

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURÉS ET APPLIQUÉES.

---

---

VECTEN

**Questions résolues. Solution de la plupart des problèmes de géométrie proposés à la page 356 du X.e volume de ce recueil**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 11 (1820-1821), p. 114-121

<[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1820-1821\\_\\_11\\_\\_114\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1820-1821__11__114_0)>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1820-1821, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>*

## QUESTIONS RÉSOLUES.

*Solution de la plupart des problèmes de géométrie proposés à la page 356 du X.<sup>e</sup> volume de ce recueil ;*

Par M. VECTEN, licencié ès sciences.



**L**es constructions du plus grand nombre des problèmes que nous allons résoudre étant faciles à justifier, nous nous contenterons, pour abréger, d'en indiquer la solution sans la démontrer. Pour le même motif, nous nous dispenserons de mentionner le nombre des solutions de chacun d'eux et les circonstances qui peuvent le rendre impossible.

**PROBLÈME I.** *D'un point donné comme centre, décrire un cercle qui passe par un autre point donné ?*

*Solution.* Prenez pour rayon la distance entre ces deux points.

**PROBLÈME II.** *D'un point donné comme centre, décrire un cercle qui touche une droite donnée ?*

*Solution.* Prenez pour rayon la longueur de la perpendiculaire abaissée du point donné sur la droite donnée.

**PROBLÈME III.** *D'un point donné comme centre, décrire un cercle qui touche un cercle donné ?*

*Solution.* Prenez pour rayon la distance du point donné à l'une des extrémités de celui des diamètres du cercle donné dont la direction passe par ce point.

**PROBLÈME IV.** *Décrire un cercle d'un rayon donné qui, ayant son centre sur une droite donnée, passe par un point donné?*

*Solution.* Prenez pour centre l'une quelconque des intersections de la droite donnée avec un cercle qui ait pour centre le point donné et un rayon égal au rayon donné.

**PROBLÈME V.** *Décrire un cercle d'un rayon donné qui, ayant son centre sur une circonférence donnée, passe par un point donné?*

*Solution.* Prenez pour centre l'une quelconque des intersections du cercle donné avec un autre cercle ayant pour centre le point donné et son rayon égal au rayon donné.

**PROBLÈME VI.** *Décrire un cercle d'un rayon donné qui, ayant son centre sur une droite donnée, touche une autre droite donnée?*

*Solution.* Prenez pour centre le point où la première des deux droites données est coupée par l'une des deux parallèles menées à la seconde à une distance égale au rayon donné.

**PROBLÈME VII.** *Décrire un cercle d'un rayon donné qui, ayant son centre sur une circonférence donnée, touche une droite donnée?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où la circonférence donnée est coupée par l'une des deux parallèles menées à la droite donnée à une distance égale au rayon donné.

**PROBLÈME VIII.** *Décrire un cercle d'un rayon donné*

*qui , ayant son centre sur une droite donnée , touche un cercle donné ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où la droite donnée est coupée par un cercle concentrique au cercle donné , ayant un rayon égal à la somme ou à la différence du sien et du rayon donné.

**PROBLÈME IX.** *Décrire un cercle d'un rayon donné qui , ayant son centre sur une circonférence donnée , touche un cercle donné ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où la circonférence donnée est coupée par un cercle concentrique au cercle donné ayant un rayon égal à la somme ou à la différence du sien et du rayon donné.

**PROBLÈME X.** *Décrire un cercle d'un rayon donné , qui passe par deux points donnés ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points d'intersection de deux cercles ayant pour centres les points donnés et pour rayon commun le rayon donné.

**PROBLÈME XI.** *Décrire un cercle d'un rayon donné , qui passe par un point donné et touche une droite donnée ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où un cercle décrit du point donné comme centre , avec le rayon donné , est coupé par l'une ou l'autre des deux parallèles menées à la droite donnée à une distance égale à ce même rayon.

**PROBLÈME XII.** *Décrire un cercle d'un rayon donné , qui touche deux droites données ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'une quelconque des intersections des deux parallèles menées à une des droites données , à une dis-

tance égale au rayon donné , avec une des parallèles menées à l'autre droite à la même distance.

**PROBLÈME XIII.** *Décrire un cercle d'un rayon donné qui , passant par un point donné , touche un cercle donné ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des deux points où la circonférence décrite du point donné comme centre , avec le rayon donné , est coupée par un cercle concentrique au cercle donné , ayant un rayon égal à la somme ou à la différence du sien et du rayon donné.

**PROBLÈME XIV.** *Décrire un cercle d'un rayon donné , qui touche une droite et un cercle donné ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où l'une des deux parallèles menées à la droite donnée à une distance égale au rayon donné , est coupée par un cercle concentrique au cercle donné , ayant un rayon égal à la somme ou à la différence du sien et de ce même rayon donné.

**PROBLÈME XV.** *Décrire un cercle d'un rayon donné , qui touche à la fois deux cercles donnés ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points d'intersection de deux cercles concentriques aux cercles donnés , ayant des rayons respectifs égaux à la somme ou à la différence des leurs et du rayon donné.

**PROBLÈME XVI.** *Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une droite donnée , passe par deux points donnés ?*

*Solution.* Prenez pour centre le point où la droite donnée est coupée par la perpendiculaire élevée sur le milieu de la droite qui joint les deux points donnés. Ne considérant alors qu'un seul des points donnés , le problème se trouvera ainsi ramené au I.<sup>e</sup>

*PROBLÈME XVII. Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une circonference donnée , passe par deux points donnés ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où la circonference donnée est coupée par la perpendiculaire élevée sur le milieu de la droite qui joint les deux points donnés. Ne considérant alors qu'un seul des points donnés , le problème se trouvera ainsi ramené au II.<sup>e</sup>

*PROBLÈME XVIII. Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une droite donnée , passe par un point donné et touche une autre droite donnée ?*

*Solution.* Abaissez , du point donné , sur la première des deux droites , une perpendiculaire que vous prolongerez au-delà d'une quantité égale à elle-même ; vous obtiendrez ainsi un nouveau point du cercle cherché ; de sorte que le problème se trouvera réduit à décrire un cercle qui , passant par deux points donnés , touche une droite donnée ; problème que l'on sait résoudre.

*PROBLÈME XIX. Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une circonference donnée , passe par un point donné et touche une droite donnée ?*

Ce problème ne paraît point résoluble par les éléments.

*PROBLÈME XX. Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une droite donnée , touche deux autres droites données ?*

*Solution.* Prenez pour centre le point où la première des droites données est coupée par l'une des droites qui divisent en deux parties égales les quatre angles formés par les deux autres droites données. Ne considérant alors qu'une seule de ces deux droites , le problème se trouvera ainsi ramené au II.<sup>e</sup>

*PROBLÈME XXI. Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une circonference donnée , touche deux droites données ?*

*Solution.* Prenez pour centre l'un des points où la circonference donnée est coupée par l'une des droites qui divisent en deux parties égales les quatre angles formés par les deux droites données. Ne considérant alors qu'une seule de ces droites, le problème se trouvera ramené au II.\*

**PROBLÈME XXII.** *Décrire un cercle qui, ayant son centre sur une droite donnée, passe par un point donné et touche un cercle donné ?*

*Solution.* Abaissez du point donné, sur la droite donnée, une perpendiculaire que vous prolongerez au-delà d'une quantité égale à elle-même ; vous obtiendrez ainsi un nouveau point du cercle cherché ; de manière que le problème se trouvera réduit à décrire un cercle qui, passant par deux points donnés, touche un cercle donné ; problème que l'on sait résoudre.

**PROBLÈME XXIII.** *Décrire un cercle qui, ayant son centre sur une circonference donnée, passe par un point donné et touche un cercle donné ?*

Ce problème ne paraît point résoluble par les éléments.

**PROBLÈME XXIV.** *Décrire un cercle qui, ayant son centre sur une droite donnée, touche une droite et un cercle donnés ?*

*Solution.* Par le point d'intersection de deux droites, menez-en une troisième, faisant avec la première, d'un autre côté, le même angle que fait la seconde avec elle ; vous aurez ainsi une nouvelle tangente au cercle cherché ; de sorte que votre problème se trouvera ramené à décrire un cercle qui touche deux droites données et un cercle donné ; problème qu'on sait résoudre.

**PROBLÈME XXV.** *Décrire un cercle qui, ayant son centre sur une circonference donnée, touche une droite et un cercle donnés ?*

## QUESTIONS

Ce problème ne paraît pas résoluble par les élémens ; mais on peut du moins le ramener facilement au XIX.<sup>e</sup> Si , en effet , on décrit un cercle qui , ayant son centre sur la circonférence donnée , passe par le centre du cercle donné et touche une des deux parallèles menées à la droite donnée à une distance égale au rayon de ce cercle ; son centre sera celui du cercle cherché ; de sorte qu'en ne considérant plus que la droite donnée , ce problème sera ramené au II.<sup>e</sup>

**PROBLÈME XXVI.** *Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une droite donnée , touche deux cercles donnés ?*

*Solution.* Du centre de l'un quelconque des deux cercles donnés , abaissez , sur la droite donnée , une perpendiculaire , que vous prolongerez au-delà de cette droite , d'une quantité égale à elle-même ; de son extrémité comme centre , et avec le rayon de ce même cercle , décrivez-en un nouveau ; le cercle cherché devra aussi lui être tangent ; vous aurez donc à décrire un cercle qui touche trois cercles donnés ; problème qu'on sait résoudre.

**PROBLÈME XXII.** *Décrire un cercle qui , ayant son centre sur une circonférence donnée , touche deux cercles donnés ?*

Ce problème ne paraît point résoluble par les élémens ; mais on peut du moins le ramener facilement au XXIII.<sup>e</sup> Si , en effet , on décrit un cercle concentrique à l'un des deux cercles donnés , dont le rayon soit la somme ou la différence des leurs ; en décrivant un cercle qui , ayant son centre sur la circonférence donnée , touche ce dernier cercle et passe par le centre de l'autre ; son centre sera celui du cercle cherché ; de sorte qu'en ne considérant plus qu'un seul des cercles donnés , le problème se trouvera ramené au III.<sup>e</sup>

*Remarques.* I. On voit , par ce qui précède , que des vingt-sept problèmes

problèmes proposés, il n'y en a que quatre seulement dont la solution puisse offrir quelque embarras; et encore deux de ceux-là se ramènent - ils facilement aux deux autres; de sorte que toute la difficulté consiste uniquement dans les problèmes XIX et XXIII (\*).

**II.** Les points et les droites n'étant que des cercles dont les rayons sont respectivement nuls et infinis; il s'ensuit que le XXVII.<sup>e</sup> problème comprend implicitement les onze qui le précédent; que le XV.<sup>e</sup> comprend les cinq qui le précédent; qu'il en est de même du IX.<sup>e</sup>, et qu'enfin le III.<sup>e</sup> comprend implicitement les deux premiers; de sorte qu'il n'y a proprement que quatre problèmes en tout. Mais le dernier paraît n'être résoluble que dans des cas particuliers.

(\*) Il est aisément de voir que ces deux problèmes reviennent à déterminer les intersections d'un cercle donné avec une section conique qui n'est pas tracée et dont on a seulement les éléments; et il ne paraît pas, en effet, que ce problème puisse être résolu par un nombre limité d'opérations exécutées avec la règle et le compas seulement.

J. D. G.