

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

---

---

GERGONNE

**Réflexion sur le précédent article**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 17 (1826-1827), p. 272-276

[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1826-1827\\_\\_17\\_\\_272\\_1](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1826-1827__17__272_1)

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1826-1827, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

*Réflexion sur le précédent article ;*

Par M. GERGONNE.

---

Les esprits superficiels , ceux qui n'étudient les sciences que comme on apprend un métier , et qui n'en comptent pour rien la philosophie ,

pourront ne voir dans le beau travail de M. Poncelet , que quelques théorèmes nouveaux ajoutés à ceux dont nous sommes déjà en possession , et une manière nouvelle de démontrer des théorèmes déjà connus. Peut-être même des gens incapables de rien inventer eux-mêmes , viendront-ils nous prouver , avec une sorte de triomphe , que quelques-uns des théorèmes donnés pour nouveaux par l'auteur sont implicitement compris dans d'autres théorèmes déjà démontrés , il y a tant ou tant de siècles , par quelque géomètre grec ou latin bien ignoré.

Mais il s'agit ici , suivant nous , de bien autre chose ; il ne s'agit pas moins que de commencer , pour la géométrie , mal connue depuis près de deux mille ans qu'on s'en occupe , une ère tout-à-fait nouvelle ; il s'agit d'en mettre tous les anciens traités à peu près au rebut , de leur substituer des traités d'une forme tout-à-fait différente , des traités vraiment philosophiques qui nous montrent enfin cette étendue , réceptacle universel de tout ce qui existe , sous sa véritable physionomie , que la mauvaise méthode d'enseignement adoptée jusqu'à ce jour ne nous avait pas permis de remarquer ; il s'agit , en un mot , d'opérer dans la science une révolution aussi impérieusement nécessaire qu'elle a été jusqu'ici peu prévue.

Ce n'est précisément pas parce que la nouvelle doctrine promet une moisson plus abondante de théorèmes qu'elle mérite toute notre attention. Qu'importe , en effet , quelques théorèmes de plus qui demeureront peut-être éternellement sans applications ? Qu'importe , par exemple , que quelques-unes des solutions données récemment par M. le docteur Plücker ( pag. 37 ) soient déjà connues et soient même moins générales et moins complètes que celles que d'autres géomètres ont pu donner des mêmes problèmes , comme la remarque nous en a déjà été faite plusieurs fois ? La théorie des polaires réciproques aurait même fort bien pu épargner à l'auteur la moitié de ses démonstrations , comme elle nous les a épargnées à nous-mêmes dans notre mémoire sur les *lois générales qui régissent les surfaces courbes* ( pag. 214 ) ; mais ici le fond est de peu

d'importance, et la forme est à peu près tout; et ce qui recommande principalement le petit mémoire de M. Plücker, c'est qu'il nous montre les deux géométries marchant constamment de front, sans qu'aucune d'elles ait rien à emprunter à l'autre. C'est là aussi ce que nous avons eu principalement en vue, soit dans notre essai sur les *lois générales qui régissent les polyèdres* ( tom. XV, pag. 157 ), soit dans un autre mémoire plus étendu ( tom. XVI, pag. 209 ).

Mais, comme toutes les révolutions, celle qui se prépare dans la science de l'étendue, et que M. Poncelet regarde peut-être à tort comme étant presque achevée, doit compter pour adversaires, ou tout au moins pour spectateurs indifférens, tous ceux qui n'y auront pas coopéré; et déjà n'entendous-nous pas bourdonner autour de nous que les recherches du genre de celles dont s'occupe M. Poncelet n'excitent, à l'époque où nous nous trouvons, qu'un médiocre intérêt, que cela est à peu près *passé de mode*? Qui sait même si l'on n'aura pas fait des tentatives pour entraîner leur estimable auteur sur un autre terrain et le détourner d'un genre de méditations dans lequel on est contraint d'avouer toute sa supériorité?

Au surplus, si les doctrines que M. Poncelet cherche à faire prévaloir ne sont pas encore aussi répandues qu'elles méritent de l'être, peut-être y a-t-il aussi un peu de sa faute, et peut-être pourrions-nous nous glorifier d'avoir mieux servi la cause qu'il défend qu'il ne l'a servie lui-même. Ce qu'il y a de plus important et de plus éminemment philosophique dans ces recherches, c'est, ce nous semble, d'une part cette double face de la géométrie que son dernier mémoire a pour objet de mettre en évidence, et de l'autre la possibilité de démontrer, sans aucune sorte de calculs ni de constructions, la totalité peut-être des théorèmes qui ne dépendent ni des relations d'angles ni des relations de longueur. Or, le dernier mémoire de M. Poncelet n'est encore connu jusqu'ici que de peu de personnes; et, bien que les points principaux en soient indiqués dans le *Traité des propriétés projectives*, c'est d'une manière si

fugitive qu'il n'en est fait aucune mention ni dans le rapport des commissaires de l'académie, ni dans la préface de l'auteur, ni même dans son introduction de trente pages. N'est-on pas fondé, d'après cela, à penser que M. Poncelet avait d'abord regardé cette partie de son ouvrage comme très-accessoire, surtout lorsqu'on lui voit recommander les élémens d'Euclide, et qu'on le voit débiter par des proportions et des calculs ?

L'ouvrage de M. Poncelet est sans doute rempli d'une multitude de choses très-remarquables ; mais peut-être l'auteur aurait-il bien fait d'en faire le sujet d'autant d'ouvrages séparés ; d'autant que, parmi les doctrines qu'il cherche à faire prévaloir, il en est qui sont tout au moins sujettes à controverse et dont le mélange avec les autres peut faire tort à celles-ci, qui sont au contraire au-dessus de toute attaque.

Quant à nous, convaincus comme nous le sommes que, loin de rien gagner en brusquant les révolutions, on ne fait le plus souvent ainsi qu'en reculer l'accomplissement, et convaincus également qu'il est des choses qu'il faut redire bien de fois avant de les faire recevoir, nous avons embrassé un horizon moins vaste. Certains, même avant que M. Poncelet ait rien publié sur ce sujet, que toute la partie de la géométrie qui ne dépend pas des relations métriques était double, nous avons saisi toutes les occasions de rendre cette vérité sensible ; et pourtant, malgré tous nos efforts, nous n'oserions nous flatter d'y avoir complètement réussi. Toujours est-il vrai, du moins, qu'aujourd'hui encore nous recevons de diverses parts des énoncés de théorèmes, susceptibles de l'espèce de traduction qui fait le sujet des méditations de M. Poncelet, sans que leurs auteurs aient l'air de se douter que cette traduction soit possible.

Il est au surplus un obstacle réel à la propagation facile des doctrines que M. Poncelet et nous cherchons à populariser, et cet obstacle, comme nous l'avons déjà insinué plusieurs fois, réside dans l'obligation où nous nous trouvons de parler la langue créée pour une géométrie bien plus restreinte que celle qui nous occupe. Condillac

## 276 PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DE L'ÉTENDUE.

a sans doute fort exagéré en prétendant réduire toute science à une langue bien faite ; mais ce qu'on ne saurait raisonnablement contester , et ce que prouve victorieusement le progrès immense qu'a dû l'algèbre au perfectionnement progressif de ses notations , c'est que , quand la langue d'une science est bien faite , les déductions logiques y deviennent d'une telle facilité , que l'esprit va pour ainsi dire de lui-même au-devant des vérités nouvelles. Or , M. Poncelet a pu souvent éprouver ce que nous avons éprouvé nous-mêmes ; savoir , qu'il est certaines propositions , évidemment susceptibles de l'espèce de traduction qui fait le sujet de son mémoire , et que pourtant on ne parvient pas à traduire sans quelque contention d'esprit ; et cela uniquement parce que les mots se refusent à les exprimer nettement. La double existence des propriétés de l'étendue pourra donc bien rester encore un mystère pour le gros des géomètres , aussi long-temps que , par exemple , on devra remplacer , dans les traductions , le mot unique *diagonale* par cette suite de mots *points de concours des directions de deux côtés non consécutifs*. L'embarras est bien plus grand encore dans la géométrie de l'espace , où nous n'avons pas même de périphrase pour caractériser nettement la surface polyèdre dont une surface développable est la limite ; car M. Poncelet conviendra , sans doute sans peine , que l'expression de *polyèdre indéfini* qu'il emploie n'est guère préférable à celle d'*angle polyèdre gauche* , que nous avons hasardée dans un précédent mémoire.

Il sera donc nécessaire , pour présenter la nouvelle théorie sous le jour le plus avantageux , de créer d'abord une langue à sa taille , s'il est permis de s'exprimer ainsi ; mais cette langue , nous en convenons , sera difficile à bien faire , et il sera peut-être plus difficile encore , lorsqu'elle sera faite , de lui obtenir un accueil favorable de la part des géomètres.