ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

E. MASCART

Note sur les formules de dispersion

Annales scientifiques de l'É.N.S. 1re série, tome 1 (1864), p. 263-267
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1864_1_1__263_0>

NOTE SUR LES FORMULES DE DISPERSION,

PAR M. E. MASCART,

PROFESSEUR DE PHYSIQUE AU LYCÉE DE METZ.

La connaissance des indices de réfraction et des longueurs d'onde peut servir à contrôler les différentes formules qui ont été proposées pour exprimer la loi de la dispersion. M. Verdet (1) l'a déjà fait dans une Note placée à la suite d'un de ses Mémoires; mais il ajoute : « Je ne voudrais déduire aucune conclusion définitive de ces comparaisons, et je ne crois pas qu'on puisse résoudre la question sans reprendre à nouveau la mesure des longueurs d'onde et sans étendre les mesures d'indices au delà des limites du spectre visible. » Je crois que le travail que j'ai publié dans le numéro précédent réalise ces deux conditions et permettra de vérifier dans quelles limites chacune des formules s'accorde avec l'expérience. J'espère en outre que cette comparaison servira à confirmer la valeur des méthodes que j'ai employées et l'exactitude des résultats.

Comme le spectre ordinaire du spath d'Islande possède une dispersion considérable et que les indices des différentes raies ont été mesurés avec le plus grand soin, il se prête très-bien à l'étude de la dispersion : c'est le seul dont je ferai usage. Enfin, j'essayerai seulement, comme M. Verdet, les formules qui ont été déduites de vues théoriques particulières : ce sont celles de Cauchy, de M. Redtenbacher et de M. Christoffel.

Le tableau qui suit renferme les résultats de la comparaison de ces diverses formules avec l'expérience.

La formule de Cauchy réduite à ses trois premiers termes est

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

Les trois constantes A, B, C, calculées à l'aide de l'observation des trois raies C, G, O, ont pour valeurs

$$A = 1{,}639087, \quad B = 0{,}0064147, \quad C = 0{,}00008766.$$

Les indices qui correspondent à la première colonne ont été calculés avec ces coefficients. Si, au lieu de prendre trois raies pour points de départ, on calcule les coefficients à l'aide de toutes les observations par la méthode d'interpolation de

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIX.

Cauchy, on trouve les valeurs

$$A = 1,63914, \quad B = 0,0063995, \quad C = 0,00008886.$$

Les résultats de la seconde colonne, calculés par ce procédé, diffèrent très-peu de ceux de la première.

Les coefficients de la formule de M. Redtenbacher

$$\frac{1}{n^2} = a + b\lambda^2 + \frac{c}{\lambda^2},$$

calculés au moyen des trois mêmes raies C, G, O, sont

$$a = 0,373562, \quad b = -0,001783, \quad c = -0,0032126.$$

La formule de M. Christoffel,

$$n = \frac{n_0\sqrt{2}}{\sqrt{1+\frac{\lambda_0}{\lambda}} + \sqrt{1-\frac{\lambda_0}{\lambda}}},$$

n'a que deux constantes n_0 et λ_0, dont les valeurs, déduites de l'observation des deux raies D et N, sont

$$n_0 = 2,31887, \quad \lambda_0 = 0,17467.$$

RAIES.	DIFFÉRENCE ENTRE L'INDICE CALCULÉ ET L'INDICE OBSERVÉ.			
	Formule de Cauchy.		Formule de Redtenbacher.	Formule de Christoffel.
A (1)	+ 31	+ 34	+ 62	+ 43
B	+ 12	+ 14	+ 20	+ 38
C	»	+ 2	»	+ 23
D	− 14	− 13	− 24	»
E	− 20	− 19	− 31	− 15
b	− 10	− 10	− 21	− 8
F	− 11	− 10	− 19	− 14
G	»	+ 1	»	− 12
H	+ 8	+ 8	+ 12	− 6
L	+ 13	+ 13	+ 18	− 0
M	+ 10	+ 10	+ 15	− 2
N	+ 6	+ 6	+ 9	»
O	»	+ 1	»	+ 4
P	+ 1	+ 2	− 2	+ 14
Q	− 10	− 9	− 18	+ 14
R	− 33	− 32	− 49	+ 11

(1) J'ai pris pour longueur d'onde de la raie A le nombre 0,7606 donné par M. Bernard.

Avant de tirer aucune conséquence de ce tableau, il faut évaluer l'importance des différences que nous avons trouvées entre le calcul et l'observation. Ces différences expriment des cent-millièmes, des unités du sixième chiffre dans la valeur des indices de réfraction. Or, il est bien difficile de mesurer les indices avec cinq chiffres décimaux exacts; il ne faudrait pas commettre sur la mesure des angles une erreur plus grande que 1 seconde. D'un autre côté, le cinquième chiffre des longueurs d'onde est douteux, et une erreur d'une unité sur ce chiffre entraîne à peu près une erreur d'une unité sur la cinquième décimale de l'indice calculé.

Malgré cette incertitude, on voit que le désaccord qui se manifeste entre les formules et l'expérience suit une loi parfaitement régulière. Lorsque les coefficients ont été calculés à l'aide de certaines raies, les différences conservent toujours le même signe entre deux de ces raies : elles vont en croissant jusqu'au milieu de l'intervalle des deux raies pour décroître ensuite; il n'y a que des exceptions assez rares et peu importantes. La régularité de ces variations ne tient pas à la manière dont les coefficients ont été calculés, car elle se reproduit dans la deuxième colonne, où ce calcul a été fait d'après l'ensemble des expériences, et dans la quatrième, où les points de départ sont différents. Il est difficile d'admettre que ce soit là un effet du hasard; il faut en conclure, je crois, que dans les valeurs des indices et des longueurs d'onde dont je me suis servi, l'inexactitude porte seulement sur le dernier chiffre, et qu'en outre elle est faible.

La formule de M. Redtenbacher est évidemment la plus défectueuse, bien qu'elle renferme trois constantes; celle de M. Christoffel, qui ne renferme que deux constantes, se rapproche beaucoup plus de la vérité. La formule de Cauchy à trois termes paraît la meilleure, mais elle ne présente pas encore avec l'expérience un accord suffisamment rigoureux; il serait nécessaire de tenir compte du quatrième terme de la série.

Dans le même Mémoire, M. Verdet dit encore : « Il est possible que l'avantage de la formule de Cauchy tienne pour une grande part à ce que la méthode d'interpolation permet de faire concourir toutes les observations à la détermination des constantes. » Cette manière de voir ne paraît pas confirmée par les résultats inscrits dans les deux premières colonnes, car les différences sont sensiblement les mêmes. La formule de Cauchy conserve donc sa supériorité quand on calcule les coefficients à l'aide de trois expériences seulement.

M. Briot (1) a fait voir qu'en adoptant l'explication de la dispersion donnée par Cauchy, on est conduit nécessairement à admettre aussi l'existence de la dispersion dans le vide, ce qui est contraire aux observations; il attribue alors ce phénomène

(1) *Essai sur la théorie mathématique de la lumière.*

à l'influence des molécules pondérables. Cette influence peut s'exercer de deux manières, soit en modifiant le mouvement du milieu éthéré, soit en donnant aux molécules d'éther, avant la vibration, une distribution non homogène. D'après la première hypothèse, l'indice de réfraction varierait proportionnellement au carré de la longueur d'onde; l'autre fournit une formule de dispersion toute semblable à celle de Cauchy. Il n'y a pas à hésiter si l'on veut faire un choix entre les deux hypothèses, puisque la seconde rend compte des phénomènes avec une grande approximation, mais il n'est pas impossible que les deux causes agissent en même temps. J'ai essayé de résoudre cette question en ajoutant à la formule de Cauchy un terme proportionnel au carré de la longueur d'onde, et en soumettant au calcul les expressions suivantes :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}, \tag{1}$$

$$n = A' + \frac{B'}{\lambda^2} + K\lambda^2, \tag{2}$$

$$n = A'' + \frac{B''}{\lambda^2} + \frac{C''}{\lambda^4} + H\lambda^2. \tag{3}$$

En employant la méthode d'interpolation de Cauchy, on trouve

$$K = -0,00823, \quad H = +0,00517.$$

Je ne donne pas la valeur des autres coefficients, parce qu'on n'en fait pas usage dans les calculs. Voici les résultats :

RAIES.	DIFFÉRENCE ENTRE LE CALCUL ET L'OBSERVATION.		
	$n=A+\frac{B}{\lambda^2}$.	$n=A'+\frac{B'}{\lambda^2}+K\lambda^2$.	$n=A''+\frac{B''}{\lambda^2}+\frac{C''}{\lambda^4}+H\lambda^2$.
A	− 41	+ 90	− 6
B	− 34	+ 24	+ 5
C	− 34	− 3	+ 3
D	− 18	− 34	0
E	+ 7	− 38	− 5
b	+ 21	− 28	+ 3
F	+ 35	− 21	− 1
G	+ 64	+ 10	− 1
H	+ 68	+ 28	0
L	+ 64	+ 34	+ 3
M	+ 53	+ 20	0
N	+ 29	+ 20	− 1
O	− 4	+ 3	− 1
P	− 24	− 6	+ 5
Q	− 60	− 30	+ 1
R	−127	− 79	− 9

La formule (1) ne convient pas, nous le savions déjà, mais l'addition du terme $K\lambda^2$ n'améliore pas sensiblement les résultats; bien qu'elle renferme alors trois coefficients, elle s'éloigne encore plus de l'expérience que celle de Redtenbacher. L'accord de la formule (3) peut être considéré comme parfait; le degré de précision des mesures ne permet pas d'évaluer avec certitude les différences contenues dans la dernière colonne. Toutefois on n'en peut rien conclure, car les trois premiers termes de cette formule, comme on l'a vu, donnent des résultats assez voisins de la vérité pour que l'addition d'une fonction quelconque de λ rende le désaccord inappréciable.

Mais dans les deux cas la valeur du coefficient de λ^2 est très-faible et n'influe pas sur la valeur de l'indice de la quantité 0,00470 pour les plus grandes longueurs d'onde; en outre, ce coefficient change de signe suivant que l'on prend deux ou trois termes dans la formule de Cauchy. Il faut donc admettre, je pense, que l'influence des molécules pondérables sur l'éther en mouvement est nulle ou insensible, et que la dispersion est due en totalité à la distribution non homogène des molécules d'éther dans les milieux pondérables.