

ANNALI DELLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA *Classe di Scienze*

SILVIO CINQUINI

Sopra una recensione del signor Scorza-Dragoni

Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 2^e série, tome 11,
n° 1-2 (1942), p. 105-106

<http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_1942_2_11_1-2_105_0>

© Scuola Normale Superiore, Pisa, 1942, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze* » (<http://www.sns.it/it/edizioni/riviste/annaliscienze/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOPRA UNA RECENSIONE DEL SIGNOR SCORZA - DRAGONI

di SILVIO CINQUINI (Pavia).

Nel fascicolo del « Zentralblatt für Mathematik » ⁽¹⁾ apparso in questi giorni è contenuta una recensione di G. SCORZA - DRAGONI ad un nostro lavoro ⁽²⁾, nel quale abbiamo stabilito alcuni risultati relativi al problema di valori al contorno per i sistemi di equazioni differenziali ordinarie del primo ordine e anche di ordine qualunque.

Tale recensione dello SCORZA - DRAGONI termina con le seguenti parole: « Alle diese Resultate sind auch Folgerungen eines topologischen Satzes von CACCIOPPOLI (Rend. Accad. Naz. dei Lincei, VI s, 13, 498-502 (1931), dies Zbl. 2, 32) ».

Le presenti righe si propongono di far rilevare che una tale asserzione del Signor SCORZA - DRAGONI non ha, fino ad oggi, alcun fondamento.

A tal uopo facciamo presente, innanzi tutto, che nella Nota del CACCIOPPOLI, citata dallo SCORZA - DRAGONI, non viene enunciato alcun risultato relativo ai sistemi di equazioni differenziali ordinarie di ordine qualunque, mentre al n. 2 della Nota stessa è dato, per quelli del primo ordine, il seguente teorema: « Le n funzioni $F_i(x, u_1, u_2, \dots, u_n)$ siano definite per $a \leq x \leq b$ e per tutti i valori delle u , e si abbia, posto $\omega = \sqrt{u_1^2 + \dots + u_n^2}$,

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{F_i}{\omega} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n);$$

allora il sistema

$$u_i' = F_i(x, u_1, \dots, u_n), \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

ammette sempre integrali verificanti le condizioni $u_i(x_i) = c_i$, essendo x_1, \dots, x_n n punti qualunque dell'intervallo (a, b) , e le c costanti arbitrarie ».

Questo teorema, da noi ripetutamente citato nel nostro lavoro in questione, è un caso particolare dei nostri risultati, come abbiamo rilevato ai capoversi $c)$ e $d)$ del n. 3, ove fra l'altro abbiamo indicato due esempi che rientrano nei nostri risultati ma non nel teorema del CACCIOPPOLI ora riportato: (e abbiamo

⁽¹⁾ Vol. 25, Heft 7, p. 324.

⁽²⁾ S. CINQUINI: *Sopra il problema di Nicoletti per i sistemi di equazioni differenziali ordinarie*. (Annali R. Scuola Normale Superiore di Pisa, Vol. X (1941), pp. 127-138).

il piacere di far presente che, relativamente a questa nostra affermazione, il prof. SCORZA-DRAGONI non ha sollevato alcuna obiezione!).

Soggiungiamo ora che il risultato fondamentale che figura nella Nota del CACCIOPPOLI (e del quale il teorema da noi riportato poco sopra fornisce un esempio) è il seguente (n. 1):

« Il problema (2), con una condizione supplementare (α), è sempre risolubile, se F è infinita di ordine <1 con i suoi argomenti u, u_i , e nelle ipotesi premesse sulla (1) ».

Ora nemmeno da questa ampia proposizione si può dedurre alcuno dei nostri teoremi, per il fatto che la proposizione ora riportata è basata sull'ipotesi che F sia infinita di ordine <1 con i suoi argomenti u, u_i , mentre tale condizione non figura in alcuno dei nostri teoremi.

Infine, al n. 3 della Nota citata dallo SCORZA-DRAGONI, il CACCIOPPOLI accenna ad un'estensione del risultato fondamentale da lui conseguito; ma in tale breve cenno non viene in alcun modo segnalata la possibilità di eliminare l'ipotesi che F sia infinita di ordine <1 con i suoi argomenti u, u_i .

Non occorre dunque aggiungere parola per mettere in evidenza che dai risultati che figurano nella Nota del CACCIOPPOLI, citata dallo SCORZA-DRAGONI, non segue alcuna delle nostre proposizioni.

Tuttavia, noi non vogliamo escludere « a priori » che riprendendo, in forma opportuna e con quella precisione che non dovrebbe mai mancare, quelle considerazioni che sono state introdotte originariamente da BIRKOFF e KELLOGG, il Signor SCORZA-DRAGONI o qualche altro autore possano riottenere con metodo più elevato i nostri risultati e conseguirne dei nuovi: se così avverrà, noi avremo il piacere di constatare che le nostre elementari ricerche, (che già in altra occasione sono state ben utili al prof. SCORZA-DRAGONI), avranno dato origine a nuove scoperte che finora non sono state effettuate!

In ogni caso, oggi, di fronte all'asserzione del Signor SCORZA-DRAGONI sta la realtà dei fatti: con il procedimento di carattere elementare da noi seguito si sono raggiunti finora ⁽³⁾ risultati ben più ampi di quelli messi in evidenza dai seguaci del metodo introdotto da BIRKOFF e KELLOGG.

⁽³⁾ Altri risultati sono già stati comunicati al R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e pubblicati nei relativi Rendiconti (Vol. LXXV, Fasc. I).