

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

CH. ANDRÉ

Étude de la diffraction dans les instruments d'optique ; son influence sur les observations astronomiques

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2^e série, tome 5 (1876), p. 275-354

[<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1876_2_5_275_0>](http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1876_2_5_275_0)

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ÉTUDE

DE LA

DIFFRACTION DANS LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE;

SON INFLUENCE SUR LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

PAR M. CH. ANDRÉ,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE,
ASTRONOME-ADJOINT DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS.

INTRODUCTION.

Après l'observation du passage de Mercure du 4 novembre 1868, M. Wolf institua une série d'expériences auxquelles il voulut bien m'associer, et qui avaient pour but de rechercher les conditions auxquelles on devait satisfaire pour obtenir une bonne observation de ce curieux et intéressant phénomène. Le problème était alors difficile; on tentait, pour la première fois, d'étudier, au moyen de procédés purement physiques et pour ainsi dire d'expériences de cabinet, l'une des observations de l'Astronomie en apparence la plus inaccessible à de semblables moyens d'investigation. Nous démontrâmes ⁽¹⁾ que les apparences singulières, qui avaient si souvent gêné les observateurs et rendu discordants les résultats des différentes observations, ne tenaient ni à la nature de notre œil ni à la nature du phénomène, et qu'elles pouvaient être évitées et le seraient certainement si l'on n'em-

⁽¹⁾ *Recherches sur les apparences singulières qui ont souvent accompagné l'observation des contacts de Mercure et de Vénus avec le bord du Soleil. (Recueil des Mémoires, Rapports et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, deuxième Partie, p. 115 et suiv.).*

ployait pour l'observation que de bons objectifs, et que la mise au point de la lunette fût toujours correcte.

Plus tard, lors du passage de Vénus, que l'Académie des Sciences m'avait chargé d'observer à Nouméa, je fus très-frappé de ce fait que, tandis que trois de mes collaborateurs se servant de lunettes identiques avaient noté le contact presque en même temps, mon observation faite à une lunette plus grande donnait une heure très-différente.

Dans ce phénomène si compliqué, tout était-il donc dû d'une part aux défauts de l'instrument, d'autre part à la différence des observateurs, et l'instrument lui-même, supposé parfait, n'intervenait-il point ?

Or, si les résultats des observations faites en 1761, 1769 et 1868 ne paraissent mettre en évidence aucune loi, il n'en est pas de même des observations des stations françaises lors du dernier passage de Vénus, observations faites avec des instruments à peu près identiques entre eux, quant au travail des objectifs; celles-ci semblent, au contraire, indiquer nettement que, pour l'entrée, le contact interne est observé plus tôt, en un même lieu, avec une lunette de moindre ouverture, tandis que, pour la sortie, il est observé plus tard.

Qu'au lieu des heures des contacts on considère les diamètres obtenus pendant le passage, on verra que les diamètres de Vénus mesurés micrométriquement en 1761 et 1769 sont, en moyenne, moindres de 2 secondes environ que celui que donnaient alors les Tables; et que, de même, les diamètres de Mercure et de Vénus, obtenus en 1868 et en 1874, sont plus petits que ceux obtenus antérieurement dans les conditions ordinaires d'observation avec des instruments analogues.

Ces deux faits, en apparence distincts, m'ont paru tenir à la même cause, et pouvoir s'expliquer, tout au moins en partie, en tenant compte des modifications qu'apportent aux images des astres les phénomènes de diffraction dus à la lunette ou au télescope qui sert aux observations. M. Dumas, Président de la Commission du passage de Vénus, voulut bien m'engager à poursuivre cette voie et demander à la Commission les instruments nécessaires aux recherches que je projetais.

Telle est l'origine de ce travail qui, commencé au laboratoire de Physique du Collège de France, a été terminé dans les caves de l'École Normale, dont les longs couloirs forment une vaste chambre noire de près de 100 mètres de long, travail qui m'a d'ailleurs conduit à exa-

miner beaucoup d'autres phénomènes astronomiques que celui que j'avais d'abord en vue.

Mais, avant d'aborder la partie expérimentale de cette étude, il convient de rappeler la théorie des phénomènes de diffraction dont nous venons de parler : nous supposerons d'abord que la source lumineuse est réduite à un point, ou plutôt que son diamètre apparent est insensible.

CHAPITRE PREMIER.

SOURCE LUMINEUSE DONT LE DIAMÈTRE APPARENT EST INSENSIBLE.

L'effet immédiat d'un objectif ou d'un miroir aplanétique est de transformer une onde lumineuse incidente émanée d'un point très-éloigné en une onde sphérique, dont le centre est au foyer de la lentille ou du miroir. D'un autre côté, chaque petite portion de cette onde sphérique, limitée par l'ouverture de l'objectif, peut être considérée comme l'origine d'une onde élémentaire dont l'intensité est proportionnelle à sa surface, et les phases de toutes ces ondes élémentaires sont les mêmes au moment où elles quittent la surface sphérique.

Soient donc deux axes rectangulaires ox, oy , pris dans le plan focal de la lunette, $dx dy$ l'aire d'une petite portion rectangulaire A de l'objectif, q sa distance à un point M du plan focal pris sur l'axe des x à une distance d du foyer, la projection sur un axe quelconque de la vitesse du mouvement vibratoire envoyée par A en M peut être représentée par

$$dx dy \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - q - \alpha),$$

ν étant la vitesse de la lumière, λ la longueur d'ondulation considérée et α une constante. La projection de la vitesse du mouvement vibratoire envoyé en M par la surface tout entière de l'objectif sera donc représentée par l'intégrale

$$\iint \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - q - \alpha) dx dy$$

étendue à toute la surface de l'objectif.

Or, si l'on prend l'axe de la lunette pour axe des z , on a

$$q = \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2};$$

en se bornant aux termes du premier degré en d , et remarquant que

$$x^2 + y^2 + z^2 = f^2,$$

f étant la distance focale de la lunette; il vient

$$q = \sqrt{f^2 - 2dx}.$$

L'intégrale est donc

$$\iint \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(vt - f - \alpha + \frac{d}{f} x \right) dx dy.$$

Soient y_0 et y_1 la plus petite et la plus grande des valeurs de y qui correspondent à une même valeur de x . Cette intégrale se réduit à l'expression

$$\int (y_1 - y_0) \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(vt - f - \alpha + \frac{d}{f} x \right) dx,$$

qui s'applique à tout objectif aplanétique, quelle que soit la forme de l'écran par lequel on a limité son ouverture.

I. — LUNETTES ET TÉLESCOPES.

Étude théorique.

Examinons d'abord le cas d'une ouverture circulaire, et soit r le rayon de cette ouverture : alors

$$y_1 - y_0 = 2 \sqrt{r^2 - x^2},$$

où le signe du radical est essentiellement positif; la vitesse du mouvement vibratoire en M est donc représentée par

$$\begin{aligned} & 2 \int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - x^2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(vt - f - \alpha + \frac{d}{f} x \right) dx \\ &= 2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - f - \alpha) \int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - x^2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{f} x dx, \end{aligned}$$

car l'intégrale $\int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - x^2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{f} x dx$ est évidemment nulle.

Posons

$$(a) \quad \frac{x}{r} = w, \quad \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{f} r = n,$$

l'expression précédente deviendra

$$N = 4r^2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - f - \alpha) \int_0^1 \sqrt{1-w^2} \cos nw dw.$$

Or on voit aisément que la fonction

$$\varphi(n) = \int_0^1 \sqrt{1-w^2} \cos nw dw$$

est paire et satisfait à l'équation différentielle

$$\varphi(n) + \frac{3}{n} \frac{d\varphi(n)}{dn} + \frac{d^2\varphi(n)}{dn^2} = 0.$$

Soit donc

$$\varphi(n) = A_0 + A_1 n^2 + A_2 n^4 + \dots + A_{i-1} n^{2i-2} + A_i n^{2i} + \dots;$$

on aura

$$\frac{3}{n} \frac{d\varphi(n)}{dn} = 3.2A_1 + \dots + 3.2iA_i n^{2i-2} + \dots,$$

$$\frac{d^2\varphi(n)}{dn^2} = 2A_1 + 3.4A_2 n^2 + \dots + 2i(2i-1)A_i n^{2i-2} + \dots;$$

d'où

$$2i(2i+2)A_i + A_{i-1} = 0.$$

On en déduit

$$(i+1)(2.4.6\dots 2i)^2 A_i = (-1)^i A_0;$$

d'ailleurs

$$A_0 = \int_0^1 \sqrt{1-w^2} dw;$$

d'où, en intégrant par parties,

$$2A_0 = \int_0^1 \frac{dw}{\sqrt{1-w^2}} = \frac{\pi}{2}, \quad A_0 = \frac{\pi}{4}.$$

On a donc, pour $\varphi(n)$, l'expression

$$\varphi(n) = \frac{\pi}{4} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{n^2}{2^2} + \frac{1}{3} \frac{n^4}{(2 \cdot 4)^2} - \frac{1}{4} \frac{n^6}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} + \dots \right],$$

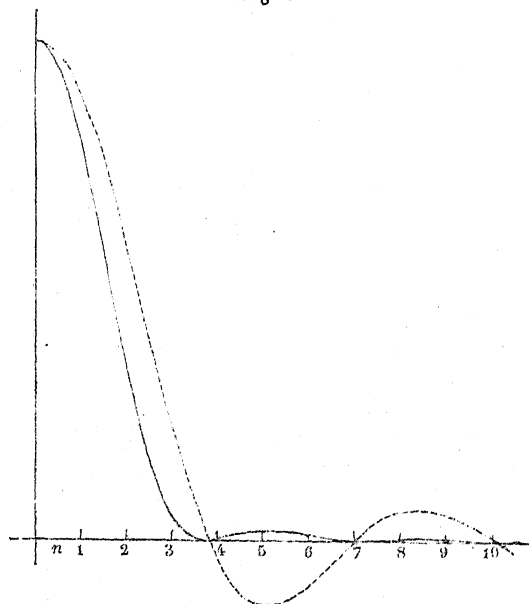
série convergente pour toute valeur de n et qui converge très-rapidement pour les valeurs de n inférieures à l'unité.

Or, d'après la théorie des ondulations, l'intensité I de la lumière au point M du plan focal est proportionnelle au carré du coefficient de $\sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - t - \alpha)$ dans l'expression de la vitesse du mouvement vibratoire; on a donc

$$I = \Lambda \nu^4 \varphi^2(n).$$

La Table (A) renferme les valeurs de la vitesse $\varphi(n)$ et de l'intensité $\varphi^2(n)$, pour des valeurs de n croissant de deux dixièmes en deux dixièmes depuis 0 jusqu'à 12; elle a été résumée par la *fig. 1*,

Fig. 1.



dans laquelle les valeurs de n sont portées sur l'axe horizontal, et qui représente les variations de la vitesse et de l'intensité à mesure que

n croît, c'est-à-dire à mesure que, pour un même objectif, on s'éloigne de son foyer dans un plan perpendiculaire à l'axe de la lunette.

TABLE A.

n	Vitesse.	Intensité.	n	Vitesse.	Intensité.
0,0	+1,0000	1,0000	6,0	-0,0922	0,0085
2	0,9950	0,9900	6,2	0,751	0056
4	9801	9606	4	0568	0032
6	9557	9134	6	0379	0014
8	9221	8502	8	0192	0004
1,0	8801	7745	7,0	- 0013	0000
2	8305	6897	2	+ 0151	0002
4	7742	5997	4	0296	0008
6	7124	5075	6	0419	0017
8	6461	4174	8	0516	0026
2,0	5767	3326	8,0	0587	0034
2	5054	2554	2	0629	0039
4	4335	1879	4	0645	0041
6	3622	1312	6	0634	0040
8	2927	0857	8	0600	0036
3,0	2261	0516	9,0	0545	0029
2	1633	0265	2	0473	0022
4	1054	0111	4	0387	0015
6	0530	0028	6	0291	0008
8	+ 0067	0000	8	0190	0003
4,0	- 0330	0011	10,0	+ 0087	0000
2	- 0660	0044	2	- 0013	0000
4	0922	0085	4	0107	0001
6	1116	0124	6	0191	0004
8	1244	0155	8	0263	0007
5,0	1310	0172	11,0	0321	0010
2	1320	0174	2	0364	0013
4	1279	0164	4	0390	0015
6	1194	0142	6	0400	0016
8	1073	0115	8	0394	0015
6,0	-0,0922	0,0085	12,0	- 0372	0,0014

L'inspection de cette courbe montre que, dans une lunette, l'image d'une étoile n'est pas un point, mais un disque lumineux d'un diamètre apparent sensible entouré d'anneaux alternativement obscurs et brillants qui se succèdent très-régulièrement autour du disque central et à intervalles sensiblement égaux.

De plus, les intensités lumineuses des anneaux brillants successifs

vont rapidement en décroissant à mesure que l'on s'éloigne du centre de l'image; de sorte que le nombre des anneaux visibles autour de l'image d'une étoile diminue lui-même fort rapidement à mesure que l'on observe un astre de moins en moins brillant.

Ces conclusions sont résumées dans le tableau suivant, qui renferme les valeurs de n , correspondantes aux minima et maxima successifs, ainsi que l'intensité de la lumière en chacun de ces points par rapport à celle du centre de l'image que nous prenons pour unité.

	n	Intensité.
Centre de l'image.....	0	1
Premier minimum.....	3,85	0
Premier maximum.....	5,23	$\frac{1}{59}$
Deuxième minimum.....	7,14	0
Deuxième maximum.....	8,43	$\frac{1}{240}$
Troisième minimum.....	10,17	0
Troisième maximum.....	11,63	$\frac{1}{620}$

Historique et vérification expérimentale.

Telles sont, en effet, les apparences remarquées pour la première fois par Sir William Herschel dans les images des étoiles que donne une bonne lunette :

« Quand on observe une étoile brillante avec une lunette excellente, mais d'un grossissement assez faible, elle a toujours l'apparence d'une masse de lumière dont il est impossible de distinguer la forme, à cause de son éclat, et dont les bords sont rarement exempts de dentelures, quelle que soit la bonté de la lunette. Mais, si le pouvoir amplifiant s'élève jusqu'à 300 ou 400, et qu'on se trouve dans des circonstances favorables, telles qu'une atmosphère tranquille, une température uniforme, l'étoile paraît parfaitement ronde, bien terminée et entourée de plusieurs anneaux alternativement obscurs et lucides, dont les bords semblent légèrement colorés quand on les examine avec attention. Ces anneaux se suivent à très-peu près à des intervalles égaux autour du disque, et sont ordinairement plus faciles à observer et plus réguliers dans les lunettes que dans les télescopes (¹). »

(¹) *Traité de la lumière*, par J.-F.-W. Herschel, traduction de Verhulst et Quetelet, p. 501.

Plus loin ⁽¹⁾, J. Herschel ajoute :

« Lorsque l'ouverture de la lunette est limitée par un diaphragme circulaire qui touche l'objectif, ou qui s'en trouve plus ou moins éloigné, le disque et les anneaux s'élargissent en raison inverse du diamètre de l'ouverture; lorsque celle-ci est fort réduite (à 1 pouce par exemple, pour une lunette de 7 pieds de longueur focale), le faux disque devient très-grand et a l'air d'une planète; son contour est bien tranché et entouré d'un seul anneau qui est assez brillant pour être aisément remarqué et dont les couleurs se trouvent disposées comme il suit, à compter du centre du disque : 1° du blanc; 2° du rouge très-pâle; 3° du noir; 4° du bleu très-pâle; 5° du blanc; 6° du rouge très-pâle; 7° du noir. Si l'ouverture se rétrécit beaucoup plus (si elle se réduit à $\frac{1}{2}$ pouce par exemple), les anneaux pâlissent tellement qu'ils échappent à la vue, et le disque devient encore plus large : on voit alors la lumière s'affaiblir du centre à la circonférence; ce qui donne au disque une apparence nébuleuse comme celle d'une comète ⁽²⁾. »

Cet agrandissement du disque central, à mesure que l'ouverture diminue, est une conséquence directe de la théorie. En effet, nous avons posé

$$n = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{f} r;$$

or, si δ est la valeur en secondes du diamètre du cercle sur lequel se trouve le point M, O l'ouverture $2r$ de la lunette et A la quantité $\frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{\sin i''}$, on a

$$\delta = n A \frac{1}{O};$$

⁽¹⁾ *Loco citato*, p. 504.

⁽²⁾ On peut citer, en outre, les expériences suivantes de W. Herschel, faites à Slough avec des étoiles artificielles et un miroir de 8^p,8 (anglais) d'ouverture; les diamètres des disques sont exprimés en centièmes de pouce.

Ouverture.	Diamètre.
8 ^p ,8	31
6,3	38
5,0	40
4,0	42
3,0	46

(*Philosophical Transactions* pour 1805, p. 52.

de telle sorte que *le diamètre du disque central*, ou celui d'un anneau quelconque, *est inversement proportionnel à l'ouverture de l'objectif*.

La valeur du diamètre de ce *disque central* est, pour chaque objectif, une constante caractéristique qui joue un grand rôle dans les observations qu'on peut faire avec lui.

Si l'on suppose l'objectif *parfait*, son ouverture égale à 10 centimètres, et si l'on prend pour λ la valeur qui correspond au jaune, partie la plus intense du spectre, d'où

$$A = 0,727,$$

on a, comme *valeur maximum* de ce disque central,

$$2'',80.$$

On comprend, en effet, et nous le démontrerons plus loin, que ce disque lumineux nous apparaît plus ou moins grand suivant l'intensité de la source observée, ou bien le plus ou moins d'éclat du fond sur lequel on le mesure. C'est ce que Herschel a encore remarqué dans les belles études physiques auxquelles il a fait servir ses excellents télescopes.

« L'une des circonstances les plus remarquables de ce phénomène est, dit-il, le changement de grandeur de la fausse image, selon l'étoile que l'on considère, le disque paraissant, en général, d'autant plus large que l'étoile est plus brillante. Ce ne peut être une illusion d'optique; car, lorsque l'on voit ensemble deux étoiles d'un éclat différent (comme dans le cas d'une étoile double), et qu'on les compare directement, la différence de leurs diamètres est très-sensible (1). »

En 1823, dix ans avant que la théorie de ces phénomènes ait été faite, Fraunhofer, l'un des fondateurs de l'Institut optique de Munich, avait trouvé que, « si l'on observe avec une lunette la lumière diffractée par des ouvertures rondes de différents diamètres, les diamètres des anneaux colorés sont en raison inverse des diamètres des ouvertures (2) ». Les résultats de ses expériences sont d'ailleurs les suivants :

(1) *Traité de la Lumière*, p. 502.

(2) *Nouvelle modification de la lumière par l'influence réciproque des rayons lumineux avec l'examen des lois de cette modification.* (*Astronomische Abhandlungen*, 1823.) Dans ce Mémoire, Fraunhofer a démontré aussi que la même loi s'applique aux rayons diffractés en passant par une fente étroite.

Ouverture circulaire.

Largeur de l'ouverture en pouces de Paris.	Déviati du 1 ^{er} anneau rouge.	Produit de l'ouverture par la déviation.	Comparaison de l'observation au calcul. Obs.-calcul.
^p 0,10426	0.0.53",8	0,0000272	+ 3"
06713	1.22,3	268	+ 3
5001	1.48,8	264	+ 3
3997	2.12,7	257	+ 0
3791	2.15,7	249	— 4
3318	2.41,7	260	+ 2
2682	3.13,1	251	— 5
2318	3.49,4	258	— 0
2237	3.54,7	255	— 2
2134	4. 3,6	252	— 5
1824	4.45,5	252	— 5
1746	5. 3,0	257	— 1
1238	6.55,5	249	— 13
922	9.27,3	254	— 9

M. George-Biddell Airy est le premier qui donna l'explication théorique des apparences observées par W. Herschel, et montra la relation intime qu'elles ont avec les résultats des expériences de Fraunhofer; son Mémoire est daté de 1834 ⁽¹⁾. En 1835, F.-M. Schwerd résolut le même problème ⁽²⁾, sans avoir d'ailleurs connaissance des travaux de M. Airy. Enfin, Knochenauer en donna, en 1839, une nouvelle solution ⁽³⁾, plus simple et plus élégante que celle de Schwerd; mais sa méthode ne diffère pas sensiblement de celle qu'avait donnée M. Airy, et que j'ai moi-même suivie.

Non content de cette solution théorique, Schwerd vérifia de deux manières les nombres qu'il avait obtenus :

1° Il a mesuré les anneaux produits dans la lunette d'un théodolite, dont l'objectif était diaphragmé à 10^{mm}, 2, par l'image du Soleil réflé-

⁽¹⁾ *On the diffraction of an object glass with circular aperture*, par George-Biddell Airy. (*Transactions of the Cambridge philosophical Society*, vol. V, part. I, p. 283 et suiv.)

⁽²⁾ *Die Beugungserscheinungen aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie analytisch entwickelt und in Bildern dargestellt*, p. 67 et suiv.

⁽³⁾ *Die Ondulations-Theorie des Lichtes*, p. 36 et suiv.

chie sur un verre de montre; la lumière était d'ailleurs rendue sensiblement homogène par l'interposition d'un verre rouge. Schwerd obtint ainsi $35'',0$ pour le rayon du deuxième anneau brillant; la théorie donne le même nombre $35'',0$. Avec la boule d'un thermomètre (13 millimètres de diamètre) placée à 15 mètres de l'objectif, le même procédé lui a donné pour diamètre du disque lumineux central $30'',5$, tandis que la Table A conduit à la valeur $27'',6$. Enfin le diamètre de ce même disque central était réduit aux trois quarts de sa valeur par l'interposition, entre l'oculaire et l'œil, d'un verre noir analogue à ceux que l'on emploie pour l'observation du Soleil.

2° Pour ne négliger aucun moyen de vérification, Schwerd a observé, avec son cercle méridien de 4 pieds, dont l'objectif avait été diaphragmé de façon à ne plus avoir qu'une ouverture égale à 1 pouce de Paris, et en diminuant autant que possible l'éclairement du champ, les intervalles des passages des deux bords du disque brillant donné par les étoiles α et β de l'Aigle. Il trouva ainsi que le diamètre de ce disque, sensiblement égal pour chacune d'elles, était compris entre 10 et 12 secondes : la théorie conduit à la valeur $10'',6$.

Mais, tandis que, pour Altaïr, étoile de 1^{re} grandeur, Schwerd vit le disque lumineux central entouré d'un anneau brillant, il ne put en distinguer trace autour de celui de β de l'Aigle, étoile de 4^e grandeur; le disque lumineux, constituant à lui seul l'image de cette étoile, lui parut cependant presque aussi grand que celui d'Altaïr, mais les bords en étaient peu nets et comme noyés.

Ce petit nombre d'anneaux autour du disque lumineux central, et même leur disparition complète, s'expliquent aisément. En effet, les intensités de la lumière, dans les différents anneaux successifs, varient comme la quatrième puissance de l'ouverture de la lunette, et, pour une ouverture donnée, sont des fractions toujours petites et rapidement décroissantes de l'intensité au centre de l'image. Dès que cette dernière devient elle-même petite (résultat que l'on obtient, même pour une étoile de 1^{re} grandeur, en l'observant avec un objectif d'assez long foyer, mais dont l'ouverture est très-réduite), tous les anneaux autres que le premier sont donc invisibles, et celui-ci disparaît à son tour lorsque l'intensité de la source lumineuse est devenue moindre qu'une certaine limite. Or, d'après les mesures de Ludwig

Seidel (¹), la lumière que nous envoie β de l'Aigle est environ 25 fois moindre que celle d'Altaïr; l'intensité de son premier anneau est donc 1500 fois moindre que celle du centre de l'image d'Altaïr, et, par conséquent, le premier anneau de β de l'Aigle est invisible comme l'était le second des anneaux de l'image théorique d'Altaïr dans le plan focal de la lunette employée par Schwerd.

Mais une objection se présente immédiatement à l'esprit : pourquoi le diamètre du disque central a-t-il paru de grandeur à peu près égale dans les deux étoiles? Cela tient évidemment à l'incertitude du procédé d'observation, qui exigerait, pour être précis à la seconde d'arc, l'appréciation, à moins de $\frac{1}{10}$ de seconde de temps, du passage des bords d'un disque faiblement lumineux derrière les fils à peine visibles (on a diminué autant que possible l'éclairement du champ) du réticule de la lunette.

Les expériences de Schwerd présentent pourtant une lacune : il n'a point vérifié la loi suivant laquelle le diamètre du disque central varie avec l'ouverture. Il se contente de dire qu'à la *simple estime* le disque central et les anneaux lui ont paru avec une ouverture de 3 centimètres, 3 fois plus petits qu'avec l'ouverture primitive de 1 centimètre. J'ai comblé cette lacune de deux manières :

1° En observant le point brillant formé par la réflexion de la lumière d'une lampe Drummond, sur une petite boule de verre de 2 centimètres de diamètre, argentée et polie extérieurement. Le tableau suivant résume les mesures que j'ai faites :

Ouverture de l'objectif en centimètres.	Diamètre observé du disque central.	Diamètre calculé.
6,0	5,97	4,69
3,2	9,34	8,64
1,7	15,55	16,29

Je ferai remarquer que les images ondulaient assez fortement.

De plus, je déterminais le diamètre de ce disque lumineux en pointant le fil mobile d'un micromètre successivement sur ses deux bords.

Resultate photometrischer Messungen an zweihundert und acht der vorzüglichsten Fixsterne. (München Abhandlungen, vol. IX, 1863, p. 421 et suiv.)

L'œil n'est alors satisfait d'un pointé que lorsque l'image du disque lui apparaît sensiblement ronde; on est ainsi inévitablement conduit à ne pas mettre le fil tout à fait en contact avec le bord de ce disque. Si le fil du micromètre n'avait point d'épaisseur, il en résulterait donc toujours que le disque mesuré serait plus grand que le disque réel. Mais, en réalité, ce fil a une épaisseur sensible, et qui, par un effet que tout le monde connaît, paraît croître à mesure que l'ouverture diminue; comme on pointe l'un des bords du disque avec l'un des bords du fil et le second bord du disque avec le second bord du fil, il faut retrancher de cet élargissement apparent l'épaisseur même du fil. Le diamètre mesuré, d'abord trop grand, peut donc ainsi devenir trop petit si l'ouverture est suffisamment réduite.

2° J'ai mesuré, avec le grand équatorial de la tour de l'Ouest de l'Observatoire de Paris, le diamètre du disque central de l'étoile Arcturus, l'une des plus belles du ciel; j'ai eu ainsi

Ouverture de l'objectif en centimètres.	Diamètre observé du disque central	Diamètre calculé	
		théoriquement.	en partant du premier et en supposant exacte la loi de l'ouverture.
6,2	3",985	4",480	" »
3,7	6,314	7,494	6,675

J'ai dit plus haut que le diamètre 2", 80, pour le disque lumineux central correspondant à un objectif de 10 centimètres d'ouverture, était une valeur maximum. En effet, et ce fait était facile à prévoir, ce diamètre diminue à mesure que l'intensité de la source diminue elle-même. Pour m'en assurer, j'ai repris l'observation de l'étoile artificielle précédente, avec une lunette de Rossi que je diaphragmais à 3°, 2, et j'ai mesuré le diamètre du disque central : 1° avec l'éclairage tout entier; 2° en réduisant cet éclairage autant que le permettait la nécessité de voir les fils du micromètre.

On a obtenu ainsi les résultats suivants :

Éclairage total.....	10",38
Éclairage réduit.....	8,79
Différence.....	1,59

Ainsi, en réduisant la lumière de la source d'ailleurs assez peu

comparativement aux variations d'intensité des étoiles de diverses grandeurs, on a pu diminuer le diamètre du disque central du septième environ de sa valeur primitive. Je ferai remarquer, en outre, que, comme phénomène concomitant à cette diminution du diamètre, le nombre des anneaux visibles était considérablement réduit. Avec l'éclairage tout entier, on pouvait compter au moins six anneaux brillants autour du disque central; dans le second cas, au contraire, on ne voyait plus nettement que le premier, quoique cependant on soupçonnât l'existence du second; enfin, en réduisant encore l'éclat (les mesures devinrent alors impossibles), le diamètre avait encore diminué et toute trace d'anneau avait disparu.

Il n'est d'ailleurs point un astronome qui n'ait eu maintes fois l'occasion de constater un fait analogue; mais, si l'on veut le bien étudier, il convient de réduire beaucoup l'ouverture de la lunette, afin d'exagérer le diamètre du disque central et d'en séparer nettement les anneaux qui l'entourent. En regardant, par un ciel parsemé de nuages, une belle étoile, Arcturus, avec le grand équatorial de la tour de l'Ouest, dont j'avais diaphragmé l'objectif jusqu'à 5 centimètres, j'ai constamment remarqué, lors de l'arrivée d'un nuage, les anneaux extérieurs disparaître d'abord, puis le disque central diminuer un peu de diamètre, bientôt après le premier anneau brillant disparaître à son tour pour ne plus laisser dans le plan focal qu'un disque lumineux de grandeur et d'intensité rapidement décroissantes.

Solide de diffraction.

Tous ces faits peuvent se résumer dans l'énoncé suivant :

Imaginons que nous fassions tourner la courbe des intensités (*fig. 1*) autour de son axe vertical; nous engendrerons un certain solide de révolution qui sera pour nous l'image et comme la représentation immédiate des phénomènes lumineux existants dans le plan focal de la lunette; car, si l'axe de ce solide coïncide avec celui de la lunette, la quantité de lumière répandue sur un élément du plan focal est évidemment proportionnelle à la fraction du volume de ce solide qui a pour base l'aire considérée.

Si l'ouverture de la lunette vient à changer, les dimensions transver-

sales de ce solide changent aussi (nous ne tenons pas compte des variations d'intensité qu'introduit le changement d'ouverture); elles diminuent si le diamètre de l'objectif augmente, croissent dans l'hypothèse inverse. Avec la restriction précédente, les apparences produites par un point lumineux, dans des objectifs de différentes ouvertures, sont donc les mêmes que celles que l'on obtiendrait, d'après les lois de l'Optique géométrique, en observant, avec une même lunette, ce solide placé comme nous l'avons dit plus haut, mais à des distances (suffisamment grandes) proportionnelles aux diamètres des différents objectifs.

Nous donnerons le nom de *solide de diffraction* à ce solide, dont l'emploi nous permettra de résoudre simplement quelques-uns des problèmes que nous aurons à traiter.

Pouvoir séparateur. — Pouvoir optique.

Comme conséquence immédiate de ce qui précède, on peut affirmer qu'un objectif ou un miroir d'ouverture déterminée ne peut séparer entièrement l'un de l'autre deux points lumineux dont la distance angulaire tombe au-dessous d'une certaine limite, le diamètre du disque lumineux central qui correspond à cette ouverture.

Je l'ai démontré au moyen d'un système stellaire double, formé en projetant sur une petite boule argentée la lumière de deux lampes Drummond convenablement placées. Pour une ouverture de $1^{\circ},7$ les deux disques centraux étaient au contact et leur diamètre commun était $15'',55$. Avec une ouverture de $3^{\circ},2$, ces deux disques étaient nettement séparés, et leur diamètre était de $8'',93$. En donnant à l'ouverture un diamètre de 6 centimètres, la distance de leurs bords les plus voisins avait encore notablement augmenté.

Or la théorie de la diffraction nous donne, comme diamètre du disque central,

$$\begin{array}{rcl} 16'',29 & \text{pour} & 1^{\circ},7 \\ 8'',62 & \text{»} & 3^{\circ},2 \end{array}$$

nombre sensiblement d'accord avec l'expérience. Mais, tandis que, si l'on mesure le diamètre de ce disque au moyen de pointés faits avec le fil mobile d'un micromètre, on obtient des valeurs généralement

supérieures à celles que donne la théorie, on obtient, au contraire, des valeurs moindres si on les détermine en cherchant à établir le contact entre deux disques voisins. Cette différence s'explique aisément et tient aux deux modes différents de mesure.

Ainsi, pour des points lumineux *suffisamment brillants*, on peut admettre que le *pouvoir séparateur* d'un objectif ou d'un miroir de 10 centimètres d'ouverture est de

$$2'',80.$$

Ce nom de *pouvoir séparateur* est dû à l'astronome anglais Dawes, qui, après trente-cinq années de mesures micrométriques de distances d'étoiles doubles avec plusieurs instruments d'ouvertures différentes, a énoncé le premier la loi de la variation de ce pouvoir avec l'ouverture de l'instrument ⁽¹⁾.

Mais le diamètre angulaire du disque central diminuant avec l'éclat du point lumineux, la valeur même de ce pouvoir séparateur pour une ouverture déterminée, ou, comme le dit Dawes, la *constante de séparation* caractéristique de cette ouverture, variera avec l'éclat lui-même. Cette constante sera d'autant moindre, et par suite le *pouvoir séparateur* d'autant plus grand, que les étoiles à l'aide desquelles on l'aura mesurée seront de grandeur moindre.

Et comme, d'un autre côté, ces mesures, pour être quelque peu précises, doivent être faites sur des étoiles d'égale grandeur et par conséquent assez faibles, et qu'en outre elles résultent de la mise en contact de deux disques voisins, nous devons nous attendre à ce que la constante de séparation trouvée par Dawes sera beaucoup plus petite que le maximum théorique que nous avons indiqué. Voici d'ailleurs l'énoncé même de Dawes : « M'étant assuré depuis trente-cinq ans, par la comparaison des images formées par plusieurs lunettes d'ouvertures très-différentes, que les diamètres des disques stellaires variaient en raison inverse du diamètre de l'ouverture, j'examinai avec des ouvertures très-différentes un grand nombre d'étoiles doubles, dont les distances me paraissaient bien déterminées et non sujettes à un changement ra-

⁽¹⁾ *Catalogue of micrometrical measurements of double stars*, by the Rev. W.-R. Dawes. (*Memoirs of the Royal astronomical Society*, vol. XXXV, p. 158.)

pide, dans le but de déterminer le *pouvoir séparateur* de ces ouvertures. J'ai trouvé ainsi comme un fait constant qu'un pouce d'ouverture sépare juste une étoile double composée de deux étoiles de 6^e *grandeur* si la distance des centres est 4",56, les circonstances atmosphériques étant assez favorables. D'après cela, la *constante de séparation*, pour une ouverture de a pouces (anglais), est exprimée par la fraction

$$\frac{4'',56}{a} »;$$

ce qui équivaut à dire qu'une ouverture de 10 *centimètres* peut séparer deux étoiles de 6^e *grandeur* distantes de

$$1'',16.$$

Nous ajouterons que, d'après les expériences d'Arago (1), l'intensité lumineuse d'une étoile de 6^e *grandeur* est au plus le $\frac{1}{36}$ de celle d'une étoile de 1^{re} *grandeur*.

Lors de ses belles recherches sur la construction des télescopes, et bien avant la publication du Mémoire de Dawes, Foucault était arrivé à la même loi par un procédé très-différent (2) qui consistait à « diriger un télescope vers une mire lointaine, formée en traçant sur une lame d'ivoire des séries de divisions partagées en groupes successifs où le millimètre est partagé en parties de plus en plus petites. La largeur du trait doit varier d'un groupe à l'autre en proportion telle, que dans chacun d'eux les espaces noircis aient la même étendue que l'intervalle qui les sépare ».

Il avait énoncé la loi précédente en disant « qu'il existe pour chaque ouverture déterminée un *pouvoir optique* maximum qu'on ne peut dépasser, maximum qui varie en raison inverse de cette ouverture et qui, pour une ouverture de 10 *centimètres*, est égal à

$$1'',3 ».$$

Ce fait, que la constante de séparation de Foucault est supérieure à

(1) *Œuvres complètes*, vol. X, p. 266.

(2) *Mémoire sur la construction des télescopes en verre argenté*. (*Annales de l'Observatoire de Paris*, vol. V, p. 219 et suiv.)

celle de Dawes, tout en n'en différant que fort peu, est à noter. Le procédé qu'il employait aurait dû, en effet, toutes choses égales d'ailleurs, le conduire à un nombre moindre; le premier minimum dans l'image d'une ligne lumineuse étant, comme nous le verrons plus loin, moins éloigné du centre de l'image que dans le cas d'un point. Mais, d'un autre côté, la mire dont il se servait était certainement plus lumineuse qu'une étoile de 6^e grandeur; par cette seconde raison, la valeur de la constante de séparation a été au contraire augmentée.

Cet aperçu historique ne serait point complet si nous ne disions que l'influence de l'ouverture sur la distance apparente de deux étoiles voisines avait été reconnue par W. Herschel dès 1782, sans que cependant il l'ait énoncée sous la forme précise que les travaux de Dawes et Foucault lui ont récemment donnée.

« Le 20 août 1782, j'ai observé l'étoile double ϵ du Bouvier avec un grossissement de 460; les disques de ces deux étoiles étaient inégaux; l'un était 3 fois plus large que l'autre, et leur distance était environ 1 fois $\frac{1}{4}$ le diamètre du plus large. Au moyen d'un cercle de carton, j'ai réduit l'ouverture du télescope à n'avoir plus que 3^p,5 au lieu de 6^p,3 : la distance des deux étoiles diminua considérablement, et ne fut plus que la moitié du diamètre de la plus petite.

» De même, le rapport des diamètres des deux étoiles avait aussi beaucoup changé; la plus petite des étoiles était alors au moins les deux tiers, si ce n'est les trois quarts de la grande (1) ».

Remarque I. — Dans cette étude des effets d'un objectif ou d'un miroir sur les rayons émanés d'un point lumineux, on a supposé que cet objectif ou ce miroir était *parfait* et complètement négligé les effets des différentes *aberrations* dont il peut être affecté. Nous n'avons pas l'intention de traiter cette question avec détail : nous nous contentons de faire remarquer que ces imperfections ont toutes pour résultat de changer la forme du *solide de diffraction* théorique, de manière à

(1) *Experiments of ascertaining how far telescopes will enable us to determine very small angles, and to distinguish the real from the spurious diameters of celestial and terrestrial objects; with an Application of the result of these experiments to a serie of Observations on the nature and magnitude of M. Harding's lately discovered star.* (Philosophical Transactions of the Royal Society of London, for the year 1805, part I, p. 31 et suiv.)

augmenter en définitive le diamètre du disque central correspondant à l'image d'un point. Tous les instruments affectés d'aberration ont donc, dans chaque cas, une constante de séparation plus grande que celles que nous venons de donner.

Remarque II. — Nous avons également laissé de côté les anneaux qui entourent le disque central.

Quelquefois cependant, ils ont une influence sur l'observation. Ainsi, par exemple, avec un équatorial de 10 centimètres d'ouverture, les deux composantes de ζ d'Hercule ($1''$, 25 de distance), sont presque au contact, et parfois même le compagnon de l'étoile dominante se montre nettement séparé; avec une lunette de 13 centimètres, au contraire, le premier anneau brillant de l'étoile principale se rapproche et passe sur le compagnon, de telle sorte que celui-ci s'allonge et semble faire partie de l'image de l'étoile principale. Ce fait est assez fréquent dans les systèmes binaires formés par deux étoiles assez voisines et d'inégales grandeurs; et il montre que, dans certains cas, il y a, contrairement à la règle générale, avantage à se servir d'une lunette d'ouverture relativement petite.

II. — OUVERTURE ANNULAIRE.

Cas général.

Pour obvier à l'inconvénient que nous venons de signaler, Sir John Herschel a souvent recommandé de couvrir le centre de l'objectif ou du miroir de l'instrument employé par un diaphragme circulaire dont le diamètre serait le sixième ou le cinquième de l'objectif. Dawes a appliqué ce procédé dans sa première série de mesures d'étoiles doubles ⁽¹⁾; lors du dernier passage de Mercure, M. Stéphan avait aussi diaphragmé par le centre le miroir de son télescope de 0^m,80 et en avait réduit l'ouverture à moitié. Il importe donc d'étudier ce système particulier de diaphragmes.

Soit, en général, $(1 - p)r$ le rayon du diaphragme central : on voit

⁽¹⁾ *Micrometrical measurements and distances of 121 double stars taken at Ormskirk during the years 1830, 1831, 1832 et 1833. (Memoirs of the Royal astronomical Society, vol. VIII, p. 63.)*

aisément, en employant les mêmes notations que plus haut, que la vitesse du mouvement vibratoire envoyé en un point M, par la surface découverte de l'objectif, est proportionnelle à

$$(a) \quad \varphi(n) - (1-p)^2 \varphi[n(1-p)],$$

et par suite l'intensité en ce point mesurée par

$$(b) \quad \{\varphi(n) - (1-p)^2 \varphi[n(1-p)]\}^2.$$

Cette formule montre que, quel que soit p , l'intensité lumineuse devient nulle pour une valeur de n , moindre que dans le cas où l'ouverture était entière; le diamètre du disque lumineux central a donc diminué, et par suite le pouvoir séparateur de l'instrument a augmenté. Ces faits ont été vérifiés depuis longtemps par W. Herschel dans son observatoire de Slough (¹). Observant avec un télescope de 8^p, 8 (22^c, 35) d'ouverture le point lumineux formé par la réflexion du Soleil sur une petite boule d'argent placée à une grande distance, il a obtenu pour le diamètre du disque central les nombres suivants :

		Diamètre.
Ouverture entière.....	0 ^p à 8,8	31
Ouverture annulaire.....	6,5 à 8,8	17
»	3 à 8,8	18
»	4 à 6,5	22
»	1,6 à 4,0	42

Tout récemment enfin, MM. C. Wolf et Ad. Martin ont vérifié, avec une mire analogue à celle de Foucault, que le pouvoir séparateur d'un miroir augmente quand on en couvre le centre (²).

Il faut remarquer cependant que, dans certaines observations d'étoiles doubles, l'existence de cet écran central devient désavantageuse; les deux premiers anneaux brillants sont, en effet, beaucoup plus intenses

(¹) *Experiments on the Means of ascertaining the magnitude of small celestial Bodies*, by William Herschel (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the year 1805*, part I, p. 31 et suiv.)

(²) *Projet d'appareil photographique pour l'observation du passage de Vénus*. (Recueil de Mémoires, Rapports et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, p. 177.)

par rapport au disque central que dans le cas de l'ouverture entière. Il en résulte que ces anneaux cachent souvent les petits compagnons des étoiles les plus brillantes, et, d'un autre côté, que, traversés par eux, les disques centraux de deux étoiles d'intensité à peu près égale et suffisamment voisines, ne paraissent plus circulaires, mais allongées et sensiblement elliptiques.

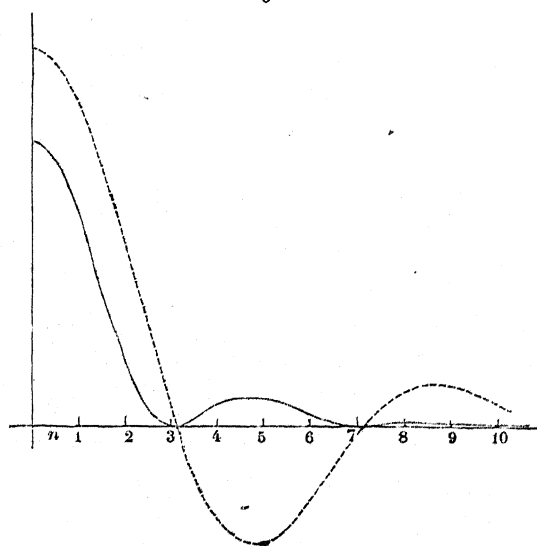
Cas où $p = \frac{1}{2}$.

Examinons, en particulier, le cas où le rayon de l'écran central est la moitié de celui de l'objectif ou du miroir employé. La vitesse du mouvement vibratoire au point M est alors proportionnelle à l'expression

$$\varphi(n) - \frac{1}{4} \varphi\left(\frac{n}{2}\right).$$

La Table B donne les valeurs de la vitesse du mouvement vibratoire et celles de l'intensité pour des valeurs de n croissant de 2 dixièmes en

Fig. 2.



2 dixièmes, depuis $n = 0$ jusqu'à $n = 12$. La *fig. 2* les représente graphiquement. Toutes deux montrent que l'intensité est nulle pour

les valeurs de n égales à 3,15; 7,18; 10,97, et maximum pour les valeurs 4,9; 8,7 et 11,8.

Dans ces limites, il y a donc le même nombre de maxima et de minima que lorsque l'objectif est complètement libre; d'ailleurs le premier des anneaux brillants ainsi formés est ici plus près du centre de l'image; en d'autres termes, le diamètre du disque central est moindre. La constante de séparation est donc moins considérable; elle a diminué du dixième de sa valeur. A ce point de vue, l'interposition d'un pareil diaphragme équivaut donc sensiblement à augmenter du dixième environ l'ouverture de l'instrument.

Mais c'est là un fait digne de remarque, au lieu d'être réduite aux trois quarts de sa valeur primitive, comme on est porté à l'admettre *a priori*, l'intensité du disque lumineux central a été diminuée de moitié, tandis que celles des deux premiers anneaux brillants ont été quadruplées et doublées (celle du troisième anneau est, au contraire, quatre fois moindre). Il semble donc qu'en s'opposant à l'effet optique des parties centrales de l'objectif on ait pour ainsi dire chassé la lumière du centre de l'image.

D'un autre côté, les intensités des premiers anneaux étant, dans le cas qui nous occupe, des fractions très-notables $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{80}$ environ de celles du disque central, une pareille disposition peut rendre des services dans l'étude de ces anneaux brillants.

TABLE B.

n	Vitesse.	Intensité.	n	Vitesse.	Intensité.
0,0	+ 0,7500	0,5625	2,8	+ 0994	0,0099
2	7456	5561	3,0	+ 403	16
4	7313	5348	2	— 148	2
6	7088	5024	4	684	47
8	6770	4585	6	1085	118
1,0	6381	4072	8	1456	212
2	5916	3500	4,0	1772	314
4	5395	2911	2	2012	405
6	4819	2322	4	2185	477
8	4209	1772	6	2290	524
2,0	3567	1272	8	2328	542
2	2916	0850	5,0	2304	531
4	2259	510	2	2225	495
6	+ 0,1616	0,0261	4	— 0,2096	0,0440

TABLE B (suite).

<i>n</i>	Vitesse.	Intensité.	<i>n</i>	Vitesse.	Intensité.
5,6	— 0,1926	0,0371	8,8	0,0830	+ 0,0069
8	1720	296	9,0	800	64
6,0	1487	221	2	752	57
2	1238	153	4	682	46
4	976	95	6	602	36
6	715	51	8	509	26
8	456	21	10,0	415	17
7,0	— 0,0211	0,0004	2	316	10
2	+ 0,0019	0,0000	4	223	5
4	222	0,0005	6	134	2
6	402	16	8	+ 0,0057	0,0000
8	549	30	11,0	— 0,0012	0,0000
8,0	669	45	2	66	0,0000
2	753	57	4	102	0,0001
4	810	66	6	132	2
6	832	69	8	145	2
8	+ 0,0830	0,0069	12,0	— 0,0141	0,0002

Ce rapport de dimensions entre l'écran central et l'ouverture avait attiré l'attention de W. Herschel (').

A l'aide de son télescope de 0^m,224 d'ouverture, il mesurait le disque central d'un point lumineux artificiel : 1° avec l'ouverture entière; 2° avec la portion annulaire de 0^m,117 à 0^m,224; 3° avec la partie centrale de zéro à 0^m,117. Voici les nombres qu'il a obtenus, exprimés en centièmes de pouce :

	^m		Diamètre.
Ouverture entière	0,0	à 0,224	= 31
» annulaire	0,117	à 0,224	= 22
» centrale	0,0	à 0,117	= 40

De même, le disque central de α de la Lyre était le plus petit avec l'ouverture annulaire, plus large avec l'ouverture entière, et plus large encore avec l'ouverture centrale seule. Enfin le système double formé par α des Gémeaux, observé de la même manière, a montré que la distance des deux composantes était plus grande avec l'ouverture annulaire que dans les deux autres cas.

(') *Philosophical Transactions for 1805*, p. 54.

J'ai fait aussi des mesures pour ce cas particulier, et j'ai déterminé le diamètre d'une étoile artificielle formée comme je l'ai déjà indiqué plus haut. Voici les résultats que j'ai obtenus en donnant à la lunette une ouverture de $3^c, 2$:

Ouverture entière.....	10",54
Ouverture annulaire.....	9",06

Cas où p est infiniment petit.

Quelle que soit la valeur de p , le sens du phénomène est le même, comme on le voit en construisant la courbe des vitesses qui correspond à chaque cas. Dès que l'on recouvre le centre d'un objectif ou d'un miroir, la distance au centre du premier anneau noir diminue, et en même temps le rapport entre l'intensité lumineuse dans les premiers anneaux brillants et au centre, où elle diminue progressivement, va en augmentant : cette distance et ce rapport tendent chacun vers une limite déterminée, atteinte lorsque p est infiniment petit, c'est-à-dire lorsque la portion laissée nue de l'objectif est réduite à une bande annulaire infiniment étroite.

Or, si nous reprenons l'expression (α), et si nous y supposons p infiniment petit, elle devient

$$(c) \quad \frac{p}{n} \frac{d}{dn} [n^2 \varphi(n)];$$

de telle sorte que les anneaux obscurs correspondent alors aux maxima et aux minima de $n^2 \varphi(n)$.

J'ai calculé, dans la Table (C), les valeurs de l'expression $n^2 \varphi(n)$; cette table montre que l'intensité lumineuse est nulle aux points du plan focal caractérisés par les valeurs suivantes de n :

$$2,40, \quad 5,5, \quad 8,76, \quad 11,92, \quad \dots$$

Tous les anneaux obscurs, et par conséquent aussi les anneaux brillants, sont donc plus rapprochés les uns des autres et du centre de l'image que lorsque l'ouverture est entière.

TABLE C.

n	$n^2 \varphi(n)$	n	$n^2 \varphi(n)$
0,0	+ 0,0000	6,0	- 3,3192
2	0,0398	2	2,8838
4	0,1568	4	2,3288
6	0,3442	6	1,6524
8	0,5901	8	0,8870
1,0	+ 0,8801	7,0	- 0,0637
2	1,1966	2	+ 0,2827
4	1,5170	4	1,6221
6	1,8227	6	2,4218
8	2,0930	8	3,1373
2,0	2,3080	8,0	3,7568
2	2,4442	2	4,2269
4	2,5000	4	4,5537
6	2,4471	6	4,6916
8	2,2971	8	4,6440
3,0	2,0340	9,0	4,4145
2	1,6740	2	4,0016
4	1,2180	4	3,4211
6	0,6890	6	2,6830
8	+ 0,0965	8	1,8240
4,0	- 0,5280	10,0	+ 0,8700
2	1,1616	2	- 0,1352
4	1,7887	4	1,1556
6	2,3744	6	2,1392
8	2,8644	8	3,0771
5,0	3,2750	11,0	3,8841
2	3,5640	2	4,5500
4	3,7376	4	5,0700
6	3,7366	6	5,4000
8	3,5952	8	5,4488
6,0	- 3,3192	12,0	- 5,3568

D'un autre côté, abstraction faite du facteur $\frac{\pi}{2}p$, l'expression (c) peut être représentée par la série

$$(d) \quad 1 - \frac{n^2}{(2)^2} + \frac{n^4}{(2.4)^2} - \frac{n^6}{(2.4.6)^2} + \frac{n^8}{(2.4.6.8)^2} - \dots \pm \frac{n^{2q}}{(2.4.6 \dots 2q)^2},$$

série qui est convergente, quel que soit n , dès que

$$2q > n.$$

Cette formule permet de calculer l'intensité lumineuse des anneaux brillants successifs : dans les deux premiers, par exemple, elle est sensiblement le *tiers* et le *vingtième* de celle du centre. Avec une semblable ouverture et un point lumineux suffisamment brillant, le disque central doit donc paraître réduit à son minimum, et le nombre des anneaux qui l'entourent avoir considérablement augmenté.

Ainsi se trouvent expliquées les apparences que W. Herschel avait obtenues autrefois ⁽¹⁾.

« Quand on emploie des ouvertures annulaires, les phénomènes sont très-beaux et très-réguliers. Si l'anneau devient plus étroit, la grandeur du disque et la largeur des anneaux diminuent aussi; mais, en revanche, ces anneaux deviennent plus nombreux. Avec des ouvertures annulaires dont les diamètres extérieurs sont (en pouces) 5,5, 0,7 et 2,2, et les diamètres intérieurs 5,0, 0,5 et 2,0, la Chèvre offrit les apparences suivantes.... Dans le dernier cas, le disque était réduit à un point presque imperceptible; les anneaux colorés étaient si serrés et en si grand nombre, qu'à peine on pouvait les compter. On les aurait pris, au premier coup d'œil, pour une simple tache ronde et lumineuse. »

Dans la longue série de ses belles observations, Dawes s'est souvent servi, surtout pour les étoiles faibles, du diaphragme suivant ⁽²⁾. En avant de son objectif de 8^p, 25 (20 centimètres) d'ouverture, il place une feuille de carton, percée suivant 15 cercles concentriques de 770 trous équidistants et de 4 à 5 millimètres de diamètre, l'un d'eux étant au centre même de l'objectif. « L'effet, dit-il, en est très-agréable. Les disques sont considérablement plus petits qu'avec l'ouverture entière; l'éclat des anneaux est diminué proportionnellement, et ils ne sont guère perceptibles que pour les étoiles très-brillantes. »

Chacun des anneaux concentriques, sur lesquels sont distribuées ces petites ouvertures, fonctionne, à l'intensité près, comme le ferait un anneau excessivement étroit.

L'ensemble fonctionne donc comme le ferait un écran, percé depuis ses bords jusqu'à son centre, d'une série d'anneaux concentriques infi-

⁽¹⁾ *Traité de la lumière*, par sir J. Herschel, traduction Quetelet, p. 504.

⁽²⁾ *Micrometrical Measurements*. (*Memoirs of the Royal Astronomical Society*, vol. XXXV, p. 135.

niment minces et infiniment voisins. C'est ce que j'ai vérifié, en me servant :

1° D'un écran formé d'anneaux concentriques de 3 millimètres de large, dont le plus grand avait 10 centimètres de rayon extérieur, et séparés l'un de l'autre par un anneau plein de même largeur;

2° D'un écran de même dimension, analogue à celui de Dawes et dont les trous avaient 3 millimètres de diamètre.

Les phénomènes sont identiques dans les deux cas, sauf une petite différence d'intensité. L'image d'une étoile artificielle se compose d'un disque central extrêmement petit et très-brillant, entouré d'une large zone presque noire, parsemée d'anneaux très-resserrés et fort peu intenses, et, fait très-remarquable, bordée par un large anneau, presque aussi brillant que le disque central et dont la distance au centre a été trouvée de 34",20 pour une ouverture de 10 centimètres.

Avec une belle étoile les apparences lumineuses sont plus complètes; dans l'image d'Arcturus, donnée par le grand équatorial de la tour de l'ouest de l'Observatoire de Paris (0^m,32 d'ouverture), on voit au delà de cette couronne lumineuse, qui est verte à l'intérieur, rouge à l'extérieur, et dont le diamètre a été trouvé de 37",0, deux anneaux d'intensité décroissante, colorés comme elle, et distants du centre de 53" et 72".

Ce beau phénomène est un de ceux qui mettent le mieux en évidence cette espèce de projection de la lumière hors des parties centrales de l'image, que j'ai déjà signalée plus haut (1).

III. — HÉLIOMÈTRE.

Quoique imaginée par un astronome français, Bouguer (2), cette disposition optique n'a jamais été employée en France d'une manière

(1) Dès que l'on s'éloigne du foyer dans un sens ou dans l'autre, les phénomènes, sans être d'ailleurs symétriques de part et d'autre, changent complètement d'aspect. Les anneaux qui sillonnaient la plage obscure acquièrent presque subitement une grande intensité et cette plage s'éclaire presque brusquement; de sorte qu'il y a là un moyen des plus précis pour s'assurer de la mise au point d'une lunette sur une étoile.

(2) *De la mesure des diamètres des plus grandes planètes; description d'un nouveau micromètre appelé héliomètre* (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 1748).

suivie. Arago peut-être a fait quelques essais avec un appareil de ce genre, d'ailleurs assez grossièrement monté. En revanche, depuis que Bessel a montré dans son observatoire de Königsberg tout le parti qu'on en pouvait tirer, l'héliomètre est presque universellement employé en Allemagne; et, lors du dernier passage de Vénus, toutes les stations allemandes en étaient pourvues. Il est donc fort important de l'étudier au point de vue optique. Pour cela, il suffit bien évidemment d'étudier séparément l'effet de l'une quelconque des deux moitiés de lentille dont il est formé.

Examinons d'abord ce qui se passe en un point de l'intersection du plan focal et d'un plan contenant l'axe de la lunette et le diamètre qui limite la demi-lentille.

La différence des deux ordonnées correspondant à une même valeur de x est alors

$$\sqrt{r^2 - x^2},$$

c'est-à-dire moitié moindre que dans le cas de l'objectif entier; et cette modification est la seule qu'il faille apporter aux raisonnements que nous avons faits pour trouver la vitesse du mouvement vibratoire envoyée en ce point par l'ouverture tout entière. Cela revient à dire que les maxima et les minima de lumière y auront lieu aux mêmes points, mais que l'intensité lumineuse en chaque point sera le quart de ce qu'elle était avec l'objectif entier.

Les choses se passent bien différemment pour un point situé sur une ligne perpendiculaire à la précédente. Prenons cette ligne pour axe des x , et faisons le même calcul que plus haut, nous trouverons aisément que la vitesse du mouvement vibratoire est

$$2r^2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - f - x) \int_0^1 \sqrt{1 - w^2} \cos nw dw \\ + 2r^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - f - x) \int_0^1 \sqrt{1 - w^2} \sin nw dw,$$

de telle sorte que l'intensité lumineuse en un point de l'axe des x sera donnée par l'expression

$$(d) \quad I = 4r^4 \left[\left(\int_0^1 \sqrt{1 - w^2} \cos nw dw \right)^2 + \left(\int_0^1 \sqrt{1 - w^2} \sin nw dw \right)^2 \right].$$

A une même distance du centre de l'image, l'intensité ne sera donc pas la même suivant la ligne de section que suivant une perpendiculaire à cette ligne. Dans ce dernier cas, les maxima et les minima s'éloigneront du centre; en d'autres termes, les anneaux brillants et obscurs, ainsi que le disque lumineux central, auront une forme sensiblement elliptique.

C'est ce que j'ai vérifié, soit à l'aide d'étoiles artificielles, soit sur le ciel avec l'équatorial de la tour de l'Ouest : dans le premier cas, je réduisais au moyen de diaphragmes circulaires l'ouverture de la lunette, à $5^{\circ},0$ ou à $3^{\circ},2$, et tantôt lui laissant toute cette ouverture, tantôt en couvrant la moitié au moyen d'une feuille de carton noirci, je mesurais les deux diamètres du disque lumineux central. J'ai obtenu ainsi les nombres suivants :

Ouverture.	<i>Ouverture entière.</i>		<i>Demi-objectif horizontal.</i>	
	Diamètre		Diamètre	
	horizontal.	vertical.	horizontal.	vertical.
$5^{\circ},0$	$7^{\circ},010$	$6^{\circ},986$	$7^{\circ},083$	$9^{\circ},138$
$3^{\circ},2$			$9,981$	$15,671$

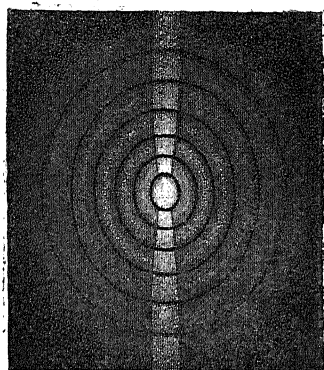
Le diamètre mesuré suivant la ligne de section est le même dans les deux cas, et il est en moyenne de $7^{\circ},026$. Le diamètre perpendiculaire est au contraire plus grand lorsqu'on observe avec une moitié de l'objectif, et la différence est d'autant plus grande que l'ouverture est plus petite.

Néanmoins, comme, pour mesurer la distance de deux étoiles avec un héliomètre, on amène toujours la ligne de section de l'objectif à être parallèle à la droite qui joint les deux astres, les mesures ainsi faites sont de tous points comparables à celles que donne un objectif ordinaire; et même, l'intensité lumineuse étant avec un héliomètre le quart de ce qu'elle est avec un objectif de même ouverture, le pouvoir séparateur de l'héliomètre sera un peu plus grand pour les étoiles faibles que celui de l'objectif entier.

L'aspect que présentent les anneaux qui entourent le disque central est d'ailleurs complètement modifié. Ces anneaux sont devenus elliptiques; en outre, on voit perpendiculairement à la ligne de section et de chaque côté du disque central une ligne lumineuse assez intense

qui occupe presque toute la longueur du champ (*fig. 3*), et qui se résout peu à peu, si l'on diminue graduellement l'ouverture, en une série

Fig. 3.



de points lumineux formant comme les renforcements des différents anneaux brillants au sommet situé sur leur grand axe. Avec une ouverture de $3^{\circ}, 2$, la distance des deux points lumineux correspondants au premier anneau brillant a été trouvée égale à

$$21'', 767.$$

La théorie rend compte de ces apparences : si l'on calcule les valeurs de l'intensité, sur une perpendiculaire à la ligne de section, on trouve en effet que le premier minimum a lieu pour une valeur de n très-voisine de $7,0$; suivant la ligne de section, ce premier minimum correspond au contraire à $n = 3,85$. Les anneaux produits autour du disque central et ce disque lui-même doivent donc bien prendre une forme elliptique.

CHAPITRE II.

SOURCE LUMINEUSE DONT LE DIAMÈTRE APPARENT EST SENSIBLE.

L'observation a montré que les différents éléments, ou points lumineux, dont se compose une source lumineuse de dimensions finies, sont

à un instant quelconque dans des phases différentes de leur période de vibration; de telle sorte que les mouvements qu'ils envoient en un point quelconque ne peuvent jamais interférer, et que l'intensité lumineuse en ce point est la somme des intensités qu'y produirait chacun des éléments de la source pris isolément.

L'intensité lumineuse sur un élément superficiel du plan focal est donc représentée par la somme des volumes des parallélépipèdes élémentaires qui lui correspondraient successivement dans le *solide de diffraction* caractéristique de l'ouverture employée (¹), si l'on plaçait son axe successivement au centre de chacun des éléments lumineux dont la source est formée : en d'autres termes, quelle que soit la forme donnée à l'ouverture de l'instrument dont on se sert, l'intensité lumineuse en un point quelconque M du plan focal s'obtient comme il suit :

THÉORÈME. — *On place le solide de diffraction, caractéristique de l'ouverture, de façon que son axe, perpendiculaire au plan focal, passe par le point M; toute la portion du volume de ce solide comprise dans l'image de la source, telle qu'elle résulte des lois de l'optique géométrique, mesure l'intensité lumineuse au point M.*

Pour bien faire comprendre l'usage de ce théorème, on l'appliquera successivement aux différentes ouvertures déjà étudiées, et aussi à des sources lumineuses de formes diverses.

I. — LUNETTES ET TÉLESCOPES.

La source est une fente infiniment petite, une droite lumineuse.

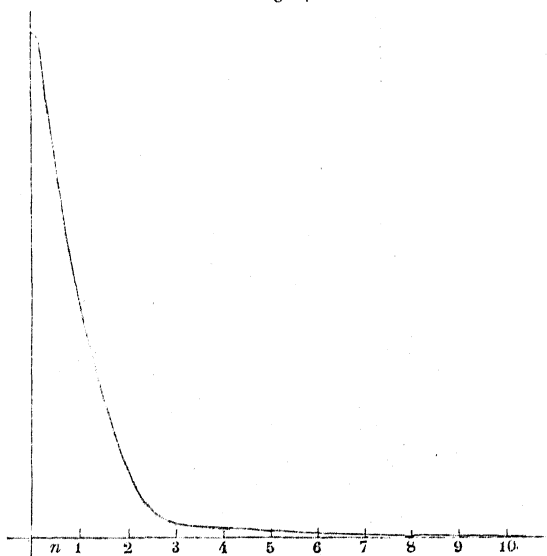
J'étudierai d'abord le cas où une seule des dimensions de l'image géométrique de la source acquiert une valeur finie, que je supposerai d'ailleurs assez grande. Dans le plan focal d'un objectif ou d'un miroir aplanétique, les phénomènes lumineux sont alors tout différents, suivant que le point considéré est sur la direction même de la ligne lumineuse, ou qu'il est, au contraire, d'un côté ou de l'autre de cette ligne.

(¹) En théorie, ce solide de diffraction s'étend indéfiniment dans un sens perpendiculaire à son axe. En pratique, on doit le limiter au minimum à partir duquel l'intensité lumineuse est insensible.

1° *Sur la ligne lumineuse ou son prolongement.* — Au milieu de l'image géométrique de la source, l'intensité est égale à la surface de la section méridienne du solide de diffraction ; il en est ainsi jusqu'au point A tellement situé, que le bord de ce solide, placé comme nous l'avons dit, coïncide alors avec celui de la fente. A partir de là, l'intensité lumineuse va en diminuant progressivement, et elle est pour chaque point égale à la surface entière de la section méridienne diminuée de la partie graduellement croissante qui se trouve en dehors de la fente : au bord même de cette fente, l'intensité est la moitié de ce qu'elle est depuis le milieu jusqu'au point A ; au delà de l'image géométrique, l'intensité diminue encore progressivement et d'une façon continue jusqu'à ce que l'on se soit assez éloigné pour que l'autre bord de la section méridienne du solide de diffraction coïncide avec le bord géométrique de l'image.

Ainsi, vers les extrémités de la ligne lumineuse, et avant que ses limites géométriques soient atteintes, l'intensité cesse d'être constante : une portion de la lumière est rejetée en dehors, et il se

Fig. 4.



produit une *zone de lumière diffractée*, d'étendue d'autant plus grande que l'ouverture de la lunette est plus petite, dont une partie est inté-

rieure à la ligne, l'autre partie lui étant extérieure, et où l'intensité lumineuse décroît d'une façon continue.

J'ai calculé dans la Table D, et représenté dans la *fig. 4*, les valeurs de l'intensité lumineuse dans la partie de cette zone de lumière diffractée extérieure à la fente elle-même : l'intensité au bord géométrique est prise pour unité.

TABLE D.

<i>n.</i>	Intensité.	<i>n.</i>	Intensité.
0,0	1,0000	6,0	0,0067
2	0,48825	6,2	58
4	7673	4	54
6	6618	6	51
8	5525	8	50
1,0	4564	7,0	49
2	3701	2	49
4	2940	4	48
6	2287	6	47
8	1742	8	44
2,0	1328	8,0	41
2	0,0973	2	36
4	689	4	31
6	500	6	27
8	371	8	22
3,0	291	9,0	18
2	245	2	15
4	222	4	13
6	214	6	12
8	213	8	11
4,0	212	10,0	11
2	209	2	11
4	206	4	10
6	189	6	10
8	172	8	10
5,0	153	11,0	0,0008
2	132	2	7
4	112	4	5
6	0,0094	6	4
8	79	8	2
6,0	0,0067	12,0	0,0001

2° *Sur une direction perpendiculaire à la ligne lumineuse.* — Pour plus de simplicité, supposons la ligne lumineuse infiniment longue. L'intensité sera alors la même en tous les points d'une droite parallèle

à la source ; elle y sera égale à l'aire de la section faite dans le solide de diffraction par un plan mené parallèlement à celui de la section méridienne, à une distance de l'axe égale à celle de la droite et de la source.

TABLE E.

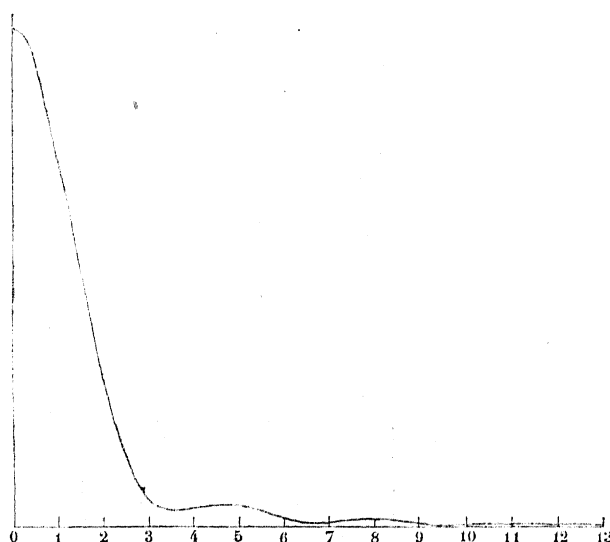
n	Intensité.	n	Intensité.
0,0	1,0000	6,6	0,0091
2	0,9769	8	86
4	9562	7,0	90
6	9015	2	0,0104
8	8534	4	109
1,0	7676	6	114
2	6764	8	118
4	5843	8,0	124
6	4910	2	115
8	3977	4	112
2,0	3176	6	0,0091
2	2386	8	73
4	1792	9,0	65
6	1290	2	41
8	0,0835	4	26
3,0	576	6	24
2	376	8	26
4	300	10,0	28
6	299	2	33
8	305	4	36
4,0	344	6	42
2	373	8	45
4	401	11,0	48
6	416	2	47
8	417	4	45
5,0	404	6	43
2	370	8	32
4	309	12,0	15
6	256	2	12
8	224	4	0,0009
6,0	164	6	6
2	137	8	3
4	0,0109	13,0	0,0001

La Table E donne les aires de ces différentes sections pour des distances n à l'axe qui croissent de 2 dixièmes en 2 dixièmes : elle montre que, de part et d'autre de l'image géométrique de la fente, l'intensité lumineuse d'abord graduellement décroissante, à mesure

que l'on s'éloigne de l'image géométrique, passe bientôt, comme dans le cas d'un point lumineux, par une série de minima et de maxima. Mais il y a entre les deux cas une différence profonde; avec une fente lumineuse, l'intensité n'est pas nulle dans les points qui correspondent aux minima.

Ces conclusions sont représentées graphiquement dans la *fig. 5* et

Fig. 5.



résumées dans le tableau suivant, qui renferme les valeurs de n correspondantes aux maxima et minima successifs, ainsi que l'intensité lumineuse en chacun de ces points par rapport à celle de la ligne elle-même que nous prenons pour unité :

	n	Intensité.
Sur la ligne elle-même.....	0,00	1
Premier minimum.....	3,55	$\frac{1}{34}$
Premier maximum.....	4,65	$\frac{1}{24}$
Second minimum.....	6,80	$\frac{1}{115}$
Second maximum.....	8,00	$\frac{1}{80}$
Troisième minimum.....	9,60	$\frac{1}{419}$
Troisième maximum.....	11,00	$\frac{1}{208}$
Quatrième minimum.....	13,20	$\frac{1}{10600}$

Il convient de remarquer que le premier minimum est ici plus voisin de l'image géométrique qu'il ne l'est dans le cas d'un point lumi-

neux. Cette conclusion de la théorie est entièrement d'accord avec les expériences de Fraunhofer (¹).

Lorsque la source lumineuse est une droite de longueur finie, les franges latérales dont nous venons de parler ne sont plus rectilignes dans toute leur étendue, mais aux extrémités de l'image géométrique elles s'inclinent en se rapprochant de cette droite; en même temps, leur éclairement diminue progressivement, et elles se fondent insensiblement dans la zone de lumière diffractée, en paraissant former autour de l'image géométrique comme une sorte d'anneau continu.

Les dimensions angulaires de la source sont comparables à celles du solide de diffraction.

Si la source, au lieu d'être réduite à une simple ligne, est une fente de plus en plus large, les apparences lumineuses qui viennent d'être indiquées se transforment d'une façon continue. L'intensité en un point du plan focal est alors proportionnelle, non plus à la surface d'une section du solide de diffraction, mais à la portion du volume de ce solide comprise entre deux de ces sections de plus en plus distantes l'une de l'autre, à mesure que la largeur de la fente va en augmentant.

Les phénomènes sont donc les suivants :

Sur la ligne médiane de l'image géométrique de la fente, l'intensité lumineuse est maximum; elle décroît ensuite immédiatement de part et d'autre de cette ligne d'une façon progressive pour aboutir, au delà des limites de l'image géométrique, à une série de maxima et de minima, dont les intensités diffèrent d'autant moins de celles des parties voisines que le diamètre angulaire de la fente est lui-même plus grand. Lorsque ce diamètre angulaire est devenu égal à celui du solide de diffraction caractéristique de l'ouverture employée, toute trace de maxima ou de minima lumineux a disparu dans le plan focal; l'éclairement y varie alors d'une façon continue depuis le milieu de l'image géométrique jusqu'à ce qu'il devienne insensible.

De même, l'image d'un disque lumineux, dont le diamètre angulaire augmente progressivement, sera d'abord un disque dans lequel l'in-

(¹) *Nouvelle modification de la lumière.*

tensité décroîtra progressivement à partir du centre, et qui sera entouré d'anneaux relativement obscurs et brillants, mais qui se distingueront de moins en moins, à mesure que le diamètre apparent de la source ira en augmentant; pour une certaine limite analogue à la précédente, toute trace de maxima et de minima aura disparu, et l'image focale se réduira à un disque lumineux où l'éclairement ira progressivement en décroissant depuis le centre où il sera maximum jusqu'au bord où il sera insensible.

Tous ces faits sont faciles à vérifier par l'expérience : il suffit de prendre pour source lumineuse une ouverture angulaire taillée dans une feuille de tôle, recouverte de papier végétal et fortement éclairée. On voit alors toujours des franges brillantes au sommet de l'angle lumineux; mais leur longueur, parallèle aux côtés, diminue progressivement à mesure qu'on augmente l'ouverture de la lunette avec laquelle on observe.

Le diamètre apparent de la source est très-grand dans toutes les directions.

Nous examinerons maintenant le cas véritablement utile en Astronomie, celui où le diamètre apparent de la source est très-grand dans toutes les directions; et pour préciser, nous supposerons que ce diamètre soit assez grand pour qu'on puisse, en chaque point, considérer comme rectilignes les bords de la source lumineuse.

En appliquant le théorème général que nous avons énoncé en commençant, on voit aisément que l'image focale de la source se compose alors de deux portions : l'une semblable à son image géométrique, dépendant de sa forme et de ses dimensions apparentes, mais d'autant plus grande que l'ouverture employée est plus grande, et où l'éclairement est constant et maximum; l'autre, contiguë à la première, lui faisant suite et l'entourant de toutes parts, dont la forme varie avec celle de la source, mais dont l'étendue angulaire ne dépend que de la grandeur de l'ouverture employée : cette seconde portion de l'image focale empiète en partie sur l'image géométrique, et l'éclairement y va en décroissant progressivement jusqu'à ce que, après avoir été réduit à moitié aux limites de l'image géométrique, il devienne bientôt complètement insensible.

Dans une lunette ou dans un télescope, l'image géométrique de toute source lumineuse d'un diamètre apparent suffisamment considérable se trouve donc accompagnée d'une *zone de lumière diffractée* d'étendue angulaire variable avec l'ouverture de l'instrument; et, pour trouver l'intensité lumineuse aux différents points de cette zone, il faut, dans le cas qui nous occupe, calculer les portions successives du volume du solide de diffraction séparées par un plan, qui se déplace parallèlement à lui-même et à l'axe de ce solide depuis l'un de ses bords jusqu'à l'autre.

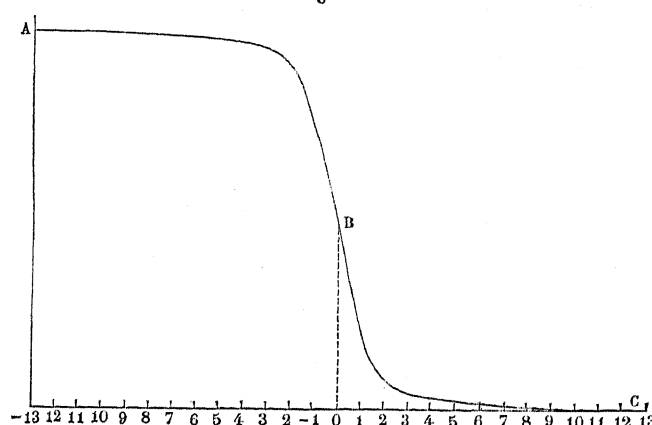
TABLE F.

<i>n</i>	Intensité.	<i>n</i>	Intensité.	<i>n</i>	Intensité.	<i>n</i>	Intensité.
— 13,0	1,0000	— 6,4	0,9893	0,0	0,5000	6,6	0,0102
12,8	0000	2	9886	2	4440	8	97
6	0000	6,0	9877	4	3882	7,0	92
4	0,9999	5,8	9866	6	3364	2	87
2	9999	6	9853	8	2867	4	81
— 12,0	9998	4	9836	1,0	2407	6	73
11,8	9997	2	9817	2	1997	8	68
6	9996	5,0	9795	4	1640	8,0	61
4	9993	4,8	9771	6	1335	2	54
2	9990	6	9749	8	1083	4	48
11,0	9989	4	9726	2,0	880	6	42
10,8	9987	2	9704	2	722	8	38
6	9983	4,0	9684	4	604	9,0	34
4	9980	3,8	9665	6	516	2	31
2	9979	6	9648	8	456	4	29
10,0	9977	4	9631	3,0	416	6	27
9,8	9975	2	9612	2	389	8	26
6	9974	3,0	9585	4	370	10,0	24
4	9972	2,8	9545	6	353	2	22
2	9970	6	9505	8	336	4	20
9,0	9967	4	9393	4,0	318	6	18
8,8	9963	2	9278	2	298	8	16
6	9958	2,0	9121	4	276	11,0	13
4	9953	1,8	8918	6	252	2	11
2	9947	6	8666	8	229	4	8
8,0	9940	4	8361	5,0	205	6	6
7,8	9933	2	8004	2	184	8	3
6	9926	1,0	7594	4	164	12,0	2
4	9919	0,8	7134	6	148	2	1
2	9913	6	6636	8	135	4	1
7,0	9908	4	6111	6,0	124	6	0
6,8	9903	2	5561	2	115	8	0
6	9898	0,0	0,5000	4	108	13,0	0,0000

La Table F donne les valeurs de l'intensité lumineuse, dans la zone de lumière diffractée, pour des distances n comptées à partir de la ligne où l'éclairement cesse d'être constant et qui croissent de deux en deux dixièmes depuis $n = -13,0$ jusqu'à $n = +13,0$ (la valeur zéro de n correspond aux limites de l'image géométrique).

La *fig. 6* représente graphiquement l'ensemble du phénomène.

Fig. 6.



Constante de diffraction instrumentale.

L'étendue de la zone de lumière diffractée, dans laquelle l'intensité lumineuse est assez grande pour impressionner la rétine, dépend évidemment, toutes choses égales d'ailleurs, de l'éclat de l'astre observé. Mais, si celui-ci est assez brillant, on doit admettre que cette limite d'intensité est une fraction constante de l'intensité maximum de l'image focale, et, par suite, correspond à une même valeur de n , quelle que soit l'ouverture de la lunette qui sert aux observations. Ceci revient à dire que *le diamètre d'un astre suffisamment brillant et observé sur un fond identique varie avec l'ouverture de l'instrument employé.*

Admettons que dans cette zone diffractée nous cessions de percevoir la lumière dès que son intensité est le *trentième* de celle de la portion où l'éclairement est constant; nous concluons des valeurs données dans la table F que l'image de la source sera limitée pour nous à la valeur de n égale à $+3,8$, ce qui, pour un objectif de 10 centimètres

d'ouverture, correspond à une zone diffractée extérieure d'une étendue angulaire égale à $1'',4$.

En d'autres termes, en vertu même des propriétés de l'agent lumineux au foyer d'un objectif aplanétique, le diamètre de l'image focale d'une source, dont l'étendue angulaire est suffisamment grande, est égal à son diamètre géométrique augmenté d'une certaine quantité variable avec l'ouverture de l'instrument, et qui pour un objectif de 10 centimètres atteint théoriquement la valeur de $2'',8$.

Relativement à la mesure des diamètres des astres d'une certaine étendue angulaire, le Soleil, la Lune et les planètes, chaque objectif ou chaque miroir est donc caractérisé, comme pour la séparation des étoiles multiples, par une constante déterminée, qui diffère d'ailleurs de son pouvoir séparateur et qui varie, comme lui, avec l'intensité même de la source.

Nous appellerons cette nouvelle constante *constante de diffraction instrumentale*, pour bien en rappeler l'origine; et avec les hypothèses que nous avons faites et les restrictions qui les ont accompagnées, nous sommes autorisé à dire que, pour un objectif ou un miroir de 10 centimètres d'ouverture, sa valeur est

$$2'',8.$$

Une autre conséquence également importante découle immédiatement de la théorie qui précède. Lors du passage d'une planète, Vénus ou Mercure, sur le disque du Soleil, il existe pour celui-ci deux zones de lumière diffractée : la zone extérieure dont nous venons de parler et, en outre, une zone intérieure qui empiète sur la planète elle-même. Le diamètre de Vénus ou de Mercure, mesuré pendant le passage, devra donc être toujours plus petit que dans les conditions ordinaires d'observation; et, de plus, ce diamètre sera d'autant plus petit que l'ouverture de l'instrument sera moindre, la variation étant égale à la différence des constantes de diffraction instrumentale des instruments employés.

La vérification de ces deux lois a été faite comme il suit.

Vérification expérimentale.

Premier mode de vérification. — Dans une lame de cuivre, argentée et polie sur une de ses faces, j'ai fait tailler une ouverture rectangulaire

à arêtes bien rectilignes et de 2 centimètres de haut sur 1^c,5 de large. On éclairait cette ouverture avec la lumière d'une lampe Drummond, tantôt par derrière pour avoir une source lumineuse directe, tantôt en avant et par réflexion pour avoir l'analogue d'une planète sur le disque du Soleil; on a obtenu ainsi :

Ouverture en centimètres.	Diamètre.		Différence des diamètres.
	Éclairage direct.	Éclairage réfléchi.	
6,5	35",53	30",76	4",77
1,7	39,62	26,93	12,69
6,5	37,12	30,26	6,86
2,9	38,67	29,80	8,87
1,7	42,05	27,54	14,51

Second mode de vérification. — Dans une lame de laiton noircie, j'ai fait pratiquer deux ouvertures rectangulaires de 3 centimètres de haut sur 1^c,5 de large, séparées par un espace de 1^c,5, et dont les bords étaient bien rectilignes et taillés en biseau. En éclairant cette lame par derrière avec la flamme d'une lampe Drummond, on avait ainsi deux sources lumineuses d'un certain diamètre apparent, séparées l'une de l'autre par un intervalle obscur. Le diamètre extérieur était celui d'une source lumineuse directe; le diamètre intérieur correspondait évidemment au cas d'une planète mesurée sur le Soleil.

Cette disposition expérimentale était d'ailleurs préférable à la précédente, car, pour les deux diamètres, les conditions d'éclairement étaient identiques; j'ai obtenu ainsi, avec une excellente lunette de 4 pouces qui m'a été prêtée par MM. Brunner :

Ouverture en centimètres.	Diamètre	
	extérieur.	intérieur.
6,5	121",15	36",13
3,0	122,17	34,48
1,7	125,86	31,46

Avec une autre lunette de 4 pouces, de foyer un peu plus long, on a eu :

Ouverture en centimètres.	Diamètre	
	extérieur.	intérieur.
5,1	131",20	39",63
2,4	134,98	37,18
1,2	141,51	31,58

On pourrait objecter à ce mode d'observation que, en réduisant ainsi à 2 centimètres l'ouverture d'une lunette de 4 ou 6 pouces, on se met complètement en dehors des conditions ordinaires d'observation; et que, d'autre part, le foyer de cette petite portion de l'objectif diffère peut-être du foyer correspondant à une ouverture plus grande. J'ai fait, pour répondre à ces objections, les deux séries d'expériences qui suivent :

1° J'ai comparé entre elles différentes lunettes, en leur laissant une ouverture relativement grande. Voici les résultats obtenus :

		Diamètre	
		extérieur.	intérieur.
Lunette de Rossi.....	16,6	119,58	36,278
Lunette de Brunner, réduite à.....	6,6	125,20	34,70
Lunette de Rossi (1), ouverture réduite à.....	11,5	99,10	27,56
Petite lunette de Brunner, ouverture entière...	6,0	102,64	20,12

Le sens du phénomène est, on le voit, toujours le même; et même les différences sont plus considérables que celles que nous avons obtenues en diaphragmant une lunette déterminée.

2° J'ai cherché l'effet que peut produire une variation considérable et graduée du foyer, lorsque l'ouverture d'une lunette de long foyer est réduite dans une proportion considérable.

J'ai pris, dans ce but, l'une des lunettes de 4 pouces qui avaient servi à l'observation du passage de Vénus à Nouméa, et, après avoir déterminé avec soin les positions de son foyer, pour chacun des diaphragmes employés, je l'ai diaphragmé jusqu'à ne lui plus laisser en son centre qu'une ouverture de 1^c, 2. Faisant alors varier le foyer de 5 centimètres en 5 centimètres, j'ai mesuré le diamètre extérieur et intérieur de la double fente; j'ai obtenu ainsi les résultats suivants :

Position du foyer.		Division du tirage.
Ouverture entière.....	10,0	
» réduite à....	5,1	40,0
» »	2,4	40,5
» »	1,2	40,7

(1) Dans cette expérience, la distance entre la lunette et la double fente avait été considérablement augmentée.

Mesure des diamètres avec l'ouverture de 1°, 2.

Division du tirage.	Diamètre	
	extérieur.	intérieur.
10	134",25	34",22
20	138,25	31,68
25	137,93	30,96
30	139,84	30,18
35	140,77	31,57
40	140,84	30,97
45	141,82	30,11
50	142,01	31,17
55	140,26	31,04
60	137,61	34,00

Aux divisions extrêmes 10 et 60 du tirage, l'image avait complètement perdu sa netteté; et les pointés étaient fort incertains. Si l'on néglige les mesures faites dans ces deux positions, les autres diffèrent peu l'une de l'autre, et les valeurs qui correspondent au foyer adopté coïncident presque exactement avec les moyennes

$$140'',21, \quad 31'',08$$

des diamètres obtenus successivement.

Il importe d'ailleurs de remarquer que l'éclat de la source lumineuse a dans ce cas encore une grande influence. Ainsi, en plaçant en avant de notre double fente un verre vert assez foncé, de manière à réduire notablement l'intensité de la lumière incidente, nous avons constaté que le diamètre variait beaucoup moins avec l'ouverture, et même était sensiblement constant. C'est ce que montrent les nombres suivants :

Ouverture en centimètres.	Diamètre	
	extérieur.	intérieur.
11,5	120",495	36",359
3,2	119,675	35,058

Remarque. — Lorsque, en diaphragmant l'objectif d'une quelconque des lunettes que j'ai employées, j'en réduisais l'ouverture à n'avoir plus que 5 à 6 centimètres, j'ai toujours vu les deux rectangles lumineux de la double fente entourés d'une ou plusieurs franges brillantes

dont le nombre, la largeur et l'éloignement du bord lumineux du rectangle allaient en augmentant à mesure que l'ouverture diminuait.

Ce phénomène, déjà aperçu par Baden Powell lors de ses recherches sur l'irradiation ⁽¹⁾, résulte immédiatement de la théorie qui précède, et a été expliqué plus haut dans tous ses détails.

II. — VÉRIFICATION ASTRONOMIQUE.

Passages de Mercure et de Vénus.

L'une des conditions essentielles que l'on doit rechercher, si l'on veut trouver dans les observations astronomiques la vérification de la loi que nous venons d'énoncer, est de ne comparer entre elles que les observations faites dans les mêmes conditions d'éclairement. Telles sont les mesures obtenues avec des instruments d'ouvertures différentes, mais de construction identique, lors d'un même passage de Vénus ou de Mercure sur le disque du Soleil.

Malheureusement, malgré toutes les difficultés et les causes d'erreurs que mirent en évidence les observations des deux premiers passages de Vénus, bien peu d'astronomes pensèrent au parti que l'on pouvait tirer, pour résoudre ces difficultés, de l'observation bien préparée des passages sur le Soleil de la planète Mercure.

Aussi ces passages, quoique se reproduisant très-fréquemment, n'ont été observés avec soin que depuis une époque relativement récente, et ils ne peuvent nous fournir, au point de vue qui nous occupe, tous les renseignements qu'on aurait pu en attendre.

Nous examinerons donc d'abord les observations faites lors des passages de Vénus du 6 juin 1761 et du 3 juin 1769.

A cette époque, les seuls instruments que l'on sût construire à peu près exempts de défauts étaient les télescopes de petite ouverture; en comparant leurs résultats, nous admettrons, ce qui ne saurait s'éloigner beaucoup de la vérité, que le rapport de la distance focale (seul renseignement que donnent alors en général les observateurs) à l'ouverture soit un nombre constant pour tous.

⁽¹⁾ *On Irradiation*, by the Rev. Baden Powell. *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, vol. XVIII, p. 69 et suiv.

Nous trouvons ainsi, pour les diamètres mesurés micrométriquement :

Passage de Vénus en 1761 (¹).

Observateur.	Distance focale du télescope.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.	
Mallet.....	^p 1,5	57",5	57",75	16",310
Canton.....	1,5	58,0		
Short.....	2,0	59,1	59,30	16,812
Mason et Dixon....	2,0	59,6		

Passage de Vénus en 1769 (²).

Observateur.	Distance focale de l'instrument.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
Maskelyne...	Télescope de 2 pieds.....	55",75	55",78 16",103
Cook.....	» 2 »	56,40	
Green.....	» 2 »	54,90	
Rittenhouse..	Réfracteur de 3 pouces d'ouverture.	57,30	16,552
Hornsley	Réfracteur de 12 pieds.....	58,10	16,783

Les observations de quelques-uns des passages de Mercure peuvent également nous servir.

Passage de Mercure du 4 au 5 mai 1832.

Observateur.	Instrument.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
Bessel (³).....	Héliomètre... 0 ^m , 160	11",987	6",697
Gambart (⁴)....	Équatorial ... 0,070	9,290	5,184

Passage de Mercure du 8 mai 1845.

Observateur.	Instrument.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
J. Schmidt (⁵) ..	Lunette..... 0,068	10",853	6",057
Mädler (⁶)	Équatorial ... 0,244	11,754	6,542
Mitchel.....	Équatorial ... 0,265	11,580	6,522

(¹) *Die Entfernung der Sonne von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761*, hergeleitet von J.-F. Encke, Vice-Director der Sternwarte Seeberg, p. 74.

(²) *Philosophical Transactions* pour 1769, 1770 et 1771.

(³) *Astronomische Nachrichten*, vol. X, n° 228.

(⁴) *Astronomische Nachrichten*, vol. X, n° 332.

(⁵) Ce diamètre est déduit de la moyenne des durées d'un grand nombre de passages de la planète derrière les fils du micromètre (*Astronomische Nachrichten*, vol. LVI, n° 1340).

(⁶) *Astronomische Nachrichten*, vol. XXIII.

Passage de Mercure du 8-9 novembre 1848.

Observateur.	Ouverture.	Diamètre mesuré.
Dawes (¹).....	^m 0,072	9,369
Dawes.....	0,102	9,389
Arago (²).....	0,162	10,155

Passage de Mercure du 11 novembre 1861.

Observateur.	Instrument.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
Hartnup (³).....	Équatorial... ^m 0,102	9,91	6,705
J. Schmidt (⁴).....	» ...	10,163	6,877
Ad. von Parpart (⁵) ..	» ...	9,887	6,604

Passage de Mercure du 4 novembre 1868 (⁶).

Observateur.	Instrument.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
C. Wolf.....	Équatorial.. ^m 0,204	9,430	6,367
J. Plummer....	» .. 0,165	9,001	6,077
O. Struve.....	» .. 0,064	6,870	4,618

Je terminerai cette série de mesures par celles qui sont venues à ma connaissance relativement au dernier passage de Vénus.

Passage de Vénus, du 8-9 décembre 1874 (⁷).

Observateur.	Instrument.	Diamètre mesuré.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
Commandant Mouchez.	Équatorial.. ^m 0,217	64,385	16,992
Colonel Tennant.....	» .. 0,152	63,948	16,904

(¹) Ces mesures ont été faites avec un équatorial de 8^p,5 (anglais) de foyer, un microscope à fils, un grossissement de 163 fois, et avec le même verre noir. L'objectif a été diaphragmé jusqu'à ne plus laisser en son centre que les ouvertures indiquées plus haut. (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. IX, p. 21 et suiv.)

(²) *Oeuvres complètes*, vol. XI, p. 315.

(³) *Astronomische Nachrichten*, vol. LVI, n° 1340 (1862).

(⁴) *Astronomische Nachrichten*, vol. LVI, n° 1343 (1862).

(⁵) *Astronomische Nachrichten*, vol. LVI, n° 1343 (1862).

(⁶) *Recherches sur les apparences singulières qui ont souvent accompagné l'observation des contacts de Mercure et de Vénus avec le bord du Soleil*, par MM. C. Wolf et C. André.

(⁷) M. le commandant Mouchez, chef de la mission de l'île Saint-Paul, a bien voulu me communiquer cette valeur du diamètre de Vénus. Les mesures du colonel Tennant se trouvent dans le vol. XXXI des *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, p. 345.

La vérification de la loi que nous cherchons à établir résulte du simple examen des tableaux qui précèdent; mais il y a plus, si, à l'aide des observations du passage de Mercure du 4 novembre 1868 et du passage de Vénus du 8-9 décembre 1874, on calcule la constante de diffraction instrumentale relative à une lunette de 10 centimètres d'ouverture, on trouve :

Pour le passage de Mercure...	2",795
Pour le passage de Vénus.....	2",473

valeurs qui s'accordent de la manière la plus satisfaisante avec le nombre que nous a donné la théorie. Ainsi, lorsqu'une planète, fonctionnant comme corps opaque, limite une portion d'une source lumineuse très-intense, comme le Soleil, son diamètre diminue à mesure que l'ouverture de l'instrument augmente et le *facteur de diffraction instrumentale*, relatif à ce cas, peut être pris égal à

$$2'',634.$$

Observations de nuit des différentes planètes.

Nous devons examiner maintenant les mesures des diamètres de planètes faites dans les conditions ordinaires d'observation, c'est-à-dire les mesures micrométriques faites avec un équatorial, la nuit, sur le fond obscur du ciel.

Vénus.			
Observateur.	Instrument.	Micromètre.	Diamètre ramené à l'unité de distance.
Robert Main ⁽¹⁾ ,	Équatorial... ^m 0,170	double image	17",620
Wichmann ⁽²⁾ ,	Héliomètre... 0,162	héliomètre	17,392

⁽¹⁾ *On the values of the diameters of the planets having measurable disks, as determined with a double image micrometer attached to East Equatorial of the Royal Observatory Greenwich.* (*Memoirs of the Royal Astronomical Society*, vol. XXV, p. 21 et suiv.)

⁽²⁾ *Messungen von Durchmessern mit dem Königsberger Heliometer; Astronomische Nachrichten*, vol. XXXII, n° 749 (1851).

Jupiter.				
Observateur.	Instrument.	Micromètre.	Diamètre ramené à la distance moyenne de Jupiter au Soleil = 5,20279.	
			Équatorial.	Polaire.
Julius Schmidt ⁽¹⁾ ,	Équatorial.	^m 0,108 à fils	38",910	36",418
Kaiser ⁽²⁾ ,	»	0,162 double image	37,546	35,149
Th.-J. Hussey ⁽³⁾ ,	»	0,175 double image	39,543	37,897
Struve ⁽⁴⁾ ,	»	0,254 à fils	38,327	35,538
Secchi ⁽⁵⁾ ,	»	0,244 à fils	38,355	35,961
H.-W. Brandes ⁽⁶⁾ ,	Héliomètre.	0,162 héliomètre	»	36,469

J'ajouterai que Temple Chevallier observant avec le cercle méridien de l'Observatoire de Durham (0^m,087 d'ouverture), en 1843, 1844 et 1845, le temps du passage au méridien de la planète Jupiter, a trouvé son diamètre plus grand de 1",035 que celui donné alors par le *Nautical*, et dérivé d'observations faites avec des instruments de plus grande ouverture ⁽⁷⁾.

Quoique la variation du diamètre avec l'ouverture de l'instrument apparaisse autant qu'on pouvait l'espérer, vu le peu d'éclat de Jupiter, ce n'est point là le fait le plus saillant qui ressorte des observations précédentes. Ce fait, que nous avons déjà signalé plus haut, est le suivant :

Toujours le diamètre de Vénus, mesuré dans les conditions ordinaires d'observation, est plus grand, quelque grande que soit l'ouverture de l'instrument, que celui que l'on obtient lors des passages de cette planète sur le disque du Soleil.

Observation de jour des différentes planètes.

Mais il y a plus, au lieu de prendre les diamètres de Mercure et de Vénus mesurés la nuit, considérons les résultats des observations faites

(1) *Astronomische Nachrichten*, vol. LXV, n° 1543 (1865).
 (2) *Astronomische Nachrichten*, n° 1070 (1857).
 (3) *Astronomische Nachrichten*, vol. XI, n° 264 (1833).
 (4) *Astronomische Nachrichten*, vol. V, n° 97, et vol. VI, n° 260.
 (5) *Astronomische Nachrichten*, vol. XLIII, n° 1017 (1855).
 (6) *Astronomisches Jahrbuch*, für das Jahr 1824, von J.-E. Bode.
 (7) *Astronomische Nachrichten*, vol. LXXVII, n° 642.

pendant le jour, nous aurons alors les valeurs suivantes :

Mercure.			
Observateur.	Instrument.	Micromètre.	Diamètre réduit à l'unité de distance.
Julius Schmidt ⁽¹⁾ ,	Équatorial... ^m 0,108	à fils	6",454
Robert Main ⁽²⁾ ,	» ... 0,170	double image	6,890

Vénus.			
Observateur.	Instrument.	Micromètre.	Diamètre ramené à l'unité de distance.
J. Schmidt ⁽³⁾ ,	Équatorial... ^m 0,108	à fils	17",554
Wichmann ⁽⁴⁾ ,	Héliomètre... 0,162	héliomètre	17,225
J. Plummer ⁽⁵⁾ ,	Équatorial... 0,165	double image	17,050
R. Main ⁽⁶⁾ ,	» ... 0,170	double image	17,280
Secchi ⁽⁷⁾ ,	» ... 0,244	à fils	16,416
Beer et Mädler ⁽⁸⁾ ,	» ... 0,244	à fils	17,568
Airy ⁽⁹⁾ ,	Observations méridiennes		17,166

La comparaison de ce tableau avec les précédents conduit à cette conclusion que *le diamètre de Vénus mesuré pendant le jour est plus petit que celui que l'on obtient pendant la nuit avec un instrument de même ouverture.*

Ainsi la moyenne des valeurs données par Main et Wichmann pour les observations de nuit est

$$17'', 506;$$

tandis que la moyenne des observations de jour de Main, Wichmann et Plummer est

$$17'', 185.$$

⁽¹⁾ *Astronomische Nachrichten*, vol. LXV, n° 1543 (1865). Schmidt ne donne que le diamètre polaire de Mercure; c'est ce qui explique cette faible valeur.

⁽²⁾ *Memoirs of the Royal astronomical Society*, vol. XXV, p. 21.

⁽³⁾ *Astronomische Nachrichten*, vol. LXV, n° 1543 (1865).

⁽⁴⁾ *Astronomische Nachrichten*, vol. XXXII, n° 749 (1851).

⁽⁵⁾ *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. XXXIII, p. 561.

⁽⁶⁾ *Memoirs of the Royal astronomical Society*, vol. XXV, p. 22 et suiv.

⁽⁷⁾ *Astronomische Nachrichten*, vol. XLIII, n° 1017 (1855).

⁽⁸⁾ *Astronomische Nachrichten*, vol. XIV, n° 325 (1837).

⁽⁹⁾ *Annales de l'Observatoire de Paris*, vol. VI, p. 26.

Je trouve d'ailleurs, dans le Mémoire de Wichmann, un fait du même ordre qui nous donnerait à lui seul l'explication de cette différence⁽¹⁾. Dans les nuits des 28 février, 8 mars et 4 avril 1849, Wichmann a observé Vénus avec un verre un peu coloré en vert (*mattgrüner*); les valeurs qu'il a obtenues ainsi pour le diamètre de Vénus sont :

$$17'',19 \quad 17'',19 \quad \text{et} \quad 17'',27,$$

dont la moyenne

$$17'',117$$

est un peu plus faible que celle déduite des observations de jour faites avec la même ouverture.

Les observations de la Lune conduisent à une conclusion analogue. En discutant les observations de notre satellite, faites à la lunette méridienne (0^m, 135 d'ouverture) de l'Observatoire de Washington pendant les années 1862, 1863, 1864 et 1865, M. S. Newcomb est arrivé à ce résultat que la différence moyenne entre les ascensions droites observées et les ascensions droites données par les Tables de Hansen n'est pas la même pour les observations faites le jour et pour celles faites la nuit. Tandis qu'elle est égale à 0^s,1535 = 2'',302 dans le second cas, elle n'est plus que de 0^s,092 = 1'',380 dans le premier⁽²⁾. La différence 0'',922 est égale à l'excès du demi-diamètre instrumental de la Lune pendant la nuit sur son demi-diamètre pendant le jour, excès beaucoup plus grand dans ce cas que pour les observations de Vénus; ce fait est dû en partie à l'éclat plus grand de la Lune, en partie à la différence des deux procédés d'observation et des aberrations des lunettes.

La théorie que nous avons donnée plus haut explique immédiatement ces différences et les faisait même prévoir. Dès qu'augmente la lumière du fond sur lequel se détache l'astre dont on veut mesurer le diamètre, ou bien encore à mesure que diminue l'intensité lumineuse de cet astre lui-même, à mesure aussi diminue l'étendue angulaire de la portion de la zone de lumière diffractée, ou l'intensité lumineuse est assez forte pour faire impression sur la rétine. Ce phénomène est tout à fait analogue à celui dont nous avons démontré l'existence dans le

(¹) *Astronomische Nachrichten*, vol. XXXII, n° 749 (1851).

(²) *Washington observations for 1865*. (*Appendix II*, p. 24.)

cas de l'image d'un point lumineux, phénomène qui fait aussi varier le pouvoir séparateur d'un objectif à mesure que varie l'intensité lumineuse des étoiles que l'on observe avec lui.

Ainsi, par exemple, pour expliquer cette différence de $1'',84$ entre les valeurs du diamètre de la Lune obtenues à l'aide des observations de nuit et celles de jour, il suffit d'admettre que l'intensité lumineuse du fond du ciel est environ dix fois plus grande pendant le jour que pendant la nuit.

C'est aussi pour cette raison, en grande partie du moins, que les diamètres de Vénus ou de Mercure, mesurés lors d'un passage, sont plus grands avec un héliomètre qu'avec une lunette ordinaire de même ouverture ⁽¹⁾, l'intensité lumineuse étant quatre fois moins grande avec le premier instrument qu'avec le second.

Il convient d'ailleurs de remarquer que, sauf une seule exception dont nous avons expliqué l'origine, *tous les diamètres de Vénus ou de Mercure, mesurés, soit pendant la nuit, soit pendant le jour, sont plus grands que ceux obtenus lors des passages de ces deux planètes sur le disque du Soleil.*

Conclusion. — Pour pouvoir comparer entre elles les observations de la Lune faites pendant le jour avec celles faites la nuit, il faut augmenter le diamètre relatif aux premières d'une quantité tenant à la *différence* de la correction de *diffraction instrumentale* dans les deux cas, variant en raison inverse de l'ouverture de l'instrument employé et qui, d'après les observations de Washington, serait voisine de

$$2'',0$$

pour un objectif de 10 centimètres.

C'est aussi dans ce sens que doivent être interprétées les règles empiriques suivies actuellement pour la réduction des observations de Mercure, de Vénus et de Mars ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Voir, dans les *Recherches sur l'observation des contacts de Mercure et de Vénus avec le Soleil*, le Tableau des valeurs du diamètre de Mercure obtenues lors du passage du 4 novembre 1868.

⁽²⁾ *Observations made at the Royal Observatory Greenwich, 1838 : Introduction*, p. LII. — *Annales de l'Observatoire de Paris*. (Voir, dans le Préambule de chaque volume d'observations, l'article relatif à l'observation des planètes.)

Historique et vérification directe.

Cet agrandissement de l'image d'un corps planétaire par suite de la diffraction a été démontré autrefois par Schwerd ⁽¹⁾, et signalé par Bessel à l'attention des astronomes. Dans une lettre adressée par lui à de Humboldt, on lit : « Les étoiles ont des disques factices dans les meilleures lunettes; il n'est pas douteux que l'agrandissement des disques n'ait aussi lieu pour les planètes ».

« Une décision aussi formelle, dit Arago ⁽²⁾, émanant d'une telle autorité, m'imposait le devoir de rechercher, dans nos anciennes mesures micrométriques, de combien on s'éloignerait des dimensions réelles des astres en se fondant sur leurs dimensions apparentes. »

Ce célèbre astronome cite alors des mesures faites par lui en 1800 et 1812 sur Vénus et d'autres observations faites par Laugier en 1851 sur Jupiter qui donnèrent pour les diamètres de ces deux planètes des valeurs sensiblement constantes, soit qu'on les observât avec l'ouverture entière de la lunette (0^m, 162) soit qu'on les mesurât avec une ouverture réduite jusqu'à 3 centimètres.

J'ai repris ces observations à l'équatorial de la tour de l'Ouest de l'Observatoire de Paris, non point que je soupçonnasse l'exactitude des résultats indiqués par deux observateurs aussi consciencieux, mais pour me rendre compte des causes qui pouvaient produire un fait aussi contradictoire avec la théorie.

J'ai été amené à conclure que la constance même du diamètre de la planète dans les conditions indiquées, loin de contredire la théorie, ne faisait que la confirmer. En même temps que, par suite de la diffraction, l'interposition du diaphragme agrandit l'image focale, elle diminue, en effet, et dans une proportion considérable, l'intensité lumineuse, déjà faible d'ailleurs, de cette image; de sorte que, si les deux effets n'étaient point simultanés, le diamètre mesuré devrait nécessairement se trouver diminué avec une aussi petite ouverture.

L'expérience suivante faite dans la chambre noire prouve la vérité de cette explication.

⁽¹⁾ *Beugungserscheinungen.*

⁽²⁾ *Œuvres complètes*, vol. XI, p. 313.

En éclairant avec une simple bougie la double fente dont j'ai parlé plus haut, et que j'avais recouverte de papier végétal, j'obtenais un éclaircissement plus fort que celui que m'avait donné la veille la planète Jupiter observée avec l'ouverture entière ($0^m,32$) de l'équatorial de la tour de l'Ouest. J'en mesurais alors le diamètre.

1° Avec une ouverture de..... $6^c,0$

2° Avec une ouverture de..... $2,4$

et j'obtins les deux valeurs

$37'',39$ et $36'',67$

sensiblement constantes, tandis que, comme on l'a vu plus haut, ces valeurs différaient notablement lorsque la fente était fortement éclairée.

D'ailleurs, si l'on ne peut, soit à cause de la forme dissymétrique de la planète, soit à cause de son peu d'éclat et des ondulations, vérifier ainsi la variation de son diamètre avec le changement d'ouverture de la lunette, on peut arriver à produire une autre conséquence immédiate de la théorie. J'ai dit plus haut que, lorsque le diamètre apparent de la source était assez faible comparativement à l'ouverture, l'image focale de cette source était entourée d'une ou plusieurs franges lumineuses, nettement séparées d'elle par un intervalle relativement obscur. C'est ce que j'ai vérifié sur la planète de Vénus, au moyen du grand équatorial de la tour de l'ouest de l'Observatoire de Paris. En réduisant son ouverture à 4 centimètres, j'ai vu, lorsque l'atmosphère était favorable, à une certaine distance du bord bien terminé de la planète, et séparée de lui par un intervalle sensiblement obscur, une frange un peu large et colorée sur ses bords. En augmentant l'ouverture à $6^m,5$, la frange se rétrécit et se rapproche de la planète; avec une ouverture de 13 centimètres, elle disparaît complètement. Si l'on réduit l'ouverture jusqu'à $2^c,4$, le phénomène perd toute netteté, et il devient impossible de rien affirmer. D'ailleurs, l'interposition d'un écran annulaire permet d'obtenir des franges analogues plus belles et plus nombreuses : ce sera une vérification nouvelle de la théorie.

III. — ÉCRAN ANNULAIRE.

Lorsqu'on recouvre au moyen d'un écran la partie centrale d'un objectif ou d'un miroir, de façon à n'en laisser nue, vers les bords,

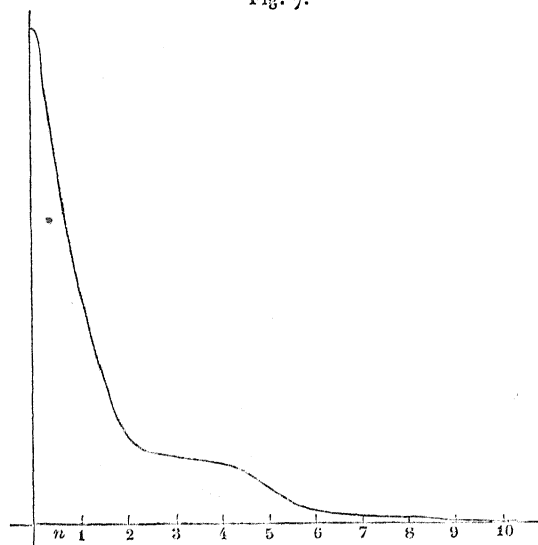
qu'une portion annulaire, on augmente le pouvoir séparateur de cet objectif ou de ce miroir. On serait donc porté à croire qu'on diminue, par cela même, la valeur de la constante de diffraction instrumentale qui lui correspond.

En réalité l'inverse a lieu, et cette constante se trouve ainsi augmentée. Cet exemple est une nouvelle preuve que la constante de diffraction instrumentale est une caractéristique différente et indépendante du pouvoir séparateur, dont celui-ci n'est, pour ainsi dire, qu'un cas particulier.

C'est qu'en effet l'interposition d'un écran central a modifié la forme du solide de diffraction, en augmentant le volume relatif des parties qui sont situées au delà du premier minimum. Les phénomènes de diffraction sont dès lors fort amplifiés, relativement à ce qu'ils sont lorsque l'ouverture est entière.

Pour le prouver, j'étudierai avec détail le cas particulier où le diamètre de l'écran central est la moitié de celui de l'ouverture entière.

Fig. 7.



La source lumineuse est une fente infiniment petite, une droite lumineuse.

J'adopterai le même ordre que plus haut.

1° *Le point dont on veut connaître l'éclairement est situé sur la ligne*

lumineuse ou sur son prolongement. — Les intensités en ces différents points, égales aux portions successives de l'aire de la section méridienne du solide de diffraction, sont données par la Table F, et représentées graphiquement par la *fig. 7*, où l'intensité au bord géométrique de la fente est prise pour unité.

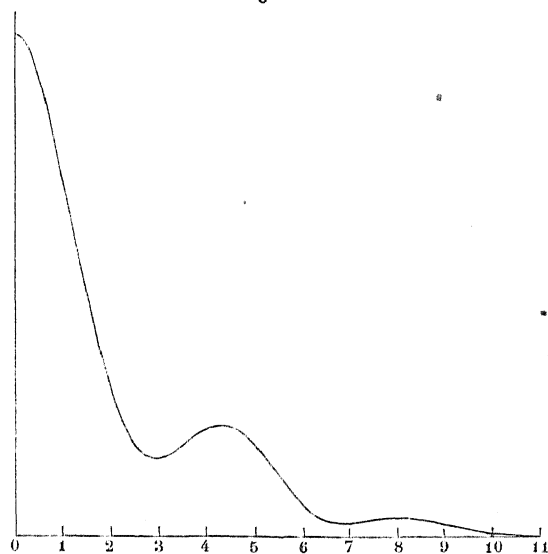
TABLE F.

<i>n.</i>	Intensité.	<i>n.</i>	Intensité.
0,0	1,0000	6,0	0,0222
2	8774	2	183
4	7617*	4	159
6	6516	6	145
8	5479	8	138
1,0	4563	7,0	135
2	3763	2	134
4	3083	4	130
6	2529	6	126
8	2094	8	118
2,0	1769	8,0	107
2	1555	2	0,0094
4	1406	4	80
6	1336	6	66
8	1291	8	51
3,0	1279	9,0	36
2	1275	2	27
4	1269	4	18
6	1252	6	11
8	1217	8	0,0007
4,0	1152	10,0	4
2	1067	2	2
4	0,0996	4	2
6	867	6	1
8	754	8	1
5,0	656	11,0	1
2	532	2	1
4	433	4	
6	348	6	0,0000
8	277	8	0,0000
6,0	0,222	12,0	0,0000

Sur une direction perpendiculaire à la fente. — Le théorème général montre qu'alors les intensités aux différents points du plan focal sont égales aux surfaces des différentes sections que l'on peut faire dans le

ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DANS LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE. 331
solide de diffraction, parallèlement à la section méridienne. Ces sur-

Fig. 8.



faces ont été calculées dans la Table (G), et représentées dans la *fig. 8*.

TABLE G.

n	Intensité.	n	Intensité.
0,0	1,0000	4	1757
2	9710	6	1943
4	9420	8	2130
6	8787	4,0	2144
8	8063	2	2289
1,0	7258	4	2292
2	6353	6	2295
4	5383	8	2050
6	4502	5,0	1834
8	3623	2	1606
2,0	2925	4	1426
2	2348	5,6	0,1106
4	1899	8	867
6	1709	6,0	624
8	1565	2	461
3,0	1561	4	405
2	1626	6	314

TABLE G (suite).

n	Intensité.	n	Intensité.
6,8	0,1275	9,0	0,1234
7,0	257	2	182
2	237	4	136
4	260	6	112
6	284	8	59
8	322	10,0	41
8,0	358	2	27
2	364	4	12
4	331	6	6
6	293	8	4
8	278	11,0	3

Leur examen montre que, dans ce cas comme dans celui où l'ouverture était entière, l'intensité, d'abord graduellement décroissante à mesure que l'on s'éloigne de l'image géométrique, passe bientôt par une série de minima et de maxima; mais il faut remarquer que les intensités des premiers minima sont beaucoup plus grandes dans ce cas que dans l'autre, et que les différences d'intensité entre ces maxima et les minima suivants sont moindres.

Ces conclusions sont résumées dans le tableau suivant :

	n	Intensité.
Sur la ligne elle-même.....	0,0	1
Premier minimum.....	3,0	$\frac{1}{6,4}$
Premier maximum.....	4,4	$\frac{1}{4,4}$
Deuxième minimum.....	7,2	$\frac{1}{4,2}$
Deuxième maximum.....	8,2	$\frac{1}{2,7}$
Troisième minimum.....	11,0	0

J'ai confirmé ces déductions théoriques de la manière suivante : une lanterne Drummond était munie d'une fente dont l'un des côtés était mobile au moyen d'une vis micrométrique, et se mouvait d'ailleurs un peu obliquement par rapport à l'autre. La lunette de 6 pouces de Rossi étant diaphragmée à 10 centimètres, l'image de la fente qui précède paraissait entourée, dans sa partie la plus large (0^{mm}, 1), de franges nombreuses (on en pouvait compter quatre au moins), très-fines et peu intenses, et qui disparaissaient vers le sommet de l'angle; dès que l'on recouvrait le centre de l'objectif, au moyen d'un écran de 5 centimètres de diamètre,

on n'apercevait plus qu'une seule frange, bien plus brillante et notablement plus large. En réduisant l'ouverture à 6 centimètres, puis à 3^e, 2, et couvrant toujours le centre avec un écran de diamètre moitié moindre, cette frange augmentait de largeur, et en même temps il en apparaissait une seconde extérieure plus pâle.

Les dimensions angulaires de la source sont comparables ou supérieures à celles du solide de diffraction.

Si la source lumineuse, au lieu d'être une simple ligne, est une fente de plus en plus large, le sens général du phénomène reste le même : mais les minima qui existaient entre les deux franges, ainsi qu'entre la première et l'image de la fente, disparaissent bien vite ; de telle sorte que, lorsque les dimensions angulaires de la source sont devenues suffisamment grandes par rapport à celles du solide de diffraction caractéristique de l'ouverture employée, toute trace de maxima et de minima a disparu, et l'image de la source ne présente plus, vers ses bords, qu'un éclaircissement décroissant pour ainsi dire par échelons et comme si, à partir d'une certaine distance, les intensités lumineuses aux différents points du plan focal étaient représentées par les hauteurs des marches successives d'un même escalier.

On peut d'ailleurs aisément se rendre compte des intensités relatives des deux bandes lumineuses de diffraction qui entourent alors l'image de la source. J'ai pris pour cela, comme source lumineuse, une double fente analogue à celle dont j'ai déjà parlé, fortement serrée contre une lame de verre dépoli, et partagée en deux parties, au moyen d'une feuille de papier végétal qui recouvrait la moitié inférieure des deux rectangles. En éclairant cette double fente par derrière au moyen d'une lampe Drummond, on avait, au-dessus l'une de l'autre et en contact par une ligne horizontale, deux sources lumineuses, d'intensités différentes et dont l'une était environ *neuf* fois plus intense que l'autre. Or, en regardant cette double fente avec une ouverture de 6 centimètres dont le centre était couvert, j'ai constamment vu ⁽¹⁾, sur le fond

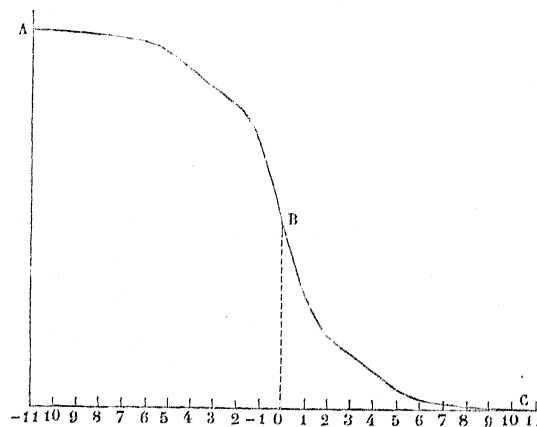
(¹) Avec les petites ouvertures, l'image de la source la plus intense est toujours plus large que celle de l'autre, ce qui est conforme à la théorie.

même du champ de la lunette, deux bandes lumineuses autour de la moitié la plus éclairée et une seule autour de l'autre.

Mais, en outre, la première des deux bandes données par la source la plus intense se détachait nettement sur le fond plus obscur de l'image de l'autre, et paraissait notablement plus éclairée; sur ce fond, la seconde avait complètement disparu. L'intensité de la première de ces deux bandes est donc bien supérieure au *neuvième* de celle de la portion de l'image de la source où l'éclairement est constant, tandis que celle de la seconde bande lumineuse est, au contraire, beaucoup plus petite.

Ainsi se trouve expliquée l'observation suivante faite avec le grand équatorial de la tour de l'ouest de l'Observatoire de Paris. En réduisant son ouverture à 8 centimètres et recouvrant son centre avec un écran de diamètre moitié moindre, la planète Vénus, dont le croissant commençait alors à se former, donna une image bordée d'une bande lumineuse un peu large et sensiblement contiguë à l'image elle-même dans la partie la plus large de cette image; à partir de cette portion centrale jusqu'aux cornes du croissant, les apparences se modifiaient progressivement, si bien qu'à peu de distance des cornes cette bande s'était transformée en une véritable frange nettement séparée des bords de la planète.

Fig. 9.



Lorsque les dimensions angulaires de la source sont suffisamment grandes par rapport à celles du solide de diffraction caractéristique de

l'ouverture, l'image focale de la source se partage en deux parties : l'une où l'éclairement est constant, qui dépend de la forme et des dimensions réelles de la source ainsi que de l'ouverture employée; l'autre, qui ne dépend que de la forme de la source et du diamètre de l'ouverture, où l'éclairement décroissant peu à peu se réduit à moitié aux limites géométriques de l'image et devient nul à une distance suffisamment grande de ces limites.

La Table (H) donne les différentes valeurs de cette intensité pour des valeurs de n , variant de 2 dixièmes en 2 dixièmes. Les résultats en sont représentés graphiquement dans la *fig. 9*.

TABLE H.

n	Intensité.	n	Intensité.	n	Intensité.	n	Intensité.
-11,0	1,0000	-5,4	0,9620	0,0	0,5000	+ 5,6	0,0320
10,8	1,0000	2	9555	+ 0,2	4540	8	279
6	1,0000	5,0	9479	4	4092	6,0	249
4	1,0000	4,8	9371	6	3689	2	226
2	9999	6	9297	8	3311	4	207
10,0	9998	4	9193	1,0	2972	6	192
9,8	9996	2	9086	2	2674	8	179
6	9993	4,0	8980	4	2420	7,0	167
4	9988	3,8	8878	6	2209	2	155
2	9981	6	8781	1,8	2036	4	143
9,0	9972	4	8689	2,0	1898	6	129
8,8	9961	2	8605	2	1786	8	114
6	9948	3,0	8528	4	1693	8,0	98
4	9934	2,8	8454	6	1613	2	81
2	9919	6	8379	8	1538	4	66
8,0	9895	4	8298	3,0	1464	6	52
7,8	9878	2	8206	2	1421	8	39
6	9863	2,0	8094	4	1303	9,0	28
4	9849	1,8	7955	6	1212	2	19
2	9837	6	7783	8	1114	4	12
7,0	9825	4	7572	4,0	1012	6	7
6,8	9813	2	7316	2	906	8	4
6	9800	1,0	7020	4	799	10,0	2
4	9785	0,8	6680	6	696	2	1
2	9767	6	6303	8	600	4	0
6,0	9744	4	5891	5,0	514	6	0
5,8	9713	— 2	5452	2	438	8	0
— 6	0,9673	0,0	0,5000	4	0,0373	+11,0	0,0000

Cette table H et la courbe des intensités (*fig. 9*) montrent que le

décroissement de la lumière n'est absolument continu, ni dans l'intérieur de l'image géométrique, ni dans la zone de lumière diffractée extérieure. Après avoir diminué d'une façon progressive, l'intensité lumineuse reste sensiblement constante dans une certaine étendue, d'autant moindre d'ailleurs que l'ouverture est plus grande. Il semble donc que, par suite de la discontinuité imposée, par ce diaphragme particulier, à la surface utilisée de l'objectif, on a introduit dans l'image elle-même une discontinuité réelle.

J'ai vérifié ce fait non-seulement sur des astres artificiels, mais aussi sur le ciel avec le grand équatorial de la tour de l'ouest de l'Observatoire de Paris; je réduisais pour cela à 8 centimètres l'ouverture de son objectif et j'en couvrais le centre avec un écran de diamètre moitié moindre. On voit alors, autour de l'image de la Lune, une bande lumineuse d'environ 15 secondes de large, assez peu intense relativement à l'éclairement central, mais dont la lumière paraît sensiblement égale à celle des parties intérieures auxquelles elle succède, et qui par suite ne se sépare nullement du reste de l'image.

Ce fait est important : en effet, il prouve qu'avec un astre, comme la Lune à son premier quartier et observée en pleine nuit, l'œil perçoit dans la zone diffractée extérieure une lumière dont l'intensité est, d'après la table H, à peu près le $\frac{1}{16}$ de l'éclairement constant et maximum. Avec une source aussi intense que le Soleil, cette limite de perception doit s'abaisser, et il n'y a rien d'impossible à admettre, comme je l'ai fait plus haut, qu'elle s'abaisse jusqu'à $\frac{1}{30}$.

On voit, en outre, que la diminution de l'intensité de la lumière dans la zone diffractée est beaucoup moins rapide dans ce cas que dans celui où l'ouverture était entièrement libre; de telle sorte que, pour voir cette intensité réduite au $\frac{1}{30}$ de sa valeur maximum, il faut donner à n la valeur 5,5, au lieu de 3,8 qu'elle aurait dans l'autre cas.

En d'autres termes, la constante de diffraction instrumentale théorique, au lieu d'être

$$2'',8,$$

sera, dans le cas actuel, égale à

$$4'',0.$$

Le diamètre d'une source lumineuse, d'étendue angulaire finie, doit

donc paraître plus grand, avec ce mode de diaphragme, que lorsque l'objectif ou le miroir était entièrement nu.

La présence des bandes lumineuses dont j'ai parlé plus haut et, d'un autre côté, l'impossibilité où je me trouvais d'employer des ouvertures un peu grandes par suite des dimensions de la chambre noire m'ont empêché de vérifier directement ce changement de valeur de la correction de diffraction instrumentale. Mais l'emploi de l'écran à anneaux infiniment minces, que j'ai étudié dans le Chapitre I^{er} et qui exagère beaucoup tous ces phénomènes, m'a permis de mettre nettement en évidence cette conséquence de la théorie.

En recouvrant l'objectif du grand équatorial de la tour de l'Ouest de l'Observatoire de Paris d'un écran en réseau dont le diamètre extérieur était de 28 centimètres et dont les anneaux pleins et nus avaient 4 millimètres de largeur, j'ai obtenu les phénomènes suivants :

1° La *Lune*, qui était alors un peu au delà de son premier quartier, m'a paru entourée de deux bandes lumineuses, dont la première, très-intense et de 18",4 d'épaisseur, était environ deux fois moins large que l'autre, qui d'ailleurs était peu visible. La première de ces bandes suivait exactement toutes les ondulations du bord de la Lune, se continuait même un peu au delà du bord bien terminé; plus loin, elle entourait chaque cratère un peu large, se reproduisait à leur intérieur, tandis qu'au contraire chaque pic un peu proéminent était entouré, et à assez grande distance, d'un anneau circulaire très-brillant. Ces deux bandes lumineuses étaient colorées en vert à l'intérieur et en rouge à l'extérieur.

2° De même, la planète *Vénus* paraît entourée de trois bandes lumineuses d'intensités rapidement décroissantes, dont la première est fort intense, et qui offrent des phénomènes de coloration plus nets qu'avec la Lune. La première de ces bandes suit très-nettement les contours de la planète, même dans la concavité de son croissant; la seconde les suit moins bien, et la troisième est sensiblement circulaire.

3° Autour de la planète *Jupiter* on ne voit plus que deux bandes lumineuses : cela tient à son faible éclat. Le sens général du phénomène est d'ailleurs toujours le même, mais l'apparence physique de cette planète et les satellites qui l'accompagnent conduisent à des remarques

intéressantes. Vue avec cet écran, la planète paraît formée de trois parties :

Une partie centrale nettement limitée où l'éclairement est constant, large de $39'',9$ et où l'on distingue encore, moins bien cependant qu'avec l'objectif nu, les bandes qui sont pour ainsi dire l'apparence caractéristique de Jupiter;

Un anneau assez lumineux, d'une teinte un peu sombre comme celui de la Lune, coloré en vert à l'intérieur, en rouge à l'extérieur et large de $17'',9$;

Un second anneau beaucoup moins intense, plus large et présentant les mêmes colorations.

Quant aux satellites, leur image se compose, comme celle des étoiles faibles, d'un disque central très-petit entouré à grande distance d'un seul anneau brillant. Mais, si à ce point de vue rien ne les distingue des étoiles, l'observation de leurs occultations derrière la planète peut servir à l'étude de ces phénomènes de diffraction. Ainsi, le 31 mai, à $10^h 45^m$ de temps moyen, le premier satellite pénétrait dans le deuxième anneau; à $11^h 45^m$, il entrait dans le premier se détachant nettement de lui par suite de son plus grand éclairement; à $12^h 22^m 30^s$, il ne se distinguait plus de la surface lumineuse derrière laquelle il se trouvait : je jugeai l'occultation arrivée. Enlevant alors l'écran et ramenant sur Jupiter la lunette avec son objectif entièrement nu, j'ai revu nettement le satellite qui ne m'a semblé disparaître de nouveau qu'à $12^h 22^m 54^s$.

Cette observation suffirait à prouver que ces deux bandes de diffraction sont réellement tout entières à l'extérieur du disque géométrique de la planète, et qu'en outre de ces bandes il existe autour de l'image du disque géométrique une zone de lumière diffractée d'une étendue très-appreciable.

IV. — HÉLIOMÈTRE.

Nous avons démontré plus haut que l'image d'un point lumineux, donnée pour chacun des demi-objectifs dont se compose l'héliomètre, est sensiblement une ellipse dont le grand axe est dirigé perpendiculairement à la ligne de section de cet objectif. Il en résulte que le diamètre d'une source d'étendue angulaire finie doit être différent

quand on le mesure suivant la ligne de section ou suivant une perpendiculaire à cette ligne. Cette conséquence est assez importante pour exiger une vérification expérimentale directe. Je l'ai obtenue des deux manières suivantes :

1° On mesure les différents intervalles donnés par la double fente, dont j'ai parlé déjà, avec un micromètre dont la vis est horizontale, soit lorsque l'objectif est entier, soit lorsqu'on en couvre avec un écran la moitié verticale. On a ainsi (1) :

Ouverture en centimètre.	Diamètre extérieur.		Diamètre intérieur.	
	Objectif entier.	Demi-objectif.	Objectif entier.	Demi-objectif.
6,0	94",06	98",32	28",45	25",68
3,2	97,25	101,00	27,07	22,25

2° On mesure de la même manière les diamètres verticaux et horizontaux d'un disque circulaire percé dans une feuille de tôle, recouvert de papier végétal et fortement éclairé par derrière. On a ainsi :

Ouverture en centimètre	Diamètre vertical.		Diamètre horizontal.	
	Objectif entier.	Demi-objectif.	Objectif entier.	Demi-objectif.
3,2	131",76	131",10	131",09	135",12

Le diamètre d'une source lumineuse est donc plus grand quand on le mesure avec un demi-objectif, dans une direction perpendiculaire à la ligne de section, que si on le mesure avec l'objectif entier. La seconde expérience nous apprend, en outre, que suivant la ligne de section les diamètres mesurés sont les mêmes. Ainsi chacune des deux images du Soleil, données par un héliomètre, est en réalité une ellipse dont le grand axe est perpendiculaire à la ligne de section ; mais son petit axe, dirigé suivant cette ligne, est égal au diamètre de l'image circulaire qu'on obtiendrait avec un objectif ordinaire de même ouverture. Les mesures de diamètre ou de distance, faites avec un héliomètre, sont donc comparables à celles faites avec une lunette ordinaire. Cependant, comme l'intensité lumineuse de chacune des images n'est au plus que le quart de ce qu'elle serait si l'objectif était

(1) Dans ces expériences, les deux rectangles lumineux qu'offre la double fente se prolongeaient en haut et en bas par des bandes lumineuses de diamètre sensiblement égal au leur et qui subsistaient quand on augmentait l'ouverture de la lunette.

entier, l'héliomètre donnera toujours, dans le cas d'un passage, des diamètres trop grands, et des diamètres trop petits, au contraire, si les mesures sont faites dans les conditions ordinaires. C'est ce que confirme l'examen attentif des nombres qui ont été cités dans le Chapitre précédent.

L'héliomètre offre d'ailleurs un précieux avantage, que signale Bessel dans son Rapport sur l'observation du passage de Mercure, du 5 mai 1832 : « Quoique, dit-il, pendant toute la durée du passage, il soufflât une violente tempête qui souvent ébranlait l'instrument, cela n'eut aucune conséquence fâcheuse sur les observations. Les ébranlements de la lunette n'avaient point d'influence, puisqu'ils étaient partagés par les deux moitiés de l'objectif et que tout se passait, en définitive, comme si la lunette était en repos. »

CHAPITRE III.

CONSÉQUENCES ASTRONOMIQUES.

I. — OBSERVATIONS MÉRIDIENNES DE LA LUNE ET DES PLANÈTES A PHASES.

Toutes les fois que l'astre dont on veut déterminer la position est tel qu'on ne puisse en observer que l'un des bords (tels sont la Lune et les planètes intérieures, ainsi que Mars et Jupiter, en certains points de leurs orbites), il faut, pour rendre comparables entre elles les observations faites avec des instruments d'ouvertures différentes, même s'ils ont des objectifs parfaits, corriger chacune d'elles de la *diffraction instrumentale* qui caractérise l'instrument considéré.

C'est ainsi, par exemple, que, toutes choses égales d'ailleurs, l'ascension droite du premier bord de la Lune sera plus petite, en un même endroit, pour un observateur armé d'un instrument de petite ouverture que pour un autre astronome dont l'instrument aurait un objectif plus grand : l'inverse aurait lieu pour le second bord de notre satellite.

Cette proposition est une conséquence directe des expériences dont

on a donné plus haut les résultats, et, à la rigueur, on peut la considérer comme déjà démontrée. Il est bon, néanmoins, d'en chercher, dans les observations elles-mêmes, une preuve pour ainsi dire plus astronomique.

Or, depuis quelques années, à l'Observatoire de Paris, on observe assidûment la Lune, pendant la première moitié de sa lunaison, à deux instruments d'ouverture différente : le grand cercle méridien ($0^m,24$ d'ouverture) et la lunette méridienne de Gambey ($0^m,15$). Voici le tableau des ascensions droites du premier bord, observées simultanément en 1875 à ces deux instruments (¹), tableau dans lequel nous avons inscrit, à la colonne différence, l'excès de l'ascension droite donnée par le grand cercle méridien sur celle que donne la lunette de Gambey.

*Ascension droite du premier bord de la Lune observée le même jour à Paris, en 1875,
à la lunette de Gambey (G) et au grand cercle méridien (M).*

Dates.		Ascension droite		Différence M — G.
		G.	M.	
		^h ^m ^s	^h ^m ^s	^s
Janv.....	19	6.27.21.47	6.27.21.58	+ 0,11
	24	7.33. 9,36	7.33. 9,51	15
Fév.....	15	6. 3.33.72	6. 3.33,87	15
	18	9. 8.40.90	9. 8.41,30	40
	19	10. 2.14,99	10. 2.14,95	— 0,04
Mars.....	15	6.49. 0.83	6.49. 1,03	23
Avril.....	14	9.28. 3.22	9.28. 3,51	29
	15	10.18.53,61	10.18.53,90	29
	16	11. 6.16,18	11. 6.16,09	— 0,09
	17	11.51.22.20	11.51.22,29	09
	19	13.19.23.69	13.19.24,17	48
Mai.....	12	10. 2.44.99	10. 2.45,00	01
	15	12.21.27.63	12.21.27,89	26
	19	15.24.12.78	15.14.12,99	21
Juin.....	14	14.20. 2.76	14.20. 2,94	18
	15	15. 7.42.66	15. 7.42,60	— 0,06
	17	16.51.34.22	16.51.34,30	08
	18	17.47.23.25	17.47.23,15	— 0,10
Juillet.....	12	14.50. 2.46	14.50. 2,53	07
	15	17.27.12.68	17.27.12,61	— 0,07
	17	19.21.46.08	19.21.46,21	13
Août.....	10	16.10.57.80	16.10.57,88	08
Déc.....	6	23.34.27.05	23.34.27,23	18
	7	0.23.23.32	0.23.23,55	23
Différence moyenne M — G...				+ 0 ^s ,136

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXII, p. 577 et suiv.

Sur les vingt-quatre observations que renferme ce tableau, *cinq* seulement donnent une différence en sens inverse de celui que nous avons annoncé. Il convient d'ailleurs de remarquer que la différence moyenne correspondant à ces cinq observations n'est que de $0^s,072$, tandis que la moyenne des dix-neuf autres atteint $0^s,185$. Quoi qu'il en soit, on déduit de ce tableau que l'avance moyenne de M. Renan, observant à la lunette de Gambey, sur M. Perigaud, chargé du grand cercle méridien, est égale à

$$0^s,136, \text{ ou en arc } 2'',04;$$

malheureusement, les observations simultanées du second bord de la Lune sont trop peu nombreuses pour qu'il soit légitime d'en tirer une conclusion quelconque.

La théorie conduirait à une différence de

$$0'',50,$$

beaucoup moindre que la précédente.

Mais l'écart qui a été observé est la résultante de l'effet de la diffraction instrumentale, des différences d'aberration des deux instruments et de l'équation personnelle de l'un des observateurs par rapport à l'autre.

Or la différence des équations personnelles Périgaud-Renan est en moyenne de $0^s,5$, soit en arc $0'',75$ ⁽¹⁾; la différence des heures observées tenant aux autres causes est donc en réalité de

$$1'',25.$$

Ces différences entre les ascensions droites du bord de la Lune, observées à des instruments différents, ont d'ailleurs été remarquées depuis longtemps : j'en citerai un exemple dû à W. Struve ⁽²⁾. Dans

⁽¹⁾ En l'absence de mesures précises sur les équations personnelles dans les passages des planètes et dans l'état d'incertitude où est encore cette question, j'admets provisoirement avec W. Struve que l'équation personnelle est la même que pour les étoiles; j'attribue ainsi aux défauts des objectifs, cause physique connue, les *différences résiduelles* qui restent après l'application de la correction de diffraction instrumentale.

⁽²⁾ *Vergleichung der mit einem kleinen tragbaren Durchgangsinstrument von Ertel and der mit dem dreifüssigen Meridiankreise beobachteten Geraden Aufsteigungen des Mondes and der Mondsterne.* (*Astronomische Nachrichten*, vol. X, 1833, n^{os} 217 et suiv.)

ce Mémoire, le célèbre astronome, alors directeur de l'observatoire de Dorpat, compare les observations faites par Feodorow, avec un petit instrument de $2^{\circ},6$ d'ouverture, à celles de Preuss avec le cercle méridien de Dorpat (11 centimètres); et, après élimination de la différence d'équation personnelle des deux observateurs, il arrive aux résultats suivants pour la différence $P - F$ des ascensions droites de chacun des bords de la Lune :

Premier bord.			Deuxième bord.		
Dates.		P — F.	Dates.		P — F.
1832. Mars	8	+ 0,48 ^s	1832. Avril	14	— 0,28 ^s
	9	68		15	04
	10	39		16	21
	13	51		17	26
	14	38			
	15	60			
Avril	10	13			
	11	26			
	12	44			
	13	23			
	14	28			

D'où, en tenant compte du poids que Struve croit devoir assigner à chacune des observations, on obtient $0^{\text{s}},336$ pour valeur moyenne de la différence $P - F$; et, comme la sécante de la déclinaison de la Lune pendant la durée des observations est en moyenne 1,028, la différence des demi-diamètres de la Lune donnés par les deux instruments est de

$$4'',86;$$

notre théorie conduirait au nombre

$$2'',67.$$

Le nombre observé est ici encore plus grand que le nombre théorique, et même la différence est plus grande que dans le cas précédent. Cependant la lunette du petit instrument de Feodorow sortait de l'Institut optique d'Utzhneider et Fraunhofer; on ne peut donc guère lui supposer, vu ses faibles dimensions, une aberration assez forte pour produire un pareil résultat. Mais il convient d'ajouter que, comme la plupart des instruments méridiens que construisait alors Ertel, celui-ci

était à lunette brisée ⁽¹⁾; et, dès lors, cette différence n'a plus rien d'inexplicable, pour peu que l'on réfléchisse à la complication du système optique qui fonctionne dans de pareils instruments.

Les observations de la Lune, faites de 1862 à 1865 à la lunette méridienne de l'observatoire de Washington ⁽²⁾, mettent en évidence un fait du même ordre. Leur discussion a conduit M. Newcomb à cette conclusion que la correction de l'Éphéméride d'Hansen, déduite de ces observations, tout en conservant la même valeur moyenne

$$0^{\circ},154,$$

changeait de signe avec celui des deux bords de la Lune qui avait été observé.

II. — DÉTERMINATION DES LONGITUDES PAR LA MÉTHODE DES CULMINATIONS LUNAIRES.

Il résulte des faits que nous venons de citer que, pour obtenir avec exactitude la longitude d'un lieu par la *Méthode des culminations lunaires*, il importe de faire entrer dans le calcul le même nombre d'observations des *deux bords* de la Lune faites en cette station. La longitude déduite des observations du premier bord est, en effet, même en supposant *parfait* l'objectif de l'instrument, toujours plus orientale que celle déduite du second bord; et, si c est la constante de diffraction instrumentale de l'instrument employé, δ la déclinaison de la Lune, α la variation en secondes d'arc de l'ascension droite de la Lune pour une heure sidérale, β le facteur $\frac{54000}{\alpha} - 1$, la différence Δ des deux longitudes obtenues sera, en arc, de

$$c \beta \sec \delta,$$

ou, comme, en moyenne, on peut supposer $\beta \sec \delta = 26,4$,

$$\Delta = 26,4 c,$$

d'où, en temps,

$$\Delta = -1,76 c.$$

⁽¹⁾ *Astronomische Nachrichten*, n° 217.

⁽²⁾ *Washington Observations for 1865*. (*Appendix II*, p. 24.)

Par exemple, les instruments méridiens qui servent dans la plupart des campagnes hydrographiques et même géodésiques ont des lunettes de 6 centimètres d'ouverture, pour lesquelles la valeur maximum de c est $4'',6$: les longitudes d'un même point obtenues avec eux, par l'un et par l'autre bord de la Lune, diffèrent donc entre elles de

$$8^s,15.$$

De même les longitudes obtenues, avec le même bord, par deux instruments dont les constantes sont c et c' (c se rapportant au plus petit des deux), et exprimées en temps, diffèrent entre elles de la quantité

$$\Delta' = \pm 0^s,88 (c - c'),$$

le signe — se rapportant au premier bord dans le cas où la station est orientale. Ainsi, pour le petit instrument méridien de l'Observatoire du Bureau des Longitudes à Montsouris (6 centimètres d'ouverture), et le Grand Cercle méridien de l'Observatoire de Paris ($0^m,24$), on a

$$c = 4'',630, \quad c' = 1'',158;$$

la valeur absolue de la correction précédente est donc

$$\Delta' = 2^s,71.$$

Comparons ces déductions théoriques aux résultats des observations.

1° Les nombres, que nous avons cités plus haut, montrent que pour les deux instruments employés par Preuss et Feodorow la correction Δ s'élève à

$$8^s,8;$$

2° Dans le voyage qu'il fit sous les ordres du capitaine de Kotzebue, Preuss avait un instrument des passages de Troughton, de 57 centimètres de foyer et de $3^s,8$ d'ouverture, avec lequel il détermina la longitude de San-Francisco, au moyen de quatre culminations du premier bord de la Lune et trois du second. Comparées avec les observations simultanées faites à Dublin, Paris, Königsberg et Dorpat, celles de Preuss conduisent à une longitude *occidentale plus grande* de $7^s,4$ pour le second bord que pour le premier ⁽¹⁾.

(1) *Astronomische Nachrichten*, n° 238, p. 364.

3° Pendant son séjour à l'Observatoire magnétique d'Hobart-Town, en 1843, 1844 et 1846, le lieutenant Kay (R.-N.) fit un grand nombre d'observations méridiennes de la Lune avec un instrument des passages de Troughton et Simms, de 75 centimètres de foyer et de 7 centimètres d'ouverture. En les comparant aux observations correspondantes faites aux grands instruments de Greenwich, Édimbourg et Cambridge, il trouva, pour longitude orientale d'Hobart-Town (1) :

Observatoire.	Longitude déduite des observations du			
	1 ^{er} bord.		2 ^e bord.	
	Nombre des observations.		Nombre des observations.	
Greenwich....	9.49.26,03	9	9.49.15,68	3
Édimbourg....	24,12	14	21.72	4
Cambridge....	31,94	5	20,24	9

Je me borne à ces trois exemples : ils sont loin d'être les seuls que je pourrais citer, car on en trouve bien d'autres dans les Recueils astronomiques. Je signalerai surtout un Mémoire de C.-A.-F. Peters, publié en 1825, et dans lequel il donne les différences de longitude de la plupart des observatoires d'Europe, obtenues au moyen de l'observation de la Lune et des étoiles voisines de son parallèle (2).

Conclusion. — Dans la détermination des longitudes par la méthode des culminations lunaires, il importe au plus haut point de connaître le diamètre apparent de la Lune, donné par l'instrument dont on se sert. Pour cela, il faut donc profiter de toutes les occasions, d'ailleurs rares, où l'on peut observer à la fois les deux bords de la Lune : c'est ce que firent Preuss et Feodorow, le 14 avril 1832 (3). Les durées du passage de la Lune au méridien furent

2^m 9^s,02 pour Feodorow,

et

2^m 8^s,46 pour Preuss,

nombres qui diffèrent entre eux de 0^s,56. On en conclut que le diamètre de la Lune était plus grand de 8",64 dans l'instrument de Feo-

(1) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. IX, p. 41.

(2) *Langendifferenzen mehrerer Sternwarten aus den Beobachtungen der Mondsterne berechnet.* (*Astronomische Nachrichten*, vol. V, n° 101, p. 65 et suiv.)

(3) *Astronomische Nachrichten*, n° 237, p. 343.

dorow que dans celui de Preuss, valeur qui diffère peu de celle qu'a fourni l'ensemble des observations. C'est aussi ce que faisait Bessel à l'Observatoire de Königsberg ⁽¹⁾.

Si, d'un autre côté, dans un observatoire fixe, avec un instrument de même ouverture que ceux qui servent en campagne, et aussi exempt d'aberration que possible, on détermine assidûment la correction de l'Éphéméride de la Lune, ainsi que son diamètre apparent, on aura tous les éléments nécessaires au calcul et à l'élimination des différences dont je viens de démontrer l'existence.

III. — OCCULTATIONS.

L'occultation d'une étoile par la Lune peut donner lieu, suivant la phase dans laquelle se trouve alors notre satellite, à quatre observations différentes :

- 1° Disparition de l'étoile derrière le bord obscur de la Lune;
- 2° Réapparition de l'étoile au delà du bord obscur de la Lune;
- 3° Disparition de l'étoile derrière le bord éclairé de la Lune;
- 4° Réapparition de l'étoile au delà du bord éclairé de la Lune.

De ces quatre espèces d'observations, la première est évidemment la plus précise; la dernière, au contraire, sujette aux causes d'erreur les plus considérables.

Quoi qu'il en soit, l'observation de l'un quelconque de ces quatre phénomènes détermine le point du limbe lunaire qui, à un instant donné, celui de l'occultation, a la même déclinaison et la même ascension droite que l'étoile occultée. On peut en déduire ⁽²⁾ les coordonnées d'une *étoile fictive* qui serait, au même instant et pour un observateur placé au centre de la Terre, en contact avec le même point du bord de la Lune; et, par suite, la *distance angulaire* de cette étoile fictive au centre de la Lune, c'est-à-dire le *demi-diamètre lunaire déduit de chaque occultation observée*.

Si la théorie qui vient d'être exposée est exacte, il est certain que les

⁽¹⁾ *Königsberger Beobachtungen.*

⁽²⁾ *Introduction to Greenwich Astronomical Observations; calculations of occultations of Stars.*

diamètres d'occultation résultant des observations faites sur le bord obscur de la Lune seront toujours plus petits que ceux qui s'obtiendront avec les observations faites sur le bord éclairé, et plus petits de la valeur de la constante de diffraction instrumentale relative à l'instrument considéré. La discussion des nombres donnés par de nombreuses occultations doit donc fournir une nouvelle vérification des principes dont on a essayé de donner la démonstration.

Malheureusement les observations de réapparition d'étoiles au delà du bord éclairé de la Lune sont trop peu précises pour qu'on puisse les faire entrer en ligne de compte, et l'on doit se borner aux trois premiers phénomènes cités en commençant.

Les *Annales de l'Observatoire de Greenwich*, établissement dont les forces ont été, depuis sa fondation, dirigées surtout vers l'observation de notre satellite, renferment à cet égard des documents précieux. Je citerai en particulier un Mémoire de M. Breen sur les diamètres lunaires déduits des occultations observées à Cambridge de 1830 à 1835 et à Greenwich de 1836 à 1860 (¹), Mémoire dont sont extraits les éléments de notre comparaison.

Je choisirai, dans ce but, les observations faites à Greenwich avec un instrument déterminé, l'équatorial Est [de 6,7 pouces anglais (0^m,17) d'ouverture], de 1838 à 1852, période pendant laquelle le diamètre de la Lune donné par le *Nautical Almanac* a différé d'une quantité constante de la valeur adoptée par M. Breen dans son calcul, et qui résulte des observations méridiennes et altazimutales faites à Greenwich pendant la même période.

On a ainsi soixante-huit observations de disparition d'étoiles derrière le bord obscur, conduisant en moyenne au nombre

$$- 1'',98$$

comme correction au diamètre adopté, et vingt-cinq observations de réapparition au delà du même bord, donnant en moyenne la correction

$$- 3'',11;$$

(¹) *On the value of the Moon's semidiameter as obtained by the investigations of Hugh Breen, from occultations observed at Cambridge and Greenwich. (Astronomical and Meteorological Observations made at the royal Observatory Greenwich in the year 1864; Appendix I.)*

à cause de la différence des deux observations, il est convenable de ne pas prendre ces deux nombres séparément, mais bien plutôt de ne considérer que leur moyenne, laquelle est

$$- 2'',54.$$

D'un autre côté, la même période fournit quinze observations de disparition derrière le bord lumineux de la Lune, dont l'ensemble donne pour correction nouvelle

$$- 0'',80.$$

La différence des deux est

$$1'',74,$$

tandis que la constante théorique de diffraction instrumentale de l'équatorial Est de Greenwich est de

$$1'',55.$$

L'accord de ces deux nombres est aussi complet que le comportent les incertitudes de l'observation, tout aussi bien que celles qui existent sur la valeur même de la constante théorique adoptée.

IV. — DÉTERMINATION DE LA PARALLAXE SOLAIRE AU MOYEN DE L'INÉGALITÉ PARALLACTIQUE DE LA LUNE.

La Lune ne sert point seulement à nous montrer, par la place qu'elle occupe par rapport aux étoiles, quelle position nous occupons nous-mêmes sur la surface de la Terre; l'observation régulière de notre satellite peut aussi nous faire connaître la distance qui nous sépare de l'astre central de notre système planétaire.

L'une des inégalités du mouvement de la Lune, l'*inégalité* dite *parallactique* dont la forme est $I \sin D$, D étant la distance angulaire moyenne de la Lune et du Soleil, dépend en effet essentiellement de la distance de la Terre au Soleil et peut servir à la déterminer. Ainsi

I étant le coefficient de l'équation parallactique,

π la constante de la parallaxe solaire,

μ la masse de la Lune ($\mu = \frac{1}{81,5}$),

P la constante de la parallaxe lunaire ($P = 3422'',7$),

m le rapport des moyens mouvements du Soleil et de la Lune,

F un facteur constant, égal à $0,24123$,

on a, d'après Delaunay ⁽¹⁾

$$I = F \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \frac{\sin \pi}{\sin P} \frac{1}{1 - \frac{m^2}{6}},$$

c'est-à-dire que la parallaxe solaire est à très-peu près le $\frac{1}{4}$ du coefficient de l'équation parallactique.

Pour obtenir, par ce moyen, la parallaxe solaire avec la précision de $\frac{1}{100}$ de seconde qu'on demande aujourd'hui aux observations du passage de Vénus, il faudrait donc connaître la valeur de l'inégalité parallactique avec une erreur moindre que

$$0'', 14;$$

ou, en d'autres termes, une incertitude de $0'', 1$ sur la valeur de l'inégalité parallactique entraîne une erreur correspondante de $0'', 007$ sur la parallaxe solaire. Une pareille précision ne peut être atteinte que si l'on tient compte de l'effet de la diffraction instrumentale : c'est ce que je vais montrer, en prenant comme base les nombres donnés par M. Newcomb, dans le Mémoire que j'ai déjà cité ⁽²⁾, Mémoire où il discute les observations de la Lune effectuées de 1862 à 1865 avec la lunette méridienne ($0^m, 135$ d'ouverture) de l'Observatoire de Washington.

Les observations faites, pendant ces quatre ans, aux époques du maxima (en valeur absolue) de l'inégalité parallactique lui donnent immédiatement pour valeur de cette quantité

$$124'', 36,$$

au lieu du nombre

$$126'', 46,$$

qu'Hansen avait déduit des observations de Greenwich et de Dorpat et adopté pour ses Tables.

D'un autre côté, sept fois, pendant cette période de quatre ans, la Lune fut assez près de l'opposition, au moment de son passage au

⁽¹⁾ *Théorie du mouvement de la Lune*, vol. II, p. 847.

⁽²⁾ *Investigations on the distance of the Sun and the elements which depend upon it. (Astronomical and meteorological observations made at the United-States Naval Observatory, during the year 1865; Appendix II.)*

méridien, pour qu'on pût en observer les deux bords et obtenir ainsi son diamètre instrumental : il fut trouvé égal à celui des Tables d'Hansen; de telle sorte que, au premier abord, il résulterait des observations de Washington une correction de

$$- 2'', 10$$

à apporter à l'inégalité parallactique donnée par Hansen. Mais, et c'est ici qu'intervient la diffraction instrumentale, la discussion de l'ensemble des observations faites pendant la période indiquée plus haut montre que le demi-diamètre instrumental de la Lune est plus petit le jour que la nuit, et moindre de la quantité

$$0'', 92.$$

Si l'on admet, ce qui ne peut guère être éloigné de la vérité, que les $\frac{2}{3}$ des observations correspondantes aux maxima de l'inégalité parallactique (c'est-à-dire vers les quadratures) ont été faites de jour ou tout au moins quelques-unes de celles-là pendant le crépuscule, comme, d'un autre côté, celles qui ont servi à déterminer le diamètre ont été toutes faites près de minuit, l'inégalité parallactique que nous avons obtenue directement est trop petite de $0'', 612$; l'inégalité parallactique serait donc

$$124'', 97.$$

Mais, il faut le remarquer, ce procédé de correction est en réalité un peu hypothétique; les corrections d'ascension droite, dont on a déduit le nombre $0'', 917$, dépendant dans une certaine mesure de l'incertitude qui existe sur la valeur du coefficient de la *variation*, pour avoir une valeur certaine de l'inégalité parallactique, il faudrait suivre une méthode un peu différente, qui exige d'ailleurs l'emploi d'un al-tazimut, seul instrument véritablement approprié à la détermination qui nous occupe.

Cette méthode, dans laquelle il faut également mesurer le diamètre de la Lune toutes les fois que cela est possible, consiste à déterminer une première valeur approchée de l'inégalité parallactique au moyen de la discussion d'un même nombre d'observations des deux bords de la Lune, faites au moment des quadratures et toutes pendant le jour; puis, au moyen de deux groupes d'observations, en comprenant cha-

cun un nombre égal des deux bords de notre satellite, et faites au moment des syzygies, on calcule la correction qu'il faut apporter à cette valeur approchée pour tenir compte de l'effet de la diffraction instrumentale. Le résultat est évidemment tout à fait indépendant de la valeur du coefficient de la variation, cette inégalité étant toujours nulle aux syzygies aussi bien qu'aux quadratures.

Quoi qu'il en soit, en discutant les observations à un autre point de vue, M. Newcomb avait été conduit à admettre pour valeur de l'inégalité parallactique déduite des observations de Washington le nombre

$$125'',46.$$

La différence $0'',49$ des deux résultats précédents entraîne une différence de $0'',04$ sur la parallaxe solaire qu'on en peut déduire; on voit ainsi toute l'importance qu'a, même dans cette question, l'application de la loi que nous avons énoncée.

V. — PASSAGES DE VÉNUS ET DE MERCURE.

Le diamètre du Soleil et celui de Vénus étant différents l'un et l'autre pour deux observateurs armés de lunettes différentes tandis que la vitesse relative de Vénus par rapport au Soleil est au contraire invariable, les deux astres ne doivent point paraître en contact au même instant, en un même lieu, pour ces deux observateurs. Le premier contact interne paraît devoir être noté d'autant plus tôt que l'ouverture de l'instrument est plus petite, et le second contact interne être, au contraire, noté d'autant plus tard dans les mêmes conditions.

Les instruments employés dans les observations des passages de Vénus de 1761 et 1769 étaient si imparfaits à cause de l'époque même, que l'on ne peut guère espérer trouver dans les observations une vérification de cette loi. Cependant il convient de remarquer qu'en 1761, tout aussi bien qu'en 1769, le diamètre déduit de l'observation directe des contacts est sensiblement le même que celui qu'on déduit de l'ensemble des mesures micrométriques; cette coïncidence porte à croire que l'heure d'un contact dépend de la valeur du diamètre de Vénus dans l'instrument employé. Mais l'observation faite par M. Bessel, avec l'héliomètre de Kœnigsberg, lors du passage de Mercure des 4 et 5 mai 1832, conduit à des résultats plus nets.

Bessel se proposait trois buts :

- 1° Déterminer les heures de contact des bords des deux astres;
- 2° Étudier les apparences physiques du phénomène;
- 3° En déduire un jugement sur l'irradiation du Soleil et, par suite, déterminer la grandeur et la forme de la planète Mercure.

Pour résoudre ces différentes questions, il convenait de déterminer par des mesures directes non-seulement le diamètre de Mercure, mais aussi celui du Soleil; l'héliomètre s'y prêtait merveilleusement, et l'on a obtenu ainsi :

Diamètre du Soleil ramené au centre de la Terre.....	15'50",879
Diamètre de Mercure à l'unité de distance.....	6",6974

Remarquons que les *Tabulæ regiomontanæ*, fondées sur des observations méridiennes faites avec des instruments d'ouverture moins considérable que celle de l'héliomètre de Bessel, attribuaient au Soleil un diamètre

$$15'51",96,$$

plus grand de 1",081 que celui mesuré directement par Bessel.

Quant aux contacts, Bessel les a observés « de la façon la plus simple et la plus naturelle ».

Mais Bessel a été plus loin; il a pris vers le milieu du passage une série de mesures des distances de la planète à des points diamétralement opposés du bord du Soleil, obtenant ainsi, sans avoir besoin de connaître le diamètre du Soleil, la plus courte distance de l'orbite apparente de la planète au centre du Soleil. D'un autre côté, les heures des deux contacts intérieurs lui donnaient la longueur de la corde décrite par le centre de la planète sur un cercle dont le diamètre serait la différence entre les diamètres déjà trouvés des deux astres; et cette longueur, combinée avec la distance précédente, déterminait la différence des deux diamètres et par suite le diamètre du Soleil, puisque celui de la planète était connu.

Bessel obtint ainsi, pour le diamètre du Soleil, les trois valeurs suivantes :

D'après les contacts intérieurs.....	15'50",893
D'après les mesures directes.....	15'50",898
D'après les distances mesurées.....	15'50",823

Ces trois valeurs s'accordent entre elles, plus peut-être qu'on aurait été en droit de l'espérer.

On doit conclure de là que l'instant du contact obtenu avec un instrument donné dépend des diamètres apparents du Soleil et de Mercure dans cet instrument; et, comme ceux-ci varient avec son ouverture, que l'instant du contact varie lui-même avec elle.

C'est également la conclusion que l'on paraît être en droit de déduire des nombres obtenus dans les différentes stations françaises lors du dernier passage de Vénus. Mais, les résultats de ces observations et ceux trouvés par les principales missions de l'étranger n'ayant pas encore été livrés à la publicité, il convient d'en différer la discussion.

Cette question fera l'objet d'un Mémoire spécial, dans lequel seront décrites les méthodes que M. Angot et moi nous employons pour étudier le phénomène du passage tant au point de vue de l'observation directe qu'au point de vue photographique, et où nous indiquerons les conséquences auxquelles elles nous conduisent.

Mais je ne veux point attendre jusque-là pour remercier bien vivement MM. H. Deville et Mascart. M. Deville a gracieusement mis à notre disposition les ressources de son laboratoire. Depuis notre retour de Nouméa, M. Mascart nous a constamment guidés, M. Angot et moi, dans les recherches que nous avons entreprises; son esprit ferme et droit a aplani toutes les difficultés de la route que nous voulions parcourir, et c'est à lui que revient la meilleure part de ce travail. Je suis heureux de pouvoir leur exprimer publiquement toute notre reconnaissance.
