SINNOU DAVID
PATRICE PHILIPPON

Errata à : « Minorations des hauteurs normalisées des sous-variétés des tores »

Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 4e série, tome 29, nº 3 (2000), p. 729-731
<http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_2000_4_29_3_729_0>

Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4)
Vol. XXIX (2000), pp. 729-731

Errata à : «Minorations des hauteurs normalisées des sous-variétés des tores»

DAVID SINNOU - PATRICE PHILIPPON

Depuis la parution de [Da-Ph] plusieurs erreurs, certaines ayant une incidence sur les constantes numériques apparaissant dans les théorèmes principaux de cet article, ont été relevées. Afin de ne pas entacher les applications potentielles de ces résultats nous corrigeons ici ces erreurs et indiquons les modifications que ces corrections entraînent pour les théorèmes principaux.

Dans la conjecture 1.1, page 490, point (ii), il faut lire : ... *et s la dimension du plus petit translaté de sous-groupe algébrique de $\mathbb{G}_m^g$ qui contient V.*

Au paragraphe 3.3, page 512, ligne -16, le fait que le morphisme $s : G^2 \to G^2$, défini par $s(x, y) = (x, yx^{-1})$, soit un isomorphisme n'entraîne bien sûr pas l'égalité des degrés indiquée. Mais, le fait que ce morphisme et son inverse sont représentés dans $\mathbb{P}_3 \times \mathbb{P}_3$ par des formules bi-homogènes de bi-degrés $(1, 0)$ et $(1, 1)$ sur chaque facteur respectivement (donc de degré 2 dans $\mathbb{P}_{15}$) permet d'écrire l'encadrement :

$$2d(X)^2 \leq d(W) \leq 3d(X)^2,$$

De même, on a l'inégalité :

$$\hat{h}(W) \leq 18\hat{h}(X)d(X).$$

Puis, page 515, dans la chaîne d'inégalité, on obtient :

$$\begin{aligned}18\hat{h}(X)d(X) &\geq \hat{h}(W)\\ &\geq \frac{m^2\eta T d(X)}{10(m+1)^3\delta} - \frac{m^2 e\eta^2 d(X)}{5(m+1)^2} - \frac{(\log\lambda(q))d(W)}{(m+1)\delta} - \frac{6c_0(\iota)d(W)}{m+1},\end{aligned}$$

les inégalités intermédiaires restant valables (une fois multipliées par $d(W)$).

On en déduit :

$$\hat{h}(X) \geq \frac{m^2\eta T}{180(m+1)^3\delta} - \frac{m^2 e\eta^2}{90(m+1)^2} - \frac{(\log\lambda(q))d(X)}{6(m+1)\delta} - \frac{c_0(\iota)d(W)}{3(m+1)d(X)},$$

Pervenuto alla Redazione il 13 maggio 2000.

Pour faire passer les inégalités, il convient donc de modifier les paramètres, par exemple comme suit :

$$\eta = \frac{1}{10^4 \times \mathrm{e}^2 \times d(X)\log(d(X)+1)} \quad \text{et} \quad T = \left[\frac{m\delta}{2500 \times \mathrm{e} \times d(X)\log(d(X)+1)}\right].$$

On en déduit, pour m assez grand :

$$\frac{m^2\eta T}{180(m+1)^3\delta} \geq \frac{1}{45 \times \mathrm{e}^3 \times 10^8 \times d(X)^2(\log(d(X)+1))^2} - \varepsilon(m),$$

où $\varepsilon(m)$ tend vers 0 lorsque m tend vers l'infini, ainsi que :

$$\frac{m^2\mathrm{e}\eta^2}{90(m+1)^2} \leq \frac{1}{9 \times 10^9 \times \mathrm{e}^3 \times d(X)^2(\log(d(X)+1))^2} + \varepsilon(m),$$

et enfin :

$$\frac{(\log \lambda(q))d(X)}{6(m+1)\delta} \leq \frac{1}{10^{10} \times \mathrm{e}^3 \times d(X)^2(\log(d(X)+1))^2} + \varepsilon(m).$$

La borne annoncée dans la proposition 3.5, où il est bien évidemment supposé que X n'est pas un translaté de sous-groupe algébrique, s'en déduit.

Ensuite, la proposition 4.5 de [Da-Ph] est incorrecte, il faut la corriger comme suit :

PROPOSITION 4.5. *Soit $B = R[Y_0, \ldots, Y_m]$, D un entier, $\varphi : B \to A$ un morphisme de R-algèbres graduées de degré δ_0 et I un idéal homogène pur de rang $n+1-r \leq n$ de A dont aucun premier associé ne rencontre R. On suppose que I est supersympa en degré D et que $A_{\delta.\delta_0} \subset I + \varphi(B_\delta)$ pour tout $\delta > [D/\delta_0]$, alors $\varphi^{-1}(I)$ est pur de rang $m+1-r$ et sympa en degré $[D/\delta_0]+r$.*

Si de plus I est radical, alors φ^{-1} est également radical et supersympa en degré $[D/\delta_0]+r$.

DÉMONSTRATION. Tout d'abord les hypothèses ci-dessus entraînent clairement celles faites dans la proposition 4.5 de [Da-Ph]. Par ailleurs, la «preuve» de cette référence est correcte à l'exception de l'inclusion page 521, ligne -13. Pour obtenir cette dernière, il suffit de pouvoir écrire tout élément de $A_{\delta.\delta_0}$ comme image par φ d'un élément de B_δ modulo I, c'est ce qui est assuré par l'hypothèse : $A_{\delta.\delta_0} \subset I + \varphi(B_\delta)$.

La nouvelle hypothèse n'étant pas vérifiée dans l'application de la proposition au paragraphe 5.1 de [Da-Ph] il faut y remplacer le lemme 5.1 par le suivant :

LEMME 5.1. *L'idéal $\mathfrak{P}$ de définition de $\varphi_m(V)$ est sympa en degré $4^g \max\{d(V); m\}$.*

DÉMONSTRATION. l'idéal de définition $\mathfrak{p}$ de V dans A est engendré par des formes de degrés $\leq d(V)$ tandis que celui de l'image $\varphi_m(G)$ (qui est le graphe de la multiplication par m) est engendré par des formes de degré m dans B. On en déduit que $\mathfrak{P}$ est engendré par des formes de degrés $\leq \max\{d(V); m\}$ dans B et comme son rang est majoré par $N' + 1 = 4^g$ le résultat suit de la proposition 4.2, points (i) et (iii).

On doit modifier en conséquence les lemmes 5.2, point (i) et 5.3, et choisir $\delta = 4^{g+1}m$ dans la proposition 5.4 (en remarquant que $m \geq d(V)$). Ceci modifie la majoration du degré du sous-ensemble algébrique Z de dimension $d-1$ au point (i) de cette proposition comme suit :

$$d(Z) = 4^{g+1}m(m+1)d(V) \leq 4^{2g+45}(4\mathrm{e})^{2d+2}(d+1)^2 d(V)^7(\log(d(V)+1))^4 .$$

On doit alors ajuster la définition des fonctions $f_i(d, D)$ dans le paragraphe 5.2, et en reportant dans la démonstration de la proposition 5.6 on vérifie qu'il faut poser :

$$q(V) := \left(2^{g+4d+22}.d(V).(\log(d(V)+1))^{2/3}\right)^{7^d}$$

et

$$q_1(V) := \left(2^{2g+4d+25}.d(V).(\log(d(V)+1))^3\right)^{7^d}$$

dans les théorèmes 1.3, 1.4 et 1.5 de [Da-Ph] pour tenir compte des rectifications décrites ci-dessus.

REMARQUE. Récemment F. Amoroso a notablement amélioré le théorème 1.2 de [Da-Ph] en y remplaçant essentiellement la fonction monomiale en $d(V)$ par un monôme en $\log(d(V)+1)$. Cette amélioration se reporte dans les fonctions $q(V)$ et $q_1(V)$.

RÉFÉRENCES

[Da-Ph] S. DAVID – P. PHILIPPON, *Minorations des hauteurs normalisées des sous-variétés des tores*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **28** (1999) 489-543.