ANNALI DELLA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA
Classe di Scienze

GUY ROOS

Formules intégrales pour les formes différentielles sur $\mathfrak{C}^n$, I

Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 3e série, tome 26, nº 1 (1972), p. 171-179
<http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_1972_3_26_1_171_0>

FORMULES INTEGRALES POUR LES FORMES DIFFERENTIELLES SUR $\mathbb{C}^n$, I.

par GUY ROOS

Les propriétés des variétés analytiques complexes q-pseudoconvexes et q-pseudoconcaves suggèrent l'utilité de disposer d'outils d'analyse, analogues à la formule de Cauchy ou à la formule de Bochner-Martinelli pour les fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes et faisant intervenir des formes différentielles ou des classes de d''-cohomologie de type (p, q). Une formule de ce type a été annoncée par W. KOPPELMANN [2] pour les formes de type $(0, q)$. Les noyaux introduits à cet effet par Koppelman s'avèrent provenir du noyau classique de Bochner-Martinelli par un « changement d'origine mobile », i. e. en remplaçant la forme localement intégrable $K(z)$ de Bochner-Martinelli ($z \in \mathbb{C}^n$) par son image réciproque $K(\zeta - z)$ dans $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$. De plus, cette opération fournit directement les noyaux qui permettent de généraliser au cas $p \neq 0$ les formules de [2]; l'ensemble de ces formules apparaît alors comme résultant de la décomposition, suivant le type partiel en l'une des variables z, ζ, d'une formule intégrale unique dans $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$.

1. Soient X une variété à bord (orientée, de classe C^∞), B son bord, $Y = X \setminus B$; on note j l'injection de Y dans X et b_Y l'opérateur bord dans $\mathcal{D}'(Y)$ (1). On notera $[c]$ (resp. $[\varphi]$) le courant défini par une chaîne c (resp. par une forme φ).

LEMME 1.1. *Soit T un courant suv X, dont le support singulier ne rencontre pas B, et soit α une forme différentielle (de classe C^∞) qui définit T au*

Pervenuto alla Redazione il 13 Gennaio 1971.

(1) Les notations concernant les formes différentielles et les courants sont celles de [4] ou [5]; leur signification est précisée dans le cas contraire.

voisinage de B. On a alors

$$bT = [B] \wedge w\,\alpha + j_* \, b_Y (T|_Y). \tag{1.1}$$

DÉMONSTRATION. Soit U un voisinage de B tel que $T|_U = [\alpha|_U]$ et soit (ϱ_1, ϱ_2) une partition de l'unité subordonnée au recouvrement (U, Y). On a alors, pour toute forme $\varphi \in \mathcal{D}(X)$,

$$\langle bT, \varphi \rangle = \langle bT, \varrho_1 \varphi \rangle + \langle bT, \varrho_2 \varphi \rangle.$$

Or on a

$$\langle bT, \varrho_1 \varphi \rangle = \langle T, d(\varrho_1 \varphi) \rangle = \int_X \alpha \wedge d(\varrho_1 \varphi) =$$

$$= \int_X d(w\,\alpha \wedge \varrho_1 \varphi) - \int_Y dw\,\alpha \wedge \varrho_1 \varphi$$

$$= \int_B w\,\alpha \wedge \varphi + \langle j_* \, b_Y (T|_Y), \varrho_1 \varphi \rangle$$

et

$$\langle bT, \varrho_2 \varphi \rangle = \langle b_Y (T|_Y), (\varrho_2 \varphi)|_Y \rangle = \langle j_* \, b_Y (T|_Y), \varrho_2 \varphi \rangle,$$

d'où

$$\langle bT, \varphi \rangle = \int_B w\,\alpha \wedge \varphi + \langle j_* \, b_Y (T|_Y), \varphi \rangle.$$

Le lemme 1.1 généralise la relation (IX, 3 ; 24) de [5] et est implicitement utilisé dans la démonstration de nombreuses formules intégrales. On a par exemple

PROPOSITION 1.2. *Soient Z une variété analytique complexe de dimension n, X une sous-variété relativement compacte à bord, de dimension réelle $2n$, de la variété C^∞ sous-jacente à Z, B le bord de X, K une forme localement intégrable de type $(n, n-1)$ sur Z, C^∞ en dehors d'un sous-ensemble discret S de Z et telle que $d[K] = d''[K] = [S]$. On a alors, pour toute fonction f, C^∞ au voisinage de X, et si $B \cap S = \emptyset$,*

$$\sum_{z \in X \cap S} f(z) = \int_B K \wedge f + \int_X K \wedge d'' f \tag{1.2}$$

et en particulier, si f est holomorphe,

$$\sum_{z \in X \cap S} f(z) = \int_B K \wedge f.$$

Soit en particulier $Z = \mathbb{C}^n$; on considère les formes différentielles

$$\| z \|^2 = \sum_{j=1}^{n} z_j \bar{z}_j \,, \; \omega(z) = dz_1 \wedge \ldots \wedge dz_n \,, \; \omega'(z) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{j-1} z_j \bigwedge_{k \neq j} dz_k$$

et

$$K(z) = \| z \|^{-2n} \omega(z) \wedge \omega'(\bar{z}) \qquad (z \in \mathbb{C}^n \,;\, z \neq 0), \tag{1.3}$$

où on a désigné par $\omega'(\bar{z})$ l'image réciproque de $\omega'(z)$ par la conjugaison $z \longrightarrow \bar{z}$. Il est alors bien connu que le courant $[K]$ défini par K dans $\mathbb{C}^n$ est tel que

$$d[K] = d''[K] = \frac{(2\, i\pi)^n}{(n-1)!} [\{0\}]\,; \tag{1.4}$$

appliquant la relation (1.2), on a alors

$$\int_B K \wedge f + \int_X K \wedge d'' f = \begin{cases} (2\, i\pi)^n f(0)/(n-1)! & \text{si } 0 \in Y \\ 0 & \text{si } 0 \notin X \end{cases} \tag{1.5}$$

(formule de Bochner-Martinelli).

LEMME 1.3. *Sous les hypothèses du lemme* 1.1, *soit* τ *une application propre et* C^∞ *de* X *sur une variété sans bord. On a alors*

$$b\, \tau_* T = (\tau|_B)\, w\, [\alpha|_B] + (\tau|_Y)_*\, b_Y (T|_Y). \tag{1.6}$$

DÉMONSTRATION. On applique la relation (1.1) du lemme 1.1, d'où

$$\tau_* bT = \tau_* ([B] \wedge w[\alpha]) + (\tau|_Y)_*\, b_Y (T|_Y)\,;$$

or on a

$$\tau_* bT = b\tau_* T$$

et

$$\tau_* ([B] \wedge w[\alpha]) = (\tau|_B)_*\, w\, [\alpha|_B].$$

On pose dans la suite $\sigma_n = (2\, i\pi)^n/(n-1)!$. On désignera par W_1'' (resp. W_2'') l'opérateur linéaire sur $\mathcal{D}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n)$ défini comme suit. Soit $\alpha \in \mathcal{D}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n)$; il existe alors une décomposition unique

$$\alpha = \sum_{p,q} \alpha^1_{p,q} \text{ (resp. } \alpha = \sum_{r,s} \alpha^2_{r,s})$$

de α comme somme de formes de type (p, q) par rapport aux variables du premier facteur $\mathbb{C}^n$ (resp. du deuxième facteur $\mathbb{C}^n$); on prendra

$$(1.7) \qquad W_1'' \alpha = \sum_{p,q} \frac{q}{n} \alpha^1_{p,q} \left(\text{resp. } W_2'' \alpha = \sum_{r,s} \frac{s}{n} \alpha^2_{r,s}\right).$$

Si α est écrite sous la forme $\alpha(z, \zeta)$, $z \in \mathbb{C}^n$, $\zeta \in \mathbb{C}^n$, on écrira encore $W_z'' \alpha$ pour $W_1'' \alpha$ et $W_\zeta'' \alpha$ pour $W_2'' \alpha$. Les mêmes définitions s'appliquent naturellement encore à des formes différentielles définies dans un ouvert de $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$.

Soit $\sigma : \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ l'application définie par $\sigma(z, \zeta) = \zeta - z$, $\Delta = \sigma^{-1}(0)$ la diagonale de $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$ et $\widetilde{K} = \sigma^* K$ la forme ainsi définie sur $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$.

Lemme 1.4. *Soit α une forme à support compact et de type (n, n) dans $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$. Soit $S_{z,\varepsilon}$ la sphère de centre z et de rayon ε dans $\mathbb{C}^n$, munie de l'orientation de bord de la boule $B_{z,\varepsilon}$ correspondante. L'intégrale*

$$(1.8) \qquad \int_{\zeta \in S_{z,\varepsilon}} \widetilde{K}(z, \zeta) \wedge \alpha(z, \zeta)$$

tend uniformément vers $\sigma_n (W_1'' \alpha)(z, z)$ quand $\varepsilon \to 0$.

Démonstration. On peut supposer α de la forme

$$\alpha(z, \zeta) = a(z, \zeta)\, dz_{j_1} \wedge \ldots \wedge dz_{j_p} \wedge d\zeta_{i_1} \wedge \ldots \wedge d\zeta_{i_{n-p}} \wedge$$
$$\wedge\, d\bar{z}_{m_1} \wedge \ldots \wedge d\bar{z}_{m_q} \wedge d\bar{\zeta}_{r_1} \wedge \ldots \wedge d\bar{\zeta}_{r_{n-q}}.$$

L'intégrale (1.8) s'écrit alors

$$(1.9) \qquad \int_{\zeta \in S_{z,\varepsilon}} \widetilde{K}^1_{n-p,n-q}(z, \zeta) \wedge \alpha(z, \zeta).$$

Or on a

$$(1.10) \quad \widetilde{K}^1_{n-p,n-q}(z, \zeta) = \| \zeta - z \|^{-2n} (-1)^{p+q} \sum \delta_{1 \,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\, 2n}^{i_1 \ldots i_{n-p}\, j_1 \ldots j_p\, \bar{s}\, \bar{r}_1 \ldots \bar{r}_{n-q}\, \bar{k}_1 \ldots \bar{k}_{q-1}}$$
$$(\bar{\zeta}_s - \bar{z}_s)\, dz_{i_1} \wedge \ldots \wedge dz_{i_{n-p}} \wedge d\zeta_{j_1} \wedge \ldots \wedge d\zeta_{j_p} \wedge$$
$$\wedge\, d\bar{z}_{r_1} \wedge \ldots \wedge d\bar{z}_{r_{n-q}} \wedge d\bar{\zeta}_{k_1} \wedge \ldots \wedge d\bar{\zeta}_{k_{q-1}},$$

où la sommation est effectuée sur toutes les suites croissantes d'indices compris entre 1 et n: $(i_1 \ldots i_{n-p})$, $(j_1 \ldots j_p)$, $(r_1 \ldots r_{n-q})$, $(k_1 \ldots k_{q-1})$ et sur l'indice s ; on note $\overline{j}$ l'entier $j + n$. L'intégrale (1.9) est donc égale à

$$\varepsilon^{-2n}(-1)^{p+q} \int_{\zeta \in S_{z,\varepsilon}} \sum_{t=1}^{q} \delta_{1\,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\,2n}^{i_1 \ldots i_{n-p}\, j_1 \ldots j_p\, \overline{m}_t\, \overline{r}_1 \ldots \overline{r}_{n-q}\, \overline{m}_1 \ldots \widehat{\overline{m}_t} \ldots \overline{m}_q}$$

$$a(z,\zeta)(\overline{\zeta}_{m_t} - \overline{z}_{m_t})\, dz_{i_1} \wedge \ldots \wedge dz_{i_{n-p}} \wedge d\zeta_{j_1} \wedge \ldots \wedge d\zeta_{j_p} \wedge d\overline{z}_{r_1} \wedge \ldots \wedge$$

$$\wedge\, d\overline{z}_{r_{n-q}} \wedge d\overline{\zeta}_{m_1} \wedge \ldots \wedge \widehat{d\overline{\zeta}_{m_t}} \wedge \ldots \wedge d\overline{\zeta}_{m_q} \wedge dz_{j_1} \wedge \ldots \wedge dz_{j_p} \wedge d\zeta_{i_1} \wedge$$

$$\wedge \ldots \wedge d\zeta_{i_{n-p}} \wedge d\overline{z}_{m_1} \wedge \ldots \wedge d\overline{z}_{m_q} \wedge d\overline{\zeta}_{r_1} \wedge \ldots \wedge d\overline{\zeta}_{r_{n-q}}$$

$$= \varepsilon^{-2n} \int_{\zeta \in S_{z,\varepsilon}} a(z,\zeta)\, dz_{j_1} \wedge \ldots \wedge dz_{j_p} \wedge dz_{i_1} \wedge \ldots \wedge dz_{i_{n-p}} \wedge d\overline{z}_{m_1} \wedge$$

$$\wedge \ldots \wedge d\overline{z}_{m_q} \wedge d\overline{z}_{r_1} \wedge \ldots \wedge d\overline{z}_{r_{n-q}} \wedge \omega(\zeta) \wedge$$

$$\wedge \sum_{t=1}^{q} (-1)^{m_t - 1} (\overline{\zeta}_{m_t} - \overline{z}_{m_t})\, d\overline{\zeta}_1 \wedge \ldots \wedge \widehat{d\overline{\zeta}_{m_t}} \wedge \ldots \wedge d\overline{\zeta}_n$$

$$\underset{\varepsilon \to 0}{\backsim}\ \varepsilon^{-2n} \alpha(z,z) \wedge \int_{\zeta \in S_{z,\varepsilon}} \omega(\zeta) \wedge \sum_{t=1}^{q} (-1)^{m_t} (\overline{\zeta}_{m_t} - \overline{z}_{m_t})$$

$$d\overline{\zeta}_1 \wedge \ldots \wedge \widehat{d\overline{\zeta}_{m_t}} \wedge \ldots \wedge d\overline{\zeta}_n$$

$$= \varepsilon^{-2n} \alpha(z,z) \wedge \int_{\zeta \in B_{z,\varepsilon}} q(-1)^n \omega(\zeta) \wedge \omega(\overline{\zeta}) = \frac{q}{n} \sigma_n \alpha(z,z).$$

PROPOSITION 1.5. *La forme $\widetilde{K} = \sigma^* K$ définit dans $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$ un courant $[\widetilde{K}]$ qui vérifie les relations* (3)

(1.11) $\quad d[\widetilde{K}] = d''[\widetilde{K}] = \sigma_n [\Delta]$;

(1.12) $\quad d_1'[\widetilde{K}] = [d_1' \widetilde{K}],\ d_2'[\widetilde{K}] = [d_2' \widetilde{K}]$;

---

(2) On oriente $\mathbb{C}^n$ par la forme $(i/2)^n\, \omega(z) \wedge \omega(\overline{z})$.

(3) On munit ici $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$ de l'orientation produit des orientations adoptées sur chaque facteur $\mathbb{C}^n$, i.e. l'orientation définie par la forme $(-1)^n\, \omega(z) \wedge \omega(\overline{z}) \wedge \omega(\zeta) \wedge \omega(\overline{\zeta})$.

$$(1.13) \qquad d_1''[\widetilde{K}] = \sigma_n[\Delta] \circ W_2'' + [d_1''\widetilde{K}], \; d_2''[\widetilde{K}] = \sigma_n[\Delta] \circ W_1'' + [d_2''\widetilde{K}].$$

(Les indices dans d_1', d_2', ... indiquent une différentiation partielle par rapport au premier ou au second facteur du produit $\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$).

Démonstration. La relation (1.11) résulte de la propriété (1.4) du courant $[K]$: soit en effet $\alpha \in \mathcal{D}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n)$; on a

$$\langle d''[\widetilde{K}], \alpha \rangle = \int_{\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n} \widetilde{K} \wedge d''\alpha = \int_{\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n} K(\zeta - z) \wedge d''\alpha(z, \zeta)$$

$$= \int_{\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n} K(v) \wedge d''\alpha(u, u + v)$$

$$= \int_{u \in \mathbb{C}^n} \int_{v \in \mathbb{C}^n} K(v) \wedge d''\alpha(u, u + v) = \sigma_n \int_{u \in \mathbb{C}^n} \alpha(u, u) = \sigma_n \int_{\Delta} \alpha.$$

La relation (1.11) résulte également des propriétés (1.12) et (1.13), compte tenu de $d_1'\widetilde{K} + d_2'\widetilde{K} = d'\widetilde{K} = 0$, $d_1''\widetilde{K} + d_2''\widetilde{K} = d''\widetilde{K} = 0$, $W_1'' + W_2'' = 1$ pour les formes de type (n, n).

Soit $\alpha \in \mathcal{D}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n)$. On a

$$\langle d_1[\widetilde{K}], \alpha \rangle = \int_{\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n} K(\zeta - z) \wedge d_z\alpha(z, \zeta)$$

$$= \int_{\zeta \in \mathbb{C}^n} \left(\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{z \in \mathbb{C}^n \setminus B_{\zeta, \varepsilon}} K(\zeta - z) \wedge d_z\alpha(z, \zeta) \right)$$

$$= \int_{\zeta \in \mathbb{C}^n} \left(\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{z \in \mathbb{C}^n \setminus B_{\zeta, \varepsilon}} d_z K(\zeta - z) \wedge \alpha(z, \zeta) \right)$$

$$+ \int_{\zeta \in \mathbb{C}^n} \left(\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{z \in S_{\zeta, \varepsilon}} K(\zeta - z) \wedge \alpha(z, \zeta) \right)$$

$$= \int_{\mathbb{C} \; \times \mathbb{C}^n} d_z K(\zeta - z) \wedge \alpha(z, \zeta) + \int_{\mathbb{C}^n} W_1''\alpha(\zeta, \zeta).$$

Les relations (1.12) et (1.13) sont alors démontrées, si l'on tient compte des types des courants qui y figurent.

LEMME 1.6. *Soient Z une variété C^∞, X une sous-variété de dimension maximum et de bord B, Δ une variété sans bord plongée dans $Y = X \setminus B$ et τ une rétraction C^∞ et propre de X sur Δ; soit V un courant sur Z dont le support singulier ne rencontre pas B et tel que $dV = [\Delta]$. On a alors, pour toute forme ψ, C^∞ au voisinage de X, la relation*

$$(1.14) \qquad [\psi\,|_\Delta] = (\tau\,|_B)_*\,(V \wedge \psi)\,|_B - \tau_*\,(wW \wedge d\psi)\,|_X - d\tau_*\,(wW \wedge \psi)\,|_X\,.$$

DÉMONSTRATION. On applique la relation (1.6) au courant $T = (V \wedge \psi)\,|_X$; on a, en vertu des hypothèses faites sur V,

$$d_Y\,(T\,|_Y) = (dT)\,|_Y = [\Delta] \wedge \psi + wV\,|_Y \wedge d\psi,$$

d'où

$$d\tau_*\,(wV \wedge \psi)\,|_X = (\tau\,|_B)_*\,(V \wedge \psi)\,|_B - (\tau\,|_{Y*})\,(wV \wedge d\psi)\,|_Y - (\tau\,|_Y)_*\,([\Delta] \wedge \psi)\,;$$

or on a $(\tau\,|_Y)_*\,([\Delta] \wedge \psi) = [\psi\,|_\Delta]$, car τ est une rétraction.

PROPOSITION 1.7. *Soit U un ouvert relativement compact de $\mathbb{C}^n$, tel que $\overline{U}$ soit une sous-variété C^∞, de bord S. Soit γ une forme différentielle C^∞ sur $\mathbb{C}^n$. On a alors la relation*

$$(1.15) \qquad \int\limits_{\zeta \in z+S} K(\zeta - z) \wedge \gamma(\zeta) + \int\limits_{\zeta \in z+U} K(\zeta - z) \wedge d''\gamma(\zeta) + d'' \int\limits_{\zeta \in z+U} K(\zeta - z) \wedge \gamma(\zeta)$$
$$= \begin{cases} \sigma_n\,\gamma(z) & si\ \ 0 \in U \\ 0 & si\ \ 0 \notin \overline{U}\,. \end{cases}$$

DÉMONSTRATION. On applique le lemme précédent à $Z = \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n$, $X = \{(z, \zeta) : \zeta - z \in \overline{U}\}$, $B = \{(z, \zeta) : \zeta - z \in S\}$, au courant $V = [K/\sigma_n]$ et à la forme $\psi = \varrho^{*\gamma}$, où ϱ désigne la seconde projection de Z sur $\mathbb{C}^n : \varrho\,(z, \zeta) = \zeta$; on prend pour rétraction τ l'application définie par $\tau\,(z, \zeta) = (z, z)$. Les hypothèses du lemme 1.6 sont alors vérifiées si $0 \in U$. On a alors

$$(1.16) \qquad (\tau_*\,(wV \wedge \psi))\,(z, z) = -\,\sigma_n^{-1} \int\limits_{\zeta \in z+\overline{U}} K(\zeta - z) \wedge \gamma(\zeta),$$

$$(1.17) \qquad (\tau_* (wV \wedge d\psi))(z, z) = -\sigma_n^{-1} \int_{\zeta \in z+\bar{U}} K(\zeta - z) \wedge d\gamma(\zeta),$$

$$(1.18) \qquad ((\tau|_B)_* (V \wedge \psi)|_B)(z, z) = \sigma_n^{-1} \int_{\zeta \in z+S} K(\zeta - z) \wedge \gamma(\zeta);$$

on obtient ainsi la relation (1.15).

Pour calculer les intégrales (1.16)-(1.18), on prend les formes doubles en z, ζ associées aux formes à intégrer, et on intègre suivant la variable ζ ; l'orientation convenable est donnée par les relations (1.16)-(1.18).

Si on suppose γ de type (p, q), la relation (1.15) s'écrit, en désignant par $K_{p,q}$ la composante $\widetilde{K}^1_{p,q}$ de type (p, q) en z de $\widetilde{K}(z, \zeta)$:

$$(1.19) \quad \int_{\zeta \in z+S} K_{p,q}(z, \zeta) \wedge \gamma(\zeta) + \int_{\xi \in z+U} K_{p,q}(z, \zeta) \wedge d''\gamma(\zeta) + d'' \int_{\zeta \in z+U} K_{p,q-1}(z, \zeta) \wedge \gamma(\zeta)$$
$$= \begin{cases} \sigma_n \gamma(z) & \text{si } 0 \in U \\ 0 & \text{si } 0 \notin \bar{U}. \end{cases}$$

Dans le cas $p = 0$, la relation (1.19) est identique à la relation annoncée par Koppelman ([2], Theorem 5).

Remarque 1.8. La démonstration des relations intégrales (1.15) et (1.19) repose uniquement sur la propriété (1.4) du courant défini par la forme K (4) ; *ces relations s'étendent donc à toute forme K de type $(n, n-1)$ possédant la propriété* (1.4).

2. Soit H la forme différentielle définie dans $\mathbb{C}^n \setminus \{0\}$ par

$$(2.1) \qquad H(z) = (1-n)^{-1} \| z \|^{2-2n} \sum_{j=1}^{n} \bigwedge_{k \neq j} dz_k \wedge \bigwedge_{k \neq j} d\bar{z}_k .$$

La forme H définit dans $\mathbb{C}^n$ un courant $[H]$ tel quel $d'[H] = [K]$. On montre par la même méthode que précédemment le résultat suivant:

(4) M. F. Norguet m'a fait remarquer qu'on peut donner une démonstration plus concise de ces relations en utilisant la convolution des courants et des formes (cf. [3]) ; une telle démonstration est d'ailleurs essentiellement équivalente à celle donnée ici.

PROPOSITION 2.1. *Sous les hypothèses de la proposition* 1.7, *on a la relation*

$$(2.2)\quad \int_{\zeta\in z+S} (K(\zeta-z)\wedge\gamma(\zeta)+H(\zeta-z)\wedge d''\gamma(\zeta)) - \int_{\zeta\in z+U} H(\zeta-z)\wedge d'\,d''\gamma(\zeta)$$

$$- d'\int_{\zeta\in z+U} H(\zeta-z)\wedge d''\gamma(\zeta) + d''\int_{\zeta\in z+U} K(\zeta-z)\wedge\gamma(\zeta)$$

$$= \begin{cases} \sigma_n\,\gamma(z) & \text{si } 0\in U \\ 0 & \text{si } 0\notin \bar{U}. \end{cases}$$

Département de Mathématiques
Université de Paris-VII
2, place Jussieu
Paris (5⁰)

REFERENCES

[1] BOCHNER, S., *Analytic and meromorphic continuation by means of Green's formula*, Ann. of Math., **44** (1943), 652-673.

[2] KOPPELMANN, W., *The Cauchy integral for differential forms*, Bull. Amer. Soc., **73** (1967), 554-556.

[3] NORGUET, F., *Problèmes sur les formes différentielles et les courants*, Ann. Inst. Fourier, **11** (1960), 1-88.

[4] DE RHAM, G., *Variétés différentiables*, Hermann, Paris, 1960.

[5] SCHWARTZ, L., *Théorie des distributions*, Hermann, Paris, 1966.