ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

RAYMOND STORA

Algèbres différentielles en théorie des champs

Annales de l'institut Fourier, tome 37, nº 4 (1987), p. 235-245
<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1987__37_4_235_0>

© Annales de l'institut Fourier, 1987, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'institut Fourier » (http://annalif.ujf-grenoble.fr/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Ann. Inst. Fourier, Grenoble
37, 4 (1987), 235-245.

ALGÈBRES DIFFÉRENTIELLES EN THÉORIE DES CHAMPS

par Raymond STORA

1. Introduction.

Conventionnellement, la description quantique des symétries relève de la théorie des représentations unitaires projectives des groupes et de leurs algèbres de Lie, grâce au célèbre théorème de Wigner [1]. Cependant, dans le cas des symétries de jauge, l'usage des théories de champ a fait apparaître l'importance de certaines algèbres différentielles introduites pour la première fois il y a une dizaine d'années [2]. Depuis lors, la compréhension de ce nouvel outil s'est quelque peu raffinée et son utilisation s'est lentement étendue [3]. Cependant, dans le domaine de la théorie des champs, dont les propriétés de localité forcent à rester dans le cadre des théories lagrangiennes, on est loin d'avoir atteint une compréhension telle qu'on puisse parler d'une nouvelle théorie des symétries. On en est encore au niveau de la construction d'exemples.

Nous nous contenterons donc de décrire ici trois d'entre eux, qui sont les mieux compris, et illustrent bien l'importance des propriétés de localité de la théorie des champs dans la description des symétries de jauge.

Le premier exemple est connu sous le titre d'« Algèbre des courants relatifs à une symétrie interne » [4].

Le second exemple concerne les théories de jauge de type Yang-Mills [2].

Mots-clés : Algèbres différentielles - Théorie quantique des champs - Théories lagrangiennes - Symétries internes - Symétries de jauge - Algèbres de courants - Théorie de Yang-Mills - Cordes - Localité - Cohomologie des algèbres de Lie.

Le troisième exemple concerne la quantification de la corde [5].

Une section de ce texte est consacrée à une brève introduction qui tente de décrire les propriétés de localité de la théorie des champs [6].

2. L'algorithme de Feynman.

Considérons l'action de champ classique

$$(1) \qquad S(\varphi) = \int_{M_4} d^4x \left[\frac{1}{2}\,\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4\right](x)$$

où M_4 désigne la variété d'espace temps $-\ R^4$ munie de la métrique de Minkowski

$$(2) \quad \eta = \begin{vmatrix} 1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ 0 & & & -1 \end{vmatrix}, \quad \mu = (0,1,2,3), \quad \partial_\mu = \frac{\partial}{\partial X^\mu}$$

et où le champ $\varphi \in \mathscr{S}(M_4)$, l'espace des fonctions C^∞ à décroissance rapide. L'expression de $S(\varphi)$ décrit une suite finie de noyaux de distributions de Dirac et de dérivées de distributions de Dirac si on écrit

$$(3) \quad S(\varphi) = \sum_p \frac{1}{p\,!}\int_{(M_4)^p} dx_1 \ \ldots\ dx_p S(x_1 \ldots x_p)\varphi(x_1)\ldots(\varphi(x_p).$$

Ces noyaux distributions sont invariants par translation

$$(4) \qquad x_i \to x_i + a, \qquad a \in M_4, \qquad i = 1, \ldots, p$$

et aussi par transformations de Lorentz.

L'algorithme de Feynman associe à $S(\varphi)$ une famille de séries formelles $\Gamma(\varphi)$, en φ et dans une variable réelle $\hbar$

$$(5) \qquad \Gamma(\varphi) = S(\varphi) + \sum_{n>0} \hbar^n \Gamma^{(n)}(\varphi)$$

où chaque $\Gamma^{(n)}(\varphi)$ est une série formelle en φ définie par des noyaux distributions tempérés non locaux, mais invariants par translation. Les fonctionnelles $\Gamma(\varphi)$ s'appellent fonctionnelles « vertex » ou « 1PI ».

La famille de fonctionnelles construites à l'aide de l'algorithme de Feynman est paramétrable au moyen d'une fonctionnelle locale

$$\text{(6)} \qquad S_{\text{eff}}(\varphi) = \int_{M_4} d^4x \left[\frac{Z}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - \frac{M^2}{2}\varphi^2 - \frac{\Lambda}{4}\varphi^4\right](x)$$

où Z, M^2, Λ sont des séries formelles en $\hbar$ dont les termes d'ordre 0 sont respectivement les coefficients correspondants dans $S(\varphi)$. La construction de $\Gamma(\varphi)$ est récursive, et, à des détails combinatoires près décrite dans la référence [6].

3. Algèbre des courants pour une symétrie interne [4].

Soit G un groupe de Lie compact, Lie G son algèbre de Lie. On généralise la situation précédemment décrite en prenant $\varphi \in \mathscr{S}(M_4) \otimes V$, où V est un espace de représentation de dimension finie de G. On notera D la représentation de G, et t la représentation correspondante de Lie G. On construit $S(\varphi)$ invariant par G en utilisant des formes quadratiques sur V, invariantes par l'action de G.

L'invariance de $S(\varphi)$(*) s'exprime sous forme différentielle par une « identité de Ward » :

$$\text{(7)} \qquad W(\omega)S(\varphi) = 0, \qquad \omega \in \text{Lie}\, G$$

où

$$\text{(8)} \qquad W(\omega) = \int_{M_4} d^4x\, \delta_\omega\varphi(x)\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}$$

$$\text{(9)} \qquad (\delta_\omega\varphi)(x) = -\,t(\omega)\varphi(x).$$

Il est facile d'étendre $S(\varphi)$ en une fonctionnelle $S(\varphi,a)$, invariante sous l'action du groupe de jauge $\mathscr{G}$, le groupe des applications tempérées de M_4 dans G, dont l'algèbre de Lie, Lie $\mathscr{G}$ est l'espace des champs appartenant à $\mathscr{S}(M_4) \otimes$ Lie G avec la loi d'algèbre de Lie évidente, point par point, et où a(**) est un champ de Yang-Mills, c'est-à-dire une forme différentielle de degré 1 sur M_4, à valeur dans Lie G.

(*) L'introduction d'une brisure de symétrie ne change pas grand chose du point de vue algébrique adopté ici.

(**) Le rôle de la variable a est d'engendrer, par différentiation fonctionnelle, les fonctions de corrélation du courant de Noether $j_\mu(\omega)$ associé à la symétrie G (ici : $(\partial_\mu\varphi, t(\omega)\varphi)$, $\omega \in$ Lie G).

L'extension se fait par couplage « minimal » :

$$\partial_\mu \varphi \rightarrow D_\mu(a)\varphi \equiv \partial_\mu \varphi + t(a_\mu)\varphi \tag{10}$$

où les a_μ sont les coefficients de la forme :

$$a = \sum_\mu a_\mu \, dx^\mu = \sum_{\mu,\alpha} a_\mu^\alpha \, dx^\mu e_\alpha \tag{11}$$

avec e_α une base de Lie G.

$S(\varphi, a)$ satisfait alors à l'identité de Ward

$$\mathscr{W}(\omega) S(\varphi, a) = 0, \qquad \omega \in \text{Lie } \mathscr{G} \tag{12}$$

$$\mathscr{W}(\omega) = \int_{M_4} d^4x \left[(\delta_\omega \varphi)(x) \frac{\delta}{\delta\varphi(x)} + (\delta_\omega a_\mu^\alpha)(x) \frac{\delta}{\delta a_\mu^\alpha(x)} \right] \tag{13}$$

$$\begin{aligned} (\delta_\omega \varphi)(x) &= -\, t(\omega(x))\varphi(x) \\ \delta_\omega a &= d\omega + [a, \omega] \end{aligned} \tag{14}$$

où [,] est le crochet dans Lie G.

La question suivante se pose alors : existe-t-il une fonctionnelle $\Gamma(\varphi, a)$ construite à l'aide de l'algorithme de Feynman à partir de $S(\varphi, a)$ telle que

$$\mathscr{W}(\omega)\Gamma(\varphi, a) = 0. \tag{15}$$

La réponse est en général négative. Cela dépend du type de champs utilisés ; en particulier l'introduction de champs spinoriels, en plus de champs scalaires, facile du point de vue de la théorie générale, et indispensable en physique, conduit au phénomène d'anomalie que nous allons maintenant décrire.

On peut montrer [4] qu'il existe une sous-famille de solutions de l'algorithme de Feynamn telle que

$$\mathscr{W}(\omega)\Gamma(\varphi, a) = \int_{M_4} \mathscr{A}(\omega, a) \tag{16}$$

où $\mathscr{A}$ est une 4-forme sur M_4, R linéaire en ω, *locale* en ω et a, c'est-à-dire donnée par un polynôme en ω, a_μ^α et leurs dérivées au point x :

$$\mathscr{A}(\omega, a) = P[\omega, a_\mu^\alpha, D^p\omega, D^q a_\mu^\alpha]\ (x)\, d^4x \tag{17}$$

$\int_{M^4} \mathcal{A}(\omega, a)$ est encore indéterminé modulo un terme de la forme

$$\mathcal{W}(\omega)\Gamma^{\mathrm{loc}}(a) \tag{18}$$

où $\Gamma^{\mathrm{loc}}(a)$ est une fonctionnelle locale de a_μ^α. On a de plus la relation de cohérence de Wess-Zumino [7]

$$\mathcal{W}(\omega)\int_{M_4} \mathcal{A}(\omega', a) - \mathcal{W}(\omega')\int_{M_4} \mathcal{A}(\omega, a) - \int_{M_4} \mathcal{A}([\omega, \omega'], a) = 0, \quad \omega, \omega' \in \mathrm{Lie}\,\mathcal{G} \tag{19}$$

une conséquence facile de

$$[\mathcal{W}(\omega), \mathcal{W}(\omega')] = \mathcal{W}([\omega, \omega']), \quad \omega, \omega' \in \mathrm{Lie}\,\mathcal{G} \tag{20}$$

où $[\omega, \omega']$ est le crochet dans Lie $\mathcal{G}$.

La relation de Wess Zumino n'est rien d'autre qu'une relation de cocycle pour Lie $\mathcal{G}$ à valeur dans les fonctionnelles de a. La propriété de localité conjointe par rapport à ω, a, conduit à désigner $\int_{M_4} \mathcal{A}(\omega, a)$ comme un représentatif de

$$H^1_{\mathrm{loc}}(\mathrm{Lie}\,\mathcal{G}, \Gamma^{\mathrm{loc}}(a)).$$

Cette cohomologie a été calculée dans la référence [4] dans les conditions restrictives imposées par les détails de l'algorithme de Feynman.

Il serait intéressant de calculer la cohomologie complète $H^*_{\mathrm{loc}}(\mathrm{Lie}\,\mathcal{G}, \Gamma^{\mathrm{loc}}(a))$. Un pas important a été fait dans la référence [8], qui conduit à une conjecture décrite par exemple dans la référence [9].

Ce problème se situe aisément dans le cadre de la théorie des espaces fibrés principaux de groupe structurel G [10], et il n'est pas étonnant d'y voir arriver les outils développés dans les années 50 dont on a parlé et dont on reparlera abondamment au cours de ce colloque, et pour cause !

En outre, ce problème se retrouve, inessentiellement compliqué, dans l'étude des théories de Yang-Mills que nous allons maintenant décrire.

4. Les théories de Yang-Mills.

Le champ de jauge a, introduit dans la section 3, pour des raisons de commodité devient maintenant dynamique : à l'action $S(\varphi, a)$ on ajoute une action invariante décrivant la dynamique de ce champ :

$$S_{YM}(a) = \int_{M_4} d^4x (F_{\mu\nu}(a), F^{\mu\nu}(a)) \tag{21}$$

$F(a)$ est la deux forme de courbure de a et $F_{\mu\nu}$ sont ses coefficients :

$$F(a) = da + \frac{1}{2}[a,a]. \tag{22}$$

$(,)$ est une forme bilinéaire invariante sur Lie G.

A cause de l'invariance de jauge, cette action est dégénérée du point de vue de l'application de l'algorithme de Feynman.

La façon adéquate de procéder, indiquée par L. D. Faddeev et V. N. Popov [15] consiste à lever l'invariance de jauge de l'action en lui ajoutant un terme supplémentaire :

$$S_{g.f.} = \int_{M_4} d^4x [b_\alpha(x) \mathfrak{g}^\alpha(a,\varphi)(x) + \bar{\omega}_\alpha(x) \mathcal{M}^\alpha_\beta(a,\varphi)(x) \omega^\beta(x)] \tag{23}$$

où $\mathfrak{g}(a,\varphi)$ est une fonctionnelle locale de ses arguments, à valeur dans Lie $\mathcal{G}$, le champ multiplicateur de Lagrange b dont l'invention peut être attribuée à E. C. G. Stueckelberg est à valeur dans le dual de Lie $\mathcal{G}$, et où les champs fantômes de Faddeev Popov $(\varphi,\pi)\omega$, $\bar{\omega}$ sont des générateurs de l'espace des cochaînes de Lie $\mathcal{G}$, et de son dual, respectivement. L'opérateur différentiel $\mathcal{M}(a\varphi)$ dépend localement de (a,φ) de telle façon que l'action totale possède la symétrie de Slavnov

$$sS(\varphi, a, b, \omega, \bar{\omega}) = 0. \tag{24}$$

La dérivation graduée s est définie par

$$\begin{aligned} s\varphi &= -\ t(\omega)\varphi \\ sa &= -\ d\omega - [a,\omega] \\ s\omega &= -\ \frac{1}{2}[\omega,\omega] \\ s\bar{\omega} &= -\ b \\ sb &= 0. \end{aligned} \tag{25}$$

La graduation utilisée est donnée par $\#\omega - \#\bar{\omega}$ + degré des formes différentielles. On peut en fait réécrire $S_{g.f.}$ sous la forme

$$S_{g.f.} = (b,g) + (\bar{\omega},sg). \tag{26}$$

Il est coutumier — et licite en vertu de (25) — d'ajouter à (26) un terme ne dépendant que de b, par exemple une forme quadratique locale $Q(b,b)$, qui permet de passer de la forme à la Landau à la forme à la Feynman de la fixation de jauge.

On a

$$s^2 = 0. \tag{27}$$

L'algèbre différentielle ainsi présentée est l'extension de l'algèbre des co-chaînes de Lie $\mathcal{G}$ à valeur dans les fonctionnelles de φ et a par une algèbre de Koszul [11].

Il s'agit alors d'étudier la possibilité de restreindre l'algorithme de Feynman par l'identité de Ward — appelée ici identité de Slavnov — qui exprime sur la fonctionnelle vertex $\Gamma(\varphi,a,b,\omega,\bar{\omega})$ la symétrie de Slavnov.

Il se trouve [2] que la seule obstruction rencontrée est l'anomalie $\mathcal{A}(\omega,a)$ précédemment rencontrée. Tandis que la présence de l'anomalie est essentielle pour l'exploitation physique de l'algèbre des courants [12], la présence de l'anomalie dans le cadre des théories de jauge quantifiées envisagé ici rend l'interprétation physique incohérente, au moins au niveau de l'algorithme de Feynman.

5. La corde.

« La corde » qui jouit actuellement d'une popularité incontestable, est décrite par l'action classique

$$S(\vec{X},g) = \frac{1}{2}\int_{M_2} d^2x g^{\alpha\beta}(x)\sqrt{g}(\partial_\alpha\vec{X},\partial_\beta\vec{X}) \tag{28}$$

M_2 est une surface bidimensionnelle régulière dans R^d, décrite par $\vec{X}(x)\in R^d$. Nous nous placerons dans le cadre euclidien où (;) est la métrique euclidienne standard et où g est une métrique sur M_2, supposée par exemple compacte sans bord.

L'invariance de jauge de S est relative au produit semi-direct Diff $M_2 \times$ Weyl, les transformations de Weyl jaugeant localement la métrique :

(29) $$\mathfrak{g} \to e^{\varphi}\mathfrak{g}\,.$$

La procédure de Faddeev Popov conduit à l'action suivante [5] :

(30) $$\begin{aligned} S(\vec{X};\mu,\bar{\mu};b,\bar{b},c,\bar{c}) &= \int_{M_2} \frac{dz\wedge d\bar{z}}{2i}\,\frac{1}{1-\mu\bar{\mu}}\,((\partial-\bar{\mu}\bar{\partial})\vec{X},(\bar{\partial}-\mu\partial)\vec{X}) \\ &+ \int_{M_2} \frac{dz\wedge d\bar{z}}{2i}\,b(\bar{\partial}c+c\partial\mu-\mu\partial c)+c.c.\,. \end{aligned}$$

Les coordonnées complexes $z.\bar{z}$ sont introduites sur M_2, une fois pour toutes. $\partial = \partial_z$, $\bar{\partial} = \partial_{\bar{z}}$. μ est le coefficient d'une différentielle de Beltrami représentant la classe conforme de la métrique $\mathfrak{g}$ sur M_2 ; b est le coefficient d'une différentielle quadratique, c le coefficient d'un champ de vecteur de type $(1,0)$. De la sorte, les intégrands exprimés en coordonnées locales se recollent par changements de carte holomorphes. L'invariance de Slavnov prend la forme suivante :

(31) $$\begin{aligned} s\vec{X} &= (\xi\partial+\bar{\xi}\bar{\partial})\vec{X} \\ s\mu &= \bar{\partial}c + c\partial\mu - \mu\partial c \;\&\; c.c. \\ sc &= c\partial c \;\&\; c.c. \\ sb &= 0 \;\&\; c.c. \end{aligned}$$

avec la définition $c = \xi + \mu\bar{\xi}$. Tandis que $\vec{X}, b, c$ et $c.c.$ désignent des champs quantiques, μ, $\bar{\mu}$ désignent des champs extérieurs couplés aux composantes Θ, $\bar{\Theta}$ du tenseur impulsion énergie, de sorte que l'identité de Slavnov correspondante est une identité d'algèbre des courants pour Θ, $\bar{\Theta}$, du type envisagé dans la section 3.

L'anomalie prend la forme

(32) $$\int_{M_2} \mathcal{A}(c,\mu) + \mathcal{A}(\bar{c},\bar{\mu}) = \int \frac{dz \wedge d\bar{z}}{2i}\,(\partial^3 c\mu + \bar{\partial}^3\bar{c}\bar{\mu})$$

et mesure le manque d'holomorphie des fonctions de corrélation des Θ engendrées par différentiation fonctionnelle par rapport à μ.

Les variables de champ utilisées ici sont reliées aux coordonnées d'objets géométriques (champs de vecteur, différentielles quadratiques) par rapport à des coordonnées holomorphes Z pour la structure complexe définie par μ, modulo le facteur intégrant *non local* λ défini localement par

$$dZ = \lambda(dz + \mu d\bar{z}) \tag{33}$$

(par exemple $c = \xi + \mu\bar{\xi}$).

Néanmoins l'algèbre différentielle présentée décrit l'algèbre des cochaînes de Lie Diff M_2 à valeur dans les fonctionnelles des champs.

La différentielle de Beltrami est la fonction de jauge locale décrivant la « jauge conforme ».

Il est remarquable (C. Becchi [5]) que les fonctions de corrélation des Θ, $\bar{\Theta}$ engendrées par différentiation par rapport à μ, $\bar{\mu}$ de l'algorithme de Feynman jouissent de la propriété de factorisation entre les variables indexées par z et celles indexées par $\bar{z}$.

Également remarquable est le fait que l'action satisfait à au moins deux systèmes d'identités de Ward (C. Becchi [5], L. Baulieu [5]) engendrées par :

$$\text{Diff I}: \quad \begin{aligned} \delta_\lambda \vec{X} &= (\lambda\partial + \bar{\lambda}\bar{\partial})\vec{X} \\ \delta_\lambda \mu &= (\bar{\partial}\Lambda + \Lambda\partial\mu - \mu\partial\Lambda) \\ \delta_\lambda c &= (\lambda\partial + \bar{\lambda}\bar{\partial} - \partial\lambda - \mu\partial\bar{\lambda})c \\ \delta_\lambda b &= (\lambda\partial + \bar{\lambda}\bar{\partial} + 2\partial\lambda + 2\mu\partial\bar{\lambda})b \ \ \& \ c.c. \end{aligned}$$

avec $\Lambda = \lambda + \mu\bar{\lambda}$. $\lambda, \bar{\lambda}$ sont des fonctions arbitraires de z, $\bar{z}$. On a les règles de commutation

$$\begin{aligned} [\delta_\lambda, \delta_{\lambda'}] &= \delta_{[\lambda,\lambda']} \\ [\lambda,\lambda'] &= (\lambda\partial + \bar{\lambda}\bar{\partial})\lambda' - (\lambda'\partial + \bar{\lambda}'\bar{\partial})\lambda \\ [\delta_{\lambda,s}] &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Diff II}: \quad \begin{aligned} \delta_\Lambda \vec{X} &= (\lambda\partial + \bar{\lambda}\bar{\partial})\vec{X} \\ \delta_\Lambda c &= \Lambda\partial c - c\partial\Lambda \\ \delta_\Lambda \mu &= \bar{\partial}\Lambda + \Lambda\partial\mu - \mu\partial\Lambda \\ \delta_\Lambda b &= (\Lambda\partial + 2\partial\Lambda)b \ \ \& \ c.c. \end{aligned}$$

avec $\Lambda = \lambda + \mu\bar{\lambda}$.

On a les règles de commutation

$$[\delta_\Lambda, \delta_{\Lambda'}] = \delta_{[\Lambda,\Lambda']}$$

avec

$$[\Lambda,\Lambda'] = \Lambda\partial\Lambda' - \Lambda'\partial\Lambda$$

et

$$[\delta_\Lambda, s] = 0 .$$

Ces identités de Ward, dont l'origine demande à être élucidée, identifient la théorie comme une théorie « conforme » [13].

Il reste pour définir la théorie à fixer de jauge les noyaux des opérateurs différentiels apparaissant dans l'action éq.(30). Par exemple, si M_2 est de genre $g > 1$, les différentielles quadratiques b sont définies modulo l'espace de dimension complexe $3g$-3 des différentielles quadratiques holomorphes pour la structure complexe définie par μ (l'espace cotangent à l'espace de Teichmüller). Ce problème global est en cours d'examen.

Conclusion.

Nous nous sommes efforcés de présenter quelques structures algébriques remarquables qui ont émergé de l'harmonieuse combinaison de principes généraux de la théorie des champs dans sa version perturbative à la Feynman tels que l'invariance de jauge et la localité.

Il n'est *a posteriori* pas étonnant que ces structures se trouvent en filiation directe avec les remarquables développements de la géométrie différentielle des années 50 dont certains aspects marquants ont été évoqués à ce Colloque.

La revue rapide qui a été faite ici ne rend pas justice à la richesse des travaux dont les structures algébriques sont issues non plus qu'aux remarquables interprétations de nature topologique qui ont été apportées récemment [14] mais qui pourtant ne sont pas encore réconciliées avec le sacrosaint principe de localité [9], [4].

C'est un plaisir de remercier les organisateurs de ce Colloque pour leur invitation ainsi que certains collègues qui ont contribué à l'initiation de l'auteur à la géométrie des années 50 : B. Malgrange, A. Guichardet, J. Lascoux, A. Haefliger, I. M. Singer, J. Eells, et bien d'autres, au fil du temps.

BIBLIOGRAPHIE

[1] E. P. WIGNER, *Group Theory and...*, Academic Press, 1959.
[2] C. BECCHI, A. ROUET, R. STORA, *Ann. Phys.*, 98 (1976), 287.
[3] Voir par exemple la Conférence de M. Dubois Violette pour ce qui est du cadre Hamiltonien.
[4] C. BECCHI, A. ROUET, R. STORA, « Renormalizable theories with symmetry breaking », in *Field Theory Quantization and Statistical Physics*, E. Tirapegui ed. D. Reidel Pub. Co., 1981.
[5] L. BAULIEU, C. BECCHI, R. STORA, *Phys. Lett.*, 180B, (1986), 55 ; C. BECCHI, preprint Gênes, 1987 ; L. BAULIEU, M. BELLON, en préparation ; J. P. ADER, J. C. WALLET, PTB-165, 1987, preprint Bordeaux.
[6] H. EPSTEIN, V. GLASER, *Ann. I.H.P.*, 19 (1973), 211.
[7] J. WESS, B. ZUMINO, *Phys. Lett.*, 37B (1971), 95.
[8] M. DUBOIS VIOLETTE, M. TALON, C. M. VIALLET, *Comm. Math. Phys.*, 102 (1985), 105.
[9] L. BONORA, P. COTTA RAMUSINO, M. RINALDI, J. STASHEFF, CERN-TH. 4647/87 (1987).
[10] J. MANES, R. STORA, B. ZUMINO, *Comm. Math. Phys.*, 102 (1985), 157.
[11] I. M. SINGER, *Cours de Théorie des Champs*, Berkeley, 1983.
[12] S. ADLER, *Phys. Rev.*, 177 (1969), 2426 ; J. S. BELL, R. JACKIW, *N.C.*, 60A, 47 (1969).
[13] A. A. BELAVIN, A. M. POLYAKOV, A. B. ZAMOLODCHIKOV, *Nucl. Phys.*, B241 (1984), 333 ; D. FRIEDAN, Z. QIU, S. SHENKER, *Phys. Rev. Lett.*, 52 (1984), 1575 ; D. FRIEDAN, E. MARTINEC, S. SHENKER, *Nucl. Phys.*, B272 (1986), 93.
[14] I. M. SINGER in Colloque Elie Cartan Lyon 1984, *Astérisque*.
[15] L. D. FADDEEV, V. N. POPOV, *Phys. Lett.*, 25B (1967), 29.

Raymond STORA,
LAPP
B.P. 909
74019 Annecy-le-Vieux Cedex (France).