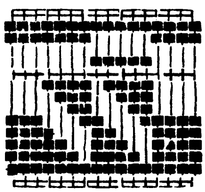
M. Vissière n'avait eu le temps de me faire connaître que fort peu de choses qu'il avait découvertes dans un Ouvrage analysé jadis par Biot, et intitulé *Souan-fa-thong-tsong,* « Recueil général des règles du calcul, » qui, composé au xv^e^ siècle de notre ère, sert encore de Livre classique pour l'enseignement du calcul en Chine. Parmi les faits curieux qu'il m'avait signalés se trouve celui-ci. Dans ce Traité, tous les calculs sont expliqués pour être effectués sur la planchette appelée *souan-pan,* sorte d'*abacus* dont l'usage est universel en Chine; les marchands et, paraît-il, d'après l'Ouvrage en question, les savants, ne font pas leurs calculs autrement qu'à l'aide de ce petit outil, très portatif du reste.

Il se compose d'une série de broches tenues par un cadre et partagées par une petite réglette, que les broches traversent, en deux parties d'inégale longueur. Des boules, au nombre de cinq dans la partie inférieure, de deux dans la partie supérieure, la plus courte, sont enfilées dans les broches, pouvant glisser très aisément, le tout offrant une disposition analogue à ces cadres qui servent à marquer les points des joueurs au jeu de billard; seulement le souan-pan se pose à plat sur une table, les broches placées d'arrière en avant.

Chacune de ces broches représente un ordre d'unités décimales : les cinq boules inférieures valent chacune 1 unité, les supérieures en valent 5. On marque un nombre sur sa broche en approchant les boules, en quantité convenable, de la réglette intermédiaire.

Ainsi la figure suivante représente les neuf premiers nombres.

Fig. 1.



La position du nombre, ou, si l'on veut, le choix de la broche des unités sur l'appareil, est tout à fait arbitraire; on verra même, par les exemples d'extraction de racine carrée, qu'on écrit plusieurs nombres à la fois sur le même souan-pan. Pour la facilité des commençants, on peut coller sur la réglette, en face de chaque broche, l'indication de la valeur numérique de cette broche. C'est ainsi que, dans une figure destinée à représenter la division de 123456789 *tcho* (unité de capacité) par 6, chaque broche porte sur la traverse l'indication du multiple de ladite unité qui y correspond; et, comme la division conduit à une moitié, le 5 qui correspond à cette moitié au quotient porte le signe de *cuiller*, *cochlearium*, dixième partie du *tcho*.

Comme exemple de la façon dont on effectue les calculs sur cet appareil, je vais citer celui de l'hypoténuse d'un triangle rectangle, que M. Vissière a bien voulu traduire mot à mot du Manuel chinois. J'accompagnerai cette explication de figures destinées à faire voir la disposition des boules sur leurs broches pendant le cours de l'opération. Je ne représente, bien entendu, que les broches utiles, en remarquant que, si rien de particulier n'est dit à ce sujet, la position de la broche des unités est absolument arbitraire sur la planchette.

« *Du crochet-et-jambe* (*triangle rectangle*) ([1]). — Le côté en travers et en large (la base) se nomme le *crochet*, le côté dressé et en longueur (la hauteur) s'appelle la *jambe*, et la ligne qui part en biais entre les deux pointes s'appelle la *corde d'arc* (l'hypoténuse).

. . . .

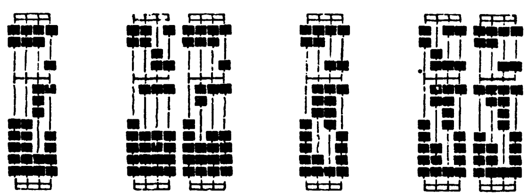
» On a un crochet de 27 pieds et une jambe de 36 pieds : on demande combien a la corde en biais.

» Réponse : corde en biais, 45 pieds.

» *Méthode*. — Posez la jambe, 36 pieds, et multipliez-la par elle-même ;

Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

$6\times6=36$ + $6\times3=18$ dizaines. + $3\times6=18$ dizaines. + $3\times3=9$ centaines.



vous trouvez pour son *plein* 1296 pieds ([2]).

([1]) L'auteur ajoute, à titre d'explication, que le « crochet-et-jambe » n'est autre chose que l'équerre des ouvriers.

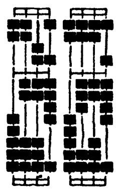
([2]) Lorsque plusieurs figures sont juxtaposées, la première ou les premières représentent un état transitoire du calcul : ainsi, dans la *fig.* 3, la première moitié fait voir le commencement de l'addition de 36 + 180; la centaine est inscrite à sa place, ainsi que le 5 contenu dans 8 dizaines; un second 5 est formé des trois dizaines restantes et de deux des trois existant déjà sur la broche; mais, comme deux boules de 5 valent 10, la seconde partie représente ces deux boules de 5 dizaines remplacées par une boule de centaines, et donne le résultat définitif 36 + 180 = 216.

» D'autre part, multipliez également le crochet, 27, par lui-même.

Fig. 6. Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9.

$7 \times 7 = 49$ + $7 \times 2 = 14$ dizaines. + $2 \times 7 = 14$ dizaines. + $2 \times 2 = 4$ centaines.



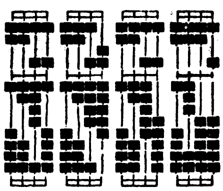


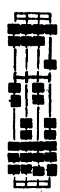

et vous obtiendrez son *plein* 729 pieds.

» Ces deux nombres, additionnés, font 2025 pieds, *nombre masse* (antécédent d'un rapport, dividende, nombre proposé dans

Fig. 10. Fig. 11. Fig. 12.

1296 + 9 + 20 + 700.

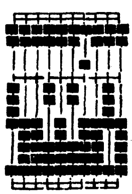
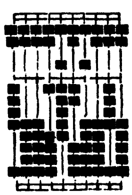
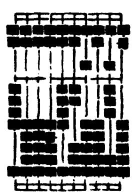




un problème) égal au *plein* de la corde multipliée par elle-même, que nous allons *ouvrir* par la règle de l'*ouverture du plein à plat*.

» La première estimation est 40, que vous placerez à gauche; posez également 40 à droite, ce qui sera le *nombre type* (conséquent d'un rapport, diviseur) du carré (*fig.* 13).

Fig. 13. Fig. 14. Fig. 15.

» 4 à gauche vis-à-vis de 4 à droite appellent 4 [fois] 4 ou 1600 pieds à retrancher du *nombre masse* (*fig.* 14) ([1]). Le *nombre masse* restant est 425 pieds (*fig.* 15).

» Alors doublez le nombre type du carré 40, première estimation, à droite, ce qui fait 80, nombre type des *goussets*. La seconde estimation est 5 pieds, que vous placerez à la suite de la première estimation 40, à gauche, et également à droite, à la suite de 80, nombre type des goussets, ce qui fait [de ce 5] le *nombre type du coin* (*fig.* 16).

» 5 à gauche en face de 8 à droite appellent 5 [fois] 8, 400 pieds à retrancher du nombre masse (*fig.* 17).

» En outre, 5 à gauche, en face de 5 à droite, appellent 5 [fois] 5, 25 pieds, à retrancher du nombre masse.

Fig. 16.

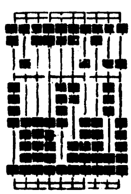


Fig. 17.

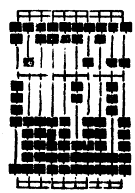
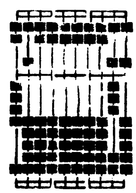


Fig. 18.



» Le nombre masse étant épuisé exactement (*fig.* 18), on obtient pour la *corde* ou *ligne en biais* 45 pieds. »

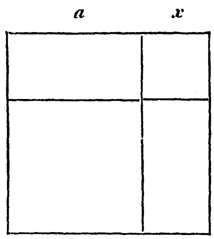
Cette opération se comprend d'elle-même; je n'ai donc besoin que d'ajouter un mot pour expliquer les expressions de *nombres types* du *carré*, des *goussets*, du *coin*, qui ont été employés par l'auteur.

Elles proviennent de ce que les Chinois, comme les Arabes (*voir* mon *Algèbre d'Al-Khârizmi*), comme les Grecs, comme probablement tous les anciens mathématiciens, avaient déduit la règle d'extraction de la racine carrée, non pas, comme nous le faisons implicitement aujourd'hui et comme pouvaient le faire les Indiens, au moins depuis Aryabhata, de la formule algébrique

$$(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2,$$

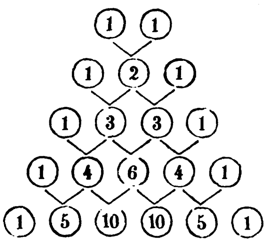
([1]) La *fig.* 14 représente le nombre 2025 préparé pour permettre la soustraction de 1600.

mais bien de la figure géométrique



composée d'un *carré principal* égal à a^2, de deux *goussets* valant ensemble $2ax$ et d'un petit carré en *coin* x^2.

Telle est l'explication donnée par l'Ouvrage lui-même pour la série des opérations concernant la racine carrée. Pour la racine cubique (dont M. Vissière n'a pas eu le temps de me traduire d'exemple), la règle pratique pour son extraction se déduit du *triangle arithmétique*, que les Chinois figurent ainsi :



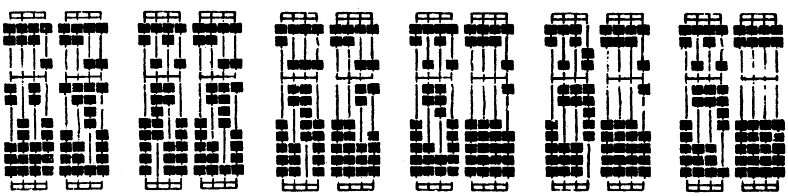
Ed. Biot, qui a déjà signalé l'existence de cette figure dans un article du *Journal des Savants,* a eu le tort, en reproduisant la figure, de supprimer les encadrements circulaires qui entourent les coefficients et les lignes qui indiquent la généalogie de ces coefficients.

Autre remarque encore : le *carré* d'une ligne s'appelle en chinois son *plein,* plus précisément encore son *plein à plat,* comme qui dirait son *carré plan,* le *cube* s'appelant le *plein dressé* ou *debout.*

Quant au terme qui sert à exprimer l'extraction de la racine carrée ou cubique, à savoir *l'ouverture du plein à plat ou debout,* il m'a fait souvenir sur-le-champ que les Anglais appellent *involution* l'élévation aux puissances et *évolution* l'extraction des racines. Je n'ai pas encore pu trouver l'origine de ces deux expressions; je n'ai pas été peu étonné, du reste, de trouver une d'elles en chinois.

La soustraction, sur cet appareil (et tous les similaires), s'effectue plus simplement et plus naturellement en commençant l'opération par les plus hautes unités, comme on en jugera d'après l'exemple suivant, qui représente les phases successives de la soustraction $2025 - 1296 = 729$ (1) :

Fig. 19. Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22. Fig. 23. Fig. 24.



A vrai dire, cette manière de procéder est plus rationnelle : il est tout naturel que, une fois qu'on a établi le restant en unités d'ordre supérieur, on puisse disposer librement d'une ou plusieurs de ces unités restantes pour satisfaire à la demande des unités inférieures. C'est ce qui explique pourquoi les anciens auteurs, Aben-Ezra (à Rhodes au XIIe siècle), Al-Morouzi (à Merv cent ans plus tard), prescrivent de commencer la soustraction par la *gauche.* Mais lorsqu'on a commencé à opérer *à la plume,* comme ce mode de procéder obligeait à barrer les chiffres déjà posés pour leur en substituer d'autres moindres, on a préféré commencer l'opération par les unités inférieures, ce qui donne immédiatement le reste à écrire.

Voilà tout ce que j'ai pu apprendre du maniement du souan-pan; je me suis néanmoins décidé à le publier, parce que j'ignore quand il me sera donné maintenant de compléter mes connaissances à ce sujet. Il resterait pourtant à savoir quelques détails utiles : comment

---

(1) Ici, les deux figures accouplées représentent : la première, le nombre dont on retranche, la deuxième, celui que l'on retranche. J'ai fait disparaître à chaque fois de ce dernier les boules que je retranchais du premier. Aux *fig.* 20, 21 et 23 j'ai en plus transformé une boule supérieure en $5 + 5$ de l'ordre inférieur, afin de rendre la soustraction possible.

on effectue les calculs avec fractions non décimales (les sous-multiples des unités de mesure en Chine sont tous décimaux); comment on pose et résout une proportion, une règle de trois (et de cinq, de sept, etc., comme disent les Indiens); comment on traite les problèmes de fausse position. On connaît à ce propos la méthode arabe de double fausse position qu'on appelle (en arabe) *el-khatain*, les deux péchés, et qu'on applique à la recherche de la valeur de l'inconnue qui satisfait à la condition $f(x)=b$, f étant d'ordinaire une fonction du premier degré, mais d'un énoncé un peu compliqué. Les arithméticiens arabes tracent ce qu'ils appellent *une balance,* ainsi faite :

$$\begin{array}{ccc} \beta - b & b & \beta' - b \\ \hline \alpha & & \alpha' \\ \hline b - \beta & & b - \beta' \end{array}$$

sur le point de suspension de laquelle ils écrivent la valeur b imposée à la fonction. Ils placent dans les plateaux les deux valeurs fausses prises pour x, les *deux péchés,* lesquelles fournissent pour f les valeurs β et β' différentes de b. Les différences à b de ces valeurs β et β' s'écrivent à côté du plateau, au-dessus si elles sont par excès, au-dessous si elles sont par défaut, et l'on en déduit, au moins pour le premier degré,

$$x=\frac{\beta'-b}{\alpha(\beta'-b)-b)-\alpha'(\beta-b)}.$$

Je ne parle ici que de la disposition du calcul et non de la méthode, qui a été déjà bien des fois discutée.

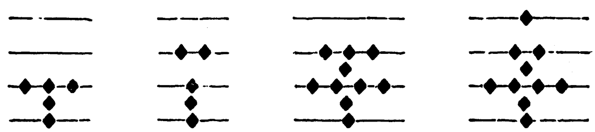
II.

Dès que j'ai su faire sur le souan-pan les opérations que je viens de décrire, c'est-à-dire les *six règles* de l'Arithmétique, il m'est venu à l'idée de comparer cette manière d'effectuer les calculs à celui que les auteurs du XV^e siècle appelaient *super lineas et per projectiles* (projectiles = jetons), dont M. Treutlein a donné les éléments dans son travail intitulé *Das Rechnen im 16ten Jahrhundert* (dans le premier fascicule des *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*).

C'était le procédé dont se servaient au moyen âge les *argentiers ;* les calculs s'effectuaient sur une petite table, *une banque* (*die Bank*, le banc, est encore du féminin en allemand), d'où est venue l'expression de *faire la banque,* et d'où aussi les *argentiers* se sont appelés plus tard des *banquiers*. Sur cette table étaient tracées des lignes horizontales représentant les différents ordres d'unités décimales ; des jetons, *projectiles,* posés sur les lignes, représentaient les unités de l'ordre de la ligne ; d'autres jetons, posés sur l'interligne, valaient 5.

Voici, d'après ces conventions, les figures successives que prenait *la banque* dans le calcul du carré de 36, en effectuant sur-le-champ, à l'exemple du calcul chinois, la réduction des produits partiels avec le nombre déjà obtenu :

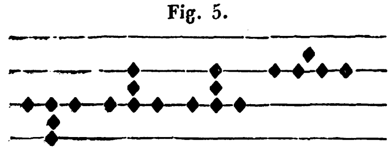
Fig. 1.		Fig. 2.		Fig. 3.		Fig. 4.
6×6 = 36	+	18 dizaines 216.	+	18 dizaines 396.	+	9 centaines 1296.



Mais, en opérant sur ce dernier appareil, j'ai aperçu la particularité suivante.

Tandis que sur le souan-pan on est obligé, vu le nombre restreint des boules sur chaque broche, de toujours effectuer immédiatement la réduction des produits partiels, ce qui fait disparaître toute trace des calculs intermédiaires, ne laissant subsister que le résultat définitif, il est possible, sur la banque des argentiers, de poser, sans les réduire, les produits partiels comme ceci :

Fig. 5.



pour ne compter qu'après tous les jetons posés sur chaque ligne et interligne, et le résultat définitif peut encore s'écrire sur la table à côté des résultats partiels, que l'on n'a pas besoin de supprimer avant que la *preuve* de l'opération ait démontré l'exactitude du résultat final; et, si cette preuve fait voir que l'on s'est trompé, on peut reprendre chaque opération partielle, reconnaître où gît l'erreur, et par conséquent la corriger. Il en résulte que le souan-pan ne peut utilement servir qu'à soulager la mémoire d'un calculateur déjà bien exercé, tandis que la banque peut être un instrument et d'études individuelles et de démonstration.

Cette observation n'est peut-être pas sans utilité pratique. On ne peut nier que le besoin ne se fasse impérieusement sentir d'avoir, pour l'enseignement élémentaire, un instrument qui permette d'initier les intelligences inexpérimentées aux principes du calcul : les innombrables inventions en ce sens qui figurent à nos expositions en témoignent surabondamment. Or la banque des argentiers, ou quelque chose d'analogue (on pourrait, par exemple, disposer les lignes verticalement), qu'il est on ne peut plus facile de réaliser économiquement avec une planche de bois tendre et des punaises, voire même avec une pelotte et des épingles, me paraît réaliser complètement les conditions requises pour un appareil de ce genre. Exposer, par exemple, et faire bien saisir la règle de la soustraction, ce qui est, je me le rappelle par expérience, une première pierre d'achoppement pour les débutants, deviendrait extrêmement facile. Il suffirait, pour éviter toute confusion, d'avoir, pour écrire le nombre soustractif, des fiches ou punaises soit d'une forme, soit d'une couleur différente de celles représentant les nombres additifs; dès lors, si l'on a, comme dans l'extraction de la racine carrée figurée plus haut, à retrancher 1600 de 2025, ce qui s'écrirait comme en A, il suffirait de transformer

Fig. 6.

A.

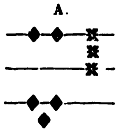


Fig. 7.

B.

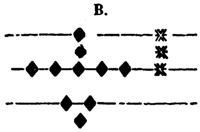


Fig. 8.

C.

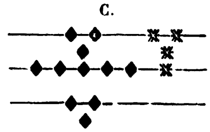
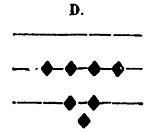


Fig. 9.

D.



la figure A en celle B, évidemment équivalente, pour justifier du coup la soustraction avec *emprunt,* ou en celle marquée C, pour faire comprendre la soustraction avec *addition arbitraire,* telle qu'on est obligé de la pratiquer dans la division. Dans l'un comme dans l'autre cas, en enlevant autant de losanges que de croix, on tombe toujours sur le reste D : identité du résultat final, qui est bien certainement la meilleure démonstration aux yeux des débutants.

Je n'ai plus qu'une observation à faire : elle est relative à l'emploi d'un signe valant 5 dans les appareils que je viens de décrire. Si cet usage ne s'était rencontré que dans la banque des argentiers d'Occident, on eût pu croire que c'était un souvenir des chiffres romains, et qu'on avait cherché à reproduire vi, vii, ..., lx, lxx, ..., dc, dcc, ...; mais l'existence d'un pareil signe dans le souan-pan des Chinois, qui remonte à une très haute antiquité, prouve que ce signe a été inventé uniquement pour simplifier l'écriture, et mieux encore la lecture des nombres : il n'est pas commode de lire

Huit points.		Neuf points.
. . . .	ou	. . . .

du premier coup d'œil, tandis que les figures qui précèdent se lisent très aisément.

P. S. — Dans la séance de l'Académie des Sciences du 16 juillet 1860, M. Chasles a communiqué une lettre de M. d'Escayrac de Lauture décrivant l'instrument dont il vient d'être question. M. Chasles exprime le regret de n'avoir pu reproduire, dans les *Comptes rendus* imprimés, les figures des calculs que contenait la lettre citée. Le présent article se trouve répondre aux regrets de notre honoré doyen. J'ajouterai, pour les personnes qui auraient le désir de reproduire des figures de ce genre, que je les ai exécutées au moyen des caractères de plain-chant de l'imprimerie J. Le Clère.