Annales de l'institut Fourier

Daniel Barlet
A. Mardhy

Erratum: Un critère topologique d'existence de pôles pour le prolongement méromorphe de $\int_A f^\lambda \square$

Annales de l'institut Fourier, tome 44, nº 2 (1994), p. 629-630
<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1994__44_2_629_0>

ERRATUM

UN CRITÈRE TOPOLOGIQUE D'EXISTENCE DE PÔLES POUR LE PROLONGEMENT MÉROMORPHE DE $\int_A f^\lambda$ □

par D. BARLET et A. MARDHY

Article paru dans le tome 43 (1993), fascicule 3, p. 743-750.

Une malencontreuse erreur de signe s'est glissée dans notre définition de $\int_A f^\lambda \varphi$ pour $A = \sum_{\alpha=1}^{k} a_\alpha A_\alpha$ élément de $H^0(U - f^{-1}(o), \mathbb{C})$.

Définition rectifiée.

$$\int_A f^\lambda \varphi = \sum_{A_\alpha \subset \{f>0\}} a_\alpha \int_{A_\alpha} f^\lambda \varphi \; - \; e^{-i\pi\lambda}. \sum_{A_\alpha \subset \{f<0\}} a_\alpha \int_{A_\alpha} |f|^\lambda \varphi.$$

Précisons la démonstration du théorème en mettant en évidence la provenance de ce signe − (le signe − dans l'exponentielle $e^{-i\pi\lambda}$ résulte lui de la convention que nous avons choisie pour immerger la "partie négative" de la fibre de Milnor réelle dans la fibre de Milnor complexe, en tournant dans le sens direct).

Nous calculons, en fait, pour $\varnothing : \mathbf{R}^* \to \mathbb{C}$ donnée par $\varnothing(s) = a\left(\frac{s}{s_0}\right)^{m+u}$ pour $s > 0$ et $\varnothing(s) = b\left(\frac{-s}{s_0}\right)^{m+u}$ pour $s < 0$, la partie polaire en $\lambda = -m-u-1$ du prolongement méromorphe de $F(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} |s|^\lambda \varnothing(s)\rho(s)ds$ où $\rho \in C_c^\infty(\mathbf{R})$ vaut identiquement 1 près de 0.

Cette partie polaire vaut $\frac{(a+b)s_0^{-m-u}}{\lambda+m+u+1}$, résultat qui sera ensuite dérivé h-fois par rapport à λ, ce qui ne changera rien sur le problème de fond du calcul de a et b à partir de l'hypothèse topologique. On obtient immédiatement (avec nos notations)

$$a = \sum_{\widetilde{A}_\alpha \subset \{f>0\}} a_\alpha \int_{\widetilde{A}_\alpha} \widetilde{w}_{k-h} \quad \text{et} \quad b = \sum_{\widetilde{A}_\alpha \subset \{f<0\}} a_\alpha \int_{\widetilde{A}_\alpha} \widetilde{w}_{k-h}.$$

Pour exploiter la condition iii), nous devons alors expliciter le lien entre

$$\int_{\widetilde{A}_\alpha} \widetilde{w}_{k-h} \quad \text{et} \quad \int_{\theta(\widetilde{A}_\alpha)} \widetilde{w}_{k-h}.$$

Pour $\widetilde{A}_\alpha \subset \{f > 0\}$ on a trivialement égalité, car $\theta(\widetilde{A}_\alpha) = \widetilde{A}_\alpha$. Considérons le cas $\widetilde{A}_\alpha \subset \{f < 0\}$.
Soit (γ_s) la famille horizontale de cycles (fermés) dans les fibres de la fibration de Milnor de f le long du demi-cercle $s = |s_0|e^{i\eta}$ avec $\eta \in [-\pi, 0]$ normalisée par $\gamma_{-s_0} = \widetilde{A}_\alpha$.
Par définition, on a $\gamma_{s_0} = \theta(\widetilde{A}_\alpha)$. Mais on a

$$\int_{\gamma_s} \widetilde{w}_{k-h} = C \exp\big((m+u)\log s\big)$$

(avec par exemple le choix du log valant 0 en 1) où $C \in \mathbb{C}$ est une constante. On en déduit la relation

$$\int_{\theta(\widetilde{A}_\alpha)} \widetilde{w}_{k-h} = e^{i\pi(m+u)} \int_{\widetilde{A}_\alpha} \widetilde{w}_{k-h}.$$

On constate alors que le facteur $-e^{-i\pi\lambda}$ placé devant $\displaystyle\int_{A_\alpha} |f|^\lambda \varphi$ pour $A_\alpha \subset \{f < 0\}$ multiplie précisément la partie polaire principale en $\lambda = -m-u-1$ par $e^{i\pi(m+u)}$ et permet donc d'obtenir une partie polaire égale à $\dfrac{(-1)^h h!\, s_0^{-m-u}}{(\lambda+m+u+1)^{h+1}}$ pour le prolongement méromorphe de $\displaystyle\int_A f^\lambda \varphi$ avec $\varphi = f^*(\psi)\widetilde{w}_k \wedge df$ sous l'hypothèse du théorème. $\square$

Remarque. — Avec notre convention si $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ est l'identité ($f(x) = x$), on vérifie facilement que pour $\varphi \in C_c^\infty(\mathbf{R})$ et $A = 1.[\mathbf{R}^{+*}] + 1.[\mathbf{R}^{-*}]$ le prolongement méromorphe de $\displaystyle\int_A f^\lambda \varphi(x)dx$ n'a jamais de pôles, alors que pour $B = 1.[\mathbf{R}^{+*}] - 1.[\mathbf{R}^{-*}]$ le prolongement méromorphe de $\displaystyle\int_B f^\lambda \varphi(x)dx$ n'a pas de pôles si et seulement si φ est plate en 0 (ce qui paraît raisonnable !).

Je tiens à remercier A. JEDDI qui a attiré mon attention sur cette erreur.

Nancy, février 1994.

D. BARLET,
Institut E. Cartan
URA CNRS n° 750
Université Nancy I
BP 239
54506 Vandœuvre-les-Nancy (France).