ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

MASCART

Sur la réfraction des gaz

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2e série, tome 6 (1877), p. 9-78
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1877_2_6__9_0>

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (http://www.elsevier.com/locate/ansens) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

ANNALES
SCIENTIFIQUES
DE
L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

SUR LA RÉFRACTION DES GAZ,

PAR M. MASCART,
PROFESSEUR AU COLLÉGE DE FRANCE.

I. — HISTORIQUE.

La réfraction de la lumière par les gaz présente un grand intérêt à cause des considérations théoriques qui s'y rattachent, en particulier dans la doctrine de l'émission.

Il résulte, en effet, de cette théorie que le poids spécifique d'un gaz est proportionnel à l'excès du carré de l'indice de réfraction sur l'unité. Nous croyons utile de rappeler ici la démonstration de cette loi, pour en montrer la véritable signification. Si un rayon de lumière passe du vide, où la vitesse de propagation est V, dans un milieu réfringent, où la vitesse de propagation est *plus grande* et égale à U, ce rayon se réfracte en se rapprochant de la normale, d'après la théorie de l'émission. Désignons par i et r les angles d'incidence et de réfraction. On peut décomposer la vitesse de la molécule lumineuse dans le milieu supérieur en deux, l'une parallèle à la surface de séparation et égale à $V \sin i$, l'autre normale à cette surface et égale à $V \cos i$. L'attraction exercée par le milieu réfringent sur cette molécule ne change

pas sa composante parallèle à la surface, ce qui donne l'équation

$$V \sin i = U \sin r. \tag{1}$$

D'autre part, le milieu considéré exerçant sur la molécule une attraction plus grande, la composante normale de la vitesse sera augmentée, pendant la réfraction, dans une couche moins épaisse que la sphère d'activité moléculaire. L'accroissement de force vive normale est proportionnel au travail de l'attraction exercée par le second milieu. Si l'on admet, en outre, que ce travail est proportionnel à la masse agissante, et que le rayon d'activité moléculaire ne dépend que de la nature du milieu et non de sa densité, il en résultera que le travail produit, ou la variation de force vive normale, sera simplement proportionnel au poids spécifique du milieu réfringent; on aura donc l'équation

$$V^2 \cos^2 i - U^2 \cos^2 r = Ap, \tag{2}$$

dans laquelle A est une constante dépendant de la nature du milieu réfringent et p le poids spécifique de ce milieu.

De ces deux équations on déduit, en désignant par n l'indice de réfraction, qui est égal à $\frac{U}{V}$,

$$n^2 - 1 = \frac{A}{V^2} p.$$

La théorie de l'émission étant à peu près abandonnée aujourd'hui, il n'y a pas lieu d'insister sur les objections que suggère la démonstration précédente, mais il est important de voir si la théorie des ondulations ne conduit pas à un résultat analogue.

Pour expliquer le phénomène de la réfraction, Fresnel a été conduit à admettre que la densité de l'éther dans un corps réfringent est plus grande que dans le vide.

Fresnel applique ensuite à la propagation de la lumière la formule donnée par Newton pour la propagation du son, et il admet, en outre, que l'élasticité de l'éther est la même dans tous les milieux. Il résulte de ces différentes hypothèses que la vitesse de propagation de la lumière dans un milieu est simplement en raison inverse de la racine carrée de la densité de l'éther.

Si l'on prend pour unité la densité de l'éther dans le vide et si l'on désigne par $1 + \Delta$ la densité de l'éther dans le milieu considéré, on peut donc écrire

$$\frac{V}{U} = \sqrt{1 + \Delta}.$$

Dans le cas actuel, la vitesse U est *plus petite* que V, et l'indice de réfraction du milieu est égal à $\frac{V}{U}$; on en déduit

$$n^2 - 1 = \Delta.$$

Admettons encore que l'excès d'éther Δ est proportionnel au poids spécifique de la matière pondérable, il en résulte aussi que la différence $n^2 - 1$, qu'on appelle la *puissance réfractive* d'un corps, est proportionnelle au poids spécifique, ou que le rapport $\frac{n^2 - 1}{p}$ est une constante pour un même corps, un gaz par exemple, quelles que soient les circonstances dans lesquelles il est placé.

On arrive ainsi au même résultat que dans la théorie de l'émission, par une voie toute différente, mais le raisonnement n'est pas non plus irréprochable. Rien ne justifie, en particulier, l'emploi de la formule de Newton pour les phénomènes lumineux, puisque les vibrations acoustiques sont longitudinales, tandis que les vibrations lumineuses sont transversales; d'autre part, l'élasticité de l'éther n'a pas d'analogie avec la pression d'un gaz.

La portée théorique de la loi des puissances réfractives est donc très-contestable, et cette loi, quand il s'agit des gaz, ne peut guère avoir non plus de signification expérimentale.

En effet, la relation

$$n^2 - 1 = Ap$$

peut s'écrire

$$n - 1 = \frac{Ap}{n + 1}.$$

Comme la quantité $n - 1$ n'atteint jamais $\frac{1}{1000}$ à la pression atmosphérique, même pour les gaz les plus réfringents, le dénominateur $n + 1$ du second membre dans l'équation précédente ne varie pas en

général d'une quantité appréciable dans les expériences. L'excès $n^2 - 1$ est donc sensiblement le double de $n - 1$; si le premier est proportionnel au poids spécifique du gaz ou à la pression, le second doit aussi varier de la même manière, et l'expérience sera généralement impuissante à saisir une différence entre ces deux relations.

Cette simple remarque a une importance pratique, parce qu'elle permet de rejeter l'emploi de formules compliquées et d'effectuer les calculs d'une manière beaucoup plus simple. Pour abréger le langage, nous appellerons souvent *excès de réfraction*, ou simplement *réfraction* d'un corps, l'excès $n - 1$ de l'indice de réfraction sur l'unité.

D'après la théorie de l'émission, la puissance réfractive d'un mélange de plusieurs gaz doit être égale à la somme des puissances réfractives des différents gaz séparément, chacun d'eux étant supposé occuper le volume du mélange. Il en résulte aussi, du moins avec une approximation de moins de $\frac{1}{1000}$ pour les expériences faites à des pressions inférieures à la pression atmosphérique, que la réfraction du mélange est égale à la somme des réfractions des différents gaz.

La première détermination directe de la réfraction des gaz est due à Biot et Arago [1]. Le titre même de ce Mémoire : *Sur les affinités des corps pour la lumière et particulièrement sur les forces réfringentes de différents gaz*, trahit les préoccupations théoriques qui ont guidé les auteurs. Biot et Arago ont réalisé un projet d'expériences conçu par Borda et avec les appareils qu'il avait fait construire dans ce but. La pièce importante était un tube de verre taillé en biseau et fermé par deux glaces, de manière à constituer un prisme réfringent; ce prisme communiquait avec un baromètre et une machine pneumatique, et l'on pouvait par des tubulures convenables y introduire un gaz quelconque. L'appareil était installé au Palais du Luxembourg ; à l'aide d'un théodolite à cercle répétiteur, on visait à travers le prisme une mire éloignée, un paratonnerre de l'Observatoire.

Pour déterminer la réfraction de l'air, on faisait le vide dans le prisme, on mesurait le double de la déviation de la mire en le tournant de 180 degrés, et l'on notait avec soin la pression, la température extérieure et la tension de la vapeur d'eau.

---

[1] *Mémoires de la* 1re *Classe de l'Institut*, t. VIII, p. 301 (1806).

L'angle des lames qui formaient le prisme était de 143°7′28″. Comme ces lames n'étaient pas à faces rigoureusement parallèles, elles donnaient lieu à un petit déplacement qui a été évalué à 16″,6; la déviation causée par le prisme à gaz était d'environ 5′50″. Malheureusement, Biot et Arago n'ont pas rapporté leurs observations isolées, mais seulement des moyennes de dix, vingt ou trente expériences. Ces moyennes elles-mêmes diffèrent quelquefois de $\frac{1}{100}$, ce qui fait supposer de grandes divergences dans les observations isolées. Il paraît, en effet, que les différences d'un jour à l'autre atteignaient quelquefois 16 secondes, ce qui faisait une erreur de $\frac{1}{22}$ sur la réfraction. Il est donc difficile d'apprécier le degré de confiance qu'on peut accorder aux nombres renfermés dans ce Mémoire important.

Quoi qu'il en soit, voici la marche des calculs.

Appelons D la déviation du rayon lumineux, correction faite du déplacement causé par les lames, et A l'angle du prisme. Comme le prisme est sensiblement au minimum de déviation, on a

$$n = \frac{\sin\frac{A+D}{2}}{\sin\frac{A}{2}} = \cos\frac{D}{2} + \sin\frac{D}{2}\cot\frac{A}{2}.$$

A cause de la petitesse des déviations, on peut remplacer le cosinus par l'unité et le sinus par l'arc, ce qui donne

$$n - 1 = \frac{D}{2}\cot\frac{A}{2}.$$

Comme les diverses expériences étaient faites à des températures et à des pressions différentes, il fallait en déduire la valeur de l'indice de réfraction relatif à une température et à une pression déterminées. Pour cela, Biot et Arago avaient recours à la loi des puissances réfractives; mais on peut raisonner de la même manière sur les excès de réfraction, et l'on arrive plus rapidement à un même résultat. Si la différence $n - 1$ est proportionnelle au poids spécifique du gaz, elle est proportionnelle à la pression et en raison inverse du binôme de dilatation ; de sorte que, en appelant α le coefficient de dilatation de

l'air, t la température et H la pression, l'expression

$$\frac{(n-1)(1+\alpha t)}{H}$$

doit être une quantité constante.

Si l'on appelle n_0 l'indice de réfraction à la température de zéro et la pression de 760 millimètres, on aura donc

$$\frac{n_0-1}{760}=(n-1)\frac{1+\alpha t}{H},$$

et par suite

$$n_0-1=(n-1)(1+\alpha t)\frac{760}{H};$$

il vient donc, en remplaçant $n-1$ par sa valeur expérimentale,

$$n_0-1=\frac{D}{2}\cot\frac{A}{2}(1+\alpha t)\frac{760}{H}.$$

Biot et Arago ont trouvé pour n_0 la valeur 1,0002945; comme les expériences ont toujours donné le même nombre, quelle que fût la température ou la pression, on a pu en conclure l'exactitude de la loi des puissances réfractives ou de toute autre loi équivalente.

Le nombre qu'ils ont obtenu diffère peu de celui que Delambre avait déduit de la réfraction atmosphérique.

Quand on voulait opérer avec un autre gaz que l'air atmosphérique, il fallait remplir le prisme de ce gaz à la pression extérieure et observer la nouvelle déviation. En appelant D′ cette déviation comptée en sens contraire, n l'indice de réfraction de l'air extérieur et n' celui du gaz à la même pression, on avait

$$\frac{n'}{n}=1+\frac{D'}{2}\cot\frac{A}{2},$$

équation qui donnait la valeur de n' en fonction de n. Cette équation peut s'écrire sous une autre forme plus commode pour le calcul

$$n'-n=n\frac{D'}{2}\cot\frac{A}{2},$$

ou, à moins d'un millième près,

$$n' - n = \frac{D'}{2} \cot \frac{A}{2}.$$

Si le prisme vide donne, à la même température et à la même pression, une déviation égale à D, on a finalement

$$\frac{n' - n}{n - 1} = \frac{D'}{D}.$$

Dulong [1] a repris ces expériences pour comparer les réfractions des différents gaz. La préparation et la purification des gaz étaient une opération très-difficile à l'époque des recherches de Biot et Arago, et les progrès de la Chimie permettaient à Dulong d'espérer qu'il obtiendrait des résultats plus exacts que ses prédécesseurs. Son appareil se composait d'un prisme, comme celui de Borda, en communication avec un baromètre. Pour les gaz plus réfringents que l'air, on commence par viser une mire au travers du prisme plein d'air à la pression extérieure, puis on le remplit d'un gaz dont on diminue la pression progressivement jusqu'à ce que la mire apparaisse au même point, et l'on note la pression du gaz. S'il s'agit, au contraire, d'un gaz moins réfringent, on commence par en remplir le prisme à la pression barométrique et l'on vise la mire, puis on le remplit d'air dont on diminue la pression jusqu'à ce que la visée n'ait pas changé. L'indice de réfraction du gaz n' est alors le même que celui de l'air n.

En désignant par H la pression relative à l'air, par H' la pression relative au gaz, la température t étant la même dans les deux cas, on a

$$n_0 - 1 = (n - 1)(1 + \alpha t)\frac{760}{H},$$

$$n'_0 - 1 = (n' - 1)(1 + \alpha t)\frac{760}{H'};$$

on en déduit

$$\frac{n'_0 - 1}{n_0 - 1} = \frac{H}{H'},$$

équation qui donne n'_0.

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXXI, p. 154 (1826).

Dulong a obtenu ainsi des nombres un peu différents de ceux de Biot et Arago. Il a vérifié que la puissance réfractive d'un mélange est égale à la somme des puissances réfractives des gaz mélangés, et que cette loi n'a plus lieu pour les gaz combinés. On peut, comme nous l'avons vu plus haut, en dire autant des excès de réfraction.

Au point de vue de la précision, ces expériences n'ont guère ajouté à celles de Biot et Arago. On y éprouvait, en effet, les mêmes difficultés pour déterminer ou pour maintenir constante la température du gaz, qui est un élément important dans ces sortes de phénomènes, et le mode de visée n'était pas sensiblement amélioré. Dulong dit bien que l'on pourrait rendre les erreurs inférieures à $\frac{1}{3000}$, parce que les pressions sont évaluées facilement à moins de $\frac{1}{2}$ millimètre, mais il faudrait pour cela que la précision du pointé fût de même ordre, ce qui est loin d'avoir lieu. En fait, les dimensions du tube de Borda et du tube de Dulong et, par suite, les objectifs des lunettes d'observation, étaient trop petits pour qu'il fût possible d'éviter des erreurs de plusieurs secondes dans le pointé. Enfin Dulong n'a pas rapporté non plus ses observations isolées, ni indiqué avec assez de détails les précautions qu'il a prises, soit pour obtenir des gaz purs, soit pour faire les corrections que les impuretés inévitables devaient entraîner.

Arago [1] a proposé le premier l'emploi des phénomènes d'interférence pour déterminer la réfraction des gaz. Il a même fait des expériences avec Petit en se servant de deux tubes renfermant le même gaz à des pressions différentes et en évaluant par un compensateur de Fresnel la différence de marche de deux rayons lumineux qui les traversaient séparément. Ces physiciens disent avoir constaté la dispersion des gaz et déterminé par le même moyen des indices de réfraction de liquides, mais sans rapporter aucun résultat numérique.

Toutefois, Arago [2] a déterminé plus tard le pouvoir dispersif de l'air en l'achromatisant par un prisme de crown, et il a trouvé que le rapport du pouvoir dispersif de l'air à celui du crown est d'environ $\frac{10}{13}$.

Dans les expériences primitives de Biot et Arago, on n'avait aperçu aucune différence entre la réfraction de l'air sec et celle de l'air plus

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. Ier, p. 1 (1821).
(2) *Mémoires scientifiques*, t. II, p. 739.

ou moins humide à la même pression; on avait conclu de là que l'indice de réfraction de la vapeur d'eau est le même que celui de l'air, ou du moins qu'il en diffère si peu, qu'il n'y a nul compte à tenir de la différence dans les observations astronomiques.

M. Fizeau, en 1852 (¹), a pu, avec l'appareil interférentiel d'Arago, constater l'inégale réfraction de l'air sec et de l'air humide.

L'appareil se composait d'un tube de 10 mètres de longueur, traversé par un des rayons interférents, l'autre passant dans l'air extérieur. On introduisait successivement dans le tube de l'air sec, puis de l'air que l'on avait saturé d'humidité en le faisant passer au travers d'éponges mouillées. On observait les franges d'interférence produites par les deux faisceaux qui, émanant d'une fente, traversaient ensuite deux fentes d'Young, puis un compensateur d'Arago.

La substitution du gaz humide au gaz sec donnait lieu à un déplacement de franges que l'on annulait au moyen du compensateur. La différence de marche due au compensateur a pour expression

$$\Delta = 2e(m\cos r - \cos i) - 2em,$$

m désignant l'indice de réfraction des lames, e leur épaisseur, i l'angle d'incidence ou l'inclinaison, et r l'angle de réfraction correspondant. L'épaisseur e a été déterminée directement au sphéromètre et trouvée égale à 2,485; l'indice m, mesuré par le déplacement des divisions d'une règle, fut trouvé égal à 1,54.

En appelant n et n' les indices de réfraction de l'air sec et de l'air humide qu'on lui substitue, L la longueur des tubes, λ la longueur d'onde de la lumière blanche, laquelle a été prise égale à $0^{mm},000589$, et f le nombre de franges auquel correspond cette différence de marche géométrique, on a

$$\Delta = f\lambda = (n - n')L.$$

En opérant à des températures différentes, on a trouvé

A 6°..... $f = 5,72$
A 17°..... $f = 11,71$

Si l'on compare ces nombres avec les tensions de la vapeur d'eau

(¹) *Mémoires scientifiques d'Arago*, t. II, p. 724.

aux températures correspondantes, on trouve qu'il y a proportionnalité entre les valeurs de m et les poids spécifiques de la vapeur d'eau. Il en résulte que la diminution de l'indice de réfraction de l'air, due à la présence de la vapeur d'eau, est proportionnelle au poids spécifique de cette vapeur, et, par suite, que l'excès de l'indice de réfraction de la vapeur d'eau sur l'unité est aussi proportionnel au poids spécifique de la vapeur.

On peut enfin déduire de là, par une série de calculs faciles et en adoptant pour l'air le nombre de Biot et Arago, les indices de réfraction de l'air saturé d'humidité à différentes températures.

Températures.	Air sec. $1000(n-1)$	Air humide. $1000(n'-1)$
0°	0,2945	0,2943
5	0,2892	0,2889
20	0,2792	0,2786
..	.....	.....
100	0,2155	0,1877

Du nombre relatif à la température de 100 degrés et qui correspondrait à la vapeur d'eau pure, on déduit pour l'indice n_0 de cette vapeur qui correspondrait à la température de zéro et à la pression de 760 millimètres, si l'expérience était possible dans ces conditions,

$$1000(n_0-1) = 0,1877\left(1+\frac{100}{273}\right) = 0,257.$$

On peut encore présenter ces résultats sous une autre forme. Comme l'humidité diminue la réfraction, elle produit le même effet qu'une élévation de température convenable. Ainsi à zéro, la présence de la vapeur d'eau dans l'air produit un effet moindre qu'une élévation de température de 0°,2; l'influence sera plus grande pour d'autres températures, comme l'indique le tableau suivant :

A 0°	0°,2
A 12	0,5
A 20	1,0
A 30	1,6
A 35	2,3

Ces nombres montrent bien que la présence de la vapeur d'eau ne

modifie pas les propriétés de l'air d'une quantité qui soit appréciable pour le cas de la réfraction atmosphérique.

M. Jamin [1] a employé aussi la méthode des interférences pour déterminer directement la réfraction de l'air. Son appareil se composait de deux tubes de 1 mètre de longueur pleins de gaz sec, traversés par deux faisceaux lumineux issus d'une même fente et qui interféraient après s'être réfléchis sur les deux miroirs de Fresnel. Quand la pression change dans l'un des tubes, il en résulte entre les deux faisceaux une différence de marche que l'on mesure à l'aide d'un compensateur analogue à celui de Fresnel; pour plus de précision, M. Jamin observait avec un verre rouge.

Soient H et H′ les pressions dans les deux tubes, n et n' les indices de réfraction correspondants, Δ la différence de marche et L la longueur des tubes; on a

$$(n - n')\mathrm{L} = \Delta.$$

La loi des réfractions donne

$$\frac{n-1}{\mathrm{H}} = \frac{n'-1}{\mathrm{H}'}.$$

On en déduit

$$\frac{n-1}{\mathrm{H}} = \frac{n-n'}{\mathrm{H}-\mathrm{H}'}.$$

Remplaçons dans cette équation $n - n'$ par sa valeur tirée de l'expérience, et $n - 1$ par son expression en fonction de l'indice de réfraction à zéro, il vient

$$\frac{n_0 - 1}{760(1+\alpha t)} = \frac{\Delta}{\mathrm{L}(\mathrm{H}-\mathrm{H}')},$$

et par suite

$$n_0 - 1 = \frac{\Delta}{\mathrm{L}}\,\frac{760}{\mathrm{H}-\mathrm{H}'}(1+\alpha t).$$

En opérant ainsi, M. Jamin a trouvé :

Pour une 1re série à 20°,0 ..... $n_0 = 0,297$
Pour une 2e série à 22,2 ..... $n_0 = 0,291$
Pour une 3e série à 23,2 ..... $n_0 = 0,294$

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLIX, p. 282.

La moyenne de ces expériences donne 0,294, c'est-à-dire sensiblement le nombre de Biot et Arago.

M. Jamin a déterminé les indices de réfraction de quelques gaz par le même moyen et trouvé des nombres peu différents de ceux de ses prédécesseurs.

Voici, d'ailleurs, le tableau des résultats obtenus pour les principaux gaz par ces différents physiciens :

	$1000(n_0 - 1)$.			
Gaz.	Biot et Arago.	Dulong.	Jamin.	Arago.
Air	0,2945		0,294	
Oxygène	0,280	0,272	0,275	
Azote	0,295	0,300		
Hydrogène	0,142	0,138	0,143	
Protoxyde d'azote		0,503	0,507	
Bioxyde d'azote		0,303		
Acide carbonique	0,449	0,449	0,450	
Oxyde de carbone		0,340		0,365
Cyanogène		0,834		0,825
Chlore		0,772		
Ammoniaque	0,381	0,385		
Acide chlorhydrique	0,439	0,449		

Les nombres attribués à Arago sont déduits des moyennes des expériences qui ont été rapportées dans le tome II, p. 711, de ses *Mémoires scientifiques*.

Les résultats obtenus par M. Jamin présentent encore entre eux des différences qui dépassent $\frac{1}{100}$, et M. Jamin ajoute d'ailleurs : « Si la mesure de l'indice des gaz par les interférences ne le cède pas en exactitude aux méthodes déjà employées, elle ne peut certainement être vantée comme étant plus précise. » On voit aisément qu'un changement de pression de 1 millimètre produit un déplacement d'environ 0,6 de frange. « Or, à cause des difficultés de toute nature que l'on rencontre dans ces recherches, à cause surtout de la trépidation des franges, on peut à peine mesurer le déplacement à $\frac{1}{2}$ frange près. » J'espère montrer plus loin que ces difficultés ne sont pas insurmontables, et que la méthode des interférences présente, au contraire, des avantages marqués sur la mesure des déviations par un prisme.

M. Jamin a employé une méthode un peu différente pour déterminer l'indice de réfraction de la vapeur d'eau et le changement qu'éprouve

la réfraction de l'eau par la compression. Il a eu recours aux franges des lames épaisses, c'est-à-dire à l'interférence de deux faisceaux qui se sont réfléchis convenablement sur les deux faces des deux lames de verre à faces parallèles. Deux tubes, de 4 mètres de longueur, traversés par les faisceaux interférents, étaient parcourus, l'un par un courant d'air sec, l'autre par un courant d'air qui avait emprunté de l'humidité à une solution titrée d'acide sulfurique. Les choses étant ainsi disposées, on amenait la frange centrale en un certain point, à l'aide d'un compensateur, puis on intervertissait les courants de gaz et l'on tournait de nouveau le compensateur pour ramener les franges au même point. Le compensateur ayant été gradué expérimentalement, on savait ainsi le nombre de franges auquel correspondait le changement d'indice de réfraction de l'air, produit par la vapeur d'eau dont on connaissait en même temps la force élastique. On peut déduire de là la valeur de l'indice n_0, qui correspondrait à la vapeur d'eau à zéro et à la pression de 760 millimètres; M. Jamin a trouvé ainsi

$$1000(n_0 - 1) = 0,261.$$

Ce nombre s'accorde, autant qu'on peut l'espérer, avec celui qui résulte des expériences de M. Fizeau.

On peut d'ailleurs calculer théoriquement la réfraction de la vapeur d'eau de diverses manières, soit en la déduisant de la réfraction de l'eau par la loi des puissances réfractives ou par les excès de réfraction, soit en considérant la vapeur comme un mélange d'hydrogène et d'oxygène condensés. On obtient ainsi :

Par les puissances réfractives.....	$1000(n_0 - 1) = 0,312$
Par les excès de réfraction.....	$1000(n_0 - 1) = 0,268$
Par le mélange d'H et d'O.....	$1000(n_0 - 1) = 0,274$

On voit que la loi des puissances réfractives ne convient pas, comme Arago l'avait annoncé, mais les résultats des deux autres calculs diffèrent assez peu de l'expérience, et les mesures directes n'ont pas été effectuées encore avec assez de précision, pour qu'on en puisse tirer aucune conclusion définitive.

Je citerai encore les expériences de M. Le Roux sur la réfraction de certaines vapeurs, celles du soufre, du phosphore, de l'arsenic et du

mercure; M. Le Roux a employé la méthode de Biot et Arago, mais ses recherches n'ont qu'un rapport éloigné avec le sujet que je me propose de traiter.

Dans ces dernières années, M. Ketteler [1] a cherché à déterminer la dispersion de l'air. Son appareil est identique à celui de M. Jamin, et les tubes à gaz communiquaient avec un manomètre pouvant aller jusqu'à 4 atmosphères. Il se servait de trois sources monochromatiques, des flammes colorées par du lithium, du sodium et du thallium, dont il avait déterminé les longueurs d'onde par la méthode des anneaux de Newton. L'expérience était dirigée de la manière suivante. Les deux tubes étant remplis de gaz à la même pression, on éclairait l'appareil avec deux sources de lumière, jaune et rouge par exemple, et l'on obtenait deux systèmes de franges d'interférence avec même frange centrale; on faisait alors varier la pression d'une manière continue dans l'un des deux tubes : les franges se déplaçaient dans un certain sens et l'on comptait le nombre de bandes nécessaires pour rétablir au même point une nouvelle coïncidence entre les franges des deux systèmes. M. Ketteler a trouvé que 7 franges de la lumière rouge du lithium équivalent dans l'air à 8 franges de la lumière jaune de la soude, et 19 franges de celle-ci à 21 du vert de thallium. L'expérience a été poussée jusqu'à 2 $\frac{1}{2}$ atmosphères et les nombres observés ont toujours donné ces rapports simples d'une manière absolue.

M. Ketteler déduit de là les changements d'indices de réfraction par une série de calculs un peu longs, que l'on peut réduire aux termes suivants.

Soient n_1, n_2 les indices de l'air pour les deux longueurs d'onde λ_1, λ_2 et à la pression H de l'un des tubes; n'_1, n'_2 les indices à la pression H′ de l'autre tube. En désignant par L la longueur des tubes, la différence de marche étant de f_1 longueurs d'onde pour la première source et de f_2 pour la deuxième, on a

$$(n'_1 - n_1)\,L = f_1 \lambda_1,$$
$$(n'_2 - n_2)\,L = f_2 \lambda_2,$$

---

[1] *Pogg. Annalen*, t. CXXIV, p. 390 (1865).

d'où l'on déduit

$$\frac{n'_1 - n_1}{f_1 \lambda_1} = \frac{n'_2 - n_2}{f_2 \lambda_2}.$$

On a d'ailleurs, comme nous l'avons vu plus haut,

$$\frac{n'_1 - 1}{H'} = \frac{n_1 - 1}{H} = \frac{n'_1 - n_1}{H' - H}.$$

On peut donc écrire aussi, en remplaçant les différences $n'_1 - n_1$ et $n'_2 - n_2$ par les quantités $n_1 - 1$ et $n_2 - 1$ qui leur sont proportionnelles,

$$\frac{n_1 - 1}{f_1 \lambda_1} = \frac{n_2 - 1}{f_2 \lambda_2}.$$

L'expérience donnant le rapport $\frac{f_1}{f_2}$ par les coïncidences, et les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 étant connues, on en déduit l'un des indices de réfraction en fonction de l'autre.

En adoptant pour la raie D le nombre 0,2947 et en corrigeant les résultats de M. Ketteler d'une petite erreur commise sur la longueur d'onde du thallium, on obtient pour les trois raies considérées les valeurs suivantes :

Lithium (raie rouge).....	0,29367
Sodium (D).....	0,29470
Thallium (raie verte).....	0,29572

M. Ketteler a déduit de là, par une formule de dispersion, l'indice de réfraction de l'air pour toutes les raies du spectre; il résulte de ses nombres que la dispersion pour les raies A et H est de $\frac{1}{40}$. La dispersion du crown pour les mêmes raies étant $\frac{1}{25}$ environ, le rapport des deux dispersions est $\frac{25}{40} = \frac{5}{8} = \frac{10}{16}$, nombre notablement plus faible que celui qu'avait donné Arago.

Enfin je citerai, pour mémoire seulement, un travail de M. Croullebois [1] sur la réfraction et la dispersion des gaz et des vapeurs. La méthode employée est celle des demi-lentilles de M. Billet, avec l'aide du compensateur à lames prismatiques, imaginé aussi par M. Billet.

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XX, p. 136 (1870).

Les nombres renfermés dans ce Mémoire sont trop discordants entre eux et trop éloignés de la vérité pour qu'il me paraisse utile de les discuter.

II. — PROCÉDÉS D'OBSERVATION.

Il résulte de tous ces travaux que l'excès de l'indice de réfraction d'un gaz sur l'unité, du moins dans les limites de précision des expériences, est proportionnel à la pression et en raison inverse du binôme de dilatation. Comme cette loi est analogue à celles de Mariotte et de Gay-Lussac, il y a lieu de chercher jusqu'à quel point elle est exacte, et, dans le cas où son exactitude serait mise en défaut, si on ne rétablirait pas l'accord en remplaçant la pression par une quantité proportionnelle au poids spécifique réel du gaz, déduit de la loi de compressibilité qui lui est propre. Il faut voir encore si la correction de température qui entre dans la formule doit être faite avec le coefficient de dilatation ordinaire; enfin les nombres relatifs aux différents gaz, tant pour la réfraction que pour la dispersion, ont besoin d'être déterminés avec une approximation plus grande qu'ils ne paraissent l'avoir été jusqu'à présent.

J'ai employé d'abord la méthode de Borda en y introduisant quelques perfectionnements. La réfraction d'un rayon lumineux à travers un prisme creux, dans lequel on a fait le vide, atteignant à peine 6 minutes, il faut que l'erreur expérimentale soit inférieure à 1 seconde, si l'on veut connaître la réfraction à $\frac{1}{400}$ près, c'est-à-dire si l'on veut obtenir trois chiffres significatifs exacts dans la partie décimale de l'indice de réfraction. Cette condition n'était certainement pas réalisée dans l'appareil de Biot et Arago, ni dans celui de Dulong. L'appareil dont je me suis servi est un tube de métal à section rectangulaire, dont les côtés ont, l'un 6 centimètres, et l'autre 8 centimètres; ce tube est fermé par deux glaces, formant entre elles un angle de 132°27′. Le point de visée était la fente d'un collimateur que l'on observait avec une lunette à micromètre. Les objectifs du collimateur et de la lunette avaient 55 millimètres de diamètre; ils pouvaient donc dédoubler un angle de 3 secondes et l'on pouvait espérer que le pointé se ferait à moins d'une seconde. J'ai essayé d'améliorer les mesures, soit en mul-

tipliant la déviation par plusieurs passages de la lumière à travers le même prisme, soit en observant l'image de la fente avec un microscope à micromètre au lieu de l'examiner avec un oculaire simple; mais on perd rapidement, par le trouble des images, les avantages que semblent promettre ces moyens d'amplification.

L'emploi d'un cercle divisé n'est pas même utile pour la mesure d'angles aussi faibles; il suffit de déterminer la valeur angulaire des divisions du tambour micrométrique. L'appareil est ainsi plus simple, sans aucun préjudice pour la précision.

Le prisme à gaz était en relation permanente avec un manomètre à mercure à deux branches, et, par une disposition de tubes et de robinets qu'il n'est pas utile de décrire, on pouvait isoler ce prisme ou le mettre en communication, soit avec l'atmosphère, soit avec une machine pneumatique, soit avec un réservoir ou une pompe foulante, pour y introduire le gaz sur lequel on voulait expérimenter.

La fente du collimateur était éclairée, soit par une lampe ordinaire, soit par une source de lumière monochromatique. A l'aide de l'oculaire à micromètre, on pointait l'image de cette fente et l'on notait la pression correspondante : on avait ainsi le changement de déviation produit par un changement connu de la pression, ce qui suffisait pour déterminer l'indice de réfraction. Comme les variations de température ont une influence considérable sur la réfraction des gaz, il faut avoir soin, dans ces sortes d'expériences, de déterminer la température avec une grande exactitude. Le prisme était entouré autant que possible d'une longue caisse en bois, remplie de coton, dans laquelle plongeaient les réservoirs de quatre thermomètres. On ne peut considérer ces thermomètres comme donnant la température des gaz, que si l'on a soin d'attendre, avant de faire les pointés, que le gaz échauffé ou refroidi par le jeu des pompes ait eu le temps de prendre la température de son enveloppe.

Avec toutes ces précautions on peut obtenir des mesures très-exactes, et les différents nombres relatifs à une même série d'expériences présentent une concordance remarquable; néanmoins, je ne rapporterai pas les résultats que j'ai obtenus par cette méthode, parce que j'y ai rencontré des difficultés particulières et que je n'ai pas tardé à l'abandonner pour différents motifs.

Les lames de verre servant à fermer le prisme avaient de trop grandes dimensions pour supporter sans danger des pressions de 5 ou 6 atmosphères auxquelles je voulais soumettre les gaz; ces lames n'étaient pas parfaitement planes, de sorte que l'interposition du prisme donnait lieu à un petit changement de mise au point dans la lunette. Quand on employait la lumière blanche, l'image de la fente était un peu irisée par l'interposition du prisme rempli d'air à la pression atmosphérique. Un changement de pression modifiait bien l'aspect de l'image, d'une manière assez sensible pour qu'il fût possible de constater la dispersion des gaz, mais sans permettre de la mesurer avec sécurité, et c'est là un des éléments que je m'étais proposé d'étudier. Enfin je n'étais pas suffisamment assuré que la température des gaz fût indiquée par les thermomètres extérieurs au prisme, à cause des grandes dimensions de cet instrument.

J'ai donc interrompu mes recherches dans cette voie et je suis revenu au phénomène des interférences. Je n'insisterai pas sur les raisons qui m'ont décidé à ne pas avoir recours aux appareils généralement employés, tels que les franges d'Young, les miroirs de Fresnel, les demi-lentilles de M. Billet ou les lames de M. Jamin; on verra, par la suite, les avantages que me paraît offrir un phénomène trop peu connu, qui a été découvert par Talbot [1]. Ce phénomène consiste en une série de bandes alternativement brillantes et obscures, qui se manifestent dans un spectre lumineux, lorsqu'on introduit un retard sur l'une des moitiés du faisceau qui sert à le former. On peut produire ce retard à l'aide d'une mince lame de verre ou de mica. Si l'on emploie un spectroscope ordinaire, on placera cette lame, soit à la suite du collimateur, soit entre le prisme et la lunette, soit même derrière la lunette, entre l'oculaire et l'œil de l'observateur, de manière à couvrir la moitié de la pupille; si l'on produit la dispersion par un prisme à liquide, on peut encore introduire une lame dans le liquide que renferme le prisme. Pour apercevoir des franges, il faut enfin tenir compte d'une circonstance remarquable signalée pour la première fois par Brewster [2], c'est qu'avec un prisme de verre le bord de la lame re-

---

(1) *Philosophical Magazine*, t. X, p. 364 (1837).
(2) *Report of the British Association*, part. II, p. 12 (1837).

tardatrice doit être parallèle à l'arête réfringente et intercepter la moitié du faisceau qui traverse le prisme dans le voisinage de l'arête. Plus généralement, la moitié du faisceau qui éprouve le plus grand retard doit traverser le prisme du côté opposé à celui vers lequel a lieu la déviation. Ainsi, quand on produit ces bandes par l'interposition d'une lame dans un prisme à liquide, cette lame devra être placée dans le voisinage de l'arête, si elle est plus réfringente que le liquide, et plus près de sa base, au contraire, si elle est moins réfringente que le liquide.

Les bandes ont leur maximum d'éclat quand le spectre est pur et au point, mais on les aperçoit encore de part et d'autre de cette position. M. Airy [1], qui a donné une théorie complète de ce phénomène, l'a expliqué, dans le cas général, par des calculs compliqués qui ont sans doute rebuté beaucoup de lecteurs. Les apparences qui se manifestent en dehors du foyer ne présentent aucune utilité pratique, et il suffit de s'en tenir au cas le plus simple, qui est le suivant :

La lumière qui tombe sur le prisme est supposée formée de rayons parallèles; elle provient, par exemple, d'une fente située au foyer principal d'une lentille sans aberration. A la sortie du prisme, les rayons tombent sur un objectif, dans le plan focal principal duquel ils produisent un spectre pur. Il est à peine nécessaire d'ajouter que le calcul conviendra aussi bien au cas où les rayons incidents ne sont plus parallèles, à condition que l'on observe au foyer conjugué de la fente.

Supposons d'abord qu'une ouverture soit ménagée dans un écran, qu'on y fasse tomber une série d'ondes planes parallèles à l'écran, et qu'on place une lentille convergente sur le trajet des rayons transmis. Pour déterminer l'état vibratoire produit en un point P du plan focal principal de la lentille, il suffit, comme on sait, de joindre ce point P au centre optique et de calculer la résultante des vibrations envoyées par tous les éléments de l'ouverture, parallèlement à cette direction, sur un plan qui lui est perpendiculaire. Si l'ouverture est un rectangle dont la longueur est très-grande par rapport à sa largeur, le phénomène est formé d'une série de bandes parallèles à la plus grande dimension de l'ouverture, et il suffit de considérer ce qui a lieu dans un plan perpendiculaire à cette direction. Enfin les apparences ne sont pas modi-

---

[1] *Philosophical Transactions*, 1840, part. II, p. 225, et 1841, p. 1.

fiées et l'éclat est plus grand si les ondes lumineuses, au lieu d'émaner d'un point très-éloigné ou placé au foyer principal du collimateur, proviennent d'une fente étroite parallèle à la longueur de l'ouverture.

Prenons donc pour plan de figure un plan mené par le point P perpendiculairement aux bords de l'ouverture et à la fente qui sert de source. Soient AB (*Pl. I, fig.* 1) la section de cette ouverture, θ l'angle que fait avec la normale AN à l'écran la direction AX suivant laquelle on veut déterminer la diffraction, et Q un plan perpendiculaire à cette direction. Désignons par T la période de vibration et par λ la longueur d'onde de la lumière considérée.

Si l'on représente par $\alpha - \frac{2\pi t}{T}$ la phase de la vibration envoyée au plan Q à l'époque t, dans la direction considérée, par le bord A de l'ouverture, cette vibration, évaluée parallèlement à un axe quelconque, sera proportionnelle à $\cos\left(\alpha - \frac{2\pi t}{T}\right)$.

La phase de la vibration due à un point M de l'ouverture, situé à une distance x du point A, est

$$\alpha - \frac{2\pi t}{T} - 2\pi\frac{AC}{\lambda} = \alpha - \frac{2\pi t}{T} - 2\pi\frac{x\sin\theta}{\lambda}.$$

La vibration envoyée par un élément dx est donc une expression de la forme

$$a\cos\left(\alpha - 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x\sin\theta}{\lambda}\right)dx,$$

et la vibration résultante due à l'ouverture entière est, en appelant l la largeur de cette ouverture,

$$\begin{aligned} &a\int_0^l \cos\left(\alpha - 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x\sin\theta}{\lambda}\right)dx \\ &= \frac{a\lambda}{\pi\sin\theta}\sin\frac{\pi l\sin\theta}{\lambda}\cos\left(\alpha - 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{l\sin\theta}{2\lambda}\right). \end{aligned}$$

Telle est l'expression bien connue de la diffraction par une fente. On voit d'abord que la phase de la vibration résultante est la même que celle qui provient du milieu O de l'ouverture. L'amplitude de la vibration est proportionnelle au facteur

$$\frac{\lambda}{\pi\sin\theta}\sin\frac{\pi l\sin\theta}{\lambda}.$$

En désignant par m un nombre entier quelconque différent de zéro, ce facteur devient nul pour toutes les directions données par la condition

$$\frac{l\sin\theta}{\lambda} = m \quad \text{ou sensiblement} \quad \theta = m\frac{\lambda}{l}.$$

On aura donc, dans le plan focal principal d'une lentille située derrière l'ouverture, une frange centrale brillante dont l'ouverture angulaire, vue du centre optique, sera égale à $\frac{2\lambda}{l}$, et des franges latérales séparées par des minima nuls à des distances successives égales à $\frac{\lambda}{l}$.

L'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude; elle est donc représentée par

$$I = a^2\left(\frac{\lambda}{\pi\sin\theta}\right)^2 \sin^2\frac{\pi l\sin\theta}{\lambda} = a^2 l^2\left(\frac{\sin\frac{\pi l\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi l\sin\theta}{\lambda}}\right)^2.$$

Considérons maintenant deux ouvertures rectangulaires parallèles AB et A'B' (*Pl. I, fig.* 2), de largeurs l et l', qui sont séparées par un intervalle opaque BA' de largeur ε, et supposons que le faisceau qui a traversé la deuxième fente A'B' a subi en outre un retard Δ, dû, par exemple, à l'interposition d'une lame réfringente.

Représentons par φ, pour simplifier l'écriture, la phase de la vibration qui correspond au bord A de la première ouverture; la vibration résultante produite par les deux ouvertures, dans une direction qui fait l'angle θ avec la normale à l'écran, a pour expression

$$\frac{a\lambda}{\pi\sin\theta}\left\{\sin\frac{\pi l\sin\theta}{\lambda}\cos\left(\varphi - 2\pi\frac{l\sin\theta}{2\lambda}\right) + \sin\frac{\pi l'\sin\theta}{\lambda}\cos\left[\varphi - 2\pi\frac{\left(l+\varepsilon+\frac{l'}{2}\right)\sin\theta - \Delta}{\lambda}\right]\right\}.$$

Posons

$$y = \frac{\pi l\sin\theta}{\lambda}, \quad z = \frac{\pi\varepsilon\sin\theta}{\lambda},$$

$$y' = \frac{\pi l'\sin\theta}{\lambda}, \quad \delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda};$$

cette expression devient

$$\frac{a\lambda}{\pi \sin\theta}[\sin y \cos(\varphi - y) + \sin y' \cos(\varphi - 2y - 2z - y' + \delta)].$$

L'intensité est alors, d'après la règle connue,

$$\begin{aligned} I &= a^2 \frac{\lambda^2}{\pi^2 \sin^2\theta}[\sin^2 y + \sin^2 y' + 2\sin y \sin y' \cos(y + 2z + y' - \delta)] \\ &= a^2 \left(\frac{l + l'}{y + y'}\right)^2 [\sin^2 y + \sin^2 y' + 2\sin y \sin y' \cos(y + y' + 2z - \delta)]. \end{aligned}$$

Pour que les minima résultant de l'interférence des deux faisceaux puissent être nuls, il faut évidemment que les ouvertures soient égales; c'est là une condition que l'on cherchera toujours à réaliser dans les expériences. Posons donc $l = l'$, il vient

$$I = 2a^2 l^2 \frac{\sin^2 y}{y^2}[1 + \cos(2y + 2z - \delta)] = 4a^2 l^2 \frac{\sin^2 y}{y^2} \cos^2\left(y + z - \frac{\delta}{2}\right).$$

L'expression de l'intensité se compose de deux facteurs, dont l'un

$$\frac{\sin^2 y}{y^2} = \left(\frac{\sin \frac{\pi l \sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi l \sin\theta}{\lambda}}\right)^2$$

représente la diffraction due à chacune des ouvertures, et dont l'autre

$$\cos^2\left(y + z - \frac{\delta}{2}\right) = \cos^2 \pi \frac{(l + \varepsilon)\sin\theta - \Delta}{\lambda}$$

donne aussi des minima nuls qui correspondent à la condition

$$\frac{(l + \varepsilon)\sin\theta - \Delta}{\lambda} = \frac{2m' + 1}{2},$$

m' étant un nombre entier quelconque. Comme les déviations sont toujours très-faibles, on voit que la distance angulaire des minima successifs est ici constante et égale à $\frac{\lambda}{l + \varepsilon}$.

On peut donc se représenter le phénomène en imaginant que les bandes de diffraction produites par l'une des deux fentes sont inter-

rompues par une série de franges noires équidistantes, qui ne coïncideront en général avec aucun des minima primitifs.

Enfin, si l'intervalle opaque ε est nul ou négligeable par rapport à la largeur des ouvertures, la distance des minima est la même pour les deux facteurs, et l'on a simplement, en remarquant que la lumière n'est sensible que pour des déviations très-faibles,

$$\mathrm{I} = 4a^2 l^2 \frac{\sin^2 y}{y^2} \cos^2\left(y - \frac{\delta}{2}\right) = 4a^2 l^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi l \theta}{\lambda}}{\frac{\pi l \theta}{\lambda}}\right)^2 \cos^2 \pi \frac{l\theta - \Delta}{\lambda}.$$

Si l'on prend pour abscisses les valeurs de $l\theta$, on peut représenter par la courbe n° 1 (*Pl. I, fig.* 3) les variations du premier facteur

$$\left(\frac{\sin \frac{\pi l \theta}{\lambda}}{\frac{\pi l \theta}{\lambda}}\right)^2.$$

L'intensité est maximum à l'origine, qui correspond à la normale à l'écran, et les minima nuls ont lieu pour des abscisses égales successivement à λ, 2λ, 3λ, ...

M. Airy a calculé les Tables du produit des deux facteurs, pour un certain nombre de valeurs de la différence de marche Δ. Les courbes n°s 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 représentent la manière dont varie ce produit, c'est-à-dire la nature des apparences que l'on observe, quand on donne successivement à la différence de marche les valeurs $0, \frac{\lambda}{6}, 2\frac{\lambda}{6}, 3\frac{\lambda}{6}, 4\frac{\lambda}{6}, 5\frac{\lambda}{6}$ et λ. Rien n'est changé au phénomène quand on ajoute à la différence de marche un nombre entier quelconque de longueurs d'onde. On voit qu'il se manifeste une sorte de glissement des franges vers celui des deux faisceaux qui est modifié, en même temps qu'une variation des intensités, à mesure que la différence de marche augmente d'une manière continue.

Les mêmes formules conviennent au cas où l'écran est un peu incliné sur la direction de la lumière incidente; il suffit alors de compter l'angle θ à partir du prolongement des rayons incidents.

Quand la lumière incidente n'est pas homogène, les minima de pre-

mier ordre, c'est-à-dire ceux qui correspondent au premier facteur ou à la courbe n° 1, sont sensiblement superposés pour toutes les couleurs; mais les minima de second ordre (2e facteur) sont dans des positions particulières pour chaque valeur de la longueur d'onde, parce qu'il n'est guère possible que le retard corresponde pour toutes les couleurs à un même nombre, entier ou fractionnaire, de longueurs d'onde. Tous ces minima de second ordre disparaîtront donc le plus souvent dans le phénomène général.

Supposons, au contraire, que la lumière incidente soit formée d'une série de faisceaux cylindriques, dont l'inclinaison sur la normale à l'écran varie d'une manière continue en même temps que la longueur d'onde. Si la différence de marche a la même valeur absolue pour toutes les couleurs, elle correspondra à un nombre de longueurs d'onde croissant, à mesure qu'on ira du rouge au violet. Si, par exemple, cette différence de marche est due à l'interposition d'un milieu réfringent, elle ira en croissant en valeur absolue du rouge au violet, et, à plus forte raison, en valeur relative à la longueur d'onde.

Il peut alors se présenter deux cas :

1° Si le retard a lieu sur le faisceau de droite, comme nous l'avons supposé, et si, à mesure que la longueur d'onde diminue, les faisceaux incidents font avec la normale à l'écran, du côté des rayons transmis, un angle de plus en plus grand vers la droite, c'est-à-dire du côté vers lequel s'opère le glissement des franges d'interférences, on voit que le déplacement continu des franges dû à la différence de marche sera augmenté de la rotation progressive des différents faisceaux. La discordance des minima de second ordre sera augmentée et les minima de premier ordre eux-mêmes ne seront plus superposés. On n'apercevra donc qu'un éclairement continu, quel que soit le retard introduit et quelles que soient les dimensions des ouvertures. Cette condition est réalisée quand on fait tomber un faisceau de lumière sur un prisme dont l'arête réfringente est située à gauche de l'observateur, et qu'on établit un retard sur la moitié du faisceau située à droite.

2° Mais, si les faisceaux incidents s'inclinent progressivement du côté opposé, les franges correspondant à des longueurs d'onde successivement décroissantes se déplaceront d'autant, en sens contraire de celui vers lequel elles avaient glissé par l'effet du retard, et il pourra

arriver, comme on le voit aisément sur la figure, que les minima des couleurs successives soient superposés. C'est le cas où, dans l'expérience du prisme, le retard est établi sur la moitié du faisceau située du côté de l'arête réfringente. Il est facile d'établir la condition nécessaire pour qu'il y ait compensation complète entre ces déplacements en sens opposés, et superposition exacte des minima successifs des différentes couleurs. Si le retard augmente d'une longueur d'onde pendant que le faisceau incident tourne d'un angle égal à $\frac{\lambda}{l}$, c'est-à-dire à la distance de deux minima ou à la largeur d'une frange, le premier minimum de droite A_8 de la courbe n° 8 viendra se superposer au premier minimum de gauche A_2 de la courbe n° 2; comme les variations des retards et des déviations sont nécessairement proportionnelles dans une petite étendue du spectre, les minima successifs A_2, A_3, A_4, A_5, ..., A_8 seront tous superposés, et l'on verra dans le spectre une frange absolument noire. Si l'on désigne par α la distance angulaire des franges, on doit donc avoir, pour que le phénomène soit pur,

$$\alpha = \frac{\lambda}{l}.$$

Le nombre des franges qui existent entre deux points du spectre est évidemment proportionnel à la différence de marche absolue Δ; la distance des franges est donc proportionnelle à la dispersion D et en raison inverse de la différence de marche, et l'on peut écrire, en appelant K une constante,

$$(1) \qquad K\frac{D}{\Delta} = \alpha \quad \text{ou} \quad KDl = \Delta\lambda.$$

Si la dispersion est plus grande ou plus petite que celle qui satisfait à cette équation, l'inclinaison des faisceaux incidents varie plus vite ou moins vite que le glissement des franges; les minima ne sont plus nuls, et ils finissent même par disparaître entièrement. On obtiendrait des apparences analogues en modifiant la largeur des ouvertures et la différence de marche.

En général, l'équation (1) n'est satisfaite d'une manière suffisante que pour des longueurs d'onde comprises entre des limites assez rapprochées, de sorte que les bandes ne sont bien nettes que dans une

petite étendue du spectre; mais, si l'on a recours à des appareils très-dispersifs, et si l'on modifie la loi de dispersion en écartant de la position du minimum de déviation dans un sens convenable les prismes qui servent à la produire, on peut obtenir un phénomène très-pur dans une grande étendue du spectre. La différence de marche étant alors considérable, on peut la modifier beaucoup et faire passer en un point plusieurs centaines de franges, sans que les minima cessent d'être sensiblement nuls.

S'il existe un nombre f de franges entre deux points du spectre dont les longueurs d'onde sont λ_1 et λ_2 et pour lesquels les retards géométriques sont Δ_1 et Δ_2, on a, en désignant par p_1 l'ordre de la frange qui correspond à la plus grande des deux longueurs d'onde λ_1,

$$\Delta_1 = p_1 \lambda_1, \quad \Delta_2 = (p_1 + f) \lambda_2;$$

on en déduit

$$\frac{\Delta_2}{\lambda_2} - \frac{\Delta_1}{\lambda_1} = f.$$

Les applications de ce phénomène sont très-nombreuses. Si, par exemple, le retard est causé par une lame réfringente d'épaisseur e dont les indices de réfraction relatifs aux mêmes longueurs d'onde sont n_1 et n_2, on a aussi

$$\Delta_1 = (n_1 - 1) e, \quad \Delta_2 = (n_2 - 1) e,$$

ce qui donne

$$f = e \left(\frac{n_2 - 1}{\lambda_2} - \frac{n_1 - 1}{\lambda_1} \right).$$

Si les deux faisceaux interférents traversent séparément deux milieux différents de même épaisseur, on aura de même, en indiquant par des accents les indices relatifs au second milieu,

$$f = e \left(\frac{n_2 - n'_2}{\lambda_2} - \frac{n_1 - n'_1}{\lambda_1} \right).$$

Supposons enfin que l'on fasse varier d'une manière continue, de n à n' pour une longueur d'onde λ, l'indice de réfraction du milieu traversé par l'un des faisceaux, le nombre des franges f qui passeront au

point correspondant du spectre, pendant cette modification, sera donné par l'équation

$$f\lambda = (n' - n)\, e.$$

Les franges marchent vers le rouge ou vers le violet, suivant que la différence de marche augmente ou diminue. C'est là le phénomène dont nous ferons le plus grand usage.

Pour utiliser ces franges dans un appareil interférentiel, il faut pouvoir modifier à volonté la différence de marche, indépendamment des effets que l'on veut mesurer, afin de donner au phénomène son maximum de netteté; il est nécessaire, en outre, d'écarter les deux faisceaux, afin de pouvoir les modifier séparément, et de les ramener ensuite au contact pour supprimer l'intervalle qui existe entre eux. Les bilames imaginées par M. Fizeau permettent de satisfaire à ces deux conditions d'une manière très-simple.

En principe, l'appareil qui m'a servi se compose d'un collimateur K (*Pl. I, fig.* 4) formé d'un objectif au foyer principal duquel se trouve une fente F éclairée par une source de lumière blanche. Les rayons qui sortent du collimateur tombent sur une bilame M formée par deux morceaux d'une lame de verre à faces parallèles collés à angle droit. Les deux moitiés du faisceau de lumière sont ainsi déplacées à droite et à gauche par la réfraction et cheminent parallèlement entre elles. Ces deux faisceaux peuvent alors être modifiés d'une manière quelconque et traverser des milieux différents; ils rencontrent plus loin une deuxième bilame M′, dirigée en sens contraire, qui les ramène en contact. Une fente plus large L empiète également sur les deux faisceaux et constitue les deux ouvertures rectangulaires que nous avons considérées. Enfin les rayons sont reçus sur un système de prismes réfringents P, et l'on observe le phénomène avec une lunette K′.

Si l'on n'interpose aucun milieu particulier sur le trajet de la lumière et si les faces de chacune des bilames sont également inclinées sur la direction des rayons, les faisceaux n'ont aucune différence de marche. Il suffit maintenant, à l'aide d'une vis micrométrique, de faire tourner l'une des bilames autour d'un axe vertical et dans un sens convenable, pour introduire un retard croissant sur celui des deux faisceaux interférents qui est situé du côté de l'arête du prisme et produire dans le

spectre des bandes aussi larges ou aussi fines qu'on le veut. En donnant alors à la fente L une ouverture convenable, on peut rendre les minima absolument obscurs.

J'ai vérifié d'abord, avec un appareil analogue, la relation $\alpha = \frac{\lambda}{l}$ qui doit exister entre la largeur des franges et celle de l'ouverture. On mesurait la distance angulaire des franges situées entre la raie D et la raie du thallium, et l'on déterminait par une vis micrométrique la largeur de la fente L, c'est-à-dire la valeur de $2l$ qui donnait les minima les plus sombres. Voici quelques résultats :

Distance de deux minima α.	Largeur de la fente $2l$.	Produit $l\alpha$.
	mm	
6',23	0,70	2,18
3,45	1,25	2,15
2,21	1,81	2,00
1,56	2,00	1,56
1,25	2,45	1,52
0,93	3,50	1,62
	Moyenne...	1,84

Comme la minute est égale à 0,0003 environ, le nombre 1,84 équivaut à $0^{mm},000552$, ce qui est sensiblement la valeur de la longueur d'onde pour cette région du spectre. On remarquera que l'on a toujours une tendance à rendre la fente trop large quand les bandes du spectre sont elles-mêmes très-écartées, et trop étroite, au contraire, quand elles sont plus resserrées; cette circonstance s'explique aisément par ce que l'éclairement général est d'autant plus faible que la valeur de l est plus petite.

Pour étudier la réfraction des gaz, on place entre les deux bilames deux tubes de même longueur, fermés par des lames de verre. Supposons qu'on observe une région du spectre où la longueur d'onde est λ, que la masse de gaz renfermée dans l'un des tubes soit invariable, et que l'on compte le nombre f des franges qui passent en ce point pendant que la pression dans l'autre tube varie de H_1 à H_2. Les indices de réfraction correspondants de ce gaz étant n_1 et n_2, on aura

$$(n_1 - n_2)\,L = f\lambda,$$

équation dont on peut déduire les indices de réfraction.

En effet, si l'on admet la proportionnalité, au moins approximative, des réfractions aux pressions, on a

$$\frac{n_1 - 1}{H_1} = \frac{n_2 - 1}{H_2} = \frac{n_1 - n_2}{H_1 - H_2}.$$

On en déduit

$$\frac{n_1 - n_2}{H_1 - H_2} = \frac{f}{H_1 - H_2} \times \frac{\lambda}{L}$$

ou bien, en désignant par P le changement de pression,

$$\frac{n_1 - 1}{H_1} = \frac{f}{H_1 - H_2}\frac{\lambda}{L} = \frac{f}{P}\frac{\lambda}{L}.$$

Les quantités qu'il importe de déterminer le plus exactement sont le nombre des franges f et la différence de pression correspondante P. Avec un appareil de 2 mètres de longueur, comme celui qui a servi, une variation de pression de 1 millimètre donnait plus d'une frange; si l'on voulait pointer le $\frac{1}{10}$ de frange, il fallait donc mesurer la différence de pression à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre, ce qui est presque impossible à réaliser avec une colonne de mercure de 6 à 7 mètres de longueur.

Pour éviter cette difficulté, on mettait les deux tubes à gaz en communication avec les branches d'un manomètre différentiel, et l'on mesurait la différence des pressions avant et après le passage des franges. Soient H_1 et H'_1 les pressions initiales, H_2 et H'_2 les pressions finales dans les deux tubes, n_1 et n'_1, n_2 et n'_2 les indices de réfraction correspondants. Le changement qui s'est produit dans la différence de marche des deux faisceaux lumineux est

$$(n_1 - n_2)L - (n'_1 - n'_2)L = [(n_1 - n'_1) - (n_2 - n'_2)]L = f\lambda.$$

Si l'on admet la loi approchée, on a encore

$$\frac{n_1 - 1}{H_1} = \frac{n_1 - n_2}{H_1 - H_2} = \frac{n'_1 - n'_2}{H'_1 - H'_2} = \frac{(n_1 - n'_1) - (n_2 - n'_2)}{(H_1 - H'_1) - (H_2 - H'_2)}.$$

Le dénominateur de cette dernière fraction est le changement qui s'est produit dans la différence de pression des deux tubes. Désignons ce changement par P, il vient encore

$$\frac{n_1 - 1}{H_1} = \frac{f}{P}\frac{\lambda}{L}.$$

Les différences $H_1 - H'_1$ et $H_2 - H'_2$ peuvent maintenant être évaluées au cathétomètre avec toute la précision désirable. On a été ainsi conduit à l'appareil représenté (*Pl. I, fig.* 5).

1° Les tubes à gaz A et A′ sont en cuivre rouge, à section carrée, de 2 mètres environ de longueur. Ils sont soudés l'un à l'autre dans toute leur longueur et fermés solidement à leurs extrémités par des plaques de verre. De petites lames de caoutchouc entre le verre et les faces terminales permettent d'obtenir une fermeture absolue. Le tout est placé dans une grande enveloppe en métal, remplie d'eau que l'on peut agiter avec des palettes verticales auxquelles on imprime un mouvement alternatif à l'aide d'une roue à bielles. La température est donnée par plusieurs thermomètres T_1, T_2, T_3 et T_4. Enfin les tubes à gaz portent chacun deux tubulures a et a_1, a' et a'_1, munies des robinets r et r_1, r' et r'_1.

2° Les tubulures a et a' sont reliées séparément par des tubes de plomb avec les deux branches B et B′ d'un manomètre différentiel. Une branche latérale ouverte C sert à introduire le mercure, et sa communication avec le manomètre peut être interrompue à volonté. Un robinet r_2 permet encore de faire communiquer ou d'isoler l'une de l'autre les deux branches du manomètre différentiel.

3° Un des tubes à gaz A communique en outre par un robinet à trois voies r_3 avec un manomètre à air libre, dont la plus courte branche D est d'un gros diamètre et de $1^m,20$ de hauteur, et dont l'autre branche plus étroite E s'élève à 8 mètres environ. Le mercure est introduit dans ce manomètre, à l'aide d'une pompe Q, par un tube de fer muni d'un robinet à vis R. La troisième branche du robinet r_3 permet d'introduire ou de laisser échapper les gaz, dont l'écoulement est réglé par un robinet à vis R_1.

4° La partie optique comprend un collimateur K à fente verticale, à la suite duquel se trouve une bilame M montée sur un trépied qui permet de rendre l'arête d'intersection exactement parallèle à la fente. Ce trépied, qui est représenté avec plus de détails *fig.* 6, porte en outre une vis de rappel par laquelle on peut faire tourner lentement la bilame autour d'un axe vertical. Une deuxième bilame M′ est disposée de la même manière à la suite des tubes à gaz. Le trépied de celle-ci est porté lui-même par une planchette à coulisse, qui permet de le faire

glisser horizontalement, de façon que les deux faisceaux lumineux, après l'avoir traversée, se trouvent exactement en contact. Il est bon que cette bilame soit un peu plus épaisse que la première, précisément pour mieux assurer le rapprochement des faisceaux.

Vient ensuite une fente L, que l'on peut agrandir ou diminuer par une vis micrométrique et déplacer latéralement. On modifie cette fente par tâtonnements, de façon que les minima dans le spectre paraissent absolument noirs. Enfin, après cette fente, les rayons tombent sur plusieurs prismes réfringents P, P′, P″, et l'on observe le spectre avec une lunette K′ à réticule.

La source de lumière est une lampe de Drummond S, placée en face du collimateur. Pour obtenir des points de repère dans le spectre, il suffit de mettre un instant devant la fente une flamme quelconque renfermant de la soude. On pointe une fois pour toutes le réticule sur la raie D, et l'on vérifie de temps en temps que la lunette ne s'est pas déplacée. Si l'on veut avoir dans le spectre des traits de repère permanents, on dispose horizontalement, devant la fente du collimateur, deux fils de métal m et m' en regard l'un de l'autre, et l'on fait passer entre eux une série d'étincelles d'induction. La présence de ces fils ne gêne en rien le passage de la lumière de la lampe, et le spectre illuminé dans toute son étendue est sillonné par les raies brillantes caractéristiques des métaux qui servent d'électrodes.

Pour introduire les gaz dans l'appareil à des pressions considérables, on employait le tube D du grand manomètre comme pompe foulante. On remplissait d'abord ce tube de gaz à la pression ordinaire, puis, tournant d'une manière convenable le robinet à trois voies r_3, on refoulait le gaz à l'aide de la pompe à mercure.

Dans quelques expériences, en particulier celles qui avaient pour but de déterminer l'influence de la température, j'ai été obligé de renoncer à ce grand appareil. Les dimensions sont telles, en effet, qu'il était impossible d'y maintenir constante la température du bain à quelques degrés seulement au-dessus de la température ambiante. D'ailleurs, une fois l'influence de la pression connue, il était inutile d'employer des tubes à gaz aussi longs, puisqu'il suffisait d'augmenter la variation de pression pour obtenir le déplacement de franges qui paraissait le mieux convenir aux observations.

J'ai donc fait construire un second appareil de dimensions beaucoup moindres. Les tubes à gaz A et A' (*Pl. I, fig.* 7), aussi en cuivre et à section carrée, ont environ 25 centimètres de longueur, et sont terminés par des glaces bien travaillées. Ces tubes sont renfermés dans une première enceinte MN en cuivre, remplie d'eau. Une seconde enceinte M'N', également pleine d'eau, entoure complétement la première, sauf dans le voisinage des glaces terminales où l'on a ménagé, en avant et en arrière, deux cheminées bouchées extérieurement par de nouvelles glaces. Des thermomètres T_1 et T_2 donnent la température du premier bain, et d'autres thermomètres T_3 et T_4 celle du second bain ; enfin des agitateurs convenablement disposés permettent d'obtenir de part et d'autre des températures sensiblement constantes. Si les températures des deux bains diffèrent très-peu, on peut considérer que la température du gaz est égale à celle du bain intérieur, et que la petite cause d'erreur qui peut provenir des extrémités est absolument négligeable.

Les autres parties de l'appareil sont les mêmes que dans le premier cas. La disposition optique n'a pas été modifiée. Les tubes à gaz portent deux tubulures a et a' munies de robinets r et r', que l'on fait communiquer aux deux branches B et B' (*Pl. I, fig.* 5) du manomètre différentiel. Pour l'étude des températures, le manomètre latéral C donnait des pressions suffisantes et l'on supprimait la communication des appareils avec le grand manomètre DE. En manœuvrant d'une manière convenable le robinet r_2 pendant l'introduction du gaz, on peut faire en sorte que la pression soit très-inégale dans les deux tubes; on fait alors un premier pointé, et l'on mesure la différence de niveau du mercure dans les deux branches du manomètre. On laisse écouler lentement du mercure par la branche latérale C, on compte toutes les franges qui passent sur le réticule de la lunette; puis on arrête l'écoulement et l'on mesure la nouvelle différence des niveaux quand le phénomène optique est devenu immobile. L'observation des thermomètres est faite avant et après l'expérience, et la température du gaz est donnée par la moyenne des quatre lectures relatives aux deux thermomètres intérieurs T_1 et T_2.

Comme on évaluait le $\frac{1}{10}$ de frange, on voit que, pour obtenir le rapport $\frac{f}{p}$ à $\frac{1}{1000}$ près, il suffirait de compter cent franges. Il n'y a pas

d'avantage à en compter un très-grand nombre, car l'attention ne tarde pas à se fatiguer quand on observe cette sorte de grillage se mouvant d'une manière régulière. Au bout de quelque temps, la vision se trouble, les franges paraissent s'agiter, et l'on peut aisément en laisser échapper quelques-unes. Je pouvais régulièrement et avec sécurité compter jusqu'à 300 franges lorsque le mouvement était assez lent pour qu'il en passât une ou deux seulement par seconde; l'expérience durait donc deux ou trois minutes. Un pareil déplacement de franges équivalait pour l'air à une différence de pression d'environ 25 centimètres avec le grand appareil, et à une différence de pression de 2 mètres avec le plus petit.

Pour avoir un degré d'approximation égal à celui que donnait l'observation des franges, il fallait donc observer les hauteurs de mercure à $\frac{1}{20}$ de millimètre dans le premier cas, tandis que, dans le second, une erreur de $\frac{1}{5}$ de millimètre était sans importance.

III. — INFLUENCE DE LA PRESSION.

Pour étudier l'influence de la pression, on évaluait à 1 centimètre près, par des divisions marquées sur la planchette du grand manomètre, la pression absolue H_1 de l'un des tubes A, on mesurait la différence $H_1 - H'_1$ par le manomètre différentiel, et l'on pointait la frange qui se trouvait sur la raie D. On faisait ensuite diminuer lentement la pression en laissant écouler, soit du gaz par le robinet à vis R_1, soit du mercure par le robinet R. On notait le nombre des franges qui avaient passé pendant cette opération, et l'on mesurait de même la pression finale H_2 du premier tube et la nouvelle différence $H'_2 - H_2$, que je supposerai de sens contraire à la première. Le changement qui s'est produit dans la différence de pression des deux tubes est

$$P = (H_1 - H'_1) + (H'_2 - H_2).$$

On connaît ainsi le rapport $\frac{f}{P}$ entre les deux pressions H_1 et H_2.

Si les réfractions étaient proportionnelles aux pressions, ce rapport serait constant, et l'on aurait

$$\frac{n_1 - 1}{H_1} = \frac{n_2 - 1}{H_2} = \frac{f}{P}\frac{\lambda}{L}.$$

L'expérience indique que cette condition n'est pas remplie. Le rapport $\frac{f}{P}$ est donc une fonction de la pression à laquelle on opère, et l'on peut rendre compte des observations d'une manière complète en admettant que ce rapport varie proportionnellement à la pression moyenne, ce qui donne

$$\frac{f}{P} = A\left(1 + B\frac{H_1 + H_2}{2}\right). \tag{1}$$

Si la pression H varie infiniment peu, le premier membre représente la dérivée du nombre des franges par rapport à la variation de pression ; on a donc

$$\frac{df}{dH} = A(1 + BH).$$

D'autre part, la variation dn de l'indice de réfraction sera liée au déplacement des franges par la relation

$$L\,dn = \lambda\,df,$$

ce qui donne

$$\frac{dn}{dH} = \frac{\lambda}{L}A(1 + BH).$$

Comme l'indice de réfraction est égal à l'unité lorsque la pression est nulle, il vient finalement

$$n - 1 = \frac{\lambda}{L}AH\left(1 + B\frac{H}{2}\right). \tag{2}$$

En d'autres termes, le rapport $\frac{n-1}{H}$ est égal au produit de la constante $\frac{\lambda}{L}$ par la valeur du rapport $\frac{f}{P}$ relatif à la pression moyenne $\frac{H}{2}$.

Les différentes expériences d'une même série ne sont pas exactement à la même température, comme nous l'avons supposé, à cause des variations continuelles de la température ambiante. Si ces variations sont très-faibles, on peut admettre que l'indice de réfraction varie proportionnellement au poids spécifique du gaz, c'est-à-dire en raison inverse du binôme de dilatation. Pour un même changement de pression, les déplacements f et f' des franges aux températures t et t', dans un tube

de longueur invariable, satisferaient à l'équation

$$\frac{f}{f'} = \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t},$$

dans laquelle α désigne le coefficient de dilatation du gaz. On en déduit

$$f = f' \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} = f'[1 + \alpha(t' - t)] = f' + \alpha f'(t' - t),$$

approximation suffisante, si les températures t et t' diffèrent très-peu. Comme de petites variations de température n'ont qu'une influence négligeable sur la dilatation du mercure et des règles de métal, on a, en désignant par $\left(\frac{f}{P}\right)$ le rapport que l'on aurait dû obtenir à la température t, par $\left(\frac{f}{P}\right)'$ celui qui a été observé à la température t',

$$\frac{f}{P} = \left(\frac{f}{P}\right)' + \alpha \left(\frac{f}{P}\right)'(t' - t).$$

Une table permet de faire très-rapidement cette correction, parce que le facteur $\alpha \left(\frac{f}{P}\right)'$ peut être considéré comme constant dans le dernier terme.

Enfin, pour n'avoir pas à tenir compte, dans la suite, de la dilatation du mercure qui sert de manomètre, de la règle de cathétomètre et des tubes à gaz, il est bon de ramener chaque expérience à ce qu'elle serait si le gaz seul était à la température t et tout le reste à zéro. Si l'on appelle L_0 la longueur des tubes à gaz à zéro et a leur coefficient de dilatation, b le coefficient de dilatation du mercure, c celui de la règle, et $\frac{f_t}{P_0}$ le nombre que l'on aurait obtenu si tous ces organes eussent été à zéro, on a

$$\frac{f_t}{P_0} \frac{\lambda}{L_0} = \frac{f}{P} \frac{\lambda}{L_0} \frac{1 + bt}{(1 + at)(1 + ct)}.$$

Le rapport $\frac{f_t}{P_0}$ est celui qu'il faudra faire intervenir dans les équations (1) et (2) pour calculer l'indice de réfraction n à la température t. Représentons ce rapport par φ_t, il vient

$$\varphi_t = \frac{f_t}{P_0} = \frac{f}{P} \frac{1 + bt}{(1 + at)(1 + ct)}.$$

A cause de la petitesse des coefficients, on peut écrire

$$\varphi_t = \frac{f}{P}[1 - (a + c - b)t] = \frac{f}{P} - \frac{f}{P}(a + c - b)t.$$

Une nouvelle table permet encore de faire rapidement la correction indiquée dans le dernier terme.

AIR ATMOSPHÉRIQUE.

Voici, comme exemples, trois séries d'expériences faites avec le grand appareil sur l'air atmosphérique. La pression est évaluée en millimètres pour le calcul de φ.

Première série. — La température du gaz a varié de 22°,69 à 22°,83. Les valeurs de φ ont été ramenées à la température de 22 degrés.

Pression moyenne H.	Valeurs de φ_{22}.
m 5,59	1,2135
4,71	1,2123
4,39	1,2100
4,13	1,2112
3,92	1,2109

Deuxième série. — La température a varié de 22°,23 à 22°,32.

Pression moyenne H.	Valeurs de φ_{22}.
m 5,77	1,2136
5,54	1,2133
5,28	1,2143
5,05	1,2134
4,17	1,2117
3,94	1,2115
2,74	1,2110
2,38	1,2097
1,90	1,2108
1,72	1,2103
1,55	1,2105
1,27	1,2105
1,00	1,2104

Troisième série. — La température a varié de 21°,37 à 21°,77.

Pression moyenne H.	Valeurs de φ_{22}.
m 6,05	1,2168
5,72	1,2181
5,43	1,2163
5,16	1,2163
4,21	1,2154
3,98	1,2139
3,77	1,2124
2,51	1,2112
1,80	1,2102
1,61	1,2101
1,16	1,2086
0,98	1,2071
0,80	1,2067
0,46	1,2094
0,31	1,2077

Malgré quelques irrégularités inévitables dans la marche des expériences, on voit que la valeur de φ augmente d'une manière sensible avec la pression.

En portant sur un papier quadrillé les nombres de la dernière série, qui est plus complète et plus régulière, on peut ensuite tracer une courbe qui représente le plus exactement possible toutes les expériences et déduire de cette courbe les nombres qui conviennent à un certain nombre de pressions variant d'une manière régulière. Cette courbe est très-sensiblement une ligne droite, ce qui démontre que les valeurs de φ, comme nous l'avons dit, varient proportionnellement à la pression moyenne. On peut donc écrire

$$\varphi = A(1 + BH).$$

En déterminant les coefficients A et B par la méthode de Cauchy, qui fait intervenir toutes les expériences dans le calcul, on trouve

$$\varphi = 1,2069 + 0,00175\,H = 1,2069\,(1 + 0,00145\,H).$$

La différence des nombres calculés par cette formule avec ceux que donne l'expérience n'atteint pas $\frac{1}{600}$.

On trouve, en effet :

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différence calc.-obs.
m 0,31	1,2077	1,2072	— 5
0,46	1,2094	1,2076	— 18
0,80	1,2067	1,2084	+ 17
0,98	1,2071	1,2086	+ 15
1,16	1,2086	1,2089	+ 3
1,61	1,2101	1,2096	— 5
1,80	1,2102	1,2101	— 1
2,51	1,2112	1,2113	+ 1
3,77	1,2124	1,2134	+ 10
3,98	1,2139	1,2139	0
4,21	1,2154	1,2143	— 11
5,16	1,2163	1,2159	— 4
5,43	1,2163	1,2164	+ 1
5,72	1,2181	1,2167	— 14
6,05	1,2168	1,2175	+ 7

AZOTE.

L'azote a été préparé par l'action du phosphore à chaud sur l'air, et le gaz résultant de cette opération a été introduit dans l'appareil en passant dans un tube de cuivre, rempli de limaille de cuivre et chauffé à une température voisine du rouge. En outre, on recueillait de temps en temps le gaz qui s'échappait de l'appareil à réfraction et l'on en faisait l'analyse. Quand l'expérience était bien conduite, il ne restait pas 1 pour 100 d'oxygène. Comme la réfraction de l'oxygène ne diffère pas de $\frac{1}{10}$ de celle de l'azote, l'erreur causée par cette petite trace de gaz étranger ne pouvait altérer de $\frac{1}{1000}$ la réfraction absolue et ne modifiait pas l'influence de la pression. Il n'y a donc pas lieu d'en tenir compte pour le moment.

Pour la température moyenne de 21 degrés, les expériences peuvent être représentées par la formule

$$\varphi_{21} = 1,2297 + 0,0021\,\mathrm{H} = 1,2297\,(1 + 0,00171\,\mathrm{H}).$$

Voici la comparaison des nombres de l'expérience avec les résultats ainsi calculés :

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différence calc.-obs.
m 3,01	1,2356	1,2360	+ 4
3,02	1,2362	1,2360	— 2
2,98	1,2363	1,2360	— 3
1,98	1,2345	1,2344	— 1
1,26	1,2340	1,2332	— 8
0,69	1,2325	1,2323	— 2
0,40	1,2305	1,2318	+ 13

OXYGÈNE.

L'oxygène a été préparé par le chlorate de potasse, puis introduit à plusieurs reprises dans les tubes interférentiels, de manière à éliminer autant que possible tous les gaz étrangers. L'analyse des gaz, faite sur différentes prises pendant la série des expériences, montra qu'il y restait encore de 4 à 5 pour 100 d'azote. La correction n'est pas nécessaire si l'on veut évaluer seulement l'influence de la pression.

Les phénomènes suivent exactement la même marche. A la température de 13°, 5, on peut les représenter par la formule

$$\varphi = 1,1537 + 0,00256\,\mathrm{H} = 1,1537\,(1 + 0,00222\,\mathrm{H}),$$

comme on le voit par la comparaison suivante des observations avec les résultats du calcul :

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différence calc.-obs.
m 5,50	1,1677	1,1678	+ 1
5,20	1,1676	1,1670	— 6
3,97	1,1627	1,1639	+ 12
3,68	1,1613	1,1631	+ 18
3,43	1,1610	1,1625	+ 15
3,21	1,1606	1,1619	+ 13
2,82	1,1596	1,1609	+ 13
2,51	1,1595	1,1601	+ 6
1,95	1,1591	1,1587	— 4
1,76	1,1589	1,1582	— 7
1,27	1,1577	1,1569	— 8
1,11	1,1557	1,1565	+ 8
1,04	1,1586	1,1560	— 26
0,83	1,1569	1,1558	— 11
0,69	1,1585	1,1555	— 30
0,50	1,1549	1,1550	+ 1

L'action de l'oxygène sur le mercure ne présente ici aucun inconvénient, puisque les pressions interviennent seules dans les calculs.

HYDROGÈNE.

L'hydrogène présente un intérêt particulier à cause de la manière dont il se comporte au point de vue de sa compressibilité. Le gaz était préparé par l'action de l'acide chlorhydrique sur le zinc, purifié par les procédés ordinaires, et on l'analysait un certain nombre de fois, dans le cours de chaque série d'expériences, à l'aide de l'eudiomètre de M. Regnault. Voici une série d'expériences dans lesquelles, d'après plusieurs analyses concordantes, l'hydrogène recueilli renfermait à peine 1 pour 100 de gaz étrangers.

Les valeurs obtenues pour φ à la température de 22 degrés ont été :

Pression moyenne.	Valeur de φ observées.	Valeur de φ calculées.	Différence calc. obs.
m 5,87	0,5712	0,5717	+ 5
5,50	0,5717	0,5721	+ 4
5,00	0,5724	0,5726	+ 2
4,58	0,5730	0,5730	0
4,08	0,5732	0,5735	+ 3
3,64	0,5745	0,5740	— 5
3,22	0,5752	0,5744	— 8
2,83	0,5751	0,5748	— 3
2,40	0,5753	0,5752	— 1
2,12	0,5755	0,5754	— 1
1,72	0,5759	0,5758	— 1
1,36	0,5760	0,5762	+ 2
1,02	0,5762	0,5765	+ 3
0,69	0,5767	0,5769	+ 2

La valeur de φ augmente ici d'une manière très-sensible à mesure que la pression diminue, et les expériences peuvent être représentées par la formule

$$\varphi = 0{,}57757 - 0{,}001\,\mathrm{H} = 0{,}57757\,(1 - 0{,}00173\,\mathrm{H}),$$

qui a servi à déterminer les valeurs calculées.

OXYDE DE CARBONE.

Pour obtenir ce gaz parfaitement pur, on l'a préparé par l'action de l'acide sulfurique sur le cyanure jaune de potassium; on l'a absorbé ensuite dans une dissolution acide de sous-chlorure de cuivre, et on le faisait dégager de cette solution par la chaleur pour l'introduire dans l'appareil, après purification et dessiccation convenables. On recueillait de temps en temps des éprouvettes de gaz et l'on vérifiait sa pureté en l'absorbant par la même solution de sous-chlorure de cuivre. Voici une série d'expériences dans lesquelles le gaz était à la température de 12 degrés et renfermait environ 1 pour 100 de gaz non absorbable. Les résultats peuvent être représentés par la formule

$$\varphi = 1,4414 + 0,00257\,\mathrm{H} = 1,4414\,(1 + 0,00178\,\mathrm{H})$$

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différence calc.-obs.
m 5,09	1,4483	1,4544	+ 61
4,87	1,4538	1,4539	+ 1
4,73	1,4536	1,4536	0
4,38	1,4530	1,4527	— 3
4,30	1,4529	1,4525	— 4
3,64	1,4510	1,4507	— 3
3,59	1,4510	1,4506	— 4
3,15	1,4492	1,4495	+ 3
3,05	1,4495	1,4492	— 3
2,44	1,4474	1,4476	+ 2
2,40	1,4476	1,4475	— 1
1,50	1,4453	1,4453	0
1,43	1,4449	1,4451	+ 2
1,42	1,4444	1,4450	+ 6
1,41	1,4452	1,4449	— 3

ACIDE CARBONIQUE.

L'acide carbonique est un gaz sur la préparation et l'analyse duquel il n'y a pas lieu d'insister. J'ai fait, avec l'acide carbonique, un très-grand nombre d'expériences dont je citerai seulement quelques-unes. La température était de 17 degrés, et l'acide renfermait environ

1 pour 100 de gaz non absorbable par la potasse. Les résultats peuvent être représentés par la formule

$$\varphi = 1,8760 + 0,0270\,H = 1,8760\,(1 + 0,0144\,H).$$

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différence calc.-obs.
6m,18	2,062	2,044	— 18
5,99	2,056	2,038	— 18
5,58	2,031	2,027	— 4
4,99	2,028	2,011	— 17
4,58	2,015	2,000	— 15
4,32	1,988	1,992	+ 4
3,64	1,974	1,975	+ 1
3,35	1,971	1,966	— 5
3,03	1,962	1,958	— 4
2,36	1,940	1,940	0
2,28	1,937	1,937	0
2,07	1,933	1,932	— 1
1,95	1,928	1,928	0
1,61	1,919	1,920	+ 1
1,44	1,915	1,915	0
1,05	1,901	1,905	+ 4
0,93	1,900	1,901	+ 1
0,70	1,894	1,895	+ 1
0,33	1,893	1,885	— 8

La comparaison des résultats du calcul avec ceux de l'expérience montre que la formule par laquelle on a exprimé la valeur de φ devient sensiblement inexacte lorsque la pression est très-grande. Si, à l'aide des expériences citées plus haut, on calcule la valeur de φ qui convient à l'air à la température de 17 degrés, on en déduit, par la loi des mélanges, pour l'acide carbonique pur à la même température,

$$\varphi = 1,8825 + 0,02725\,H = 1,8825\,(1 + 0,0145\,H).$$

PROTOXYDE D'AZOTE.

Le gaz a été préparé par la décomposition de l'azotate d'ammoniaque. En l'analysant plusieurs fois, soit au moyen de sa solubilité dans l'alcool, soit surtout par l'eudiomètre, on a trouvé qu'il renfermait envi-

ron 10 pour 100 de gaz étrangers, formés d'azote et d'oxygène à peu près dans le rapport de 2 à 1.

Pour ce mélange, la valeur de φ relative à la température de 13°,5 pouvait être exprimée par la formule

$$\varphi = 2,1040 + 0,037\,H = 2,1040\,(1 + 0,0176\,H).$$

La comparaison des résultats de l'observation avec ceux que l'on peut ainsi calculer donne :

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différence calc.-obs.
m 5,25	2,307	2,298	— 9
5,17	2,309	2,295	— 14
4,34	2,262	2,265	+ 3
4,26	2,250	2,262	+ 12
4,11	2,255	2,256	+ 1
3,72	2,234	2,242	+ 8
3,65	2,233	2,239	+ 6
3,04	2,223	2,216	— 7
2,90	2,208	2,211	+ 3
2,27	2,182	2,188	+ 6
2,07	2,176	2,180	+ 4
1,48	2,154	2,159	+ 5
1,37	2,146	2,154	+ 8
0,94	2,142	2,139	— 3
0,87	2,136	2,136	0
0,64	2,128	2,127	— 1
0,55	2,125	2,124	— 1

BIOXYDE D'AZOTE.

Le gaz a été préparé par l'action de l'acide azotique sur le mercure. Les expériences qui suivent ont été faites avec le petit appareil, à des pressions qui ont varié dans des limites trop restreintes pour que les résultats présentent autant de garanties.

Le bioxyde renfermait environ 10 pour 100 de gaz non absorbable par le sulfate de protoxyde de fer. A la température de 12 degrés, on a ainsi obtenu

$$\varphi = 0,17085 + 0,00024\,H = 0,17085\,(1 + 0,0014\,H).$$

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différences calc.-obs.
m 2,08	0,17138	0,17136	— 3
1,82	0,17121	0,17129	+ 8
1,12	0,17115	0,17112	— 3

CYANOGÈNE.

Le cyanogène a été préparé par la décomposition du cyanure de mercure. Les expériences ont été faites à la température de 25 degrés, et elles peuvent être représentées par

$$\varphi = 3,0876 + 0,1653\,H = 3,0876\,(1 + 0,5354\,H).$$

Pression moyenne.	Valeurs de φ observées.	Valeurs de φ calculées.	Différences calc.-obs.
m 4,04	3,753	3,755	+ 2
3,95	3,734	3,741	+ 7
3,51	3,742	3,668	— 74
1,42	3,321	3,323	+ 2
1,41	3,319	3,321	+ 2
1,41	3,321	3,321	0
1,40	3,316	3,319	+ 3
1,27	3,303	3,297	— 6
1,22	3,317	3,289	— 28

Le gaz renfermait 8 pour 100 d'azote. Si l'on calcule, d'après ces résultats, la formule qui doit exprimer la réfraction du cyanogène pur, on trouve

$$\varphi = 3,250 + 0,180\,H = 3,250\,(1 + 0,0554\,H).$$

Les expériences sur le cyanogène sont d'ailleurs très-difficiles, parce que le gaz ne tarde pas à attaquer le caoutchouc qui ferme les tubes, et à donner des dépôts noirs sur les verres, ce qui rend toute observation impossible.

ACIDE SULFUREUX.

Le gaz préparé par l'action de l'acide sulfurique sur le mercure était soluble dans l'eau sans résidu appréciable.

Les expériences ont été faites aussi avec le petit appareil, et la

pression est restée encore entre des limites trop restreintes; mais l'insuffisance de la loi approchée est bien manifeste. Voici quelques expériences pour lesquelles le résultat a été ramené à zéro, à l'aide d'un coefficient déterminé comme on le verra plus loin. La valeur de φ_0 ainsi obtenue peut être exprimée par la formule

$$\varphi_0 = 0,3807 + 0,01903\,H = 0,3807\,(1 + 0,05\,H).$$

Température.	Pression moyenne.	Valeurs de φ_0 observées.	Valeurs de φ_0 calculées.	Différences calc. obs.
0	m			
10,90	1,33	0,4099	4061	— 38
13,38	1,14	0,4027	4023	— 4
13,29	1,05	0,4000	4006	+ 6
13,51	0,80	0,3970	3959	— 11
14,35	0,60	0,3918	3921	+ 3
15,36	0,40	0,3879	3883	+ 4

COMPARAISON DE LA RÉFRACTION DES GAZ AVEC LA COMPRESSIBILITÉ.

Il faut chercher maintenant si la réfraction d'un gaz, laquelle n'est pas proportionnelle à la pression, comme nous l'avons vu, est proportionnelle au poids spécifique du gaz. La relation qui existe entre le poids spécifique p d'un gaz et la pression correspondante H peut être mise sous la forme

$$(1) \qquad p = A'H\,(1 + B'H).$$

Cette formule satisfait, à moins de $\frac{1}{10000}$ près, aux expériences de M. Regnault, entre les limites de pression dans lesquelles sont comprises mes observations. Comme la réfraction du gaz peut aussi être exprimée par la formule

$$(2) \qquad (n-1) = \frac{\lambda}{L} AH \left(1 + \frac{B}{2} H\right),$$

il faut donc, pour que le rapport $\frac{n-1}{p}$ soit constant, que les deux coefficients B' et $\frac{B}{2}$ soient égaux.

Les expériences de M. Regnault [1] donnent directement les valeurs que prend le rapport $\frac{V_0 H_0}{V_1 H_1}$, lorsque le volume d'une même masse de gaz passe de V_0 à $\frac{V_0}{2} = V_1$, ou, ce qui est équivalent, le rapport des volumes $\frac{V_0}{V_1}$, lorsque la pression finale H_1 est double de la pression initiale H_0. On connaît ainsi le rapport $\frac{p_1}{p_0}$ des poids spécifiques du gaz dans les mêmes conditions. Pour l'air, par exemple, on a

Pression initiale P_0.	$\frac{V_1}{V_0} = \frac{p_0}{p_1}$.
1^m	$2 \times 1,00122 = 2,00244$
2	$2 \times 1,00230 = 2,00460$
4	$2 \times 1,00330 = 2,00660$
8	$2 \times 1,00550 = 2,01100$

On peut déduire de là les rapports du poids spécifique du gaz sous les pressions de 2 mètres, 4 mètres et 8 mètres, au poids spécifique relatif à la pression de 1 mètre. On obtient ainsi :

Pression.	Poids spécifique.
1^m	1
2	$2,00244 = 2(1,00122)$
4	$4,01409 = 4(1,00122)(1,0023)$
8	$8,05467 = 8(1,00122)(1,0023)(1,0033)$
16	$16,19792 = 16(1,00122)(1,0023)(1,0033)(1,0055)$

Enfin, pour obtenir l'expression du poids spécifique p en fonction de la pression par la formule (1), il suffit de déterminer le coefficient B′ en comparant le premier nombre à chacun des suivants. On trouve ainsi :

Gaz.	Valeurs de B′ calculées par les poids spécifiques relatifs aux pressions de 2^m	4^m	8^m	16^m	Valeurs moyennes de B′ pour les pressions de 1^m à 5^m.
Air.....	+ 0,00122	+ 0,00117	+ 0,00098	+ 0,00082	+ 0,00120
Azote.....	+ 0,00075	+ 0,00068	+ 0,00065	+ 0,00059	+ 0,00072
Hydrogène.....	− 0,00043	− 0,00051	− 0,00060	− 0,00067	− 0,00048
Acide carbonique.	+ 0,0086	+ 0,0088	+ 0,0091	+ 0,0099	+ 0,0087

[1] *Mémoires de l'Académie*, t. XXI, p. 419 et suiv.

Plus tard (¹), M. Regnault a fait une étude plus complète des différents gaz avec un appareil simple où la pression pouvait atteindre 6 mètres de mercure. Les expériences donnent les valeurs du produit VH pour une même masse de gaz à différentes pressions. Comme le volume V est en raison inverse du poids spécifique, le produit VH est proportionnel à $\frac{H}{p}$, l'inverse de ce produit est proportionnel à $\frac{p}{H}$, c'est-à-dire à $A'(1 + B'H)$, d'après la forme que nous avons adoptée, ce qui permet de déterminer le coefficient B′ par deux expériences.

En comparant entre elles les observations qui correspondent aux pressions de $0^m,76$, $2^m,35$ et 5 mètres, lesquelles ont servi de repères à M. Regnault pour calculer les coefficients de sa formule d'interpolation, on trouve ainsi :

Nature des gaz.	Valeurs de B′ déterminées par les expériences faites aux pressions de $2^m,35$	5^m	Moyennes.
Air.....	0,00109	0,00119	0,00114
Oxygène.....	0,00166	0,00165	0,00165
Oxyde de carbone.....	0,0048	0,0028	0,0038
Protoxyde d'azote.....	0,0074	0,0105	0,0089
Bioxyde d'azote.....	0,0024	0,0016	0,0020

Enfin M. Regnault (²) a déterminé encore la compressibilité de quelques autres gaz entre les pressions de 1 et de 2 atmosphères. On en déduit, pour le cyanogène et l'acide sulfureux,

	Valeur de B′.
Cyanogène	0,0316
Acide sulfureux	0,0333

Voici maintenant la comparaison de ces résultats avec ceux qui ont été obtenus par l'étude de la réfraction :

(¹) *Mémoires de l'Académie*, t. XXVI, p. 229.

(²) *Mémoires de l'Académie*, t. XXVI, p. 243.

Nature des gaz.	Compressibilité. Température des expériences.	Compressibilité. Coefficient relatif à la variation de poids spécifique B'.	Réfraction. Température des expériences.	Réfraction. Coefficient relatif à la variation de réfraction $\frac{B}{2}$.
	°		°	
Air	4	+ 0,00120	22	+ 0,00072
Azote	5	+ 0,00072	21	+ 0,00085
Oxygène	9,3	+ 0,00165	13,5	+ 0,00111
Hydrogène	4 et 10	— 0,00048	22	— 0,00086
Oxyde de carbone	9,3	+ 0,0038	12	+ 0,00089
Acide carbonique	3	+ 0,0087	17	+ 0,0072
Protoxyde d'azote	9,3	+ 0,0080	13,5	+ 0,0088
Bioxyde d'azote	9,3	+ 0,0020	12	+ 0,0007
Acide sulfureux	1,7	+ 0,0333	»	+ 0,025
Cyanogène	7,7	+ 0,0316	25	+ 0,0277

Les coefficients B' et $\frac{B}{2}$, pour un même gaz, ne sont pas absolument égaux, mais ils varient dans le même sens. Si l'on considère que ce sont là des quantités très-petites, difficiles à déterminer, soit par les phénomènes de réfraction, soit par ceux de compressibilité, et que les deux ordres d'expériences n'ont pas été faits à la même température, on peut admettre que les différences qui se manifestent entre les deux coefficients rentrent dans les limites d'erreur des observations.

Pour deux gaz seulement, l'oxyde de carbone et le bioxyde d'azote, le désaccord est manifeste. Mes expériences sur le bioxyde d'azote n'ont pas été assez nombreuses pour qu'il y ait lieu d'insister sur ce point. Pour l'oxyde de carbone, le coefficient relatif à la compressibilité paraît un peu trop grand, si on le compare aux autres propriétés physiques de ce gaz.

Dans les limites d'exactitude des observations, il semble donc que la réfraction d'un gaz, à température constante, est sensiblement proportionnelle à son poids spécifique.

On peut même remarquer que la loi des puissances réfractives ne paraît pas s'accorder aussi bien avec les expériences. En effet, on a

$$\frac{n^2-1}{p} = \frac{n-1}{p}(n+1).$$

Si le rapport $\frac{n-1}{p}$ est constant, le rapport $\frac{n^2-1}{p}$ doit croître avec

la pression. Pour l'air, par exemple, cet accroissement devrait être d'environ $\frac{1}{1000}$ à la pression de 7 atmosphères. Le coefficient $\frac{B}{2}$ devrait donc, pour tous les gaz, être un peu plus grand que le coefficient B′ relatif à la compressibilité, tandis que les expériences donnent plutôt une valeur un peu moindre.

IV. — DISPERSION DES GAZ.

Pour connaître la dispersion d'un gaz, il suffirait de déterminer, par la méthode précédente, la réfraction relative à différentes raies de longueurs d'onde déterminées. J'ai pris comme points de repère dans le spectre, outre la raie D appartenant au sodium, plusieurs raies, dont l'une rouge, deux vertes et une bleue, produites par la vapeur de cadmium. On faisait apparaître ces raies en provoquant des étincelles entre deux fils de métal *m* et *m′* placés devant la fente du collimateur (*fig.* 5).

J'avais déterminé autrefois les longueurs d'onde de ces raies, et les nombres que j'ai obtenus sont parfaitement concordants avec ceux qu'a donnés plus tard M. Thalèn. Voici ces nombres exprimés en millièmes de millimètre :

	Longueur d'onde.		Différence.
Raies.	Mascart.	Thalèn.	T. — M.
1 Cadmium	0,64370	0,64380	10
2 Sodium.....	0,5888	0,58890	10
3 Cadmium	0,53771	0,53780	11
4 Cadmium	0,50844	0,50850	6
5 Cadmium	0,47986	0,47990	4

La différence à peu près constante qui se manifeste entre ces deux séries de résultats tient surtout à l'erreur commise sur l'unité de mesure, et les rapports des longueurs d'onde sont sensiblement les mêmes dans les deux cas.

Il serait fastidieux de déterminer directement la réfraction relative à ces différentes raies, mais on arrive au même résultat, d'une manière plus simple et plus sûre, en évaluant directement la différence des réfractions quand on passe de l'une à l'autre. Il suffit alors de connaître l'une d'elles pour en déduire toutes les autres.

L'un des tubes à gaz étant à la pression H_1 et le phénomène bien stationnaire, on compte le nombre des franges qui existent entre les différentes raies brillantes; on donne ensuite à la pression dans ce même tube, la pression de l'autre restant constante, une valeur différente H_2, et l'on compte de nouveau les franges qui existent entre les mêmes raies. Les différences de ces deux séries de nombres, qui vont intervenir dans le calcul, ne peuvent être évaluées avec une certaine précision que si le changement de pression $H_2 - H_1$ est très-grand. Dans ce cas, le nombre des franges qui passent est tellement considérable qu'il serait impossible de les observer directement, mais cette opération n'est pas nécessaire.

Soient, par exemple, λ et λ' les longueurs d'onde de deux raies, δ la diminution du nombre de franges comprises entre ces deux raies, quand on passe de la pression H_1 à une pression plus faible H_2, et f le nombre inconnu de celles qui ont passé sur la première; il en sera passé alors sur la seconde $f + \delta$. Soient encore n_1 et n_2, n'_1 et n'_2 les indices de réfraction des deux raies aux pressions H_1 et H_2; on a les équations

$$(n_1 - n_2)\,L = f\lambda,$$
$$(n'_1 - n'_2)\,L = (f + \delta)\lambda';$$

on en déduit

$$\frac{(n'_1 - n'_2) - (n_1 - n_2)}{n_1 - n_2} = \frac{\lambda'}{\lambda}\left(1 + \frac{\delta}{f}\right) - 1,$$

ou bien

$$\frac{(n'_1 - n'_2) - (n_1 - n_2)}{n_1 - n_2} = \frac{\lambda'}{\lambda}\left(1 + \frac{\frac{\delta}{P}}{\frac{f}{P}}\right) - 1.$$

P représente, comme plus haut, la différence des pressions $H_1 - H_2$. Le second membre de cette équation est connu : l'expérience donne directement le rapport $\frac{\delta}{P}$; quant au rapport $\frac{f}{P}$, qui correspond à la longueur d'onde λ pour la pression moyenne $\frac{H_1 + H_2}{2}$ et la température de l'expérience, il peut être déduit des observations précédentes relatives à l'influence des variations de pression. En réalité, les mesures des deux genres étaient faites simultanément; on intercalait de

temps en temps une observation sur la dispersion entre celles qui étaient relatives à la pression. On voit même que, pour le cas actuel, il n'y a aucune correction de température à faire. D'ailleurs, ce rapport $\frac{f}{P}$ n'intervient que dans un terme de correction, et l'on peut, sans erreur sensible, prendre la valeur moyenne qui convient au gaz considéré. Quant au premier membre de l'équation, il n'est autre chose que le pouvoir dispersif, c'est-à-dire le rapport de la différence des indices de réfraction des deux raies à l'excès de l'un d'eux sur l'unité. L'expérience indique, en effet, que le second membre est indépendant de la pression entre les limites de précision des mesures, et, si l'on suppose que la pression H_2 soit nulle, le premier membre se réduit à $\frac{n' - n}{n - 1}$.

Lorsque la pression diminue, la variation δ est positive, si λ' est plus petit que λ, et négative en sens contraire. L'indice n correspondant à la raie D, le rapport $\frac{n' - n}{n - 1}$ est toujours négatif pour la raie rouge, positif pour les autres, et d'autant plus grand que la longueur d'onde est plus faible. La dispersion des gaz est donc du même sens que celle de tous les corps solides, si l'on excepte les cas très-rares et encore insuffisamment étudiés de dispersion anormale.

Il convient de représenter la dispersion des gaz par un seul coefficient, afin de donner une idée plus simple du phénomène. Comme la dispersion est faible, on peut exprimer l'indice de réfraction d'un gaz, au moins entre les limites dans lesquelles sont comprises les expériences et avec le degré d'approximation qu'elles comportent, par la formule de Cauchy réduite à ses deux premiers termes. Cette formule peut être mise sous la forme

$$n - 1 = a\left(1 + \frac{b}{\lambda^2}\right).$$

Si on l'applique aux résultats obtenus pour deux longueurs d'onde λ et λ', on en déduit

$$\frac{n' - n}{n - 1} = b\,\frac{\frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda^2}}{1 + \frac{b}{\lambda^2}}.$$

Le premier membre de cette équation est déterminé par l'expé-

rience; on peut donc en déduire la valeur du coefficient b, lequel suffira pour caractériser la dispersion.

Voici quelques expériences :

AIR ATMOSPHÉRIQUE.

Raies.	Valeurs de $\frac{\delta}{P}$.			Moyennes.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	Valeur du coefficient b.
1	− 0,1108	− 0,1093	− 0,1081	− 0,1094	− 0,0023	+ 0,0050
3	+ 0,1240	+ 0,1224	+ 0,1241	+ 0,1235	+ 0,0035	0,0062
4	0,2063	0,2049	0,2057	0,2056	0,0057	0,0059
5	0,298	0,296	0,2965	0,2968	0,0086	0,0060
					Moyenne...	0,0058

Le calcul de la dispersion et celui du coefficient b renferment tant d'éléments, et les nombres que l'on veut déterminer sont si petits, que la concordance des résultats doit paraître entièrement satisfaisante.

AZOTE.

Raies.	$\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	− 0,108	− 0,0024	0,0052
3	+ 0,123	+ 0,0043	0,0076
4	0,205	0,0070	0,0073
		Moyenne...	0,0067

OXYGÈNE.

Raies.	$\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	− 0,122	− 0,0022	0,0049
3	+ 0,115	+ 0,0045	0,0078
4	0,192	0,0062	0,0064
		Moyenne...	0,0064

Les résultats relatifs à l'oxygène et à l'azote paraissent tous deux supérieurs à celui qui a été obtenu pour l'air, ce qui ne doit pas être; mais la divergence des nombres qui correspondent aux différentes raies montre que la dispersion est sensiblement la même pour les trois gaz. Il faudrait des expériences plus complètes pour constater les différences qui existent entre eux.

HYDROGÈNE.

Raies.	Valeurs moyennes de $\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	— 0,0523	— 0,00176	0,0038
3	+ 0,0587	+ 0,0023	0,0040
4	0,0985	+ 0,0050	0,0051
		Moyenne...	0,0043

La dispersion de l'hydrogène paraît sensiblement plus faible que celle des gaz précédents.

OXYDE DE CARBONE.

Raies.	Valeurs moyennes de $\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	— 0,1282	— 0,0034	0,0073
3	+ 0,1440	+ 0,0039	0,0069
4	0,2413	0,0073	0,0075
5	0,3497	0,0116	0,0079
		Moyenne...	0,0075

ACIDE CARBONIQUE.

Raies.	Valeurs moyennes de $\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	— 0,0877	— 0,0026	0,0056
3	+ 0,0979	+ 0,0027	0,0048
4	0,1628	0,0041	0,0043
5	0,2387	0,0095	0,0063
		Moyenne...	0,0052

D'après cela, la dispersion de l'oxyde de carbone serait sensiblement plus grande que celle de l'acide carbonique.

PROTOXYDE D'AZOTE.

Raies.	Valeurs moyennes de $\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	— 0,0887	— 0,0038	0,0081
3	+ 0,1032	+ 0,0075	0,0132
4	0,1701	0,0104	0,0108
5	0,2451	0,0148	0,0104
		Moyenne...	0,0106

La dispersion du protoxyde d'azote paraît sensiblement plus grande que celle de l'air; en outre, comme le gaz renfermait 10 pour 100 d'impuretés, composées d'azote et d'oxygène, il en résulte que la dispersion réelle du protoxyde doit être à peu près double de celle de l'air. Le coefficient b, pour le protoxyde d'azote pur, doit donc être égal environ à 0,0125.

CYANOGÈNE.

Raies.	Valeurs moyennes de $\frac{\delta}{P}$.	$\frac{n'-n}{n-1}$.	b.
1	— 0,336	— 0,0030	0,0064
3	0,377	+ 0,0053	0,0095
4	0,633	+ 0,0093	0,0096
		Moyenne...	0,0085

En raison de l'azote que renfermait le gaz, il en résulte que, pour le cyanogène pur, la valeur de b serait voisine de 0,01.

On peut résumer ces résultats de la manière suivante :

Nature du gaz.	Coefficient de la formule de dispersion.
Air atmosphérique	0,0058
Azote	0,0067
Oxygène	0,0064
Hydrogène	0,0043
Oxyde de carbone	0,0075
Acide carbonique	0,0052
Protoxyde d'azote	0,0125
Cyanogène	0,0100

La dispersion d'un gaz ne paraît pas en rapport direct avec la réfraction de ce gaz ni avec sa densité.

Pour se représenter d'une manière plus précise l'ordre de grandeur de la dispersion des gaz, il est utile de la comparer avec celle de corps bien connus. Si l'on calcule, à l'aide du coefficient qui précède, le pouvoir dispersif de l'air $\frac{n'-n}{n-1}$ entre les deux raies B et H du spectre solaire, on obtient 0,024. Entre les mêmes raies, le pouvoir dispersif serait 0,032 pour les rayons ordinaires du quartz, 0,038 pour le crown léger, 0,040 pour l'eau, 0,046 pour les rayons ordinaires du spath d'Islande, 0,069 pour le flint lourd des lunettes, etc.

Certains gaz, comme le protoxyde d'azote et le cyanogène, auraient donc une dispersion supérieure à celle de l'eau.

V. — INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE.

Pour étudier l'influence de la température, on s'est servi du petit appareil, comme il a été dit plus haut. Les pressions étaient évaluées seulement avec le manomètre interférentiel, dont la branche latérale C permettait d'estimer en valeur absolue la pression du gaz dans l'un des tubes.

Toutes les expériences d'une même série étaient faites avec le même gaz, que l'on refoulait alternativement dans les tubes et qu'on laissait écouler ensuite, de manière à n'avoir à craindre aucun changement dans sa composition. Enfin la pression moyenne restait sensiblement invariable.

On commençait par faire une expérience à la température la plus basse possible, en profitant des jours froids de l'hiver et laissant les fenêtres ouvertes pendant la nuit, pour que le laboratoire prît autant que possible une température voisine de la température extérieure. On introduisait ensuite dans les deux bains de l'eau de plus en plus chaude, et l'on chauffait la salle en même temps, de manière à diminuer autant que possible la différence des températures de l'appareil et de l'air ambiant. Les liquides des deux bains étaient agités d'une manière continue, et l'on ne faisait d'observations que si les températures des quatre thermomètres différaient seulement d'une fraction de degré : la température moyenne des deux thermomètres intérieurs donnait la température du gaz. L'un des tubes étant à une pression plus élevée, on pointait la frange qui se trouvait en coïncidence avec le fil de la lunette, et l'on mesurait en même temps la différence des niveaux. On faisait ensuite écouler lentement du mercure par le robinet situé au bas du tube C, jusqu'à ce qu'il eût passé environ 150 franges; on fermait ce robinet et l'on mesurait de nouveau la pression quand le phénomène était resté stationnaire. L'observation des thermomètres ayant été faite avant et après l'expérience, on constatait habituellement une petite différence, et l'on prenait la moyenne des quatre lectures.

On déterminait ainsi, pour chaque température, le rapport $\frac{f}{p}$ du nombre des franges à la variation de pression, correction faite de la dilatation des tubes à gaz et de la pression. Il suffisait, pour cela, de diviser le nombre obtenu directement par le binôme de dilatation relatif à la règle et de le multiplier par le facteur de correction relatif à la mesure des pressions. Ces calculs sont fastidieux, mais on les rend beaucoup plus rapides à l'aide de tables qui donnent chacune des corrections séparément pour toutes les températures. On obtient ainsi les valeurs de φ, c'est-à-dire du rapport du nombre des franges à la variation de pression, que l'on aurait observées si le gaz seul eût été à la température considérée et tout le reste à zéro.

Si la réfraction était proportionnelle au poids spécifique du gaz, cette valeur de φ serait en raison inverse du coefficient de dilatation, de sorte que le produit $\varphi(1 + \alpha t)$ serait une quantité constante, représentant la valeur φ_0 que l'on obtiendrait pour le gaz à zéro.

Or l'expérience indique que ce produit φ_0, au lieu d'être constant, diminue en général à mesure que la température s'élève. Il en résulte que le coefficient de dilatation dont on s'est servi pour ce calcul est généralement trop faible, et l'on peut déterminer le coefficient par lequel il faut le remplacer pour obtenir un produit constant correspondant à la réfraction du gaz à la température de zéro. L'observation directe à zéro n'est pas impossible, mais elle présente de grandes difficultés, surtout à cause de la buée qui se dépose sur les glaces extérieures. En réalité, la température n'a varié que depuis 5 degrés environ jusque vers 40 degrés. A cette dernière température déjà, les franges commencent à devenir agitées, et, si l'on chauffait davantage, les mesures ne présenteraient plus aucune garantie.

AIR ATMOSPHÉRIQUE.

Je rapporterai d'abord les principales expériences réalisées avec l'air atmosphérique à une pression moyenne sensiblement constante d'un mètre de mercure. Du rapport $\frac{f}{p}$, déterminé par expérience, on a déduit la valeur de φ_0, en corrigeant les effets de dilatation sur les tubes à gaz et sur la mesure des pressions, puis multipliant le résultat

par le binôme de dilatation de l'air à pression constante avec le coefficient $\alpha = 0,00367$.

Température du gaz t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Valeur corrigée.	Excès sur la moyenne.
5°,49	0,16631				
6,36	0,16626	6°,13	0,16627	0,16642	— 15
6,55	0,16625				
7,93	0,16644				
7,76	0,16624	7,80	0,16641	0,16660	+ 3
7,69	0,16654				
8,30	0,16630	8,30	0,16628	0,16650	— 7
8,29	0,16627				
15,37	0,16664				
14,22	0,16629	14,43	0,16641	0,16680	+ 23
14,10	0,16642				
14,02	0,16627				
27,07	0,16601				
26,38	0,16608	26,47	0,16586	0,16655	— 2
25,97	0,16550				
30,93	0,16591	30,62	0,16586	0,16665	+ 8
30,32	0,16581				
38,75	0,16550				
37,96	0,16555				
37,21	0,16557	36,66	0,16555	0,16649	— 8
35,16	0,16559				
34,24	0,16555				
			Moyenne...	0,16657	

Les résultats compris dans la quatrième colonne, malgré quelques divergences, diminuent d'une manière sensible à mesure que la température augmente. Si l'on remplace le coefficient de dilatation de l'air par 0,00382, on obtient pour la valeur de φ_0 les nombres de la cinquième colonne, dont les différences rentrent dans les limites des erreurs expérimentales.

La correction $\Delta\alpha$, que l'on doit apporter au coefficient de dilatation de l'air pour calculer les effets de réfraction, est donc environ

$$\Delta\alpha = +0,00015.$$

AZOTE.

Voici des expériences analogues sur de l'azote sensiblement pur à la pression moyenne de $1^m,10$. Les premières corrections ont été faites aussi avec le coefficient 0,00367.

Température du gaz t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Valeur corrigée.	Excès sur la moyenne.
3°,57	0,16934				
3,80	0,16917	3°,91	0,16924	0,16934	— 10
4,03	0,16917				
4,23	0,16927				
10,43	0,16931				
10,43	0,16931	10,43	0,16930	0,16955	+ 11
10,43	0,16927				
20,88	0,16884				
20,28	0,16909	20,32	0,16904	0,16955	+ 11
20,12	0,16915				
20,02	0,16907				
29,82	0,16864				
29,37	0,16874	29,36	0,16861	0,16937	— 7
28,90	0,16844				
42,28	0,16782				
38,65	0,16857	39,59	0,16836	0,16937	— 7
37,84	0,16868				
			Moyenne...	0,16944	

La diminution du rapport φ_0, à mesure que la température s'élève, est encore manifeste, et les résultats de la quatrième colonne, calculés par le même coefficient 0,00382 que pour l'air, présentent une concordance tout à fait satisfaisante. La correction du coefficient de dilatation est encore

$$\Delta\alpha = +0,00015.$$

HYDROGÈNE.

L'hydrogène qui a servi aux expériences suivantes renfermait environ 1 pour 100 de gaz étrangers. La pression moyenne était de $1^m,10$

et les premiers calculs ont été faits avec le coefficient de dilatation 0,003661 de ce gaz.

Température t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Valeur corrigée.	Excès sur la moyenne.
5°,03	0,07995	4°,92	0,07985	0,07990	0
4,82	0,07974				
13,53	0,07977				
13,51	0,07974	13,54	0,07974	0,07987	— 3
13,53	0,07969				
13,61	0,07974				
24,78	0,07955				
25,18	0,07964	25,02	0,07960	0,07984	— 6
25,11	0,07961				
28,11	0,07952				
28,74	0,07974	28,50	0,07965	0,07992	+ 2
28,64	0,07969				
34,50	0,07938				
33,58	0,07940	33,55	0,07952	0,07984	— 6
33,27	0,07953				
32,84	0,07976				
38,16	0,07967	37,93	0,07960	0,07996	+ 6
37,77	0,07953				
46,14	0,07953				
45,02	0,07969				
44,36	0,07949	43,92	0,07951	0,07993	+ 3
43,40	0,07953				
42,70	0,07928				
41,90	0,07953				
			Moyenne...	0,07990	

La diminution du rapport φ_0, à mesure que la température s'élève, n'est pas douteuse, et les expériences s'accordent d'une manière remarquable quand on prend pour coefficient le nombre 0,00378. La correction du coefficient de dilatation est donc

$$\Delta\alpha = +0,00012.$$

OXYDE DE CARBONE.

L'oxyde de carbone qui a servi renfermait environ 3 pour 100 d'un gaz non soluble dans le chlorure de cuivre ni dans la potasse. Comme

le gaz ne colorait pas le pyrogallate de potasse, ce résidu était de l'azote. La pression moyenne était de $1^m,20$, et l'on a pris pour coefficient de dilatation du gaz 0,00367.

Température t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Excès sur la moyenne.
7°,58	0,18998			
7,49	0,18984	7°,59	0,18990	+ 8
7,69	0,18988			
10,49	0,19004			
10,81	0,18973	10,86	0,18982	0
10,98	0,18972			
11,16	0,18978			
24,74	0,18971			
22,48	0,18970	3,09	0,18965	— 17
22,06	0,18954			
30,67	0,18976			
29,23	0,18975	29,19	0,18981	— 1
28,67	0,18982			
28,18	0,18992			
48,03	0,18968			
45,20	0,19019	45,72	0,18990	+ 8
43,92	0,18982			
		Moyenne...	0,18982	

Les expériences n'indiquent, dans le cas actuel, aucune variation appréciable du rapport φ_0 avec la température, de sorte que le coefficient de dilatation du gaz suffit à rendre compte des changements qu'éprouve la réfraction.

ACIDE CARBONIQUE.

Le gaz était presque absolument pur, car la potasse laissait à peine un résidu de $\frac{1}{800}$ non absorbé, lequel pouvait avoir été apporté par le réactif lui-même. Les expériences ont été exécutées à la pression moyenne de $1^m,15$, et les premières corrections ont été faites en prenant le coefficient 0,00371, qui convient à la dilatation de l'acide carbonique sous pression constante.

Température t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Valeur corrigée.	Excès sur la moyenne.
7°,43	0,25763				
7,19	0,25755	7°,26	0,25765	0,25830	— 33
7,18	0,25767				
7,26	0,25774				
11,48	0,25798				
11,63	0,25772	11,82	0,25771	0,25878	+ 15
11,75	0,25754				
12,44	0,25763				
17,08	0,25690				
16,98	0,25686	16,94	0,25705	0,25857	— 6
16,88	0,25732				
16,83	0,25713				
23,50	0,25640	23,34	0,25638	0,25847	— 16
23,18	0,25635				
30,92	0,25575				
30,14	0,25578	30,26	0,25585	0,25857	— 6
29,73	0,25602				
39,02	0,25498				
38,30	0,25502	38,33	0,25507	0,25851	— 12
37,68	0,25521				
40,67	0,25520				
39,23	0,25586	39,38	0,25567	0,25920	+ 57
38,23	0,25596				
			Moyenne...	0,25863	

L'insuffisance du coefficient de dilatation ordinaire n'est pas douteuse, puisque la valeur ainsi calculée diminue de $\frac{1}{100}$ pour un accroissement de température de 30 degrés. Quand on prend pour coefficient 0,00406, les résultats deviennent concordants à moins de $\frac{1}{500}$ près en général. La correction du coefficient est donc

$$\Delta\alpha = +0,00035.$$

PROTOXYDE D'AZOTE.

Le gaz ne colorait pas le pyrogallate de potasse et ne donnait ni vapeurs rutilantes ni contraction appréciable, quand on y introduisait

une bulle de bioxyde; il ne renfermait donc pas trace d'oxygène. L'analyse par l'eudiomètre et l'hydrogène indiquait l'existence de 2,5 pour 100 d'un gaz étranger non combustible, qu'on a considéré comme étant de l'azote. La pression moyenne a été de $1^m,20$. On a obtenu, en calculant les résultats par le coefficient 0,0371,

Température t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Valeur corrigée.	Excès sur la moyenne.
2°,98	0,28942				
3,27	0,29024				
3,58	0,28975	3°,65	0,28968	0,28986	— 67
4,10	0,28966				
4,34	0,28936				
10,65	0,29031				
10,75	0,29043	10,80	0,29022	0,29075	+ 22
10,84	0,29009				
10,97	0,29005				
18,03	0,28958				
17,92	0,28944	17,91	0,28961	0,29048	— 5
17,87	0,28963				
17,82	0,28980				
30,01	0,28873				
29,97	0,28885	29,73	0,28888	0,29033	— 20
29,22	0,28905				
38,55	0,28849	37,62	0,28840	0,29024	— 29
36,80	0,28832				
			Moyenne...	0,29053	

Il y a encore une diminution manifeste du rapport φ_0 à mesure que la température s'élève, et il y a plus d'accord entre les expériences quand on prend pour coefficient 0,00388; la correction est donc $\Delta\alpha = +0,00017$. Si l'on supprimait les expériences relatives aux températures voisines de 4 degrés, qui paraissent moins concordantes entre elles, on obtiendrait, avec un coefficient encore plus grand, un accord presque absolu entre les résultats calculés.

BIOXYDE D'AZOTE.

En traitant le gaz par le sulfate de protoxyde de fer, on obtenait un résidu d'environ 10 pour 100, mais l'analyse n'a pas été faite d'une

manière exacte. La pression moyenne des expériences était de $1^m,17$, et l'on a calculé les résultats par le coefficient 0,00367.

Température t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Excès sur la moyenne.
6°,36	0,16910			
6,60	0,16921	6°,56	0,16917	+15
6,72	0,16921			
11,27	0,16903			
11,38	0,16908	11,38	0,16903	+ 1
11,49	0,16898			
22,72	0,16891			
21,92	0,16887	22,09	0,16886	— 16
21,63	0,16881			
		Moyenne...	0,16902	

Il semble qu'il y ait encore une diminution progressive du rapport φ_0, mais elle paraît très-faible, et les variations de température n'ont pas été assez grandes pour qu'on puisse affirmer l'insuffisance du coefficient de dilatation employé.

ACIDE SULFUREUX.

Le gaz était sensiblement pur. La pression moyenne était d'environ $1^m,05$. Les calculs ont été faits d'abord avec le coefficient 0,00390 qui convient à la dilatation de ce gaz sous pression constante.

Température t.	Valeur de φ_0.	Moyennes. t	Moyennes. φ_0	Valeur corrigée.	Excès sur la moyenne.
6°,76	0,4000				
6,90	0,3985	6°,89	0,3995	0,4014	+ 10
7,03	0,4001				
11,37	0,3961				
11,50	0,3950	11,49	0,3955	0,3987	— 17
11,61	0,3954				
24,78	0,3945				
25,04	0,3943	25,05	0,3943	0,4012	+ 8
25,33	0,3941				
			Moyenne...	0,4004	

La variation du rapport φ_0 avec la température de l'expérience es

ici considérable; les résultats de la cinquième colonne ont été calculés en prenant pour coefficient le nombre 0,0046, c'est-à-dire avec une correction égale à $\Delta\alpha = +0,00070$.

CONCLUSION.

Il semble résulter de là que la réfraction d'un gaz diminue plus rapidement que le poids spécifique, surtout pour les gaz liquéfiables, comme l'acide carbonique et l'acide sulfureux. On pourrait mettre en doute cette conclusion et attribuer les différences observées à l'existence d'une petite quantité de vapeur d'eau. Il n'est pas nécessaire de répéter que les gaz ont été desséchés avec les précautions recommandées depuis M. Regnault pour ce genre d'expériences. Remarquons ensuite que, si le gaz renfermait de l'eau à l'état de vapeur, la dilatation de la vapeur ne diffère pas assez de celle des gaz pour que l'effet soit appréciable. La seule cause d'erreur provient donc de l'eau liquide qui pourrait être condensée sur les parois du tube et qui se dégagerait par suite de l'élévation de température. Dans le cas actuel, l'influence de cette vapeur est beaucoup moindre que pour les effets de dilatation; l'erreur ne dépend ici que de la différence qui existe entre la réfraction de la vapeur et celle du gaz étudié, et elle serait nulle si les deux indices de réfraction étaient sensiblement égaux. Or la réfraction de la vapeur d'eau, sur laquelle je reviendrai dans un autre Mémoire, est plus faible que celle de l'air d'environ $\frac{1}{10}$. Si donc, pendant que la température s'élève à 30 degrés, il se dégageait une quantité de vapeur d'eau égale au $\frac{1}{50}$ du gaz, la réfraction du mélange n'aurait été altérée que de $\frac{1}{500}$ par le fait de la vapeur, tandis que les différences atteignent $\frac{1}{200}$ pour l'air et l'azote. Ce changement de réfraction correspondrait à une quantité de vapeur égale au $\frac{1}{20}$ du gaz, c'est-à-dire à une pression de 5 centimètres. Il faudrait, si l'on admet les résultats de l'expérience, que le gaz étant sec à la température de 5 degrés, par exemple, se soit saturé de vapeur à 35 degrés, ce qui est évidemment impossible. D'autre part, cette cause d'erreur agirait en sens contraire sur l'hydrogène, puisque la réfraction de ce gaz est environ la moitié de celle de la vapeur d'eau, et donnerait des nombres trop grands pour les températures plus élevées, tandis que la température

agit dans le même sens sur l'hydrogène que sur l'air ou l'azote, et avec une régularité remarquable.

La loi de Newton ne permet pas mieux d'expliquer ces variations. En effet, en désignant par n_0 et n les indices de réfraction d'un gaz aux températures de zéro et de t degrés, pour une même pression, on devrait avoir

$$n^2 - 1 = \frac{n_0^2 - 1}{1 + \alpha t} \quad \text{ou} \quad (n-1)(1+\alpha t) = \frac{n_0^2 - 1}{n+1}.$$

A mesure que la température s'élève, l'indice de réfraction n diminue; le second membre de cette équation croît donc avec la température, et le premier devrait croître aussi dans le même sens, tandis que l'expérience indique au contraire qu'il diminue. D'ailleurs la variation de $(n+1)$ est trop faible pour qu'elle puisse exercer ici une influence appréciable, puisqu'elle ne serait pas de $\frac{1}{20000}$ pour une variation de température de 100 degrés.

Nous pouvons donc résumer ainsi l'influence de la température sur différents gaz :

Nature du gaz.	Coefficient de dilatation à volume constant α.	Coefficient relatif au changement de réfraction α'.	Différence $\alpha' - \alpha$.
Air atmosphérique.	0,00367	0,00382	0,00015
Azote.....	0,00367	0,00382	0,00015
Hydrogène.....	0,00366 1	0,00378	0,00012
Oxyde de carbone..	0,00367	0,00367	»
Acide carbonique ..	0,00371	0,00406	0,00035
Protoxyde d'azote..	0,00371	0,00388	0,00017
Bioxyde d'azote....	0,00367	0,00367	»
Acide sulfureux....	0,00390	0,00460	0,00070

La différence $\alpha' - \alpha$ ne doit pas être considérée comme déterminée exactement. La seule chose qui paraisse démontrée, c'est l'existence et l'ordre de grandeur de cette variation.

VI. — RÉFRACTIONS ABSOLUES.

La cause d'erreur la plus importante, lorsqu'on veut déterminer la réfraction des gaz en valeur absolue, consiste dans la difficulté que présente la préparation des gaz purs et la difficulté non moins grande

d'en faire l'analyse d'une manière exacte, surtout quand on est obligé d'avoir recours à des combustions au moyen de l'étincelle électrique. Ainsi, quand on analyse de l'hydrogène en introduisant de l'air dans l'eudiomètre, il peut arriver, soit qu'il reste une trace d'hydrogène non combiné lorsque l'étincelle est faible, soit qu'une partie de l'oxygène et de l'azote de l'air se combinent, quand la proportion des gaz est choisie de manière à donner une inflammation plus vive. On obtient des résultats plus concordants en faisant l'analyse par de l'oxygène pur, dont on introduit un volume exactement moitié moindre que celui de l'hydrogène; mais, si les impuretés mélangées au gaz primitif contiennent de l'azote, on voit qu'il pourra se produire encore des composés nitrés, puisque l'explosion est alors très-violente. On doit donc, dans le cas de l'hydrogène, trouver en général un résidu trop faible. Comme la réfraction du gaz n'est pas la moitié de celle de l'air, une erreur de $\frac{1}{100}$ sur la composition du gaz entraîne une erreur de plus de $\frac{1}{100}$ sur la quantité qu'on évalue. Le résultat auquel nous arriverons doit donc être considéré comme étant plutôt trop élevé.

Les mêmes difficultés se présentent dans l'analyse, par l'eudiomètre, des composés de l'azote et de l'oxygène qui renferment de petites quantités d'azote et d'oxygène. Ces gaz étrangers n'ont qu'une influence négligeable quand on veut évaluer l'influence de la pression et de la température, mais il n'en est pas de même pour le rapport des réfractions. Nous choisirons donc les expériences dans lesquelles les gaz étaient le plus voisins d'être purs; pour apprécier la pureté, on a eu recours soit à la combustion, soit, quand la chose était possible, à un liquide qui pouvait dissoudre le gaz abondamment, comme le chlorure de cuivre acide pour l'oxyde de carbone, le sulfate de protoxyde de fer pour le bioxyde d'azote, la potasse pour l'acide carbonique, l'eau pour l'acide sulfureux et le cyanogène.

D'autre part, le rapport des réfractions des différents gaz n'est pas indépendant de la pression ni de la température, comme nous l'avons vu, et les expériences ne sont pas directement comparables. Pour ne pas compliquer les résultats de corrections qui pourraient rester douteuses, j'ai réduit à zéro les expériences faites avec le grand appareil par le coefficient de dilatation de chaque gaz sous pression constante; les valeurs de φ et de φ_0 correspondent à la pression moyenne de $0^m,5$,

c'est-à-dire que l'on a simplement, d'après les formules établies plus haut,

$$\varphi = A\left(1 + \frac{B}{2}\right) = A + \frac{AB}{2}.$$

On a apporté ensuite aux résultats relatifs à chaque gaz une correction correspondant aux impuretés qu'il contenait.

Nature du gaz.	Température des expériences.	Coefficient de dilatation.	Valeurs de φ.	Valeurs de φ_0.	Impuretés du gaz.	Valeurs de φ_0, correction faite des impuretés.	Rapport de la réfraction du gaz à celle de l'air.
Air	22°	0,00367	1,2078	1,3053	»	»	1
Azote	21	0,00367	1,2308	1,3256	1 °/₀ d'oxygène	1,3268	1,0164
Oxygène	13,5	0,00367	1,1550	1,2122	4,5 °/₀ d'azote	1,2068	0,9245
Hydrogène	22	0,003661	0,5771	0,6235	0,8 °/₀ d'air	0,6180	0,4735
Oxyde de carbone	22	0,00367	1,3816	1,4932	0,5 °/₀ d'azote	1,4940	1,1446
Acide carbonique	17	0,00371	1,8895	2,0087	1 °/₀ d'air	2,0158	1,5443
Cyanogène	25	0,003877	3,1702	3,4774	8 °/₀ d'azote	3,664	2,8070

Avec le petit appareil, on a obtenu, à la pression moyenne de $1^m,10$ et en prenant pour chaque gaz à la température de zéro la moyenne des résultats obtenus dans les tableaux précédents, par une correction convenable des effets de la température :

Nature du gaz.	Pression moyenne.	Coefficient de correction pour la température.	Valeur de φ_0.	Impuretés du gaz.	Valeur de φ_0, correction faite des impuretés.	Rapport de la réfraction du gaz à celle de l'air.
Air	1,00 m	0,00382	0,16657	»	»	1
Azote	1,10	0,00382	0,16944	»	»	1,0172
Hydrogène	1,10	0,00378	0,07990	1 °/₀ d'air	0,07902	0,4744
Oxyde de carbone	1,20	0,00367	0,18982	3 °/₀ d'azote	0,19045	1,1434
Acide carbonique	1,15	0,00406	0,25863	»	»	1,5527
Protoxyde d'azote	1,20	0,00388	0,29053	2,5 °/₀ d'azote	0,29358	1,7626
Bioxyde d'azote	1,17	0,00367	0,16902	10 °/₀ d'air	0,16929	1,0164
Acide sulfureux	1,05	0,00460	0,40040	»	»	2,4038

Les rapports contenus dans les dernières colonnes de ces deux tableaux ne sont pas identiques pour un même gaz; cela tient à ce que les corrections de température n'ont pas été faites de la même manière et surtout à ce que le gaz renfermait des impuretés en proportions

variables, dont la détermination comporte, comme nous l'avons dit, une assez grande incertitude.

Il reste enfin à déterminer les indices de réfraction eux-mêmes. Pour l'air, la valeur de φ_0 donnée par le petit appareil, à la pression moyenne de 1 mètre, est égale à 0,16657. Comme on connaît l'influence de la pression, on en déduit que le nombre qui conviendrait à la pression moyenne de $0^m,50$ serait 0,16648. Le rapport des deux valeurs de φ_0 déterminées par le grand appareil et par le petit est

$$\frac{1,3053}{0,16648} = 7,84.$$

Si l'on calcule, au contraire, la valeur de φ_0 pour le grand appareil par le coefficient de dilatation 0,00382, on trouve

$$1,3053 \frac{1 + 0,00382 \times 22}{1 + 0,00367 \times 22} = 1,3092.$$

Ce nombre est presque identique à ceux qui ont été obtenus dans des expériences faites dans le voisinage de zéro; on a donc, pour le rapport des résultats donnés par les deux appareils,

$$\frac{1,3092}{0,16648} = 7,864.$$

Or la longueur des tubes, dans le grand appareil, était de $2^m,002$, et, dans le petit, de $0^m,25475$. Le rapport de ces deux longueurs est

$$\frac{2,0024}{0,25475} = 7,860.$$

Ces deux résultats ne diffèrent que de $\frac{1}{2000}$.

La longueur d'onde de la raie D, d'après les expériences de Fraunhofer, que les travaux plus récents ont confirmées, est égale à 0,5888 millièmes de millimètre dans l'air, ce qui fait sensiblement 0,589 dans le vide. On a donc, pour l'indice de réfraction de l'air à la température de zéro et à la pression de 1 mètre de mercure, c'est-à-dire à la pression moyenne de $0^m,50$,

$$\frac{n_0 - 1}{1000} = \frac{\lambda}{L} \varphi_0 = \frac{0,000589}{2002} \times 1,3092$$

ou

$$1000\,(n_0 - 1) = 0,3852,$$

et, pour la pression normale de $0^m,76$,

$$1000\,(n_0 - 1) = 0,3851 \times 0,76 = 0,29275.$$

Pour les autres gaz, on pourra prendre les moyennes des résultats obtenus avec les deux appareils, ou plutôt ceux qui correspondent aux cas où les corrections relatives aux impuretés étaient le plus faibles. On obtient ainsi, pour la température de zéro et la pression normale de $0^m,76$ [1] :

Nature du gaz.	Rapport de la réfraction du gaz à celle de l'air.	$1000(n_0 - 1)$.	Dulong.	D.-M.
Air	1	0,2927	0,294	+ 13
Azote	1,0172	0,2977	0,300	+ 23
Oxygène	0,9245	0,2706	0,272	+ 14
Hydrogène	0,4740	0,1387	0,138	+ 9
Oxyde de carbone	1,1446	0,3350	0,340	+ 50
Acide carbonique	1,5527	0,4544	0,449	— 54
Protoxyde d'azote	1,7626	0,5159	0,503	— 129
Bioxyde d'azote	1,0164	0,2975	0,303	+ 55
Acide sulfureux	2,4038	0,7036	0,665	— 386
Cyanogène	2,8070	0,8216	0,834	+ 114

Les résultats de ce tableau me paraissent exacts, en général, à $\frac{1}{500}$ près. On remarquera que la réfraction de l'air est sensiblement plus faible que celle qui a été obtenue par Biot et Arago.

On peut faire, à ce sujet, plusieurs observations intéressantes. Si l'on multiplie par 0,208 la réfraction de l'oxygène et par 0,792 celle de l'azote, on trouve à $\frac{2}{1000}$ près la réfraction de l'air. L'expérience vérifie donc, avec autant de précision que le comporte la nature des phénomènes, que la réfraction d'un mélange de gaz est égale à la somme des réfractions des gaz mélangés.

---

[1] Quelques-uns des résultats renfermés dans ce Mémoire diffèrent quelquefois d'une manière notable de ceux que j'ai publiés, il y a deux ans, dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXVIII, p. 617 et 679. Cela tient à ce que les calculs ont été refaits d'une manière plus complète, que plusieurs expériences ont été reprises, et enfin qu'il s'était glissé des erreurs de transcription dans les Notes des *Comptes rendus*.

La réfraction d'un composé, au contraire, est en général plus grande que celle du mélange des gaz simples qui le constituent, comme l'avait déjà remarqué Dulong pour la loi des puissances réfractives. On a, en effet, pour les deux oxydes de l'azote :

	Rapport de la réfraction du gaz à celle de l'air	
	calculée.	observée.
Protoxyde d'azote.....	1,479	1,763
Bioxyde d'azote.....	0,971	1,016

De même, si l'on déduit la réfraction de la vapeur de carbone des résultats obtenus pour l'oxyde de carbone, l'acide carbonique et le cyanogène, on obtient, en admettant que l'oxyde de carbone renferme la moitié de son volume de vapeur de carbone :

	Rapport de la réfraction de la vapeur de carbone à celle de l'air.
Par l'oxyde de carbone.....	1,385
Par l'acide carbonique.....	1,256
Par le cyanogène.....	1,790

Ces différences montrent qu'il n'est pas possible, au moins en général, de calculer ainsi la réfraction d'un gaz composé par les réfractions des gaz simples qui le constituent.

Je me propose de revenir sur ce sujet dans un prochain Mémoire, où j'examinerai la réfraction des autres gaz et celle des vapeurs.