AST

Pages préliminaires

Astérisque, tome 101-102 (1983), p. 1-6

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1983__101-102__1_0>

INTRODUCTION

Ces trois volumes (n°100,101,102) réunissent les actes du colloque de Luminy (du 6 au 11 juillet 1981) intitulé Analyse et topologie sur les espaces singuliers. Plusieurs thèmes ont été abordés lors de ce colloque et nous allons les décrire brièvement :

On sait que les complexes de faisceaux de solutions des complexes différentiels linéaires holonomes et réguliers ont une cohomologie analytiquement constructible. Cette correspondance dite de Riemann-Hilbert établit une équivalence entre complexes constructibles et complexes holonomes réguliers. Dans cette correspondance, à un *module* holonome régulier est associé un *complexe* constructible qui a en général plusieurs faisceaux de cohomologie non nuls. Ces complexes constructibles particuliers sont appelés des *faisceaux pervers* et peuvent être caractérisés en termes purement topologiques. Cette caractérisation à son tour, a un sens pour les complexes constructibles de faisceaux étales sur une variété non nécessairement lisse définie sur un corps quelconque, fini par exemple.
On a donc une notion de *faisceaux pervers étales* et on démontre que cette catégorie de complexes bien qu'elle ne corresponde plus à des modules différentiels est en fait une nouvelle catégorie abélienne. Un des intérêts de ces faisceaux pervers étales est que les théorèmes généraux de passage de la caractéristique o à la caractéristique p par spécialisation, permettent d'obtenir des résultats sur les faisceaux pervers sur le corps des complexes, lorsqu'on sait démontrer ces résultats sur les corps finis. Le *complexe d'intersection* dont l'hypercohomologie est l'*homologie d'intersection* est un faisceau pervers qui se spécialise sur les corps finis en le complexe d'intersection étale. Or, on a sur les corps finis une notion de *pureté* des complexes de faisceaux étales en considérant l'action du Froberius sur les tiges de la cohomologie. Le résultat fondamental de Gabber est que le *complexe d'intersection est pur*. Il permet en utilisant les théorèmes de Deligne sur le comportement de la pureté par image directe (conjecture de Weil) d'obtenir un théorème de décomposition de *l'image directe* d'un complexe d'intersection en *somme directe* de complexes d'intersections à coefficients locaux. Ce thème de *perversité*, *complexe d'intersection*, *pureté* est exposé dans le gros article [1] . C'est le thème principal de ce colloque.

Un thème dérivé est celui des différentes applications de l'homologie d'intersection à l'étude des orbites nilpotentes [3] , à la théorie de Morse pour les espaces singuliers [6] , et à la cohomologie L^2 des quotients par les groupes arithmétiques [15] .

Il semble que l'homologie d'intersection porte dans tous les cas une structure de Hodge, fait qui serait le pendant du théorème de pureté de Gabber. On ne sait pas le démontrer en général, mais dans [4] on propose une filtration qui devrait être celle de Hodge et dans [5] et [15] on montre que l'interprétation en terme de cohomologie L^2 permet dans certains cas d'obtenir une structure de Hodge.

Ces structures de Hodge sur l'homologie d'intersection devraient pouvoir se décrire directement sur le module holonome qui lui correspond. C'est ce qu'on tente de faire dans [4]. C'est ce qu'on fait dans [11] et [13] pour le module holonome correspondant aux cycles évanescents.

A ce module correspondant aux cycles évanescents est associé un polynôme dit polynôme de *Bernstein*, ou b-fonction dans le cas d'un point singulier isolé. Dans [9] on relie ce polynôme à l'action de la monodromie sur les espaces de cycles évanescents. Enfin les autres conférences se regroupent autour des thèmes : caractéristiques d'Euler Poincaré locales ou globales [10], [7], [2], et cycles évanescents [12] et [14].

Les Organisateurs,

B.TEISSIER

Ecole Polytechnique
Département de Mathématiques
91128 Palaiseau Cedex

J.L.VERDIER

Ecole Normale Supérieure
Département de Mathématiques
45 rue d'Ulm
75005 Paris

VOLUME 1 - ASTÉRISQUE N° 100 (1982)

[1] A.A.BEILINSON, J.BERNSTEIN, P.DELIGNE - *Faisceaux pervers*

VOLUME 2-3 - ASTÉRISQUE N° 101-102 (1983)

THÈMES

a) Perversité, complexe d'intersection, pureté : [1]

b) Intersection - Applications : [1] - [3] - [6] - [8] - [15]

c) Intersection et Structure de Hodge : [4] - [5] - [15]

d) Structure de Hodge sur $R\Psi$: [11] - [13]

e) $R\Psi$ et χ : [9] - [14] - [2] - [7] - [12] - [10]