

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

## Revue des publications périodiques

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 6  
(1874), p. 285-319

[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1874\\_\\_6\\_\\_285\\_1](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__6__285_1)

© Gauthier-Villars, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

## REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (1).

T. LXXVII, 1873, 2<sup>e</sup> semestre (fin).

N<sup>o</sup> 22. Séance du 1<sup>er</sup> décembre 1873.

RESAL. — *Note accompagnant la présentation du « Cours de Mécanique appliquée aux machines » de J.-V. PONCELET.*

FAYE. — *Sur les trombes terrestres et solaires.*

MORIN (le général). — *Observations sur la Communication de M. FAYE.*

SIACCI (F.). — *Sur un théorème de Mécanique céleste.*

M. Newcomb a communiqué à l'Académie, en 1872, le théorème suivant : « Si  $b_1, b_2, \dots, b_{3n}$  sont les coefficients du temps dans les expressions des coordonnées et des vitesses de  $n$  planètes ; si  $c_1, c_2, \dots, c_{3n}$  sont les constantes canoniques dont les grands axes, les excentricités et les inclinaisons des orbites peuvent être considérées

---

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 76.

comme des fonctions, et si  $V$  est le viriel exprimé en fonction de  $c_1, c_2, \dots, c_{3n}$ , on a  $b_i = \frac{\partial V}{\partial c_i}$ . »

M. Siacci donne une nouvelle démonstration de ce théorème, et montre qu'on peut remplacer le viriel par la constante des forces vives avec le signe changé, et que cette constante n'est dépendante que des grands axes, des excentricités et des inclinaisons des orbites.

MERCADIER (E.). — *Sur le mouvement d'un fil élastique dont une extrémité est animée d'un mouvement vibratoire.*

L'auteur donne l'équation qui représente ce mouvement, et montre que les conséquences en sont identiques aux expériences indiquées dans les Notes précédentes.

N° 23. Séance du 8 décembre 1873.

MENABREA (L.-F.). — *Note sur l'identité des formules données par Cauchy pour déterminer les conditions de convergence de la série de Lagrange, avec celles qui ont été établies par Lagrange lui-même.*

Les formules établies par Cauchy se trouvent dans son *Mémoire sur divers points d'Analyse* (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, t. VII), et celles de Lagrange dans l'*Histoire de l'Académie des Sciences de Berlin*, année 1768, *Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales* (*OEuvres de Lagrange*, t. III, p. 5).

WOLF (C.). — *Observation des étoiles filantes de novembre.*

STEPHAN (E.). — *Nouvelles observations de la comète périodique de M. FAYE, et découvertes et observations de vingt nébuleuses, faites à l'Observatoire de Marseille.*

MERCADIER (E.). — *Sur le mouvement d'un fil élastique dont une extrémité est animée d'un mouvement vibratoire.* (Suite.)

N° 24. Séance du 15 décembre 1873.

LEVY (M.). — *Sur une réduction de l'équation à différences partielles du troisième ordre, qui régit les familles de surfaces susceptibles de faire partie d'un système orthogonal.*

Si  $\rho = F(x, y, z)$  est l'équation de la famille de surfaces, on regardera  $z$  comme une fonction des variables indépendantes  $x, y, \rho$ ; par ce moyen, M. Levy fait disparaître trois des six dérivées du troisième ordre que l'équation en question renferme, et il énonce une règle très-simple qui permet d'écrire immédiatement la nouvelle équation, en prenant l'équation connue de la projection des lignes de courbure sur le plan des  $xy$ .

N° 25. Séance du 22 décembre 1873.

LUCAS (F.). — *Rapport anharmonique de quatre points du plan.*

L'application de l'Algèbre des imaginaires à la Géométrie est déjà fort ancienne; sans parler de la représentation géométrique des imaginaires, dont l'idée a été développée par Argand (1806), Mourey (1828), Gauss (1831), nous rappellerons que M. Bellavitis a donné, dans les *Annales de Mathématiques* de Fusinieri, cette proposition très-générale : « A toute relation entre des points en ligne droite correspond une relation analogue entre un même nombre de points situés sur un plan. » Dans deux Mémoires insérés au *Journal de Crelle*, en 1856, Möbius étudie les propriétés du double rapport formé avec quatre segments pris parmi ceux qui unissent deux à deux quatre points situés d'une manière quelconque sur un plan, en faisant correspondre les segments aux formes imaginaires de l'Algèbre.

Citons encore les Mémoires de Siebeck (*Journal de Borchart*, 1858), de M. Transon (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1868), de M. Beltrami (*Ricerche sulla Geometria delle forme binarie cubiche*, extrait du tome IX des *Mémoires de l'Académie des Sciences de Bologne*, 1870), où l'on donne les propriétés du rapport anharmonique complexe, des involutions complexes, etc.

JORDAN (C.). — *Sur les polynômes bilinéaires.*

Soit un polynôme bilinéaire

$$P = \sum A_{\alpha\beta} x_{\alpha} y_{\beta}, \quad \text{où } \alpha = 1, 2, \dots, n; \quad \beta = 1, 2, \dots, n,$$

qu'on se propose de ramener à la forme (dite *canonique*)

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_m y_m, \quad \text{où } m \leq n.$$

M. Jordan donne la solution des trois questions suivantes :

1° Ramener un polynôme bilinéaire  $P$  à une forme canonique simple, par des substitutions *orthogonales*, opérées les unes sur  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , les autres sur  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

2° Ramener  $P$  à une forme canonique simple par des substitutions linéaires quelconques, mais opérées *simultanément* sur les  $x$  et sur les  $y$ .

3° Ramener simultanément à une forme canonique deux polynômes  $P$  et  $Q$ , par des substitutions linéaires quelconques, opérées *isolément* sur chacune des deux séries de variables.

Le second problème a déjà été traité par M. Kronecker (*Monatsbericht*, 15 octobre 1866), et le troisième par M. Weierstrass. (*Ibid.*, 18 mai 1868.)

VICAIRE (E.). — *Sur la constitution physique du Soleil. Réponse aux articles de M. FAYE.*

N° 26. Séance du 29 décembre 1875.

PUISEUX (V.). — *Sur la formation des équations de condition qui résulteront des observations du passage de Vénus du 8 décembre 1874.*

Chaque observation du passage de Vénus conduira à une équation de condition entre les diverses inconnues de la question, et pourra contribuer, par conséquent, à la détermination de ces inconnues, dont la plus importante est la valeur moyenne de la parallaxe solaire. Pour faciliter la formation de ces équations, qui exige des calculs assez laborieux, M. Puisseux a construit des Tables, d'où l'on peut tirer commodément les nombres qui doivent entrer dans ces équations; ces Tables terminent la Note actuelle.

BOUSSINESQ (J.). — *Essai théorique sur l'équilibre d'élasticité des massifs pulvérulents et sur la poussée des terres sans cohésion.*

GENOCCHI (A.). — *Observations relatives à une Note précédente de M. MENABREA, concernant la série de Lagrange.*

M. Genocchi fait remarquer que la transformation dont M. Menabrea se sert a été employée, il y a plus de vingt-cinq ans, par Félix Chiò, et il ajoute qu'un second Mémoire de Félix Chiò (t. XII des *Savants étrangers*) contient, outre des calculs et des équations

tions identiques à ceux de M. Menabrea, plusieurs propositions très-remarquables, pour déterminer les cas dans lesquels la règle de Lagrange doit s'accorder avec celle de Cauchy.

T. LXXVIII, 1874. 1<sup>er</sup> semestre.

N<sup>o</sup> 1. Séance du 5 janvier 1874.

LEDIEU (A.). — *Interprétation mécanique des lois de Dulong et Petit et de Wæstyn sur les chaleurs spécifiques atomiques. Observations présentées à propos des dernières Communications de MM. LOCKYER, DUMAS et BERTHELOT, relatives à la nature des éléments des corps.*

PAINVIN (L.). — *Recherche des conditions pour qu'une conique ait, avec une courbe donnée, un contact d'ordre déterminé.*

REYE (Th.). — *Réponse aux remarques de M. FAYE sur les trombes terrestres et solaires.*

N<sup>o</sup> 2. Séance du 12 janvier 1874.

LE VERRIER. — *Tables du mouvement de Jupiter, fondées sur la comparaison de la théorie avec les observations.*

SIACCI (F.). — *Sur le Problème des trois Corps.*

L'auteur présente une méthode, au moyen de laquelle on peut toujours avoir plusieurs systèmes canoniques de huit équations, dont chacun réduit, par conséquent, à sept le nombre des intégrations à faire, en tenant compte de l'intégrale des forces vives.

LUCAS (F.). — *Propriétés géométriques des fractions rationnelles.*

Le point de départ des recherches de l'auteur est l'équation

$$\frac{f(z)}{F(z)} = \lambda,$$

qui détermine ce qu'on a nommé une *involution complexe* (Beltrami, etc.); il en déduit plusieurs propriétés relatives aux courbes, qu'il appelle *cyclides*.

PÉPIN (le P.). — *Théorèmes d'Analyse indéterminée.*

*Bull. des Sciences mathém. et astron.*, t. VI. (Juin 1874.)

Les théorèmes énoncés concernent l'équation indéterminée

$$ax^4 + by^4 = z^2.$$

N° 3. Séance du 19 janvier 1874.

RESAL (H.). — *Sur la théorie des chocs.*

Anciennement on concluait, de l'assimilation des corps complètement élastiques à de véritables ressorts, que la somme des vitesses normales extrêmes au point de contact, dans le choc de deux corps, était égale au double de la vitesse pareille, dans l'hypothèse où les corps seraient complètement dénués d'élasticité. M. Resal montre que cette règle se vérifie dans toutes les circonstances que peut présenter le choc de deux corps élastiques, lorsqu'on fait abstraction du frottement, en résolvant complètement le problème considéré à son point de vue le plus général.

LUCAS (F.). — *Propriétés géométriques des fractions rationnelles.* (Suite.)

FOURET. — *Détermination, à l'aide du principe de correspondance, du nombre des solutions d'un système de n équations algébriques à n inconnues.*

N° 4. Séance du 26 janvier 1874.

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe de l'équation*

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

*pour tout cycle fermé et réversible.*

MORIN (le général). — *Sur l'enseignement de la Mécanique appliquée donné par Poncelet.*

Le général Morin, en retraçant la vie de Poncelet et l'histoire de ses recherches dans le domaine de la Mécanique appliquée, désire appeler l'attention de l'Académie sur l'ensemble des travaux si originaux de ce célèbre géomètre sur ce sujet, et provoquer la publication de la partie des œuvres qui s'y rapporte.

LUCAS (F.). — *Propriétés géométriques des fractions rationnelles.* (Suite.)

Voici quelques-unes des propositions énoncées par l'auteur :

« Si tous les points racines d'une équation algébrique forment les sommets d'un polygone convexe, les points racines de l'équation dérivée sont tous situés à l'intérieur de ce polygone.

» Si tous les points racines d'une équation algébrique sont disposés en ligne droite, cette droite contient aussi les racines de l'équation dérivée. »

ZEUTHEN (G.). — *Détermination des nombres plückériens des enveloppes.*

LAGUERRE. — *Sur la théorie des équations numériques.*

M. Laguerre énonce les propositions suivantes, qui sont remarquables :

« 1° Étant donné un cercle quelconque, contenant tous les points racines de l'équation  $f(x, y) = 0$ , et étant pris un point quelconque  $\xi$  en dehors de ce cercle, toutes les racines d'une quelconque des équations

$$\left( \xi \frac{d}{dx} + \eta \frac{d}{dy} \right)^i f = 0,$$

que l'on obtient en égalant à zéro un émanant de l'équation proposée, sont également contenues dans l'intérieur du cercle.

» 2° Si deux points du plan,  $\xi, \xi'$ , satisfont à la relation

$$\xi' \frac{df}{d\xi} + \eta' \frac{df}{d\eta} = 0,$$

tout cercle mené par ces deux points contient au moins un point racine ; il y a, en outre, au moins un point racine à l'extérieur de ce cercle. »

N° 5. Séance du 2 février 1874.

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe de l'équation*

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

*pour tout cycle fermé et réversible. (Suite et fin.)*

ZEUTHEN (G.). — *Détermination des nombres plückériens des enveloppes. (Suite.)*



Ce second article a pour objet la démonstration des formules qui servent à déterminer le nombre des points cuspidaux et celui des tangentes d'inflexion de l'enveloppe d'un système donné.

FLAMMARION. — *Orbite apparente et période de révolution de l'étoile double  $\zeta$  d'Hercule.*

M. Flammarion conclut de la comparaison de toutes les observations que la période de révolution est de  $34^{\text{ans}}, 57$ .

N° 6. Séance du 9 février 1874.

MORIN (le général). — *Étude expérimentale sur la balistique intérieure.*

TISSERAND (F.). — *Observations faites à l'Observatoire de Toulouse. — Observation de l'aurore boréale du 4 février 1874, à Toulouse.*

MATHIEU (É.). — *Mémoire sur le Problème des trois Corps.*

Cette Note a principalement pour objet de démontrer directement que deux combinaisons des équations des aires sont renfermées dans les huit équations canoniques que l'auteur avait données dans le Mémoire présenté dans la séance du 10 novembre 1873.

LUCAS (F.). — *Théorèmes concernant les équations algébriques.*

Supposant un point quelconque P du plan affecté d'une masse égale à l'unité et repoussant un autre point Q en raison inverse de la distance PQ, l'auteur appelle *action algébrique* de P sur Q la force ainsi engendrée, et il énonce les théorèmes suivants :

« Les actions algébriques exercées par les racines (M) d'une équation sur une racine I de sa dérivée se font équilibre.

» La résultante des actions algébriques exercées sur une des racines (M) d'une équation par toutes les autres racines équivaut à la résultante des actions algébriques exercées sur cette même racine par toutes celles de l'équation dérivée. »

GENOCCHI (A.). — *Sur l'impossibilité<sup>1</sup> de quelques égalités doubles.*

PAINVIN (L.). — *Conditions pour qu'une conique ait, avec une courbe d'ordre quelconque, un contact du cinquième ordre.*

LAGUERRE. — *Sur les normales abaissées d'un point donné sur une surface de second ordre.*

N<sup>o</sup> 7. Séance du 16 février 1874.

CLAUSIUS (R.). — *Sur une équation mécanique qui correspond à l'équation*

$$\int \frac{dQ}{T} = 0.$$

Les équations que M. Clausius rappelle sont celles qu'il a données dans deux Mémoires publiés en 1870 et 1873. (*Annales de Poggendorff*, t. CXLII et CL.)

TRESCA. — *Rapport sur un Mémoire de M. MAREY, concernant le point d'appui de l'aile sur l'air* (dans le vol des insectes et des oiseaux).

JOURJON. — *Sur une transformation de la formule de Taylor.*  
La transformation indiquée par l'auteur résulte de l'identité

$$f(x+h) - f(x) = f\left[\left(x + \frac{h}{2}\right) + \frac{h}{2}\right] - f\left[\left(x + \frac{h}{2}\right) - \frac{h}{2}\right].$$

N<sup>o</sup> 8. Séance du 23 février 1874.

RESAL (H.). — *Du mouvement ondulatoire d'un train de wagons dû à un choc.*

Supposant le train placé sur une voie droite et les centres de gravité des véhicules situés dans un même plan vertical, M. Resal admet que la percussion a lieu dans ce plan, que l'action mutuelle entre deux véhicules est proportionnelle à leur déplacement relatif et que les résistances pendant le mouvement sont proportionnelles à la masse; il intègre alors et discute les équations du mouvement.

LEDIEU (A.). — *Observations à propos de la dernière Communication de M. Clausius sur l'équation*

$$\int \frac{dQ}{T} = 0.$$

LAGUERRE. — *Sur les droites qui sont doublement tangentes*

à la surface lieu des centres de courbure d'une surface du second ordre.

Dans sa première Note (séance du 9 février), M. Laguerre rappelle d'abord le théorème suivant, dû à M. Desboves (*Théorie nouvelle des normales aux surfaces du second ordre*) :

*Si une conique située sur une surface (S) du second ordre est telle que les normales à (S) issues de trois de ses points se coupent en un même point, il y aura de même une infinité d'autres groupes analogues de trois normales à (S), et les normales à (S) rencontrent une même droite  $\Delta$ .*

Une droite  $\Delta$  jouit donc de cette propriété, que le lieu des pieds des normales, menées de chacun des points de la droite à la surface (S), se décompose en deux coniques.

L'auteur signale plusieurs propriétés relatives à ces droites, celle-ci entre autres :

*Toutes les droites  $\Delta$  sont doublement tangentes à la surface  $\Theta$ , lieu des centres de courbure de la surface (S).*

Ces diverses propositions sont, pour la plupart, déduites de relations analogues à celles qui ont été données par Joachimsthal <sup>(1)</sup>.

Dans sa seconde Note, M. Laguerre revient sur cette dernière proposition et la conclut, à l'aide de considérations géométriques, de plusieurs théorèmes généraux démontrés d'abord pour des surfaces d'ordre quelconque.

N° 9. Séance du 2 mars 1874.

CHASLES. — *Considérations sur le caractère propre du principe de correspondance.*

Voici en quels termes M. Chasles caractérise ce principe :

« Le principe de correspondance s'applique, avec une très-grande facilité, à une infinité de questions. Cette facilité est telle, que sans qu'on ait besoin d'exprimer, par aucune équation, comme en Analyse, les conditions de la question, on pose sur-le-champ deux nombres qui satisfont à ces conditions, et dont la simple somme exprime la solution. Toutefois il peut se trouver dans ce résultat

---

(<sup>1</sup>) *Journal de Crelle*, t. 53.

des solutions étrangères qu'il faut élaguer.... A cet égard, les courbes unicursales ont un très-utile privilège....

» Le principe de correspondance a encore un autre caractère, qui doit accroître considérablement l'étendue des résultats qui lui seront dus : c'est que, en l'appliquant à une question des plus simples, on reconnaît immédiatement que le raisonnement sera absolument le même dans le cas de la plus grande généralisation que peut admettre la question....

» Enfin j'ajouterai que le principe de correspondance comporte une telle facilité de solution que, quelle que soit la question qu'on s'est proposée, indépendamment de la généralisation dont je viens de parler, on a tout aussitôt la pensée d'appliquer ce mode de solution spontanée à diverses autres questions relatives à la figure qu'on a sous les yeux.... »

M. Chasles apporte de nombreux exemples à l'appui de ses assertions. Nous citerons le théorème suivant, généralisation d'une propriété bien connue des coniques :

*Le lieu d'un point d'où l'on peut mener à quatre courbes, de classes  $n'$ ,  $n''$ ,  $n'''$ ,  $n^{iv}$ , quatre tangentes faisant entre elles un rapport anharmonique donné, est une courbe de l'ordre  $2n'$ ,  $n''$ ,  $n'''$ ,  $n^{iv}$ .*

FAYE. — *Sur le mouvement descendant des trombes solaires et terrestres, et sur la formation de leurs gaines opaques.* Réponse à M. le D<sup>r</sup> Reye.

SECCHI (le P.). — *Observations des protubérances solaires pendant le dernier trimestre de l'année 1873. Résultats fournis par l'emploi des réseaux, au lieu de prismes, dans les observations spectrales des protubérances.*

JORDAN (C.). — *Sur la réduction des formes bilinéaires.*

Cette Note est une réponse à une critique de M. Kronecker, relative au Mémoire de M. Jordan *Sur la réduction des formes bilinéaires*, Mémoire inséré dans le *Journal de Liouville*, 1873.

THOULET (J.). — *Projection gnomonique de la surface terrestre sur un octaèdre et sur un cube circonscrit à la sphère.*

MANNHEIM (A.). — *Démonstration géométrique de quelques*

*théorèmes, au moyen de la considération d'une rotation infiniment petite.*

Les propriétés établies concernent principalement les normales aux surfaces de second ordre; M. Mannheim retrouve ainsi plusieurs des théorèmes énoncés par M. Laguerre (Séance du 23 février).

FLAMMARION (C.). — *Orbite apparente et période de révolution de l'étoile double  $\eta$  de la Couronne.*

La durée de la révolution serait de 40<sup>ans</sup>, 17.

N° 10. Séance du 9 mars 1874.

RESAL (H.). — *Note sur la théorie de la houle.*

PHILLIPS. — *Note sur un nouveau spiral réglant des chronomètres et des montres.*

HATT (Ph.). — *Sur une disposition particulière du micromètre à fils mobiles, proposée pour les lunettes qui serviront à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil.*

BERTIN (E.). — *Nouvelle Note sur les vagues de hauteur et de vitesse variables.*

N° 11. Séance du 16 mars 1874.

RESAL (H.). — *Note sur l'emploi des lames flexibles pour le tracé d'arcs de cercle d'un grand diamètre.*

L'appareil ingénieux présenté par M. Resal permet de tracer très-exactement des arcs de cercle de 2 mètres de diamètre; il est d'une construction fort simple et repose sur le principe suivant : si une lame élastique est encastrée dans deux pièces, mobiles à volonté autour de deux axes variables, les encastrements, en raison de la symétrie, ne donnent lieu qu'à deux couples de sens contraire, lorsqu'on fait tourner ces encastrements d'un même angle; le profil de la lame sera un arc de cercle.

SECCHI (le P.). — *Recherches expérimentales conduisant à une détermination de la température du Soleil.*

BEAUMONT (ÉLIE DE). — *Rapport sur les travaux géodésiques relatifs à la nouvelle détermination de la méridienne de France,*

*fait au nom d'une Commission formée des Membres des Sections de Géométrie, d'Astronomie, de Géographie et Navigation et des Membres composant le Bureau.*

Cet important Rapport comprend treize pages des *Comptes rendus*.

JORDAN (C.). — *Sur une application de la théorie des substitutions aux équations différentielles linéaires.*

La question qui constitue l'objet principal de ce Mémoire est la suivante :

Les substitutions qui s'opèrent sur les intégrales autour de chaque point critique étant supposées connues, s'assurer si le groupe dérivé de ces substitutions est primaire ou non.

LAGUERRE. — *Sur l'application de la théorie des formes binaires à la Géométrie plane.*

Pour appliquer la théorie des formes binaires à l'étude des courbes, M. Laguerre considère ce qu'il nomme l'*équation mixte* de la courbe, notion qu'il a déjà présentée dans un Mémoire inséré dans le *Journal de Liouville*; il en a été rendu compte au *Bulletin* (1872, t. III, p. 379). L'auteur se propose principalement, dans le Mémoire actuel, de déterminer les équations mixtes des courbes que l'on obtient en égalant à zéro les divers covariants de l'équation mixte d'une courbe donnée.

BOUSSINESQ (J.). — *Sur les lois de la distribution plane des pressions à l'intérieur des corps isotropes dans l'état d'équilibre limite.*

N° 12. Séance du 25 mars 1874.

BOUSSINESQ (J.). — *Sur la distribution plane des pressions à l'intérieur des corps isotropes, dans l'état d'équilibre limite. Mode d'intégration des équations différentielles.*

VICAIRE (E.). — *Sur la loi de l'attraction astronomique, sur les masses des divers corps du système solaire, et en particulier sur la masse et sur la durée du Soleil.*

L'auteur pense que la proportionnalité de l'attraction aux masses n'est pas une vérité démontrée, et que, comme hypothèse, elle n'est pas vérifiée par ses conséquences.

FOURET. — *Sur les systèmes de courbes planes, algébriques ou transcendantes, définies par deux caractéristiques.*

L'auteur considère les systèmes généraux définis par une équation algébrique, entière et rationnelle, entre les quantités

$$x, y, \text{ et } \alpha, \beta, \left( \alpha = \frac{dy}{dx}, \beta = y - x \frac{dy}{dx} \right);$$

les caractéristiques  $\mu$  et  $\nu$  de ce système seront les degrés respectifs de cette équation par rapport à  $\alpha$  et  $\beta$ , et par rapport à  $x$  et  $y$ ; M. Fouret énonce plusieurs théorèmes généraux relatifs à ces systèmes.

PAINVIN (L.). — *Condition explicite pour qu'une conique ait un contact du cinquième ordre avec une courbe donnée.*

Les Notes présentées sur ce sujet, dans les séances des 5 janvier, 9 février et 23 mars, résument les résultats principaux d'un Mémoire qui comprend les trois Parties suivantes : dans la première Partie, on donne l'équation explicite des  $2m - 3$  sécantes joignant les points d'intersection d'une conique osculatrice avec une courbe d'ordre  $m$  au point d'osculution; la deuxième Partie renferme l'interprétation géométrique de la condition qui exprime que la conique a un contact du cinquième ordre; la troisième Partie donne la forme explicite de cette équation de condition et une application à une courbe particulière du quatrième ordre.

MANNHEIM (A.). — *Deux théorèmes nouveaux sur la surface de l'onde.*

L'auteur conclut des théorèmes qu'il énonce la détermination de la courbe de contact des plans tangents doubles de la surface des ondes, et les sections circulaires des cônes tangents aux points doubles de cette même surface.

RAYET (G.). — *Sur un cadran solaire grec trouvé par M. O. RAYET, à Héraclée du Latmos.*

N° 13. Séance du 30 mars 1874.

PICART (A.). — *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre.*

Voici la méthode indiquée par M. Picart : si  $n$  est le nombre des

dérivées de l'ordre le plus élevé de l'équation proposée, nous associons à cette équation  $n - 1$  autres équations renfermant chacune une constante arbitraire, et telles que les valeurs de ces dérivées, tirées des  $n$  équations, rendent *intégrable* le système d'équations aux différentielles totales, qui lie la fonction et ses dérivées successives. L'intégration de ce système donne une intégrale complète, de laquelle on cherche à déduire ensuite l'intégrale générale.

ZENGER (Ch.). — *Sur une méthode d'agrandissement photographique pour les observations astronomiques.*

LAUSSEDAT. — *Sur l'emploi des signaux lumineux dans les opérations géodésiques.*

---

#### MONTHLY NOTICES OF THE ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY OF LONDON (1).

T. XXXIII; novembre 1872 à février 1873.

MARTH (A.). — *Liste des coordonnées de la Voie lactée.*

M. Marth, astronome de M. Newall, croit que le travail le plus utile auquel puisse être employé un grand équatorial (0<sup>m</sup>,63 d'ouverture) est de construire, dans une station dont le climat soit favorable (Malte, Ténériffe ou Madère), une Carte de la Voie lactée comprenant toutes les étoiles et toutes les nébuleuses visibles dans cette région du ciel. C'est, en effet, répondre à un pressant appel, adressé, en 1844, par Argelander aux astronomes possesseurs d'instruments puissants, et continuer l'œuvre entreprise dans notre hémisphère par MM. Heiss et Schmidt.

M. Marth publie aujourd'hui, comme travail préparatoire de cette Carte, comme base d'un premier canevas, la liste des coordonnées de toutes les étoiles de l'*Uranometria nova* d'Argelander, jusqu'à la 6<sup>e</sup> grandeur, comprises dans la zone centrale de la Voie lactée.

PROCTOR (R.-A.). — *Les régions nébuleuses voisines de la Vierge et de la Chevelure de Bérénice.*

---

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 245.



Comme conclusion aux deux dessins qui accompagnent cette Note, M. Proctor dit que les nébuleuses ne doivent pas être situées en dehors de notre système stellaire; mais il ne donne de cette affirmation aucune preuve bien convaincante.

FREEMAN (M.-A.). — *Procédé graphique de transformation des coordonnées célestes.*

TENNANT (J.-F.). — *Examen des photographies prises à Dababta pendant l'éclipse totale de Soleil des 11-12 décembre 1871.*

Ces photographies ont été successivement projetées sur un verre dépoli, et les images formées ont été assez belles pour que certaines particularités remarquables de la Couronne soient reproduites sur cinq d'entre elles. On a mesuré la position relative de ces points et du disque de la Lune, et l'on a trouvé qu'ils avaient, par rapport à ce disque, un mouvement précisément égal à celui que produirait le passage de la Lune devant le Soleil. C'est une preuve évidente que la Couronne est en grande partie formée par l'atmosphère solaire.

TODHUNTER (L.). — *Sur l'arc de méridien mesuré dans le sud de l'Afrique.*

On sait qu'en 1752 Lacaille a mesuré un arc de méridien au Cap de Bonne-Espérance, et que l'arc obtenu par lui est beaucoup plus long qu'on ne devait s'y attendre, d'après les mesures faites dans l'hémisphère nord (trop long de 860 pieds pour 1 degré). Depuis, sir Thomas Maclear, alors Astronome royal au Cap, a entrepris une opération beaucoup plus vaste que celle de Lacaille, opération dont les résultats concordent avec ceux qui se déduisent des meilleures mesures géodésiques faites dans l'hémisphère austral. Les travaux de M. Maclear ont été publiés dans un Ouvrage en deux volumes, qui a valu à son auteur une médaille d'or de la Société Royale, et le prix de Lalande de l'Académie des Sciences de Paris, et qui a pour titre : *Verification and extension of the Caillé's Arc of meridian at the Cape of Good Hope*. Malheureusement, d'après M. Todhunter, cet Ouvrage ne répond pas complètement à son titre; c'est bien plutôt le récit d'une nouvelle opération que la comparaison de cette opération avec l'ancienne et la recherche des causes auxquelles sont dues les erreurs qui en

<sup>#</sup> faussaient les résultats ; par exemple, des mesures différentes faites entre la ville du Cap (*Cape Town*) et *Klyp Fountain*, on a déduit les trois résultats suivants :

| Amplitude.   | Longueur en pieds. | Longueur pour 1 degré. |
|--------------|--------------------|------------------------|
| 1. 13. 17,33 | 445506             | 364728,8               |
| 1. 13. 17,33 | 445361             | 364607,5               |
| 1. 13. 14,51 | 445027             | 364568,3               |

Le premier a été donné par Lacaille ; le second résulte de la combinaison des triangles de Lacaille avec les bases modernes, et le troisième provient des mesures astronomiques et géodésiques modernes. M. Maclear n'explique nulle part d'où peuvent provenir ces différences. Il y a, dans l'Ouvrage de M. Maclear, malgré toute sa valeur, quelques imperfections, que M. Todhunter signale à l'attention de l'auteur.

Toutes ces questions ont de l'intérêt pour ceux qui s'occupent de la détermination de la forme de la Terre ; et c'est précisément à propos d'un Ouvrage de ce genre <sup>(1)</sup>, que M. Todhunter vient de publier, qu'il a été conduit à faire de la triangulation du Cap une étude si approfondie.

LINDSAY (Lord) et GILL (A.). — *Préparatifs pour l'observation du passage de Vénus.*

Nous les indiquerons plus en détail, lorsqu'il sera question des travaux faits à l'Observatoire de Dun-Echt en 1872. Nous insisterons seulement sur les observations que lord Lindsay et son astronome veulent faire avec l'héliomètre, instrument qui, à leur avis, a été trop délaissé par les astronomes que la Société Royale et le Gouvernement ont chargés de diriger et de surveiller les préparatifs des expéditions subventionnées par le Gouvernement et la Société Royale Astronomique.

Les deux échelles qui font mouvoir les demi-lentilles de l'objectif de leur héliomètre ont été graduées avec la même machine à diviser, qu'on faisait, dans chaque cas, marcher dans le même sens ; puis, l'une d'elles ayant été retournée bout pour bout, il s'ensuit nécessairement que, lorsque les deux moitiés de l'objectif se dépla-

---

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 276.

ceront l'une par rapport à l'autre pour l'observation, le trait qui, primitivement, aurait coïncidé dans les deux échelles, se déplacera de quantités égales dans des directions opposées. Le déplacement, mesuré à l'aide de ces deux échelles, sera donc complètement indépendant des erreurs périodiques de la graduation.

D'autre part, la monture de l'objectif porte un thermomètre métallique, qui donne la température de ces deux échelles ; de telle sorte que si, par une étude préalable faite avec un cercle méridien bien étudié et dans une salle dont on peut élever progressivement la température, on a déterminé la loi de variation de la valeur d'une division de l'échelle avec cette quantité, les observations seront complètement indépendantes des variations de température qui pourront survenir pendant la durée totale du passage.

Avec ces précautions, on peut admettre que chaque observation faite avec l'héliomètre ne sera pas soumise à une erreur plus forte que  $0'',5$  ; par conséquent, si l'on répète dix fois la même observation, l'erreur probable de la série complète sera de

$$\frac{0'',5}{\sqrt{10}} = 0'',160.$$

Avec dix séries de ce genre, l'erreur probable de la plus courte distance des centres du Soleil et de la planète serait donc de

$$0'',050.$$

D'un autre côté, au lac Baikal, où le Gouvernement russe organise une expédition héliométrique, correspondant à celle de lord Lindsay à l'île Maurice, le facteur de la parallaxe pour la distance minimum des centres est de  $0,9$  ; à l'île Maurice, il est de  $0,3$ . Prenons pour parallaxe de Vénus, par rapport au Soleil, le nombre  $23'',5$ , qui évidemment suffit ici ; la différence totale des distances minima des centres du Soleil et de la planète sera de

$$23'',5(0,9 + 0,3) = 28'',2,$$

de telle sorte que l'effet, d'une erreur probable de  $0'',050$  dans la mesure des distances minima des centres du Soleil et de la planète, sur la parallaxe solaire qu'on déduirait de ces mesures, serait, en prenant pour parallaxe solaire approchée le nombre  $8'',9$ ,

égal à

$$0'',050 \times \frac{8,9}{28,2} = 0'',016,$$

c'est-à-dire moindre que *deux centièmes de seconde*. Les mesures photographiques ou les observations des contacts donneront-elles la même approximation ? Lord Lindsay ne le pense pas.

AUWERS. — *Expéditions allemandes pour le passage de Vénus.*

Trois expéditions principales seront envoyées par la Société Astronomique allemande et le Gouvernement impérial : dans le voisinage de Chefoo, en Chine ; à l'île Auckland ; à l'île Macdonald, ou, si le séjour dans cette île présente des difficultés trop considérables, à l'île Kerguelen.

Ces trois expéditions porteront surtout leur attention sur les points suivants :

1° Mesures héliométriques de la distance de Vénus au point du bord du Soleil le plus voisin, ainsi qu'au plus éloigné, pendant toute la durée du passage ;

2° Observation de l'époque du premier et du dernier contact ;

3° Photographies du phénomène, d'où l'on puisse déduire l'angle de position et la distance de Vénus par rapport au centre du Soleil.

En outre, une quatrième expédition, envoyée dans l'île Maurice, sera chargée de mesures héliométriques et de l'observation des contacts ; et une cinquième, purement photographique, sera envoyée en Perse.

Outre les instruments nécessaires pour déterminer le temps du lieu et quelques petites lunettes, les appareils emportés par les différentes expéditions sont :

1° Quatre héliomètres de Fraunhofer, de 8 centimètres d'ouverture et de 1<sup>m</sup>, 14 de foyer ;

2° Quatre équatoriaux de Fraunhofer, de 12 centimètres d'ouverture et de 1<sup>m</sup>, 95 de foyer ;

3° Deux appareils photographiques de Steinheil, ayant un objectif achromatique de 15 centimètres d'ouverture ;

4° Deux appareils photographiques de Steinheil, munis d'objectifs quadruples de 11 centimètres d'ouverture.

Les stations dont les longitudes encore inconnues doivent être

déterminées par les observations de la Lune seront munies, en outre, d'instruments de passage à lunette brisée de 67 centimètres d'ouverture, et d'altazimuts dont les cercles ont de 32 à 38 centimètres.

A l'île Maurice, on observera, d'une part, avec ces instruments, les hauteurs et les passages de la Lune au méridien, et, d'autre part, avec un réfracteur, un nombre aussi grand que possible d'occultations d'étoiles par la Lune.

PROCTOR (R.-A.). — *Sur l'origine des météores de novembre.*

Quoique les recherches de MM. Schiaparelli, Adams, Le Verrier et d'autres aient fait connaître la nature de l'orbite des météores de novembre et démontré la relation qui existe entre ces corps et la comète de Tempel (comète I, 1866), on n'est point fixé sur la façon dont ils ont pénétré dans notre système. L'opinion généralement admise, énoncée pour la première fois par M. Le Verrier, est que les météores de novembre proviennent des espaces interstellaires et qu'ils ont été entraînés dans leur orbite actuelle par l'attraction de la planète Uranus ; mais cette opinion paraît tout à fait improbable à M. Proctor, tant à cause de la faible distance à laquelle l'essaim météorique aurait dû approcher d'Uranus, pour que l'effet indiqué se produisit (distance moindre que celle du premier satellite d'Uranus), qu'à cause de ses dimensions énormes, plusieurs millions de milles en hauteur et en largeur, et plusieurs centaines de millions de milles en longueur. D'après lui, les météores de novembre n'auraient pas une origine extraplanétaire, mais, au contraire, proviendraient de la planète Uranus elle-même. Ils seraient dus à une sorte d'éruption volcanique, ayant eu lieu autrefois sur Uranus. Une pareille hypothèse peut évidemment être faite pour toutes les planètes, grandes ou petites, s'étendre à toutes les averses météoriques et à toutes les comètes, de telle sorte que, d'après M. Proctor, chaque planète serait ainsi accompagnée d'un certain nombre d'essaims météoriques et de comètes qu'elle aurait rejetés de son sein. Les comètes provenant de Jupiter, par exemple, partageant son fort mouvement d'avance, devraient dès lors, pour la plupart, se mouvoir dans la même direction que la planète ; celles qui tireraient leur origine de Neptune, dont le mouvement est beaucoup plus lent, se déplaceraient très-probable-

ment dans une direction différente, déductions qui semblent s'accorder avec l'observation. Toutes les comètes dont l'aphélie est près de l'orbite de Jupiter avancent; un nombre considérable de celles dont l'aphélie est près de l'orbite de Neptune rétrogradent.

Enfin il est évident, d'après cette théorie, que l'un ou l'autre des nœuds de chacune de ces comètes doit être tout près de l'orbite de la planète dont elle dérive. Or, maintenant, les nœuds de toutes les comètes joviennes et neptuniennes, aussi bien que des comètes saturniennes et uraniennes (comète de Tempel), sont près des orbites de leurs planètes génératrices.

HIND. — *Sur deux anciennes apparitions probables de la comète des météores de novembre.*

M. Hind remarque que la comète observée en Chine dans la dernière semaine d'octobre 1366 a une orbite très-semblable à celle de la comète de Tempel, et qu'à la même époque on a vu, en Bohême et en Portugal, une véritable averse d'étoiles filantes. « Elles étaient en nombre tel et si serrées, que le ciel paraissait en feu. »

A la fin de janvier et dans les premiers jours de février 868, on a également observé, en Europe et en Chine, une comète dont la marche dans le ciel fut voisine de celle que devait alors avoir la comète des météores de novembre.

Or, entre 1866 et 1366, il y a quinze périodes de  $33^{\text{ans}}, 28$ , et, entre 1366 et 868, quinze périodes de  $33^{\text{ans}}, 24$ . Il est donc presque certain que la comète de Tempel a dû être observée en 868 et 1366. Depuis cette époque, la durée de sa révolution n'aurait même que très-peu changé.

HIND. — *Sur la comète de Pons.* (Comète I, 1818.)

CARRINGTON (R.-C.). — *Sur la marche d'une pendule dans l'air raréfié.*

LYNN (W.-T.). — *Sur la parallaxe et le mouvement propre de l'étoile 21185 de Lalande.*

Les observations les plus récentes conduisent aux valeurs suivantes :

Mouvement en ascension droite.. —  $0^{\text{s}}, 044$

Mouvement en déclinaison. . . . . +  $4'', 66$

qui s'accordent avec les valeurs obtenues par Argelander en 1857.

C'est, après 1830 Groombridge et la 61<sup>e</sup> du Cygne, l'étoile qui a le mouvement propre le plus considérable; sa parallaxe paraît, d'ailleurs, être, à très-peu près, la même que celle de la 61<sup>e</sup> du Cygne.

BROWNING (J.). — *Sur une nouvelle forme de l'oculaire solaire.*

RUSSELL (C.-W.). — *Sur l'amas coloré qui entoure l'étoile  $\alpha$  de la Croix du Sud.*

Depuis les observations faites par sir John Herschel au Cap de Bonne-Espérance, aucun observatoire de l'hémisphère austral n'a repris l'étude de l'amas voisin de la Croix du Sud. M. Russell, directeur de l'Observatoire de Sydney, à la Nouvelle-Galles du Sud, a consacré quelques mois de l'année 1872 à combler cette lacune.

L'instrument dont il se servait est un équatorial de Merz de 7  $\frac{1}{4}$  pouces d'ouverture libre et de 10 pieds 4 pouces de foyer, pouvant supporter un grossissement de 400 fois. Les couleurs étaient, en outre, vérifiées avec un télescope de Browning de 8  $\frac{1}{2}$  pouces d'ouverture.

M. Russell a déterminé les positions de 130 étoiles, de la 6<sup>e</sup> à la 15<sup>e</sup> grandeur; 15 d'entre elles sont colorées soit en jaune, comme l'étoile  $\alpha$ , soit en rouge, soit en bleu; 25 de ces étoiles n'avaient point été aperçues par Herschel, et c'est là un fait remarquable, lorsqu'on songe aux dimensions du télescope que cet astronome employait. D'un autre côté, la comparaison des étoiles communes avec le catalogue d'Herschel montre que beaucoup d'entre elles se sont déplacées depuis 1834; quant aux couleurs, elles sont réellement splendides et justifient ce mot d'Herschel, que cet amas brille « comme un splendide joyau ».

WILSON (J.-M.). — *Sur les positions des deux étoiles de Castor.*

HERSCHEL (A.-S.), GRANT, LOWE (E.-J.), ROSSE (lord), FASEL (V.). — *Sur l'averse météorique du 27 novembre 1872.*

Nous résumons sous ce titre les Notes présentées à la Société Royale Astronomique sur les observations faites à Newcastle, Glasgow, Nottingham, Birr-Castle, et Morges (en Suisse). L'aspect général du phénomène n'a pas été différent de celui qu'a présenté la grande averse du 13-14 novembre 1866; cependant les météores ont été moins brillants. Leur couleur normale était la couleur

blanche ; rarement ils ont égalé en éclat une étoile de première grandeur ; cependant de temps à autre paraissait un météore de splendeur inaccoutumée et dont l'éclat rivalisait avec celui de Jupiter ou de Sirius.

La durée de la visibilité d'un météore n'excéda point, en général, deux ou trois secondes ; deux ou trois d'entre eux, pourtant, sont restés visibles pendant une trentaine de secondes.

L'ensemble de ces observations porte à admettre que le point radiant de cette averse était à peu près au milieu de l'intervalle qui sépare sur la sphère céleste les étoiles  $\gamma$  et  $51$  d'Andromède, c'est-à-dire par  $26$  degrés d'ascension droite et  $44$  degrés de déclinaison nord. Le nombre des météores tombés dans cette averse est d'ailleurs excessivement considérable. M. Grant, à Glasgow, en a compté  $10\,579$ , de  $5^h 30^m$  à  $11^h 50^m$  du soir ; M. Lowe, à Nottingham, en a observé,  $14\,665$ , de  $5^h 50^m$  à  $10^h 30^m$ , dans un quart environ de la portion visible de la sphère céleste, ce qui ferait le chiffre énorme de  $58\,660$  en tout pendant les  $4^h 30^m$  qui commencèrent la nuit du  $27$  novembre ; à Birr-Castle, enfin, on en a vu  $7995$ , de  $7^h 47^m$  à  $14^h 38^m$ .

D'un autre côté, l'intensité de l'averse fut loin d'être constante pendant toute sa durée ; mais, d'abord croissante pendant la première moitié du phénomène, elle a décliné ensuite d'une façon régulière ; c'est ce que montre le tableau suivant, où sont inscrits les nombres de météores observés à Glasgow pendant chaque période de quinze minutes, à partir de  $5^h 30^m$ .

| Numéro du quart d'heure. | Nombre de météores. | Numéro du quart d'heure. | Nombre de météores. |
|--------------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|
| 1.....                   | 150                 | 13.....                  | 599                 |
| 2.....                   | 174                 | 14.. . . .               | 413                 |
| 3.....                   | 292                 | 15.....                  | 418                 |
| 4.....                   | 507                 | 16.....                  | 213                 |
| 5.....                   | 643                 | 17.....                  | 233                 |
| 6.....                   | 840                 | 18.....                  | 246                 |
| 7.....                   | 721                 | 19.....                  | 190                 |
| 8.....                   | 890                 | 20.....                  | 116                 |
| 9.....                   | 881                 | 21.....                  | 111                 |
| 10.....                  | 930                 | 22.. . . .               | 74                  |
| 11.... .                 | 1070                | 23.....                  | 48                  |
| 12.... .                 | 777                 | 24.....                  | 22                  |



PERRY (S.-J.). — *Sur les météores de novembre.*

Le Rév. Perry donne le résumé des observations faites au collège de Stonyhurst dans les nuits des 10 et 13 novembre.

PIHL (M.-O.). — *Sur les météores du 27 novembre 1872.*

Le professeur Fearnley, de Christiania, et M. Bruhns, directeur de l'Observatoire de Leipzig, ont montré que l'orbite de la comète de Biéla avait dû couper celle que décrit l'essaim météorique de novembre, le 6 (Fearnley) ou le 3 (Bruhns) janvier de l'année 1846 <sup>(1)</sup>, et ils présument que le dédoublement de la comète, qui a été observée pour la première fois par Maury, le 27 décembre 1845, c'est-à-dire sept ou dix jours avant les dates que nous venons d'indiquer, est dû à cette rencontre des deux orbites. En outre, ces deux astronomes considèrent comme très-probable l'arrivée d'un fait semblable en 1859, fait auquel devrait être attribuée la disparition de la comète à son retour de 1865-1866. Pour le professeur Fearnley, ceci est d'autant plus probable que les années 1846-1847, comme l'année 1826 (1859 — 33 ans), ont été remarquables par l'intensité de l'averse des Léonides. On peut donc admettre que les météores de la fin de novembre sont les débris de l'une de ces dernières catastrophes, de 1859 ou de 1866.

FASEL (V.). — *Sur la lumière zodiacale.*

HIND. — *Sur l'étoile binaire  $\alpha$  des Gémeaux.*

La meilleure détermination de l'orbite de cette étoile double est due à M. Thiele, de Copenhague, et représente la série tout entière des observations, de 1719 jusqu'à nos jours. Il en résulte les éléments suivants :

|                                                                                                     |             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| Passage au périastre.....                                                                           | 1750,326    |
| Longitude du périastre, comptée au sortir du nœud<br>sur l'orbite rapporté au méridien de 1850..... | — 294° 0',8 |
| Nœud (méridien de 1850).....                                                                        | 31° 58',8   |
| Inclinaison..                                                                                       | 42° 5',4    |
| Excentricité.....                                                                                   | 0,34382     |
| Moyen mouvement annuel.....                                                                         | — 21',6685  |
| Demi-grand axe.....                                                                                 | 7",5375     |
| Durée de la révolution, en années.....                                                              | 996,85      |

---

(<sup>1</sup>) *Forhandling af Videnskabselskabet i Christiania*, 1867, p. 25 et 16.

HIND. — *Éléments de l'orbite de  $\xi$  de la Grande-Ourse.*

|                                                                            |          |        |
|----------------------------------------------------------------------------|----------|--------|
| Passage au périastre . . . . .                                             | 1875,687 |        |
| Durée de la révolution en années . . .                                     | 60,679   |        |
| Longitude du périastre, comptée sur<br>l'orbite à partir du nœud . . . . . | 332° 33' | } 1872 |
| Nœud . . . . .                                                             | 100,42   |        |
| Inclinaison . . . . .                                                      | 56,20    |        |
| Excentricité . . . . .                                                     | 0,38302  |        |
| Demi-grand axe . . . . .                                                   | 2",587   |        |

LYNN (W.-T.). — *Sur le mouvement propre des étoiles 21258 de Lalande et 1830 Groombridge.*

Le mouvement propre de la petite étoile 21258 de Lalande (8<sup>e</sup> grandeur) a été signalé par Argelander<sup>(1)</sup> et évalué par lui, d'après ses observations de Bonn, à 4", 5. Cette découverte a été confirmée par les observations faites à l'Observatoire royal de Greenwich, en 1864 et 1869, observations qui, comparées les unes aux autres, conduisent aux valeurs suivantes :

|                                               |          |
|-----------------------------------------------|----------|
| Mouvement propre en asc. droite . . . . .     | —0', 386 |
| Mouvement propre en distance polaire nord . . | —1", 36  |

D'un autre côté, sa parallaxe a été déterminée par Auwers, et trouvée égale à 0", 27; cette étoile se trouve donc 761 000 fois plus loin de nous que le Soleil; en d'autres termes, il faut environ douze ans à la lumière qu'elle émet pour arriver jusqu'à la Terre.

Ces résultats ont engagé M. Lynn à reprendre l'étude du mouvement propre de l'étoile 1830 Groombridge : les observations de Greenwich lui ont aussi fourni les éléments de son calcul, et la comparaison des positions données par le Catalogue de douze ans (*Twelve years Catalogue*, 1845) avec les observations récentes de 1869, 1870 et 1871 lui a donné :

|                                                 |          |
|-------------------------------------------------|----------|
| Mouvement propre en asc. droite . . . . .       | +0', 344 |
| Mouvement propre en distance polaire nord . . . | +5", 77  |

Ces nombres équivalent à un mouvement de 7", 03, sur un arc de grand cercle. C'est de beaucoup le mouvement propre le plus considé-

(1) *Astronomische Nachrichten*; vol. LIV, p. 245.

nable que nous connaissions ; celui de cinq étoiles seulement surpasse la moitié de ce nombre : ce sont les mouvements propres de 61 Cygne, 21185 de Lalande, 21258 de Lalande,  $\mu$  Cassiopée et  $\alpha^2$  Eridan.

Ajoutons qu'on n'a encore fait, à notre connaissance, aucune recherche sur la parallaxe de ces deux dernières étoiles.

ELGER (C.-E.). — *Sur les couleurs des composantes de  $\gamma$  Dauphin.*

Ces observations ont été faites à Bedford avec une lunette achromatique de Cooke, de 4 pouces d'ouverture, munie d'un oculaire grossissant 180 fois, et embrassent une période de six ans (septembre 1866 à novembre 1872). En 1850, Smyth, à Hartwell, avait trouvé les deux composantes de grandeurs inégales (dans le rapport de 4 à 7) elles ont paru d'égale grandeur à M. Elger ; d'ailleurs ; l'une d'elles, la plus brillante de Smyth, est toujours restée de couleur orange, tandis que la couleur de l'autre a passé du jaune au vert, puis au bleu.

TUPMAN (le Capitaine). — *Observations des protubérances solaires.*

Dans cette Note, M. Tupman, capitaine d'artillerie de la Marine royale, donne les résultats de 246 observations de protubérances faites par lui en septembre, octobre et novembre 1872, avec une lunette de 3 pouces d'ouverture et 40 pouces de foyer, et un spectroscopie à vision directe de Browning, composé de cinq prismes, et dont le pouvoir dispersif équivalait à celui d'un prisme de flint ordinaire, d'angle réfringent égal à 60 degrés (<sup>1</sup>).

CARRINGTON (R.-C.). — *Sur un double altazimut.*

ROBINSON (T.-R.). — *Note sur la marche d'une horloge astronomique dans l'air raréfié.*

DENISON (E.-B.). — *Sur un nouveau mode de compensation de l'erreur barométrique des horloges astronomiques.*

La construction des instruments méridiens a été depuis quelques années portée à un haut degré de perfection et ceux de ces appa-

---

(<sup>1</sup>) Le prix total de l'appareil spectroscopique et de sa monture est de 18 livres (450 francs) ; M. Tupman croit qu'on pourrait le réduire encore beaucoup.

reils qui sortent des ateliers des grands constructeurs de Londres, de Paris ou de Munich ne laissent presque plus rien à désirer sous le rapport de la perfection des tourillons ou du mécanisme des pièces mobiles. D'un autre côté, l'expérience a fait découvrir des procédés sûrs pour assurer aux piliers sur lesquels ils reposent une stabilité presque parfaite, ou, du moins, pour prévenir tous les changements brusques qu'ils pourraient éprouver. Si l'astronome opère avec adresse, il peut donc être sûr de connaître avec précision, à chaque instant, la position que sa lunette méridienne occupe par rapport au méridien terrestre.

La détermination de l'ascension droite des étoiles n'est plus alors sujette qu'à deux sortes d'erreurs : la première provenant de l'imperfection inévitable de l'estime de la fraction de seconde à laquelle elle passe sous un fil ; la seconde ayant son origine dans la marche plus ou moins régulière de la pendule employée pour compter le temps.

Les causes qui peuvent troubler la marche régulière d'une pendule sont nombreuses : la plus sensible est l'action de la température sur la tige du balancier, qui alternativement s'allonge ou se raccourcit, et fait retarder ou avancer la pendule. On sait combien il est rare d'avoir des horloges insensibles aux variations du thermomètre ; mais cette action perturbatrice peut être complètement annulée si l'on a soin, comme à Greenwich ou à Paris, de placer les pendules dans une cave profonde, dont la température soit constante, ou du moins indépendante des changements diurnes ou accidentels de la température de l'air extérieur.

La seconde cause d'erreur, bien plus difficile à éliminer, provient des variations dans la pression atmosphérique. Un pendule qui oscille dans l'air éprouve de sa part deux sortes d'actions : il y a d'abord une perte de poids égale au poids de l'air déplacé, et si la pression et, par suite, la densité de l'air viennent à changer, la perte de poids change et la pesanteur du pendule se trouve augmentée ou diminuée, sans que pour cela son moment d'inertie ait le moins du monde varié ; par suite de cette circonstance, les pendules doivent avancer lorsque le baromètre baisse, retarder lorsqu'il monte ; en second lieu, le pendule en mouvement rencontre dans l'air une résistance proportionnelle à la pression ; si cette résistance augmente, l'amplitude d'oscillation devient plus petite, la durée d'une oscillation diminue, et l'horloge doit avancer.

Ces deux causes perturbatrices ne se compensent point, et toute pendule éprouve dans sa marche des perturbations qui sont liées par une loi complexe aux variations du baromètre.

Pour supprimer cette cause d'erreur, les astronomes ont depuis longtemps songé à placer les pendules dans le vide ou dans de l'air à pression constante.

Des expériences de cet ordre avaient été faites en 1829 et 1832, par Sabine et Baily, et viennent d'être reprises par M. Carrington, qui a montré que son horloge retardait lorsque la pression de l'air augmentait.

M. Denison, un des grands horlogers de Londres, revient sur ce résultat et décrit un système propre à compenser l'influence de l'action de l'air. L'appareil consiste essentiellement en un baromètre à mercure fixé sur le balancier ; lorsque la pression de l'air augmente, cas où la pendule doit retarder, sa masse se rapproche de l'axe d'oscillation et, la longueur du balancier se trouvant ainsi diminuée, la pendule tend à marcher plus vite ; de là la possibilité d'une compensation dont le célèbre artiste donne des preuves théoriques et expérimentales.

KLINKERFUES et POGSON. — *Sur la nouvelle découverte de la comète de Biéla.*

Le 30 novembre 1872, M. Klinkerfues envoyait à M. Pogson, directeur de l'Observatoire de Madras, un télégramme ainsi conçu : « La comète de Biéla a rencontré la Terre le 27 novembre ; cherchez vers l'étoile  $\theta$  du Centaure. »

Les nuages empêchèrent toutes recherches jusqu'au 2 décembre à 17 heures, temps moyen, où survint une légère éclaircie : M. Pogson trouva immédiatement la comète, non loin de la position indiquée par M. Klinkerfues ; elle se présentait, dit-il, sous la forme « d'un disque lumineux, circulaire, avec un noyau bien caractérisé, mais sans apparence de queue ; son diamètre était d'environ 45 secondes. » Le lendemain, M. Pogson rencontra, à peu de distance de la première, une nouvelle nébulosité cométaire, dont le diamètre était de 75 secondes, et qui présentait une queue de faible éclat, mais de 8 minutes de longueur environ.

TUPMAN. — *Sur la réapparition de la comète de Biéla.*

L'ensemble des observations faites sur l'averse météorique du

27 novembre et sur la comète de Biéla elle-même, conduit M. Tupman aux conclusions suivantes :

1° L'averse météorique a été produite par une portion éloignée de la comète, détachée de l'un des deux noyaux du côté le plus éloigné du Soleil, et se mouvant à peu près sur le prolongement du même rayon vecteur.

2° La comète *principale* eut la même longitude que la Terre, le 27 novembre entre 3 et 4 heures, à une distance du Soleil moindre que la Terre d'environ les 0,032 de la distance moyenne de cette dernière : c'est elle que M. Pogson a retrouvée le 3 décembre.

3° La comète *secondaire* rencontra la Terre comme la première, mais douze heures plus tôt : c'est elle que M. Pogson a aperçue le 2 décembre.

MELDRUM (C.). — *Observations de l'averse météorique du 27 novembre, faites à l'île Maurice.*

Cette Note résume les observations faites à l'île Maurice : par M. Meldrum à l'Observatoire ; MM. C. Bruce, recteur du collège, et E. Newton, secrétaire auxiliaire du gouvernement, au collège Royal ; le lieutenant-colonel O'Brien, inspecteur général de la police, M. A. Brown, MM. R. Stein et A. Macpherson, M. Morsch ; M. le capitaine Fry et M. le capitaine Gaston, commandant la frégate française *la Pénélope*, alors en station devant l'île Maurice.

MARTH (A.). — *Éphéméride pour l'observation physique de la Lune.*

M. Marth, astronome de M. Newall, de Gateshead, publie une Éphéméride destinée à faciliter l'observation des différents cratères de la Lune. Il donne leurs positions aux époques où ils sont le mieux éclairés par le Soleil.

AIRY (G.-B.). — *Occultations et phénomènes des satellites de Jupiter, observés à l'Observatoire royal de Greenwich, en 1872.*

PROCTOR (R.-A.). — *Carte représentant les terres et les mers de Mars, telles qu'on les verra de la Terre aux différentes époques de l'année 1873.*

BUFFHAM (W.). — *Taches de la planète Uranus.*

Les astronomes n'avaient jusqu'ici distingué sur le disque de la planète Uranus aucune tache assez bien dessinée ou assez persis-

tante pour que son mouvement permit d'affirmer la rotation de cette planète et de calculer sa durée.

M. W. Buffham, en se servant d'un télescope à miroir métallique, de 9 pouces d'ouverture, construit par Browning, a pu, les 25 et 27 janvier 1870, voir sur le disque d'Uranus deux taches brillantes qui chaque fois se sont lentement déplacées de l'est vers l'ouest. Le 9 mars 1872, il a encore fait une observation semblable; la tache fut visible pendant trois heures et demie.

En rapprochant tous ces résultats, on trouve :

Durée de la rotation d'Uranus..... 12 heures.

Inclinaison de l'équateur sur l'orbite ..... 80 degrés.

Il est remarquable que le plan de l'équateur ne coïncide pas avec le plan des satellites.

DUNKIN (E.). — *Sur une erreur dans l'ascension droite de l'étoile 3735, du Catalogue de Groombridge.*

STONE (E.-J.). — *Sur le cercle méridien de l'Observatoire royal du Cap de Bonne-Espérance.*

DENNING. — *Sur la visibilité de Jupiter.*

(A suivre.)

C. A.

## MАТЕМАТИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ (¹).

T. VI, 4<sup>e</sup> livraison; 1873.

BOUGAÏEF (N.-V.). — *Théorie des dérivées numériques. 4<sup>e</sup> Partie (²). (52 p.)*

Cette partie du travail de M. Bougaïef contient les Chapitres suivants :

Développements en fonction du symbole  $E \sqrt[m]{\frac{n}{u}}$ .

Problèmes relatifs à la forme des fonctions numériques.

Conclusion.

La représentation de diverses fonctions numériques par des séries

(¹) *Journal de la Société mathématique de Moscou.* Voir *Bulletin*, t. V, p. 292.

(²) Voir *Bulletin*, t. III, p. 210; t. V, p. 296-298.

dépendant du symbole  $E\sqrt[m]{\frac{n}{u}}$  est fondée sur la considération de diverses classes de nombres, telles que : 1° les nombres non décomposables en facteurs carrés; 2° les nombres non décomposables en facteurs cubes; en général les nombres n'admettant pas de facteurs de degré  $m$ . L'auteur considère en particulier les fonctions

$$H_1(n), H_2(n), \dots, H_m(n),$$

qui représentent : la première, le nombre des nombres non divisibles par des carrés et inférieurs à  $n$ ; la deuxième, celui des nombres non divisibles par des cubes, etc.; pour ces fonctions il donne des formules qui permettent de calculer leurs valeurs exactes et leurs valeurs asymptotiques.

Il trouve, entre autres, la valeur asymptotique de  $H_1(n)$  égale à  $\frac{6}{\pi^2}n$ , c'est-à-dire la même qui a été trouvée par Lejeune-Dirichlet, à l'aide du Calcul des probabilités (<sup>1</sup>).

Dans la conclusion, il expose les principes généraux de la théorie des fonctions numériques. La différence qui existe entre celles-ci et les fonctions analytiques, consistant en ce qu'elles sont essentiellement discontinues, ainsi que leurs variables, ne permet pas de leur appliquer les méthodes générales de l'Analyse. L'étude de ces fonctions conduit à des principes nouveaux et variés, par suite de la variété même des modes de discontinuité. En effet, la continuité n'admet qu'une seule détermination, tandis que les hypothèses sur le mode de discontinuité peuvent être très-diverses. La continuité elle-même peut être envisagée comme un cas particulier de la discontinuité, lorsque les accroissements sont infiniment petits et infiniment rapprochés.

Les fonctions numériques peuvent être divisées en deux classes :

1° Les fonctions discontinues d'une variable continue, comme les fonctions dépendant du symbole  $E$ ; elles ont beaucoup de points communs avec les fonctions analytiques, de sorte qu'on peut les appeler *semi-analytiques*;

---

(<sup>1</sup>) Ce résultat a été communiqué par Lejeune-Dirichlet à M. Kummer, qui l'a, à son tour, communiqué à l'auteur.



2° Les fonctions qui varient, ainsi que leurs variables, par intervalles finis. On peut les ramener quelquefois à la première classe, par exemple en les groupant en nombre considérable. Ainsi la fonction  $\rho(n)$ , qui exprime le nombre de diviseurs de  $n$ , est de la deuxième classe, tandis que

$$\sigma(n) = \sum_{u=1}^{u=n} \rho(u) = E \frac{n}{1} + E \frac{n}{2} + E \frac{n}{3} + \dots$$

est de la première classe.

ОУМОВ (N.-A.). — *Théorie des actions mutuelles à distance finie, et son application à la déduction des lois électrostatiques et électrodynamiques.* (43 p.)

Le but de ce travail est de ramener les phénomènes des actions mutuelles de corps à distance aux phénomènes produits dans les milieux environnants. Sans faire aucune hypothèse particulière sur la nature des milieux, l'auteur prend pour point de départ le principe de l'action égale à la réaction et le principe de la conservation des forces vives exprimé par la formule

$$\sum \frac{mv^2}{2} + \Pi = \text{const.}$$

( $\Pi$  étant l'énergie potentielle de Rankine, et le premier terme l'énergie cinétique). Il appelle milieu *composé* celui dans lequel peut avoir lieu la conversion de l'énergie cinétique en énergie potentielle, et milieu *simple* celui dans lequel cette conversion n'a pas lieu. Il établit les formules pour un milieu simple, et il explique divers phénomènes de l'électricité par l'interposition de ce milieu (éthéré) entre les corps électrisés.

СЛОУДСКИИ (J.-A.). — *Du mouvement libre d'un liquide.* (8 p.)

Un liquide libre (non contenu dans un vase) peut se mouvoir de façon que ses molécules n'exercent aucune pression mutuelle les unes sur les autres. L'auteur établit les conditions d'un tel mouvement, qu'il appelle *libre*, dans trois hypothèses sur les forces extérieures.

ЛЕТНИКОВ (A.-V.). — *Éclaircissement des principaux points de*

la théorie de la différentiation avec un indice quelconque (à propos du Mémoire de M. SONINE <sup>(1)</sup>). (33 p.)

Dans son Mémoire intitulé : « Théorie de la différentiation avec » un indice quelconque <sup>(2)</sup> », M. Letnikof, en envisageant ce problème comme la recherche d'une formule d'interpolation pouvant reproduire les termes de la série

$$\dots, \int^{(n)} f(x) dx^n, \dots, \int f(x) dx, f(x), f'(x), \dots, f^{(n)}(x), \dots,$$

a été amené à considérer l'expression

$$(1) \quad \sum_{p=0}^{p=n} (-1)^p \binom{\xi}{p} \frac{f(x - p\delta)}{\delta^\xi} \quad (3),$$

dont les valeurs limites sont, pour  $\xi < 0$ ,

$$(2) \quad \frac{1}{\Gamma(-\xi)} \int_u^x (x - \alpha)^{-\xi-1} f(\alpha) d\alpha,$$

et, pour  $\xi > 0$ ,

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^{k=m} \frac{f^{(k)}(u) (x - u)^{-\xi+k}}{\Gamma(-\xi + k + 1)} \\ + \frac{1}{\Gamma(-\xi + m + 1)} \int_u^x (x - \alpha)^{-\xi+m} f^{(m+1)}(\alpha) d\alpha. \end{array} \right.$$

Ces deux expressions se réduisent en une seule, et représentent la formule cherchée, c'est-à-dire l'expression de  $[D_\delta^\xi f(x)]_u^x$  pour  $\xi$  quelconque. M. Sonine a accusé d'inexactitude la première de ces formules, en s'appuyant sur ce que l'expression (1), ayant pour  $\xi > 0$  son dénominateur infiniment petit, devient infinie. L'auteur fait remarquer qu'il n'en est pas ainsi, et il établit que le numérateur de (1) tend vers zéro comme le dénominateur, et que leur rapport a pour limite l'expression (3).

(1) Voir *Bulletin*, t. V, p. 292.

(2) *Математический Сборникъ*, t. VI, p. 1; 1867.

(3) Le symbole  $\binom{\xi}{p}$  designant le coefficient du terme général de la puissance d'un binôme.

Il fait observer ensuite que la formule

$$(4) \quad \frac{d^p f(x)}{dx^p} = \frac{\Gamma(p+1)}{2\pi i} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{f(\alpha) d\alpha}{(\alpha-x)^{p+1}} + \frac{d^p(o)}{dx^p},$$

établie par M. Sonine, en faisant abstraction de la fonction complémentaire, se ramène, par un changement de variable, à la formule (3). M. Sonine a aperçu aussi cette transformation; mais il ne l'a pas crue permise, à cause de la fonction complémentaire. L'auteur explique que la non-existence d'une fonction complémentaire dans la formule (3) est due à la considération des dérivées et des intégrales prises entre certaines limites, tandis que la formule (4) renferme une intégrale fermée indéfinie.

Enfin l'auteur signale l'inexactitude d'une formule de M. Sonine, déduite de la formule (4); mais son appréciation nous obligerait d'entrer dans beaucoup plus de détails que ne le comporte l'étendue de cet article.

LIIOUBIMOF (N.-A.). — *Réponse à M. BREDIKHINE.* (7 p.)

BREDIKHINE (F.-A.). — *Observations sur la réponse de M. LIIOUBIMOF.* (4 p.)

ANDRÉIEF (K.-A.). — *Démonstration d'une propriété générale des polygones.* (9 p.)

Considérons une figure formée par l'intersection de  $n$  circonférences passant par un point; si le point commun s'éloigne à l'infini et que les rayons de circonférences deviennent infiniment grands, la figure deviendra un polygone rectiligne de  $n$  côtés.

Les polygones qu'on obtient en combinant  $k$  à  $k$  les  $n$  côtés du polygone considéré s'appellent *polygones secondaires d'ordre  $k$* .

En considérant les polygones circulaires, il est facile de démontrer que :

1° Dans un quadrilatère, les quatre circonférences circonscrites aux triangles secondaires passent par un point commun appelé *point singulier* du quadrilatère;

2° Dans un pentagone, les points singuliers des six quadrilatères secondaires sont situés sur une même circonférence, dite *circonférence singulière* du pentagone.

En général, *dans un polygone de  $n$  côtés, pour  $n$  pair, les circonférences singulières des polygones d'ordre  $n-1$  passent par*

*un même point, et pour  $n$  impair les points singuliers des polygones d'ordre  $n - 1$  sont situés sur une même circonférence.*

Ce théorème, établi indépendamment de la position du point commun des circonférences, est encore vrai pour le cas où ce point est à l'infini, c'est-à-dire pour les polygones rectilignes.

2<sup>e</sup> Partie.

ORLOF (J.-E.). — *Des machines.* (17 p.)

Leçon d'inauguration faite à la Faculté de Moscou, le 21 octobre 1872.

TSERASKII (V.-K.). — *Passage de Vénus sur le disque solaire en 1874.*

Après avoir exposé l'historique des divers essais de détermination de la parallaxe solaire, l'auteur donne les époques des passages de Vénus (entrées et sorties) pour quarante et une localités principales de la Russie:

A. P.