ANNALES SCIENTIFIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT-FERRAND 2
Série Mathématiques

RENÉ SCHOTT

Marches aléatoires sur les espaces homogènes

Annales scientifiques de l'Université de Clermont-Ferrand 2, tome 65, série *Mathématiques*, n° 15 (1977), p. 108-109

<http://www.numdam.org/item?id=ASCFM_1977__65_15_108_0>

MARCHES ALEATOIRES SUR LES ESPACES HOMOGENES

René SCHOTT

Université de Nancy I

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

1) Introduction : Soit G un groupe topologique localement compact à base dénombrable d'élément neutre e et μ une mesure de probabilité sur G. Soit $X_1, X_2, \ldots X_n$ une suite de v.a. indépendantes à valeurs dans G et de même loi μ.

Soit $Z_n^g = X_n \ldots X_1 g$ la marche aléatoire gauche partant de g au temps 0 associée. C'est une chaîne de Markov dont le noyau de transition est $p = \mu \times \varepsilon_g$ $(g \in G)$. Soit H un sous-groupe fermé de G et $M = G/_H$ le quotient à gauche de G par H. Soit π l'application canonique de G dans M et $Y_n^x = \pi(X_n X_{n-1} \ldots X_1 g) = X_n X_{n-1} \ldots X_1 x$ avec $x = \pi(g)$, Y_n^x est une chaîne de Markov sur M dont le noyau de transition est donné par : $p(x,A) = \mu * \varepsilon_x(A)$ $(x \in M$, A borélien de $M)$.

Le but de cet exposé est de démontrer le théorème suivant :

2) THEOREME 1 : Soient G un groupe de Lie nilpotent simplement connexe, H un sous-groupe fermé connexe, non distingué de G, Z_n^g une marche aléatoire sur G de loi μ adaptée et étalée et $Y_n^x = \pi(Z_n^g)$ la marche aléatoire déduite de Z_n^g par la projection canonique π.

Alors tout état de M est transitoire et le potentiel de tout compact est borné.

La démonstration de ce théorème a été publiée dans [4]

3) Remarque : L'hypothèse μ étalée a pu être récemment supprimée et on démontre dans [5] le résultat suivant :

THEOREME 2 : Les hypothèses sont les mêmes que dans le théorème 1 mais μ n'est pas étalée.

Alors tout état de M est transitoire.

B I B L I O G R A P H I E

Principaux résultats connus à ce jour pour les marches aléatoires sur les espaces homogènes :

[1] GALLARDO L. et RIES V. - "Marches aléatoires sur les espaces homogènes des groupes de déplacements" (à paraître).

[2] HENNION H. - "Marches aléatoires sur les espaces homogènes des groupes nilpotents à génération finie" (Zeitschrift für Warscheinlichkeit 1976 p. 245-267).

[3] HENNION H., ROYNETTE B. - "Un théorème de dichotomie pour une marche aléatoi sur un espace homogène" à paraître au Zeitschrift für W.

[4] PREVOT D., SCHOTT R. - "Marches aléatoires sur les espaces homogènes des gro de Lie nilpotents simplement connexes" à paraître, Lecture Notes - SEMINAIRE NANCY-STRASBOURG.

[5] SCHOTT R. - "Marches aléatoires sur une classe d'espaces homogènes" à paraître aux C.R.A.S.

R. SCHOTT
Université de NANCY I
UER Sciences Mathématiques
C.O. 140
54037 - NANCY CEDEX