Journal de la société statistique de Paris

JSFS

Jeux

Journal de la société statistique de Paris, tome 139, nº 2 (1998), p. 151-152

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1998__139_2_151_0>

IV

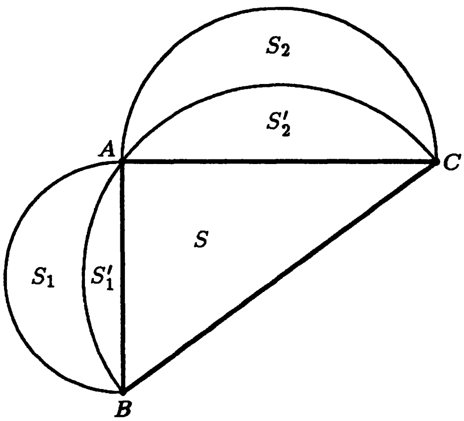
SSP JEUX

SOLUTIONS DES PROBLÈMES PRÉSENTÉS DANS LE N° 1 DE 1998 par EUREKA

Les deux lunes.

Considérons les triangles ABC rectangle en A, ayant pour côtés respectifs : $AB = 3$ cm ; $BC = 5$ cm ; $CA = 4$ cm. Tracez le demi-cercle circonscrit à ce triangle. Puis tracez les 2 demi-cercles extérieurs de diamètres respectifs AB et AC. On demande ici de calculer, sans se fatiguer, la somme des aires des deux lunes ainsi formées.

SOLUTION



D'après Phytagore, nous avons :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

ou :

$$\pi \times \frac{BC^2}{8} = \pi \times \frac{AB^2}{8} + \pi \times \frac{AC^2}{8},$$

soit :

$$S'1 + S'2 + S = (S_1 + S'1) + (S_2 + S'2),$$

donc :

$$S = S_1 + S_2.$$

En conclusion :

$$S_1 + S_2 = \frac{AB \times AC}{2} = 6 \text{ cm}^2.$$

900° à l'ombre

Il fait très chaud. Nous sommes à l'ombre sous une tente qui a la forme d'un polygone convexe dont la somme des angles fait 900°. S'agit-il d'un pentagone, d'un hexagone ou d'un heptagone ?

SOLUTION

Soit n le nombre de côtés du polygone. On a :

$$(n-2) \times 180° = 900°,$$

donc $n = 7$. Il s'agit d'un heptagone.

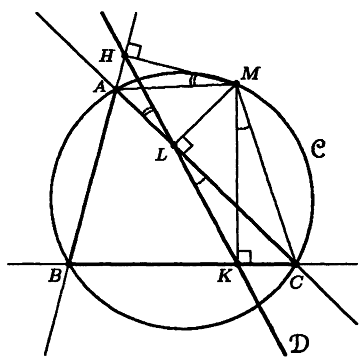
Wallace ou Simson.

Prenez un triangle ABC. Tracez son cercle circonscrit. Placez alors un point M quelconque sur ce cercle. Abaissez les trois perpendiculaires issues de M sur chacune des droites AB, BC et CA

Les trois pieds respectifs correspondant H, K et L sont alignés. Ils forment la droite de Simson, ainsi nommée d'après Robert Simson (1687-1768). C'est pourtant seulement en 1797 que William Wallace la découvrit...
Comment fit-il ?

SOLUTION

Observons la figure ci-contre.



$LMAH$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle de diamètre AM, donc

$$\widehat{ALH} = \widehat{AMH}.$$

De même, $LMKC$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle de diamètre CM, donc

$$\widehat{KLC} = \widehat{KMC}.$$

Or $CMAB$ et $KMHB$ sont inscriptibles, donc on a :

$$\widehat{CMA} = 180° - \widehat{ABC} = 180° - \widehat{HBK} = \widehat{HMK},$$

soit encore :

$$\widehat{CMK} + \widehat{KMA} = \widehat{HMA} + \widehat{AMK} \quad \text{et} \quad \widehat{HMA} = \widehat{CMK},$$

donc : $\widehat{ALH} = \widehat{KLC}$.

Ces angles ont la position d'alternes-internes autour de AC si et seulement si les points H, L et K sont alignés. Ils le sont donc, et forment ainsi LA DROITE DE SIMSON, découverte par WALLACE.