

ANNALES SCIENTIFIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT-FERRAND 2
Série Mathématiques

J. DESHAYES

D. PICARD

**Optimalité asymptotique du test du rapport de vraisemblance pour
détecter une rupture dans un modèle de régression**

Annales scientifiques de l'Université de Clermont-Ferrand 2, tome 69, série *Mathématiques*, n° 19 (1981), p. 19-20

http://www.numdam.org/item?id=ASCFM_1981__69_19_19_0

© Université de Clermont-Ferrand 2, 1981, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Annales scientifiques de l'Université de Clermont-Ferrand 2* » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

OPTIMALITE ASYMPTOTIQUE DU TEST DU RAPPORT DE VRAISEMBLANCE POUR
DECELER UNE RUPTURE DANS UN MODELE DE REGRESSION

J. DESHAYES, D. PICARD

Université de Paris-Sud

Notre problème est de détecter l'existence de ruptures dans un modèle de régression indicé de façon chronologique. On observe des variables modélisées par :

$$y_k = x'_k \beta_k + u_k, \quad k = 1, \dots, n$$

- où
- x_k désigne le vecteur de \mathbb{R}^d sur lequel on régresse .
 - β_k est le vecteur des paramètres au temps k .
 - u_k est l'erreur : les u_k sont supposées indépendantes et de loi $\mathcal{N}(0, \sigma_k^2)$.

Nous voulons tester l'hypothèse H_0 qu'il n'y a pas de rupture : $\{\beta_1 = \dots = \beta_n \text{ et } \sigma_1 = \dots = \sigma_n\}$ contre l'hypothèse H_1 qu'à un instant k_0 inconnu se produit un changement de paramètres. Beaucoup de tests ont été proposés : ceux basés sur les sommes cumulées de résidus récursifs et de leurs carrés (cf. : [4]), celui du rapport de vraisemblance ...

Nous avons comparé ces trois tests d'un point de vue asymptotique : à hypothèses fixes, les erreurs décroissent exponentiellement (cf. : [2]); pour un niveau exponentiel fixé, nous avons comparé les vitesses de décroissance exponentielle des erreurs de 2ème espèce de ces tests sous des contre-hypothèses du type

$$\{\exists k_0 = 1, 2, \dots, n-1 \text{ tel que } \beta_1 = \dots = \beta_{k_0} \neq \beta_{k_0+1} = \dots = \beta_n\}$$
$$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n = \sigma$$

De ce point de vue, le test du rapport de vraisemblance est optimal parmi tous les tests (σ connu) ou parmi les tests invariants (σ inconnu) : en fait, ce test donne les mêmes vitesses que les tests optimaux dans le cas où l'instant de rupture k_0 est connu

Les démonstrations figurent dans (6) et (7) : elles utilisent les théorèmes de grandes déviations pour les marches aléatoires (cf. [3], [8], [9] et aussi [1]).

Références :

- (1) R. AZENCOTT : "Grandes déviations" - Cours de l'Ecole d'Eté de Probabilités de Saint-Flour (1978). Lectures Notes in Mathematics (à paraître).
- (2) R.R. BAHADUR : "An optimal property of the likelihood ratio statistics", Vth Berkeley Symposium (1966), I, p. 12-26
- (3) A.A. BOROVIKOV : "Boundary-value problems for random walks and large deviations in function spaces", T.P.A. (1967) n° 12, p. 575-595
- (4) R.L. BROWN, J. DURBIN, J.M. EVANS : "Techniques for testing the constancy of regression relationships over time". J.R.S.S. (1975) B, p. 149-195
- (5) H. CHERNOFF : "A measure of asymptotic efficiency for tests of a hypothesis based on the sum of observations". A.M.S. (1952), n° 23, p. 493-507
- (6) J. DESHAYES, D. PICARD : "Grandes et moyennes déviations pour les marches aléatoires et applications en statistique". Séminaire de statistique d'Orsay, 1977-78. Astérisque (à paraître).
- (7) J. DESHAYES, D. PICARD : "Tests de rupture de régression : comparaison asymptotique" (à paraître).
- (8) MOGULSKII : "Large deviations for trajectoires of multidimensional random walks". T.P.A. (1976) n° 21, p. 300-315
- (9) A.D. VENTSEL : "Rough limit theorems on large deviations for Markov processes". T.P.A. (1976) n° 21, p. 227-242 et p. 499-512.

Université Paris-Sud
E.R.A.-C.N.R.S. 532
"Statistique Appliquée"
Bât. de Mathématiques - 425
91405 ORSAY