
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

**Géométrie transcendante. Construction graphique approchée
du problème de la duplication du cube**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 10 (1819-1820), p. 242-244

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1819-1820__10__242_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1819-1820, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉOMÉTRIE TRANSCENDANTE.

Construction graphique approchée du problème de la duplication du cube ;

Par M. GERGONNE.



J'AI montré, à la page 204 du précédent volume, comment, au moyen d'une parabole et de sa développée, exactement tracées à l'avance et une fois pour toutes, sur une feuille de cuivre ou de carton, on pouvait aisément parvenir à déterminer graphiquement, d'une manière approchée, les racines de toute équation donnée et numérique du troisième degré, et obtenir conséquemment une solution graphique approchée du problème de la *Trisection de l'angle*.

J'ai remarqué postérieurement que la même figure pouvait aussi très-simplement fournir une construction graphique approchée du problème de la *Duplication du cube*. La manière de l'employer à ce nouvel usage peut être comprise sous l'énoncé que voici, et qui me paraît n'être point dépourvu d'une certaine élégance.

Cherchez le point de la parabole dont l'ordonnée est égale à l'arête du cube donné ; menez la normale de ce point, laquelle sera en même temps tangente à la développée en un certain point ; cherchez le point de la développée dont l'ordonnée est double de celle de celui-là ; par ce nouveau point, menez à la développée une tangente, qui sera en même temps normale à la parabole en

un second point; l'ordonnée de ce dernier point sera l'arête du cube cherché, double en volume du cube donné.

Soit, en effet, l'équation de la parabole

$$y'^2 = 4cx' ;$$

l'équation d'une normale sera

$$y - y' = -\frac{y'}{2c} (x - x') ,$$

ou

$$2c(y - y') + y'(x - x') = 0 .$$

Si l'on veut que le point (x, y) soit un point de la développée, il faudra qu'en différentiant cette dernière équation par rapport à x' , y' , les coordonnées x , y demeurent constantes, ce qui donnera

$$[(x - x') - 2c] \frac{dy'}{dx'} = y' ;$$

mais la différentielle de l'équation de la parabole est

$$y' \frac{dy'}{dx'} = 2c ;$$

éliminant donc $\frac{dy'}{dx'}$ entre ces deux équations, il viendra

$$2c[(x - x') - 2c] = y'^2 ;$$

éliminant enfin $x - x'$ entre cette dernière équation et celle de la normale, on aura

$$y'^3 = -4c^2y ;$$

ce qui nous apprend que *les ordonnées des divers points de la développée sont proportionnelles aux cubes des ordonnées des points correspondans de la parabole*, et justifie ainsi la construction indiquée plus haut.

On voit en même temps qu'une construction tout-à-fait analogue résoudrait le problème, plus général, où il s'agirait de *déterminer l'arête d'un cube dont le volume fût à celui d'un autre cube dont l'arête est donnée dans un rapport donné?*

Si la parabole avait une étendue trop bornée pour qu'on pût l'employer à la solution immédiate du problème, on substituerait à l'arête du cube donné, sa moitié, son tiers, son quart, ou tout autre de ses sous-multiples, et, opérant comme nous l'avons prescrit ci-dessus, on parviendrait au même sous-multiple de l'arête cherchée.
