PAUL TANNERY

Sur l'invention de la preuve par neuf

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 6, nº 1 (1882), p. 142-144
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1882_2_6_1_142_1>

SUR L'INVENTION DE LA PREUVE PAR NEUF;

Par M. Paul TANNERY.

Il est suffisamment établi que la *preuve par neuf* nous vient des Arabes, et au moins très probable qu'elle a été empruntée par ceux-ci aux Hindous, comme le témoignent Avicenne et Maxime Planude. Supposer qu'elle fût connue des anciens Grecs semble d'ailleurs, à première vue, une hypothèse difficile à soutenir; comme ils employaient en effet des caractères spéciaux pour représenter les dizaines et les centaines, il leur eût fallu, pour pratiquer la preuve en question, substituer mentalement à ces caractères leurs correspondants dans la série des unités, leurs *pythmènes* (bases) suivant l'expression d'Apollonius (¹).

Les opérations sembleraient donc atteindre un degré de complication assez grand pour n'avoir jamais été usitées, quand même les Grecs auraient connu les principes de la preuve par 9.

Mais, si l'on peut établir au contraire que le calcul par sommation du résidu d'un nombre par rapport à 9 était un exercice courant dans les écoles grecques, sans que l'on sache cependant dans quel but on l'y pratiquait, ne pourrait-on pas conclure sans trop de hardiesse que ce but inconnu était précisément la preuve

---

(¹) *Pappi Alexandrini collectionis quæ supersunt*, ed. Hultsch. Berlin, 1876, liv. II. — *Voir* mon essai l'*Arithmétique des Grecs dans Pappus* dans les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 2ᵉ série, t. III, p. 354.

par 9? Or ce que je viens d'avancer comme fait me paraît résulter d'un long passage que saint Hippolyte consacre à la réfutation d'une superstition passablement puérile (¹), et notamment d'un endroit (p. 81) où il dit : « Je pense que ces hommes étant de loisir et d'ailleurs exercés au calcul auront voulu profiter de l'art appris par eux dès leur enfance pour s'en glorifier vainement et se déclarer devins. »

Cette superstition consistait à traiter les mots et particulièrement les noms propres comme si les lettres qui les formaient avaient représenté des nombres, à calculer les résidus par rapport à 9, et à en tirer des conséquences. Ainsi le résidu pour Ἕκτωρ est 1, pour Πάτροκλος, 7; donc Hector devait être vaincu par Patrocle, 1 étant plus petit que 7.

Sans m'arrêter à ces futiles rapprochements, dont saint Hippolyte multiplie les exemples, je vais relever les données historiques que nous fournit ce passage.

P. 72, l. 68. Le calcul en question est appelé Pythagorien (Πυθαγορείῳ ψήφῳ).

P. 72, l. 80. Le *pythmène* des milliers, centaines, dizaines, unités est défini comme chez Apollonius.

P. 74, l. 97. Le sens de ce mot est étendu à la somme des pythmènes des lettres formant un nombre. Le pythmène du nombre sera égal au pythmène de cette somme, la sommation étant naturellement répétée jusqu'à ce qu'on tombe sur un résultat égal ou inférieur à 9.

P. 74, l. 14. On peut aussi obtenir le pythmène d'un nombre en cherchant le reste de la division par 9.

P. 76, l. 27. C'est là le pythmène suivant le *canon annéadique* (règle novenaire). Mais on peut aussi considérer le pythmène suivant la règle septenaire, c'est-à-dire le résidu par rapport au module 7.

P. 76, l. 34. Si le reste de la division est nul, on prendra pour pythmène, non pas zéro, comme nous le ferions, mais le module lui-même.

(¹) *S. Hippolyti episcopi et martyris refutationis omnium hæresium librorum decem quæ supersunt*, ed. Duncker, Gœttingue, 1859, liv. IV, p. 72-81. — S. Hippolyte vivait vers la fin du IIe siècle après J.-C.

P. 109-112. Des calculs analogues, faits sur des mots grecs, sont donnés comme dérivés de la sagesse égyptienne.

On ne peut, en tout cas, pas méconnaître dans ces données l'extension du concept du *pythmène,* tel qu'il apparaît chez Apollonius, au sens de résidu par rapport à un module quelconque, et cette extension semble impliquer nécessairement la connaissance de cette proposition que, par rapport à un module donné, le résidu du produit est le même que celui du produit des résidus, c'est-à-dire la dernière proposition qui nous manque pour compléter les principes de la preuve par 9.

Je m'abstiendrai des rapprochements faciles à faire entre cette expression de *pythmène* et celle qu'employait Avicenne, et que l'on peut traduire par *noyau* (1). Mais, restant chez les Grecs, je dois signaler un autre indice de l'habitude du calcul par sommation des *pythmènes* novenaires.

C'est dans les *Théologoumènes de l'Arithmétique,* VI, la proposition que, dans un groupe quelconque de trois nombres consécutifs et se terminant par un multiple de 3, le résidu, par rapport à 9, est 6.

En effet,

$$(3n+1)+(3n+2)+(3n+3)=9n+6.$$

Il n'y a pas d'ailleurs à s'étonner de voir saint Hippolyte faire remonter jusqu'à Pythagore et aux Égyptiens les calculs dont il parle; s'il n'y a pas d'autre preuve de leur antiquité, elle peut être supposée sans absurdité.

Au reste la tradition est constante, car on ne peut méconnaître, dans les pratiques que raille l'apologiste chrétien, cette « divination numérique » que Pythagore aurait, suivant la légende, enseignée à Abaris (2). Jamblique le répète en deux endroits, dont l'un, au moins, semble avoir pour source primitive le conte d'*Abaris,* composé par Héraclide du Pont, disciple de Platon.

(1) Montferrier, *Dictionnaire des Sciences mathématiques,* article *Arithmetique.* Cette traduction d'une partie du traité inédit d'Avicenne était inconnue de M. Cantor dans les *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* p. 649.

(2) *De Vita pythagorica liber,* ed. Kiessling. Leipsik, 1815, p. 202 et 310.