BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

PAUL TANNERY

Domninos de Larissa

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 8, nº 1 (1884), p. 288-298
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1884_2_8_1_288_1>

DOMNINOS DE LARISSA;

PAR M. PAUL TANNERY.

1. Boissonade a publié, dans le tome IV de ses *Anecdota græca* (p. 413-429), le texte du *Manuel d'introduction arithmétique du philosophe Domninos de Larissa*. Cette publication est restée d'autant plus inaperçue des historiens mathématiques, que l'existence de ce petit Traité dans un manuscrit grec n'avait guère été signalée auparavant que dans les catalogues des bibliothèques, et que le nom de l'auteur a généralement été défiguré dans ces indications (Domnenus, Domnininus, Domnius, Dominus).

Dans son édition de la *Bibliotheca græca* de Fabricius (t. V, p. 648), Harles a émis l'opinion que ce vocable *Domnus* n'était pas un nom propre, mais une appellation honorifique (*dominus*), et que l'auteur du Traité en question était cet Héliodore de Larisse auquel on doit quelques pages *Sur les hypothèses optiques* (1). Tout en rétablissant le véritable nom de Domninos, Boissonade a rappelé cette identification, en faisant remarquer que, dans plusieurs manuscrits des *Optiques*, l'inscription est : « de Damianos [fils] d'Héliodore » (Δαμιανοῦ τοῦ Ἡλιοδώρου).

Si ce rapprochement a quelque valeur, il faut, en tout cas, admettre que le nom de Domninos aurait été corrompu en celui de Damianos, et que ce n'est pas le contraire qui a eu lieu. La person-

(1) Éditées à Florence, 1573; Hambourg, 1610; Paris, 1657; Cambridge, 1670; Pistoie, 1758.

nalité de Damianos ou d'Héliodore est en fait très obscure; un seul point est avéré, c'est que l'auteur des *Optiques* vivait après Ptolémée; Domninos de Larissa (en Syrie, aujourd'hui Kalat-Seijar) nous est au contraire suffisamment connu par l'article que lui consacre Suidas, et qui renferme un assez long extrait de Damascius, aussi bien que par un passage de la *Vie de Proclus* (c. 20), par Marinus.

Domninos était un condisciple de Proclus; leur maître Syrianus les traitait tous deux sur le pied de l'égalité, et ils se partagèrent après sa mort la primauté dans l'École d'Athènes. Leur rivalité, qui se faisait déjà jour sous Syrianus, éclata surtout, semble-t-il, au sujet de l'interprétation des doctrines de Platon et dégénéra en une polémique ouverte, dont Damascius attribue les avantages à Proclus. On peut conjecturer que Domninos céda la place de bonne heure, peut-être pour se retirer à Laodicée de Syrie; il laissa à Athènes la réputation d'un homme entier de caractère et d'idées, et prêtant le flanc, au point de vue hellène, à quelques ridicules sur lesquels insiste Damascius; mais en même temps il lui reconnaît une réelle valeur comme mathématicien et, dans une anecdote, il le montre s'occupant particulièrement d'arithmétique.

Le petit Traité qui nous reste sous le nom de Domninos ne paraît exister que dans deux manuscrits de la Bibliothèque nationale de Paris, 2531 (xv^e^ siècle) et 2409 (xvi^e^ siècle); le texte du second est d'ailleurs certainement une copie de celui du premier. Le titre de ce Traité se retrouve encore dans deux autres manuscrits (Paris, fonds Coislin, 173, et Venise, Saint-Marc, 318). Mais cette fois il ne précède qu'un fragment relatif à un point tout spécial (la décomposition des rapports numériques); ce fragment est étranger au *Manuel* de Domninos, qui le précède dans notre manuscrit 2531, et l'attribution en est au moins douteuse.

J'ajouterai que le texte établi par Boissonade présente d'assez nombreuses incorrections; le savant helléniste n'était certainement pas assez familiarisé avec les auteurs mathématiques grecs pour donner une édition réellement satisfaisante; mais, comme les matières sont très faciles, et le sens généralement bien clair, les corrections à faire ne présentent pas de difficultés sérieuses.

2. L'intérêt que présente le *Manuel* de Domninos ne doit pas se mesurer à la longueur de l'Ouvrage, qui ne comporte qu'un

petit nombre de pages; il ne doit pas s'estimer aux matières qu'il renferme : c'est un résumé très clair, mais très concis, assez maigre en somme, des connaissances arithmétiques élémentaires qui rentraient alors dans les programmes de l'éducation philosophique; nous y apprenons au reste que Domninos avait développé le même sujet dans un *Traité élémentaire d'Arithmétique* (Στοιχείωσις ἀριθμητική), dont nous ne pouvons que regretter la perte.

Mais ce qui mérite d'appeler l'attention sur cet Opuscule, c'est qu'il témoigne d'une tentative sérieuse de réaction contre l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque et de retour aux enseignements d'Euclide. Le fait de cette tentative, vers le milieu du v^e siècle, dans une ère de pleine décadence scientifique, prouve, de la part de son auteur, une réelle originalité, et me paraît digne d'être mis en lumière. Ce sera au reste une occasion d'éclaircir divers points de détail dans l'histoire de l'Arithmétique théorique chez les Grecs.

Les deux livres de l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque, composés vers la fin du I^{er} siècle de l'ère chrétienne, étaient destinés aux mêmes lecteurs que le *Manuel* de Domninos. Nicomaque n'est pas un mathématicien, et l'on aurait tort de le traiter comme tel : c'est un philosophe qui parle d'Arithmétique en s'adressant à des étudiants en Philosophie; ce qui grossit son Ouvrage, ce sont surtout des digressions, en réalité étrangères à la Science.

Nesselmann, qui l'a au reste sérieusement étudié (*Die Algebra der Griechen*, p. 187-223), porte sur lui un jugement trop favorable. Je ne puis, pour ma part, voir aucun progrès réel, au point de vue scientifique, dans l'abandon de l'appareil géométrique des Livres arithmétiques d'Euclide, quand cet abandon entraîne celui de toute démonstration et quand la théorie est systématiquement réduite au procédé de généralisation par simple induction. Je ne puis admettre aucune originalité propre, en tant que mathématicien, dans un auteur qui se laisse aller à des puérilités dont il me suffira de citer un seul exemple, pour le classer comme un maladroit compilateur.

Après avoir défini la *médiété* sous-contraire à l'harmonique, c'est-à-dire la relation de trois nombres $a > b > c$, tels que

$$\frac{a}{c} = \frac{b-c}{a-b},$$

Nicomaque ajoute : « Il faut remarquer la propriété qui appartient à cette médiété, à savoir que le produit du plus grand terme par le moyen y est double du produit du moyen terme par le plus petit [1]. »

Mais, quels qu'aient été les défauts de l'Ouvrage de Nicomaque, il n'en obtint pas moins du premier coup un très grand succès auprès du public auquel il était destiné; ce succès, constaté par le fait d'une traduction latine presque immédiate (par Apulée de Madaure), et par une plaisanterie de Lucien : « Tu calcules comme Nicomaque de Gérasa », fut limité d'abord au public des philosophes (il est clair que Pappus méprise Nicomaque); mais il devint général quand il n'y eut plus de mathématiciens à proprement parler, mais seulement des philosophes s'occupant accidentellement de Mathématiques. Jamblique, dans la première moitié du IV[e] siècle, marque le commencement de cette ère de décadence définitive. Voulant exposer les théories arithmétiques suivant l'école pythagoricienne, il ne connaît pas d'autre guide que Nicomaque, et il le paraphrase jusque dans les puérilités comme celle que j'ai relevée, après avoir exalté son Ouvrage dans les termes les plus pompeux [2].

Au temps de Jamblique, Nicomaque était au reste déjà classique pour l'Arithmétique élémentaire (et désormais on n'allait pas plus loin), au même titre qu'Euclide était classique pour la

---

[1] Éd. Hoche, p. 141, l. 16 et suiv. Nicomaque induit cette relation du cas tout particulier de la médiété qu'il donne pour exemple : 3.5.6, sans s'apercevoir que la prétendue propriété qu'il énonce revient simplement à supposer $a = 2c$. Pour la médiété suivante (cinquième), il tombe dans la même absurdité.

[2] Jamblique n'en est pas moins, en fait, beaucoup plus intéressant que Nicomaque pour l'histoire des Mathématiques. Je lui consacrerai une étude spéciale.

J'ai aujourd'hui une remarque spéciale à faire sur une question soulevée par M. Cantor dans les *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (t. I, p. 366) : il dit ne pas savoir où peut avoir été formulée une *regula Nicomachi*, donnée par un écrivain du XII[e] siècle, O'Creat, lequel a d'ailleurs puisé à des sources arabes. Cette règle consiste en ce que, si $d = 10 - a$, on a

$$a^2 = 10(a - d) + d^2.$$

Elle me semble déduite de la remarque de l'*Introduction arithmétique* (p. 125, l. 17), que dans une *médiété* arithmétique (par exemple, $10 = a + d,\ a,\ a - d$), le produit des extrêmes est égal au carré du moyen moins le carré de la différence.

Géométrie. D'ailleurs, lorsqu'ils se trouvent en désaccord pour des définitions, c'est à Nicomaque que Jamblique donne la préférence.

L'âge des commentaires était venu, et tout auteur classique avait désormais droit à être expliqué par le menu. Si le Traité de Jamblique n'est pas, à proprement parler, un véritable commentaire, Eutocius cite un travail d'un certain Héronas qui doit avoir répondu aux besoins de l'époque et qui était sans doute antérieur à Domninos. Après celui-ci, et pour le réfuter aussi sur ce terrain comme sur celui de la philosophie platonicienne, Proclus, qui croyait que l'âme de Nicomaque revivait en lui ([1]), dut au moins ébaucher un commentaire de l'*Introduction arithmétique;* en tout cas, deux disciples de son élève Ammonius, Asclépius de Tralles et Jean Philopon ([2]), composèrent sur un thème commun de longues dissertations, toutes à l'honneur de Nicomaque. Vers le même temps, Boèce en donnait une traduction latine qui assura son influence sur l'Occident pendant le moyen âge; les Arabes enfin le traitèrent comme un classique grec. Ainsi la tentative de réaction de Domninos resta sans effet; il nous reste à donner un aperçu de sa portée.

3. Dès le début du *Manuel,* nous sommes avertis : Nicomaque n'a pas défini l'unité ; Domninos commence par la définition d'Euclide (VII, 1).

Pour la définition du nombre, il n'adopte pas, il est vrai, celle d'Euclide et reproduit une des trois données par Nicomaque ; mais

---

([1]) Marinus, *Vita Procli*, c. 28. — Les Ouvrages attribués par Suidas à un autre Proclus (Procléius) et qui comprennent un commentaire sur Nicomaque semblent tous appartenir au disciple de Syrianus; en tout cas, cet autre Proclus, *hiérophante*, ne peut être postérieur à Philopon, comme Hoche l'a supposé. Deux des manuscrits du commentaire de Philopon l'attribuent au philosophe Proclus.

([2]) R. Hoche a publié le texte du commentaire de Philopon (Leipzig, 1864, et Berlin, 1867) dont il existe deux recensions notablement différentes. Il semble aussi y en avoir plusieurs du texte d'Asclépius; en tout cas, celle que renferme le manuscrit grec 2376 de la Bibliothèque nationale est tellement voisine du commentaire publié par Hoche qu'il faut admettre, ce me semble, que non seulement Asclépius et Philopon ont utilisé une rédaction antérieure (de Proclus?), mais encore que l'un des deux a copié l'autre; je crois que le plus ancien des deux commentaires est celui d'Asclépius; celui de Philopon en est comme une nouvelle édition revue, corrigée (parfois à tort), considérablement augmentée et entièrement refondue sur divers points.

c'est la plus ancienne, celle que Jamblique attribue à Thalès, et aussi la plus simple : *un système d'unités.*

Après les définitions les plus simples du pair et de l'impair, viennent leurs subdivisions ; on sait que c'est un des points sur lesquels Nicomaque est le plus en désaccord avec Euclide, et il y a là une question historique qui mérite quelques développements.

Philolaos (fragm. 2) distingue le pair, l'impair et le pair-impair (ἀρτιοπέρισσος), troisième espèce secondaire formée du mélange des deux primordiales. Cette distinction ne peut être entendue qu'en ce sens, que pour Philolaos le pair proprement dit était nécessairement une puissance de 2, et le pair-impair le nombre pair non-puissance de 2. Le point est important, en ce que nous apprenons par là que la subdivision de Nicomaque ne remonte pas jusqu'à l'époque des anciens Pythagoriciens.

Dans le *Parménide* (143 *e*) de Platon se trouvent les expressions d'ἀρτιάκις ἄρτιος, pairement pair (plus littéralement : nombre pair pris un nombre pair de fois), et les correspondantes, pairement impair, impairement pair et impairement impair.

Ce sont les expressions qu'on retrouve dans Euclide, et il n'est pas douteux que le sens qu'elles ont dans Platon ne soit bien celui qu'Euclide leur donne.

« Le nombre pairement pair est celui dont le quotient par un nombre pair est un nombre pair, etc. »

Il est certain qu'il n'y a là aucune tentative de classification réelle ; notamment les expressions de pairement impair et d'impairement pair sont rigoureusement synonymes. Aussi considère-t-on comme interpolée la définition de l'impairement pair qui se trouve dans les manuscrits des *Éléments*. Mais, s'il y a eu interpolation, elle était bien conforme à la pensée d'Euclide qui se proposait simplement, dans ses définitions du Livre VII, d'expliquer une nomenclature en usage de son temps.

Quant à la classification pour Euclide, elle résulte de la suite de ses théorèmes. D'abord l'impairement impair est évidemment isolé (*cf.* IX, 29) ; c'est tout nombre impair non premier. Quant au nombre pair, il peut être :

1° Soit seulement pairement pair (IX, 32), lorsqu'il n'a pas de facteur premier impair ou autrement lorsqu'il est une puissance de 2 ;

2° Soit seulement pairement impair et impairement pair (XX, 33), lorsque sa moitié est impaire, forme $4n+2$;

3° Soit à la fois pairement pair et pairement impair [et aussi impairement pair (IX, 34)], lorsqu'il est au moins divisible par 4, sans être puissance de 2.

Après Euclide, cette subdivision fut reprise (probablement par quelque néopythagoricien, comme Myonidès ou Euphranor), pour être consacrée par l'adoption de termes spéciaux. La dénomination de *pairement pair* (sans l'addition euclidienne de *seulement*) servit pour les nombres de la première classe; ceux des deux suivantes furent respectivement appelés *pair-impairs* (ἀρτιοπέρισσοι, en reprenant avec une acception différente le terme de Philolaos) et *impair-pairs* (περισσάρτιοι, mot nouveau). C'est la nomenclature que l'on retrouve dans Nicomaque, et elle ne peut être critiquée qu'au point de vue de l'utilité, qui est au moins douteuse.

Il n'en est pas de même de la subdivision des nombres impairs que donne Nicomaque et qui lui appartient très probablement; il veut avoir aussi trois classes pour les nombres impairs, et il les distingue en premiers et non composés, en seconds et composés, et en nombres composés quant à eux-mêmes, mais premiers entre eux.

Les expressions de nombres premiers et composés soit absolument, soit relativement, se trouvent dans Euclide et lui sont évidemment antérieures; mais, pour Euclide comme pour nous, 2 est premier, et les autres nombres pairs sont composés; l'innovation de Nicomaque n'a aucune raison d'être; quant à la troisième classe, elle est simplement ridicule.

Domninos revient en fait, pour les subdivisions du pair et de l'impair, à la nomenclature d'Euclide, avec une seule modification. Il reprend en somme la division de Philolaos, entre les puissances de 2, qu'il appelle nombres *pairement pairs*, comme Nicomaque; et les nombres pairs renferment des facteurs impairs, qu'il appelle *pairement impairs et impairement pairs* (ἀρτιάκις τε περιττοὶ καὶ περιττάκις ἄρτιοι). Il est certain que cette appellation est un argument pour l'authenticité de la définition de l'impairement pair dans Euclide, et qu'on pourrait par suite être conduit à modifier dans les *Éléments* les énoncés des propositions IX, 33 et 34, conformément aux indications à tirer des citations de Jamblique [1].

Quant aux nombres impairs, Domninos les divise en premiers d'une part, en impairement impairs de l'autre; mais il a soin de remarquer que la classe des nombres premiers contient en outre le nombre 2.

4. Après ces distinctions, nous voyons dans notre auteur le philosophe percer sous l'arithméticien; à la division suivant la *forme*, il oppose celle suivant la *matière*, c'est-à-dire suivant la quotité. Il expose donc l'échelle des unités, dizaines, centaines, milliers, myriades simples, doubles, etc. Mais cette exposition, qui manque d'ailleurs chez Nicomaque, est écourtée comme appartenant proprement à la logistique.

Domninos ne passe pas d'ailleurs immédiatement, comme Nicomaque, à la distinction des nombres parfaits, surabondants, déficients; mais il commence beaucoup plus rationnellement par exposer les relations que peuvent avoir deux nombres.

D'abord, au point de vue de la *forme*, ils peuvent être soit premiers, soit composés entre eux; ensuite, au point de vue de la *matière* (quantité), ils peuvent, soit être égaux, soit avoir une des dix relations d'inégalité qu'a détaillées Nicomaque :

1° Multiples et sous-multiples;

2° Épimores (d'un quantième en sus) et sous-épimores, c'est-à-dire dans le rapport $\frac{n+1}{n}$;

3° Épimères (de plusieurs quantièmes en sus) et sous-épimères, c'est-à-dire dans le rapport $\frac{n+p}{n}$, en supposant $p < n$;

4° Multiples-épimores et sous-multiples épimores, c'est-à-dire dans le rapport $\frac{mn+1}{n}$;

5° Multiples-épimères et sous-multiples-épimères, c'est-à-dire dans le rapport $\frac{mn+p}{n}$.

Cette exposition est faite très nettement, en partant d'un théorème d'Euclide (VII, 4), et beaucoup mieux que dans Nicomaque, où l'on ne voit pas clairement si l'expression d'épimère et sous-

---

[1] *Voir* HEIBERG, *Studien uber Euklid*, p. 198 et suiv.

épimère n'est pas restreinte aux nombres dans le rapport $\frac{2n-1}{n}$, ce qui résulterait aussi de l'opinion de Jamblique, qui distingue les rapports qui ne peuvent être dénommés que comme étant entre deux nombres.

Domninos passe ensuite à la considération de la relation des nombres avec leurs diviseurs, c'est-à-dire à la distinction des nombres parfaits, surabondants et déficients, qu'il se garde bien de borner avec Nicomaque aux nombres pairs, et dont il signale le caractère artificiel.

Il revient maintenant à la *forme* des nombres, considérés à la fois en eux-mêmes et en relation.

Deux nombres peuvent être premiers absolument et relativement, composés absolument et relativement, composés absolument et premiers relativement; ils peuvent enfin être absolument l'un premier, l'autre composé; alors relativement ils sont premiers, à moins que le nombre premier ne divise le nombre composé.

Vient ensuite (relation de plus de deux nombres eu égard à leur quantité) l'exposition des proportions arithmétique, géométrique, harmonique, en trois termes, avec l'énoncé du théorème que la moyenne géométrique de deux nombres est également moyenne géométrique entre leur moyenne arithmétique et leur moyenne harmonique. Les sept autres médiétés sont écartées comme étant sans intérêt réel.

5. Domninos termine par la figuration géométrique des nombres; il rejette toute la figuration des sommations (nombres polygones et pyramides), et n'admet que la figuration des produits comme seule conforme aux principes d'Euclide et de Platon. Il semble que, au milieu de la décadence où il se trouve, il sente le danger de la confusion des deux figurations et de l'emploi des formules de sommation pour le calcul d'aires géométriques; en était-on déjà venu là dans les Manuels des agrimenseurs, comme plus tard au xe siècle?

En tout cas, Domninos distingue seulement les nombres figurés en *plans* (produits de deux facteurs) et *solides* (produits de trois).

Les plans sont carrés ou allongés (προμήκεις).

Les solides sont cubes, *stélides* (¹) ($a^2 b$, si $b > a$), *plinthides* ($a^2 b$, si $a > b$) ou enfin *bômisques,* si les trois facteurs sont inégaux.

Domninos définit enfin les nombres plans ou solides semblables.

On remarquera que pour le nom plan non carré, il n'adopte pas le terme euclidien d'*hétéromèque,* mais que d'autre part il ne reconnaît pas la classe spéciale des *hétéromèques* de Nicomaque, c'est-à-dire des nombres de la forme $n(n+1)$. Le rejet de cette distinction est d'ailleurs lié à celui de la figuration des sommations (²).

Il est encore intéressant de constater que sur ce point comme pour la division des nombres pairs, Euclide avait suivi les usages de son temps.

Le passage du *Théétète* (³) (147 *d*-148 *b*) de Platon prouve incontestablement que la dénomination de nombre *promèque* (allongé) est due au géomètre sous le nom duquel il a mis son dialogue; dans ce même passage Platon emploie comme synonyme *hétéromèque;* le langage était probablement flottant à cette époque pour la désignation du rectangle en Géométrie; plus tard la seconde dénomination triompha momentanément comme le prouve l'opposition attribuée par Aristote aux pythagoriciens entre le carré et l'*hétéromèque.* Euclide ne connaît pas le nom de *promèque,* qui revient après lui à la suite de la distinction établie entre l'*hétéromèque* et le *promèque.*

Mais ce que Jamblique nous permet de constater, c'est que la théorie qui a donné lieu à cette distinction est bien antérieure et remonte très probablement au delà de Théétète. Il nous apprend en effet que :

1° Les anciens appelaient *semblables* les nombres carrés, et *dissemblables* (ἀνόμοιοι) les *hétéromèques* de Nicomaque; comme d'ailleurs il en expose toute la théorie en employant ces anciens

---

(¹) Le terme ordinaire est *docide* (petite poutre) : *stélide* (petite stèle) se trouve aussi dans Jamblique.

(²) Dans cette figuration, les carrés sont présentés comme sommes des nombres impairs à partir de l'unité, les *hétéromèques* comme sommes des nombres pairs à partir de 2.

(³) Il convient de remarquer que, dans ce passage, la racine du nombre non carré doit être appelée δυναμένη et non δύναμις, suivant la leçon reçue.

termes, il est probable qu'il avait sous les yeux une source véritablement ancienne;

2° Les anciens se servaient du mot *hétéromèque* en Arithmétique dans un tout autre sens. Ils désignaient ainsi, dit-il, les nombres pairs, et ils appelaient *amphimèques* les nombres impairs; la raison qu'il donne de cette terminologie est la suivante : un nombre pair se partage soit en deux nombres impairs, soit en deux nombres pairs, de façon à ne présenter dans la division qu'une des deux espèces de *longueurs* dans les nombres; le nombre impair présente au contraire les deux espèces : il se partage en un pair et un impair.

Je laisse à discuter si cette donnée est de tous points acceptable, et si Jamblique n'a pas fait quelque confusion; l'inversion des épithètes me semblerait plus conforme au génie de la langue grecque, surtout si l'on rapproche de cet ordre d'idées un passage de l'*Euthyphron* (12 *d*) de Platon:

« Si tu me demandais, par exemple, quelle partie du nombre est le pair, quelle sorte de nombre c'est, je te dirais que c'est celui qui n'est pas *scalène,* mais *isoscèle.* »