ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

J. F. FRANÇAIS

Deuxième solution

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 5 (1814-1815), p. 321-322
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1814-1815__5__321_1>

Deuxième solution ;

Par M. J. F. Français, professeur à l'école impériale de l'artillerie et du génie.

La question proposée revient évidemment à trouver un nombre de n chiffres qui se reproduise lui-même à la droite de son quarré (**).

Or, indépendamment de n zéros et de l'unité précédée de $n-1$ zéros, qui résolvent évidemment le problème, il peut encore être résolu par l'un ou l'autre de deux nombres x et y satisfaisant à la double condition

$$x=2^np=5^nq+1\ ;$$

$$y=5^nr=2^ns+1\ ;$$

car on a, dans le premier cas,

(**) Voyez la précédente solution. *J. D. G.*

$$x^2=2^np(5^nq+1)=10^npq+2^np=10^npq+x\ ,$$

et dans le second

$$y^2=5^nr(2^ns+1)=10^nrs+5^nr=10^nrs+y\ ;$$

d'où l'on voit qu'à cause du facteur 10^n qui affecte la première partie des valeurs de x^2 et y^2, ces deux quarrés seront respectivement terminés par x et y.

Tout se réduit donc à résoudre les deux équations indéterminées

$$2^np-5^nq=1\ ,$$

$$5^nr-2^ns=1\ .$$

Voici leurs solutions pour divers cas particuliers

$n=1$,	$p=3$,	$q=1$,	$r=1$,	$s=2$,	$x=6$,	$y=5$,
2,	19,	3,	1,	6,	76,	25,
3,	47,	15,	5,	78,	376,	625,
4,	586,	15,	1,	39,	9376,	0625,
5,	293,	3,	29,	2831,	09376,	90625,
6,	1709,	7,	57,	13916,	109376,	890625,
7,	55542,	91,	37,	22583,	7109376,	2890625,
etc.,	etc.,	etc.,	etc.,	etc.,	etc.,	etc.

Ainsi, tout nombre terminé par quelqu'une des valeurs de x ou de y aura toutes ses puissances terminées par cette même valeur.