ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

Géométrie analytique. Note sur le calcul des conditions d'inégalité

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 17 (1826-1827), p. 134-137

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1826-1827__17__134_1>

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Note sur le calcul des conditions d'inégalité ;

Par M. Gergonne.

Dans l'analyse des travaux de l'Académie royale des sciences de Paris, pour 1823 (partie mathématique), M. le baron Fourier, secrétaire perpétuel, donne quelques développemens sur un nouveau genre de calcul, qu'il désigne sous la dénomination de *Calcul des conditions d'inégalité*, et qu'il signale comme éminemment propre à la résolution de certaines questions mathématiques.

Dans un article du Bulletin des sciences de la société philomatique (mai et juin 1825, pages 66 et 81), M. Navier donne, sur ce nouveau genre de calcul, des développemens techniques que l'analyse de M. Fourier n'avait pu comporter.

Enfin, dans le Bulletin général de M. le baron de Ferussac, partie mathématique (juillet 1826), M. A. C. revient sur le même sujet, pour le présenter sous un jour nouveau, d'une manière très-large et très-philosophique.

Voilà donc une nouvelle branche d'analyse que des géomètres du premier ordre s'accordent à regarder comme étant de quelque importance; et dès lors pourquoi nous refuserions-nous à rappeler que, dès la fin de 1811, lorsque rien encore n'avait été publié sur ce sujet, il avait déjà fixé notre attention, et que, précisément à l'occasion d'un problème de statique tout pareil à celui que prend M. Fourier pour exemple, nous annoncions positivement (*Annales* tom. II., pag. 195) qu'il n'était *aucune portion d'étendue, limitée en tout ou en partie, qu'on ne pût exprimer analytiquement, par un système convenable d'équations et d'inégalités, considérées comme ayant lieu à la fois*; et nous en donnions, entre autre exemple, celui de l'arc exprimé par le système

$$y>ax+b\,,\qquad y<a'x+b'\,,\qquad x^2+y^2=r^2\,.$$

Si alors nous n'insistâmes pas davantage sur ce point, c'est que la chose nous paraissait toute claire et toute simple, et de nature à se montrer telle aux yeux de tous les géomètres; mais ce qui prouve évidemment que nous étions loin de l'avoir perdue de vue, c'est que vers la fin de 1823, c'est-à-dire, six mois au moins avant les premières communications faites au public par M. Fourier, nous avions donné, dans des notes qui accompagnaient un mémoire de M. Péclet (*Annales*, tom. XIV, pag. 65) les inégalités qui expriment une droite ou un arc de courbes limitées, la surface d'une couronne circulaire, le volume d'une sphère pleine ou creuse, d'un cylindre, d'un cône, d'un anneau, etc. Nous donnions même en cet endroit l'idée d'une géométrie toute nouvelle, qui ferait entrer en compte le défaut d'homogénéïté de l'étendue, relativement à une quelconque de ses propriétés physiques, dont les formules, calculées à l'avance une fois pour toutes, comme celles de la géometrie analitique, rendraient les applications de la géométrie à la physique incomparablement plus promptes et plus faciles.

Nous ajouterons que, dans nos cours publics, nous avons toujours traité des inégalités, de leurs transformations, de leur résolution, de leur combinaison, de l'élimination des inconnues entre elles, etc, avec le même soin qu'on a coutume de le faire pour les équations; et la chose nous paraît même d'autant plus importante que, si la manière d'opérer sur les inégalités diffère, à quelques égards, de celle dont on traite les équations, les équations et les inégalités ont, d'un autre côté, des points de contact si nombreux qu'à moins d'une étendue un peu attentive des dernières, on pourrait être souvent entraîné à leur appliquer des transformations qui ne sont légitimes que pour les autres seulement, et tomber, par suite, dans les méprises les plus grossières.

Nous avons constamment eu soin d'observer, au surplus, que ce danger peut être évité, en remplacant chaque inégalité par une équation équivalente, renfermant une quantité indéterminée, comprise entre zéro et l'infini positif, de sorte que, par exemple, l'une ou l'autre des inégalités $Z>0$, $Z<0$ peut être remplacée par l'une ou l'autre des équations $Z-\alpha=0$, $Z+\alpha=0$, α étant comprise entre ces limites. En agissant ainsi, on n'a jamais à considérer que des équations. L'élimination des inconnues entre elles conduit à une ou à plusieurs équations de condition entre les données et les indéterminées α, β, γ, ... toutes comprises entre zéro et l'infini positif. Le problème n'est alors possible qu'autant que ces équations peuvent être toutes satisfaites ; et il a toute l'étendue que ces mêmes équations peuvent comporter.