BULLETIN DE LA S. M. F.

PERRIN

Note sur la division mécanique de l'angle

Bulletin de la S. M. F., tome 4 (1875-1876), p. 85-87
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1875-1876__4__85_1>

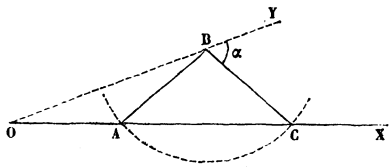
Note sur la division mécanique de l'angle; par M. Perrin.

(Séance du 21 juillet 1875.)

M. Brocard a communiqué récemment à la Société le principe d'un compas trisecteur proposé par M. Laisant, et comportant sept tiges articulées et six articulations, dont une à glissière. Je me propose d'indiquer ici un principe fort simple, permettant de construire un instrument au moyen duquel on réaliserait la division d'un angle en tel nombre de parties aliquotes que l'on voudrait. Dans le cas particulier de la trisection, cet instrument se réduit à la combinaison de trois tiges articulées, avec trois articulations dont une à glissière.

Voici en quoi consiste le principe dont il s'agit. Soient OX, OY deux tiges articulées faisant par conséquent un angle arbitraire φ. Sur OX prenons une longueur arbitraire OA, et imaginons qu'en A soit articulée une tige t_1 de longueur $AB = OA$, dont l'extrémité B soit assujettie à se mouvoir sur OY; puis, qu'à cette extrémité B soit articulée l'origine d'une deuxième tige t_2, de longueur $BC = AB = OA$, dont l'extrémité C soit assujettie à se mouvoir sur OX; puis, en C, une troisième tige t_3, toujours de même longueur $CD = OA$, dont l'extrémité D soit assujettie à rester sur OY, et ainsi de suite. On voit sans peine que l'angle BAX $= 2\varphi$, que CBY $= 3\varphi$, DCX $= 4\varphi$, et ainsi de suite, c'est-à-dire que, d'une manière générale, la $n^{\text{ième}}$ tige t_n fait, avec celle des deux directions fixes OX, OY qui passe à son point de départ (la direction de t_n étant comptée en marchant de t_{n-1} vers t_{n+1}), l'angle $(n+1)\varphi$. Pour obtenir mécaniquement la $n^{\text{ième}}$ partie d'un angle donné α, il suffit donc de déformer et de placer le système articulé de telle sorte que l'articulation de t_{n-1} à t_{n-2} soit au sommet de l'angle donné, que t_{n-1} soit dirigé suivant un des côtés de cet angle, et que l'autre côté coïncide avec celle des deux glissières OX, OY qui passe par l'articulation de t_{n-1} avec t_{n-2}. L'instrument étant ainsi placé donnera non-seulement $\frac{\alpha}{n}$, mais $\frac{2\alpha}{n}, \frac{3\alpha}{n}, \ldots$; il permet donc d'obtenir non-seulement une partie aliquote quelconque, mais une fraction quelconque d'un angle donné.

Le fonctionnement d'un appareil ainsi construit deviendrait pratiquement d'autant plus difficile que le nombre des tiges serait plus considérable; mais, si l'on se borne à demander la trisection de



l'angle, l'appareil se simplifie beaucoup; car on peut supprimer la glissière OY et ne conserver que la tige-glissière OX et les deux tiges articulées AB, BC. Pour se servir du compas trisecteur ainsi construit, il suffit de placer l'articulation B au sommet de l'angle donné α, la tige BC sur l'un des côtés de cet angle, et de déformer le système articulé jusqu'à ce que le point O vienne se placer sur le prolongement du deuxième côté BY; l'angle XOY est égal à $\frac{\alpha}{3}$. Pendant cette déformation, le point A décrit un cercle, et la longueur OA restant constante, le point O décrit un limaçon de Pascal ayant BC pour axe, C pour point double, et B pour sommet de la boucle intérieure. L'emploi de ce compas trisecteur revient donc à la construction géométrique que voici : Étant donné l'angle YBC, construire, sur un des côtés comme axe, un limaçon de Pascal dans lequel la longueur totale de l'axe soit égale à trois fois celle de l'axe de la boucle, et dont le sommet de la boucle coïncide avec le sommet B de l'angle; joindre le point double C du limaçon au point O où cette courbe rencontre le prolongement du deuxième côté BY; BOC est le tiers de l'angle donné.