Journal de la société statistique de Paris

Éric Jondeau

Représentation VAR et test de la théorie des anticipations de la structure par terme

Journal de la société statistique de Paris, tome 139, nº 1 (1998), p. 49-71

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1998__139_1_49_0>

REPRÉSENTATION VAR ET TEST DE LA THÉORIE DES ANTICIPATIONS DE LA STRUCTURE PAR TERME

Eric JONDEAU

Banque de France, Centre de recherche[1]

Abstract

This paper deals with the implications of the expectations hypothesis of the term structure on the dynamics of interest rates, which are supposed to have a restricted VAR (RVAR) representation. We analyze these implications from two points of view: first we consider the long-term properties of interest rates, using a vectorial error-correcting model; second we study the whole dynamics of the system, using the RVAR representation. This approach is applied to euro-rates over the period 1975-96. The main results are the following: the expectations theory is well accepted for French and UK rates but largely rejected for German and US rates.

Résumé

Nous étudions dans cet article les implications de la théorie des anticipations de la structure par terme sur le VAR contraint représentant la dynamique du taux court et de la pente des taux. Nous proposons une analyse en deux temps : nous étudions tout d'abord les propriétés de long terme, à partir de la représentation à correction d'erreur, puis la dynamique complète du système, à partir de la représentation VAR. Cette approche, appliquée aux taux sur euro-devise sur la période 1975-96, conduit aux résultats suivants : la théorie est acceptée pour les taux français et britanniques, mais rejetée pour les taux allemands et américains.

Mots clés :
Théorie des anticipations, représentation VAR contraint, test “formel”.

Classification J.E.L. : E43.

Je tiens à remercier les participants du séminaire de recherche de la Banque de France, ainsi que le rapporteur anonyme de la revue pour leurs précieux commentaires. Toutefois, les erreurs qui subsisteraient restent miennes.

---

1. Adresse postale : Banque de France, 41-1391 Centre de recherche
31, rue Croix des Petits Champs, 75049 Paris, France, tél. 01-42-92-49-89,
fax 01-42-92-27-66, e-mail : ejondeau@banque-france.fr

1. Introduction

Selon la théorie des anticipations, le taux long est une moyenne des taux courts futurs anticipés, plus éventuellement une prime de risque constante dans le temps. Cette théorie a fait l'objet d'un grand nombre de tentatives de validation empirique. L'un des défis majeurs de la littérature récente sur la théorie des anticipations concerne l'explication du manque d'homogénéité des résultats obtenus. En effet, des différences importantes apparaissent selon les tests mis en œuvre, selon les pays ou les périodes étudiés, selon les maturités considérées.

Tout d'abord, la plupart des tests réalisés sur données américaines sont défavorables envers la théorie des anticipations. Pour certains, la théorie doit être clairement rejetée : CAMPBELL et SHILLER (1987), MACDONALD et SPEIGHT (1991), HARDOUVELIS (1994) pour des titres de long terme, KUGLER (1990), EVANS et LEWIS (1994) pour des titres de court terme. Dans d'autres cas, les résultats apparaissent contradictoires : CAMPBELL et SHILLER (1991) et CAMPBELL (1995) ont mis en évidence le *puzzle* selon lequel la pente des taux a bien, conformément à la théorie, un contenu en information concernant les taux courts futurs, mais pas concernant les taux longs futurs. SHEA (1992) a toutefois montré que la théorie est plus souvent acceptée pour des maturités longues (1 an à 10 ans) que pour des maturités plus courtes (moins d'un an). Même si la période d'estimation semble en général moins déterminante, une exception notable concerne la période durant laquelle la Fed a changé ses procédures d'intervention sur le marché monétaire (d'octobre 1979 à septembre 1982). KUGLER (1990) rejette en effet fortement la théorie des anticipations avant et après cette période mais ne peut la rejeter au cours de cette phase.

A l'inverse, la plupart des tests menés sur des données britanniques ne permettent généralement pas de rejeter la théorie des anticipations. A partir de titres de maturités plus longues (typiquement, le taux à 3 mois et le rendement d'Etat à 10 ans), HARDOUVELIS (1994) et MACDONALD et SPEIGHT (1991) concluent à la validité de la théorie. De même, à partir de données sur le marché interbancaire, HURN *et alii* (1995) et CUTHBERTSON (1996) ne rejettent pas en général les implications de la théorie. Seul TAYLOR (1992) est conduit à rejeter très nettement la théorie des anticipations, pour des maturités longues (3 mois et 10, 15 et 20 ans).

Même si les études systématiques portant sur la validité empirique de la théorie des anticipations dans les autres pays sont relativement peu nombreuses, il apparaît néanmoins un certain consensus en faveur de la théorie. Dans leurs larges comparaisons internationales, fondées sur les taux à 3 mois et à 10 ans, en fréquence trimestrielle, HARDOUVELIS (1994) et GERLACH (1996) obtiennent pour l'essentiel des résultats favorables envers la théorie. GERLACH et SMETS (1997) ne peuvent pas rejeter la théorie des anticipations pour la plupart des pays étudiés, à partir des euro-taux à 3 mois et à 1 an. JONDEAU et RICART (1996) concluent en faveur de la théorie dans le cas des taux à court terme français[2] et DAHLQUIST et JONSSON (1995) en faveur de la théorie dans le cas des taux à court terme suédois.

Ainsi trois types de conclusion semblent ressortir de la littérature empirique récente : d'une part, les Etats-Unis paraissent avoir un statut particulier (mis en évidence notamment par HARDOUVELIS), puisque c'est le seul pays pour lequel la théorie des anticipations est presque systématiquement rejetée ; d'autre part, le choix des maturités ne semblent pas déterminant dans le rejet ou l'acceptation de la théorie des anticipations. En revanche, la période d'estimation est susceptible d'influencer sensiblement les résultats des tests.

L'objet de cet article est de préciser certains aspects de ce débat, en se focalisant sur deux points plus spécifiques. Tout d'abord, nous nous intéressons au test "formel" de la théorie des anticipations, fondé sur les restrictions imposées par la théorie aux paramètres du modèle représentant la dynamique des taux d'intérêt. L'intérêt de ce test est qu'il ne nécessite qu'une hypothèse de rationalité faible des agents, ceux-ci étant seulement supposés connaître la dynamique des taux d'intérêt. Or, CAMPBELL et SHILLER (1987, 1988) ont montré que, lorsque les taux sont non-stationnaires, la théorie des anticipations implique l'existence d'une relation de cointégration, la pente des taux étant stationnaire. Ils suggèrent alors une formulation autorégressive (VAR) représentant la dynamique de la variation de l'une des variables (ici, le taux court) et du résidu de la relation de long terme (ici, la pente des taux), dans laquelle les contraintes liées à la cointégration sont explicitement prises en compte (d'où la dénomination de *restricted* VAR, RVAR). Cette représentation RVAR permet une écriture simple et directe des implications de la théorie des anticipations.

D'autre part, nous considérons les taux sur euro-devise pour quatre pays (Allemagne, Etats-Unis, France et Royaume-Uni) sur la période 1975-96, en fréquence mensuelle, pour des maturités allant d'un mois à un an. Cette période permet de mettre en évidence les spécificités propres aux différents pays considérés et d'éventuels changements structurels. Plus spécifiquement, nous cherchons à valider l'hypothèse selon laquelle la période 1982-83 constitue une rupture du point de vue de la théorie des anticipations, dans au moins deux pays : aux Etats-Unis, où la période allant d'octobre 1979 à septembre 1982 a coïncidé avec le changement dans les procédures d'intervention de la Fed ; en France, où les crises de change se sont succédées au cours de la période allant de février 1981 à avril 1983.

La suite de cet article est organisée de la façon suivante. La section 2 présente succinctement la théorie des anticipations et plus particulièrement le test "formel" fondé sur la représentation RVAR. La section 3 s'intéresse à la mise en œuvre du test et propose une démarche en deux temps fondée sur le modèle à correction d'erreur (MCE) et sur la représentation RVAR. Les

2. COLLETAZ et GOURLAOUEN (1990) sont amenés à rejeter la théorie des anticipations, mais à partir de l'écart entre le rendement des obligations publiques et le taux au jour le jour.

résultats empiriques sont détaillés dans la section 4 ; pour les taux américains et français, la sous-période 1983-96 est également étudiée. La section 5 conclut.

2. Le test "formel" de la théorie des anticipations

Le test "formel" de la théorie des anticipations a été proposé initialement par SARGENT (1979) pour des variables non-stationnaires non cointégrées, à partir d'une représentation VAR représentant la dynamique des variations de taux d'intérêt[3]. Cette procédure a été généralisée par CAMPBELL et SHILLER (1987, 1988) au cas des variables non-stationnaires et cointégrées, propriété caractéristique de la dynamique des taux d'intérêt lorsque la théorie des anticipations est valide. CAMPBELL et SHILLER ont ainsi proposé l'estimation d'une formulation VAR, dans laquelle la non-stationnarité des variables et l'existence d'une relation de cointégration sont explicitement imposées (RVAR). Cette généralisation n'est toutefois que partielle, car elle maintient les hypothèses que le titre long a une durée de vie infinie (il s'agit, dans les applications de CAMPBELL et SHILLER ou bien d'une action, ou bien d'une rente perpétuelle) et que la périodicité des données correspond à la durée de vie du placement court. Les adaptations pour des titres de durée de vie finie et des horizons de placement quelconques ont été réalisées par KUGLER (1990) et CAMPBELL et SHILLER (1991).

2.1 Pente observée et pente théorique

Le test "formel" de la théorie des anticipations est fondé sur l'hypothèse d'absence d'opportunités d'arbitrage. La théorie des anticipations implique que le rendement en t d'un bon zéro-coupon de maturité n, noté $R_t^{(n)}$, est égal à la moyenne des rendements anticipés de placements aux dates t, $t+m, \cdots, t+n-m$ de bons de maturité m $(m < n)$, plus une prime de risque :

$$R_t^{(n)} = \frac{m}{n} \sum_{i=0}^{\frac{n}{m}-1} E_t R_{t+im}^{(m)} + c^{(m,n)}. \qquad (1)$$

La prime de risque $c^{(m,n)}$ peut éventuellement dépendre de la maturité des titres, mais doit être constante au cours du temps. Le terme $E_t x_{t+i}$ représente la projection linéaire de la variable x_{t+i} sur l'information disponible à la date t, notée Ω_t, soit $E_t x_{t+i} = E(x_{t+i} \mid \Omega_t)$.

Le premier point de la démarche de CAMPBELL et SHILLER (1987, 1988) est de montrer que, dans le cadre d'un *present-value model* tel que l'équation (1),

3. cf. également HAKKIO (1981) et BAILLIE *et alii* (1983), pour le test "formel" de la théorie des anticipations sur le marché des changes. La dénomination "formel" reprend le terme proposé par CAMPBELL et SHILLER (1988).

la non-stationnarité du taux court se traduit par l'existence d'une relation de cointégration entre le taux court et le taux long. En effet, si on définit la pente des taux par $S_t^{(m,n)} = R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$, on obtient, en soustrayant $R_t^{(m)}$ aux deux termes de (1) :

$$S_t^{(m,n)} = \frac{m}{n} E_t \sum_{i=1}^{\frac{n}{m}-1} \left(R_{t+im}^{(m)} - R_t^{(m)}\right) + c^{(m,n)}. \tag{2}$$

En remarquant que $\left(R_{t+im}^{(m)} - R_t^{(m)}\right) = \Delta R_{t+im}^{(m)} + \Delta R_{t+im-1}^{(m)} + \cdots + \Delta R_{t+1}^{(m)}$, l'équation (2) peut s'écrire également :

$$S_t^{(m,n)} = E_t S_t^{*(m,n)} + c^{(m,n)} \tag{3}$$

où la pente de taux en prévisions parfaites $S_t^{*(m,n)}$ est définie par :

$$S_t^{*(m,n)} = \frac{m}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{m}-1} \sum_{j=1}^{im} \Delta R_{t+j}^{(m)}. \tag{4}$$

Ainsi, si le taux court est stationnaire en différence, les équations (3) et (4) montrent que la pente des taux est stationnaire. Le taux long et le taux court sont donc cointégrés et il est possible de représenter la dynamique jointe des taux à court et à long termes, alternativement, à l'aide d'un modèle à correction d'erreur pour les variations des taux d'intérêt (VECM) ou d'un RVAR pour la variation du taux court et la pente des taux. CAMPBELL et SHILLER (1987, 1988) ont privilégié cette dernière représentation, qui permet une mise en œuvre plus directe du test de la théorie des anticipations. Le RVAR s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \Delta R_t^{(m)} \\ S_t^{(m,n)} \end{bmatrix} = B(L) \begin{bmatrix} \Delta R_{t-1}^{(m)} \\ S_{t-1}^{(m,n)} \end{bmatrix} + u_t \tag{5}$$

où $B(L)$ est une matrice de polynômes de retard d'ordre p, L est l'opérateur retard, u_t est le vecteur des perturbations, supposé bruit blanc multivarié.

L'intérêt de cette représentation est d'extraire du RVAR lui-même des prévisions des taux courts. En effet, l'équation (5) peut se récrire comme un VAR d'ordre 1, représentant la dynamique du vecteur
$z_t = (\Delta R_t^{(m)}, \cdots, \Delta R_{t-p+1}^{(m)}, S_t^{(m,n)}, \cdots, S_{t-p+1}^{(m,n)})'$:

$$
\begin{bmatrix} \Delta R_t^{(m)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta R_{t-p+1}^{(m)} \\ S_t^{(m,n)} \\ \vdots \\ \vdots \\ S_{t-p+1}^{(m,n)} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
b_{11}^1 & b_{11}^2 & \cdots & b_{11}^p & b_{12}^1 & b_{12}^2 & \cdots & b_{12}^p \\
1 & \cdots & 0 & 0 & & & & \\
\vdots & \ddots & & \vdots & & 0 & & \\
0 & \cdots & 1 & 0 & & & & \\
b_{21}^1 & b_{21}^2 & \cdots & b_{21}^p & b_{22}^1 & b_{22}^2 & \cdots & b_{22}^p \\
 & & & & 1 & \cdots & 0 & 0 \\
 & & 0 & & \vdots & \ddots & & \vdots \\
 & & & & 0 & \cdots & 1 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta R_{t-1}^{(m)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta R_{t-p}^{(m)} \\ S_{t-1}^{(m,n)} \\ \vdots \\ \vdots \\ S_{t-p}^{(m,n)} \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} u_{1t} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ u_{2t} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}
\qquad (6)
$$

Cette écriture en variable d'état permet de passer d'un modèle VAR, de dimension 2, contenant p retards, à un modèle VAR, de dimension $2p$, contenant un seul retard. L'équation (6) peut s'écrire de façon plus compacte, avec des notations évidentes, sous la forme : $z_t = Az_{t-1} + v_t$, où A est la matrice d'état du VAR. On suppose ici que z_t est centré, de façon à ne considérer que les relations entre les paramètres du VAR (la prime de risque est éliminée de l'équation (3)).

2.2 La statistique de test

L'intérêt de la récriture (6) repose sur la propriété suivante : si z_t suit un modèle autorégressif d'ordre 1, alors la prévision à la date t de z_{t+j} s'écrit simplement :

$$E[z_{t+j} \mid I_t] = A^j z_t \qquad (7)$$

où I_t est l'ensemble d'information (inclus dans Ω_t) limité au présent et au passé de $\Delta R_t^{(m)}$ et $S_t^{(m,n)}$: $I_t = \{\Delta R_t^{(m)}, \cdots, \Delta R_{t-p+1}^{(m)}, S_t^{(m,n)}, \cdots, S_{t-p+1}^{(m,n)}\}$, ce qui constitue l'information disponible pour l'économètre.

Si h est le vecteur de dimension $(2p, 1)$ contenant 1 comme premier élément et 0 ailleurs et g le vecteur de dimension $(2p, 1)$ contenant 1 comme $(p+1)^{\text{ème}}$ élément et 0 ailleurs, l'équation (6) donne :

$$\Delta R_t^{(m)} = h' z_t \qquad (8a)$$

$$S_t^{(m,n)} = g' z_t \qquad (8b)$$

et l'équation (7) permet d'obtenir la prévision de la variation du taux court futur $\Delta R_{t+j}^{(m)}$ à partir du VAR : $E\big[\Delta R_{t+j}^{(m)} \mid I_t\big] = h' A^j z_t$. La prévision optimale de $S_t^{*(m,n)}$ issue du VAR (6), notée $\tilde{S}_t^{(m,n)} = E\big[S_t^{*(m,n)} \mid I_t\big]$, s'écrit alors :

$$\tilde{S}_t^{(m,n)} = \frac{m}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{m}-1} \sum_{j=1}^{im} E\big[\Delta R_{t+j}^{(m)} \mid I_t\big] = \frac{m}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{m}-1} \sum_{j=1}^{im} h' A^j z_t \; . \qquad (9)$$

$\tilde{S}_t^{(m,n)}$ est également appelée la pente des taux théorique.

Finalement, la relation (3) induite par la théorie des anticipations conduit à la relation suivante, une fois les pentes observée et théorique centrées : $S_t^{(m,n)} = \tilde{S}_t^{(m,n)}$, d'où, en égalisant (8b) et (9) :

$$g' = \frac{m}{n} \sum_{i=1}^{\frac{n}{m}-1} \sum_{j=1}^{im} h' A^j. \tag{10}$$

L'élimination de la double somme de l'équation (10) conduit à l'expression suivante (CAMPBELL et SHILLER, 1991) :

$$g' = h' A \big[I - \frac{m}{n} (I - A^n)(I - A^m)^{-1}\big](I - A)^{-1}.$$

Le vecteur de contraintes imposées par l'équation (10) est donc de la forme :

$$r_1(b) = \mathrm{vec}\big(g' - h' A \big[I - \frac{m}{n} (I - A^n)(I - A^m)^{-1}\big](I - A)^{-1}\big) \tag{11}$$

ou, de façon alternative

$$r_2(b) = \mathrm{vec}\big(g'(I - A) - h' A \big[I - \frac{m}{n} (I - A^n)(I - A^m)^{-1}\big]\big) \tag{12}$$

où b est le vecteur contenant l'ensemble des paramètres du RVAR : $b = \mathrm{vec}(B)$, où $B = \big[B_1 \cdots B_p\big]$. Même si elles sont théoriquement équivalentes, les deux écritures ((11) et (12) ne sont pas en général identiques d'un point de vue numérique, sans qu'il soit possible de privilégier *a priori* l'une plutôt que l'autre (GREGORY et VEALL, 1985).

Sous l'hypothèse nulle donnée par (10), on a $r_i(b) = 0$ et la statistique du test de WALD est alors :

$$W_i = T r_i'(\hat{b})(D_i' \Sigma_b D_i)^{-1} r_i(\hat{b}) \qquad i = 1, 2 \tag{13}$$

où Σ_b est la matrice de variance-covariance de b, T est le nombre d'observations et

$$D_i = \frac{\partial r_i(b)}{\partial b'} = \frac{\partial r_i(b)}{\partial \mathrm{vec}(A)'} \frac{\partial \mathrm{vec}(A)}{\partial b'} .$$

Le calcul de la matrice D_i est précisé en annexe.

La loi asymptotique de la statistique de test W_i est un χ^2 à $(2p-1)$ degrés de liberté (et non $2p$). En effet, le RVAR impose, par construction, $b_{11}^p = b_{21}^p = 0$, donc la $(p+1)^{\text{ème}}$ contrainte de (10) est vérifiée par définition (ce point est développé dans la section suivante).

Sous l'hypothèse nulle de la théorie des anticipations, les paramètres du modèle RVAR doivent vérifier l'ensemble des contraintes imposées par (10). Il est important de souligner que, dès que $n > 2m$, ces contraintes ne portent que sur des relations entre les paramètres des deux équations. Autrement dit, la théorie des anticipations n'impose aucune contrainte sur les paramètres d'une des équations estimée isolément[4].

3. L'estimation indirecte du RVAR

Comme KUGLER (1990) l'a mis en évidence dans le cadre de la théorie des anticipations (cf. MELLANDER *et alii*, 1990, dans un cas plus général), le RVAR ne s'écrit pas comme un VAR usuel. En effet, si le MCE est l'écriture adaptée pour représenter la dynamique du taux court et du taux long, il existe une contrainte sur les paramètres du RVAR : $b_{11}^p = b_{21}^p = 0$, ce qui a une implication directe sur les degrés de liberté du test du χ^2 ($2p - 1$ contraintes au lieu de $2p$). Dans la littérature, seul KUGLER (1990) a, à notre connaissance, pris en compte cette contrainte. Cette correction est susceptible d'influencer les résultats du test, lorsque le nombre de retards retenu dans le VAR est réduit.

La démarche que nous proposons pour le "test formel" de la théorie des anticipations est fondée sur deux approches. Dans un premier temps, nous considérons la dynamique de long terme des taux d'intérêt à partir d'une représentation MCE. Cette estimation peut reposer par exemple sur la procédure du maximum de vraisemblance de JOHANSEN (1988). L'intérêt de cette étape est de permettre un test explicite du rang de coïntégration et de la valeur du paramètre de la relation de coïntégration. Dans un deuxième temps, nous étudions la dynamique complète du système, à partir de la représentation RVAR (équivalente du MCE), qui est adaptée à la mise en œuvre du test "formel". Le modèle RVAR est estimé, indirectement, à partir de la relation d'équivalence entre les formulations MCE et RVAR.

3.1 L'estimation du MCE

L'estimation d'un MCE est réalisée à l'aide de la procédure d'estimation par maximum de vraisemblance (JOHANSEN, 1988, et JOHANSEN et JUSELIUS, 1990). On s'intéresse ici à un vecteur intégré d'ordre 1, contenant k variables, $X_t = (x_{1t}, \cdots, x_{kt})'$, dont la dynamique est représentée par un VAR en niveau avec p retards. La dynamique de X_t peut être récrite en fonction des différences premières ΔX_t :

$$\Gamma(L)\Delta X_t = \mu + \Pi X_{t_1} + \varepsilon_t$$

$$\Leftrightarrow \Delta X_t = \mu + \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1}\Delta X_{t-p+1} + \Pi X_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (14)$$

4. La théorie des anticipations n'impose aucune contrainte sur le processus univarié suivi par la variation du taux court ou la variation du taux long. De fait, par la suite, CAMPBELL et SHILLER (1991) ont étudié les implications de la théorie ou bien à partir à partir de la variation moyenne sur longue période du taux court ou bien à partir de la variation du rendement d'un titre long.

où ε_t est supposé un vecteur normal d'espérance nulle et de variance Σ_ε. L'estimation de (14) est donnée dans JOHANSEN (1988). S'il existe r vecteurs de cointégration ($0 < r \leq k$) entre les composantes de X_t, la matrice Π, de rang $k - r$, peut être décomposé sous la forme $\Pi = \alpha\beta'$, avec α et β de dimension (k, r). On obtient alors les estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres du MCE (notés $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\Gamma}(L)$ et $\hat{\Sigma}_\varepsilon$).

Deux statistiques (fondées sur le rapport des maxima de vraisemblance) ont été proposées par JOHANSEN (1988) pour tester le rang de cointégration : si $\lambda_1, ..., \lambda_k$ (avec $1 \geq \lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_k \geq 0$) sont les carrés des corrélations canoniques du système, la statistique de la trace, $\lambda_{trace} = -T\Sigma_{i=r+1}^{k} \ln(1-\lambda_i)$, teste l'hypothèse nulle qu'il existe au plus r relations de cointégration contre l'hypothèse alternative qu'il en existe k ($r < k$) ; la statistique de la valeur propre maximale, $\lambda_{max} = -T\ln(1 - \lambda_{r+1})$, teste l'hypothèse nulle qu'il existe au plus r relations de cointégration, contre l'hypothèse alternative qu'il en existe au plus $r + 1$. Ces deux statistiques ont des distributions non standard sous l'hypothèse nulle et les valeurs critiques ont été tabulées par JOHANSEN et JUSELIUS (1990) puis étendues par OSTERWALD-LENUM (1992).

Cette approche permet en outre de mettre en œuvre des tests du rapport des maxima de vraisemblance portant sur la valeur des paramètres des vecteurs de cointégration. Il est ainsi possible de tester l'une des implications principales de la théorie des anticipations, selon laquelle les taux d'intérêt pris deux à deux sont cointégrés, avec la pente des taux comme combinaison linéaire stationnaire. Comme le test "formel" proposé par CAMPBELL et SHILLER fait intervenir explicitement la pente des taux comme variable du RVAR, il est important de vérifier préalablement cette hypothèse et d'estimer le MCE en prenant en compte cette contrainte.

3.2 L'équivalence du MCE et du RVAR

CAMPBELL et SHILLER (1988) et KUGLER (1990) ont mis en évidence l'existence d'une relation d'équivalence entre les paramètres du MCE et ceux du RVAR dans le cadre de la théorie des anticipations. MELLANDER *et alii* (1990) ont proposé une écriture matricielle de cette relation de passage d'un modèle à l'autre dans le cadre général. Cette écriture permet de rendre explicites les contraintes qui s'imposent aux paramètres du RVAR. Si le MCE s'écrit sous la forme (14), le RVAR s'obtient par :

$$B(L)Y_t = \eta_t \tag{15}$$

où : $Y_t = D_\perp(L)MX_t, \qquad M = \begin{bmatrix} S_{k-r} \\ \beta \end{bmatrix}, \qquad \eta_t = M\varepsilon_t,$

$$D(L) = \begin{bmatrix} I_{k-r} & 0 \\ 0 & (1-L)I_r \end{bmatrix}, \qquad D_\perp(L) = \begin{bmatrix} (1-L)I_{k-r} & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}.$$

La matrice de sélection S_{k-r}, de dimension $(k-r, k)$, peut être choisie de telle sorte que $S_{k-r} = \begin{bmatrix} I_{k-r} & 0_{(k-r,r)} \end{bmatrix}$.
Si le vecteur $\{X_t\}$ est cointégré, avec r relations de cointégration, on peut mettre en évidence la relation suivante entre les paramètres du MCE ($\Gamma(L)$ et α) et ceux du RVAR ($B(L)$) :

$$B(L) = M\big[\Gamma(L)M^{-1}D(L) - \alpha^* L\big] \tag{16}$$

où $\alpha^* = \begin{bmatrix} 0_{k,k-r} & \alpha \end{bmatrix}$. Cette relation implique la nullité des paramètres associés aux $(k-r)$ premières variables de Y_{t-p}, $(\Delta X_{1,t-p}, \cdots, \Delta X_{k-r,t-p})$ dans l'équation (15). On retrouve ici, précisément, la contrainte $b_{11}^p = b_{21}^p = 0$ déjà indiquée précédemment [5].

Pour calculer la loi asymptotique de b, il suffit de déterminer la loi asymptotique de $\gamma = \text{vec}(\Gamma)$, où $\Gamma = \big[\Gamma_1 \ \cdots \ \Gamma_{p-1} \ \alpha\big]$ est de dimension $(k, k(p-1)+kr)$, et de préciser la matrice de passage de Γ à B, de dimension (k, kp). Tout d'abord, LÜTKEPOHL et REIMERS (1992) ont montré que la loi asymptotique de γ s'écrit sous la forme :

$$\sqrt{T}(\hat{\gamma} - \gamma) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma_\gamma)$$

avec

$$\Sigma_\gamma = \begin{bmatrix} I_{k(p-1)} & 0 \\ 0 & \beta' \end{bmatrix} \Omega^{-1} \begin{bmatrix} I_{k(p-1)} & 0 \\ 0 & \beta' \end{bmatrix}' \otimes \Sigma_\varepsilon$$

et

$$\Omega = \text{plim}\,\frac{1}{T}\begin{bmatrix} ZZ' & ZX'_{-1}\beta' \\ \beta X_1 - Z' & \beta X_{-1}X'_{-1}\beta' \end{bmatrix}$$

où $X_{-1} = (X_{1-p}, \cdots, X_{T-p})$ et $Z = (Z_1, \cdots, Z_T)$,
avec $Z_t = (\Delta X_{t-1}, \cdots, \Delta X_{t-p+1})'$.
De plus, on vérifie aisément que la relation de passage de Γ à B est :

$$B = M\Gamma F + J$$

5. Par exemple, dans le cas simplifié où $m = 1$, $n = 2$ et $p = 1$, le MCE

$$\begin{bmatrix} \Delta R_t^{(1)} \\ \Delta R_t^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} [R_{t-1}^{(2)} - R_{t-1}^{(1)}] + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

conduit au RVAR

$$\begin{bmatrix} \Delta R_t^{(1)} \\ S_t^{(1,2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_1 \\ 0 & (\alpha_1 + \alpha_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{t-1}^{(1)} \\ S_{t-1}^{(1,2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

La théorie des anticipations implique alors une seule contrainte : $b_{12} = 2$, soit $\alpha_1 = -2$.

où

$$\underset{(k(p-1)+kr,kp)}{F} = \begin{bmatrix} M^{-1} & -M^{-1}\Psi & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & M^{-1} & -M^{-1}\Psi & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & M^{-1} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & -M^{-1}\Psi & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \ddots & M^{-1} & -M^{-1}\Psi \\ [0_{(k,k-r)}\, I_r] & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$\underset{(k,kp)}{J} = \begin{bmatrix} -\Psi & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \qquad \underset{(k,k)}{\Psi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}$$

La loi asymptotique de b s'écrit donc sous la forme :

$$\sqrt{T}\left(\hat{b} - b\right) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma_b)$$

avec $\Sigma_b = (F' \otimes M)\ \Sigma_\gamma\ (F' \otimes M)'$. Finalement, la loi asymptotique de $r_i(\hat{b})$ est :

$$\sqrt{T}\left(r_i(\hat{b}) - r_i(b)\right) \xrightarrow{d} N(0, D_i'\Sigma_b D_i) \tag{17}$$

où $D_i = \dfrac{\partial r_i(b)}{\partial b'}$ est défini dans l'annexe.

4. Résultats empiriques

4.1 Les données

La base de données est constituée des taux sur euro-devise pour le Deutsche Mark (DEM), le Franc français (FRF), la Livre britannique (GBP) et le Dollar (USD). L'échantillon couvre des données fin de mois de janvier 1975 à décembre 1996, pour des maturités allant d'un mois à un an [6]. m est compris entre 1 et 6 mois, n entre 3 et 12 mois.

La période étudiée est relativement étendue, ce qui est *a priori* satisfaisant pour tester la théorie des anticipations. Néanmoins, la contrepartie est la

6. Les données proviennent de la base Datastream. Tous les calculs ont été réalisés avec GAUSS.

possibilité de rupture structurelle dans l'évolution des taux d'intérêt. Deux pays au moins sont concernés par cette éventualité : les Etats-Unis, qui ont connu entre 1979 et 1982 une phase de taux d'intérêt élevés, liée au changement des procédures d'intervention de la Fed ; et la France, qui a connu entre 1981 et 1983 des tensions marquées sur sa devise, conduisant à des hausses de taux importantes. De ce point de vue, on note que les crises de change de 1992 et 1993 ont eu relativement peu d'effet sur les taux courts français par rapport aux crises de 1981-83. L'Allemagne et le Royaume-Uni ont connu assez peu de perturbations majeures. Les principaux événements sont la réunification allemande d'une part, qui a été accompagnée d'une forte hausse des taux courts, et la sortie de la livre britannique du mécanisme de change européen en 1992 d'autre part, qui a favorisé une détente monétaire significative. L'impact de ces événements demeure toutefois modéré sur les résultats présentés dans cette section.

De façon à vérifier l'éventuelle influence des changements structurels de 1982-83 pour les Etats-Unis et la France, nous avons considéré deux périodes d'estimation : la première couvre l'ensemble de l'échantillon (1975-96) ; la seconde couvre la fin de la période (janvier 1983 à décembre 1996 pour les Etats-Unis, avril 1983 à décembre 1996 pour la France).

Avant de considérer le test "formel" de la théorie des anticipations, il est nécessaire de tester préalablement les hypothèses sous-jacentes à la représentation RVAR. Il s'agit, d'une part, de la non-stationnarité des taux d'intérêt et, d'autre part, de la stationnarité des pentes des taux (ou, alternativement, la cointégration entre les taux à court et long termes).

Les tests ADF de stationnarité des taux d'intérêt indiquent que chaque série de taux est stationnaire en différence première (tableau 1) : l'hypothèse nulle de racine unitaire n'est jamais rejetée aux seuils de significativité usuels pour les taux d'intérêt en niveau, mais est systématiquement rejetée au seuil de 1% pour les variations de taux d'intérêt. Selon les tests ADF de stationnarité des pentes des taux, l'hypothèse nulle de racine unitaire est systématiquement rejetée, pour toutes les pentes des taux étudiées, au seuil de 5% (première colonne du tableau 2).

4.2 L'analyse de la cointégration et le test "formel" de la théorie des anticipations

Comme les taux d'intérêt apparaissent suivre un processus non-stationnaire, il est possible d'analyser les propriétés de coïntégration dans la logique de CAMPBELL et SHILLER (1987, 1988) : si la théorie des anticipations est valide, le vecteur de cointégration $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ dans la relation :

$$\beta_1 R_t^{(m)} + \beta_2 R_t^{(n)} + \beta_3 = \varepsilon_t \tag{18}$$

doit s'écrire sous la forme contrainte $\beta^0 = (1, -1, \beta_3)$, où β_3 représente la prime de risque constante au cours du temps et dépend, *a priori*, des maturités m et n.

Les colonnes 2 à 4 du tableau 2 présentent les résultats liés à l'estimation univariée des relations de cointégration, selon l'approche de PHILLIPS et HANSEN (1990). Cette méthode consiste en une correction non-paramétrique des estimateurs des MCO (proposés par ENGLE et GRANGER, 1987), qui permet d'obtenir une distribution asymptotique normale (estimateurs *fully modified*). Les tests ADF de stationnarité du résidu de la relation (18) donnent, dans la plupart des cas, des résultats extrêmement proches de ceux obtenus pour les tests de stationnarité de la pente des taux, confirmant l'existence d'une relation de cointégration entre les taux d'intérêt pris deux à deux (colonne 2). Cette similitude se comprend mieux en considérant la valeur du coefficient du taux long dans la relation de cointégration (colonne 3). En effet, ce coefficient est toujours proche de 1 (entre 0,96 et 1,10), même si, pour certaines combinaisons de maturités pour les taux britanniques et américains, on doit rejeter l'égalité à 1.

Les colonnes 1 à 3 du tableau 3 présentent les résultats de l'estimation du MCE par maximum de vraisemblance (JOHANSEN, 1988). Les tests du nombre de retards optimal (fondés sur les procédures BIC et HQ) conduisent systématiquement à retenir entre 1 et 3 retards. De façon à conserver un traitement homogène des pays et des maturités, nous avons retenu pour toutes les estimations $p = 3$. Les statistiques de test λ_{trace} et λ_{max} indiquent que, pour tous les pays et pour toutes les combinaisons de maturités, on peut conclure à l'existence d'une relation de cointégration dans chaque système.

Le test du rapport des maxima de vraisemblance de l'égalité à β^0 du vecteur de cointégration conduit de nouveau à accepter cette hypothèse presque systématiquement pour toutes les combinaisons de taux français, allemands et américains ; pour les taux britanniques, les seuils de significativité sont généralement compris entre 1 et 5%. Ces résultats confirment les tests de PHILLIPS et HANSEN.

La dernière étape de cette analyse consiste à tester les implications de la théorie des anticipations sur les paramètres du RVAR. Les résultats du test "formel" (colonnes 4 et 5 du tableau 3) conduisent à distinguer deux groupes de pays : dans le premier groupe (Allemagne et Etats-Unis), la théorie des anticipations est généralement rejetée aux seuils de risque usuels. C'est le cas notamment pour tous les couples de maturités pour les taux américains, lorsque l'on considère le second test $\left(r_2(b) = 0\right)$. En ce qui concerne le premier test $\left(r_1(b) = 0\right)$ pour les taux allemands, la théorie des anticipations n'est pas rejetée au seuil de 5 % pour le seul couple de maturités (1-6) mois.

Dans le second groupe de pays (France et Royaume-Uni), la théorie des anticipations n'est presque jamais rejetée. La seule exception est, pour les taux britanniques, le couple de maturités (1-3) mois, pour lequel les deux tests "formels" conduisent à un rejet net de la théorie des anticipations. Dans le cas de la France en revanche, il n'est jamais possible de rejeter cette hypothèse.

Cette distinction entre les deux groupes de pays pourrait s'expliquer par le fait que la France et le Royaume-Uni ont eu à subir des contraintes de change fortes (en 1982-83 et en 1992-93 en France, en 1992 au Royaume-Uni). Cet argument a été mis en avant notamment par GERLACH et SMETS (1997) et s'expliquerait de la façon suivante : la défense du taux de change, au moins au cours de certaines sous-périodes de l'échantillon, entraîne une plus grande prévisibilité de la politique monétaire et donc des taux d'intérêt à court terme, ce qui favorise une meilleure adéquation entre les pentes des taux théorique et observée. Une telle explication est partiellement confirmée pour les données françaises, dans la section suivante, par la moindre pertinence de la théorie des anticipations lorsque le test porte sur la période postérieure aux crises de change de 1982-83.

4.3 L'estimation sur la période 1983-96

Compte tenu de l'importance des chocs qu'ont connus les marchés monétaires américains et français au début des années 1980, il est important de vérifier si cette période est susceptible d'avoir influencé les résultats empiriques qui viennent d'être présentés. Pour cela, nous avons estimé le MCE et le RVAR, et procédé aux tests "formels" de la théorie des anticipations sur la période 1983-96 (janvier 1983 pour les Etats-Unis, avril 1983 pour la France). Le tableau 4 reporte les résultats de ces estimations.

Lorsque l'estimation porte sur la période 1983-96, les résultats concernant les taux américains sont légèrement modifiés : d'une part, le test d'égalité à β^0 du vecteur de cointégration est systématiquement accepté quelles que soient les combinaisons de maturités considérées ; d'autre part, le test "formel" ne conduit plus au rejet systématique de la théorie. En effet, pour le second test "formel", la théorie des anticipations est acceptée pour l'ensemble des maturités, à l'exception des combinaisons (1-3 mois) et (1-6 mois). Il apparaît ainsi que, dans le cas américain, le rejet de la théorie des anticipations sur l'ensemble de la période 1975-96 semble bien dû, au moins en partie, au changement de politique monétaire américaine entre 1979 et 1982.

S'agissant des données françaises, l'estimation sur la période 1983-96 conduit à des résultats moins favorables pour la théorie des anticipations. Si l'existence d'une relation de cointégration n'est pas remise en cause entre les taux d'intérêt, l'égalité à β^0 du vecteur de cointégration est en revanche systématiquement rejetée, suggérant l'existence d'une prime de risque variable, pour les taux français, sur la période récente. De plus, les tests "formels" conduisent au rejet de la théorie des anticipations pour certains couples de maturités (1-3 mois et 3-6 mois), alors qu'elle était toujours acceptée sur l'ensemble de la période.

La prise en compte de la rupture de 1982-83 aux Etats-Unis et en France semble ainsi conduire à une certaine homogénéité des résultats : les données françaises, qui apparaissaient les plus favorables envers la théorie des anticipations, donnent des résultats plus contrastés alors que les données américaines, qui conduisaient à un rejet systématique de la théorie, ne sont plus aussi défavorables envers la théorie.

Pour les taux allemands et britanniques, il ne semble pas exister de rupture nette autour de la période 1982-83. Les estimations et les tests menés sur la période 1983-96 (non reproduits ici) conduisent de fait à des résultats similaires à ceux obtenus sur l'ensemble de la période.

5. Conclusion

La mise en œuvre du test “formel” de la théorie des anticipations proposée dans cet article est fondée sur l’estimation indirecte du RVAR. L’estimation préalable du modèle sous la forme d’un MCE permet d’une part de mieux déterminer les propriétés de long terme du système et d’autre part d’obtenir une estimation relativement simple du RVAR (tenant compte explicitement des contraintes de nullité de certains paramètres, mises en évidence par KUGLER, 1990). Cette estimation indirecte conduit à traiter en une seule étape l’étude des propriétés de long terme et le test proprement dit de la théorie.

Cette approche est appliquée aux euro-taux allemands, américains, britanniques et français sur la période 1975-96, pour des maturités allant d’un mois à 12 mois. Les résultats obtenus confirment, dans une large mesure, des études antérieures sur données américaines et britanniques : la théorie des anticipations apparaît validée par les données en France et au Royaume-Uni, mais elle est largement rejetée en Allemagne et aux Etats-Unis.

Les différences obtenues entre les pays doivent toutefois être nuancées, au moins en ce qui concerne les données américaines et françaises. En effet, la période d’estimation couvre, pour ces deux pays, une phase au cours de laquelle les taux ont été particulièrement perturbés (1979-82 pour les Etats-Unis, 1981-83 pour la France). L’estimation du MCE et la mise en œuvre du test de la théorie sur la période 1983-96 pour ces deux pays conduisent ainsi à un rejet de la théorie pour les données américaines et à une acceptation de la théorie pour les données françaises qui apparaissent moins nets que lorsque l’estimation porte sur l’ensemble de la période.

Cet article s’inscrit ainsi dans la littérature empirique récente, qui conduit à relativiser le rejet *quasi* systématique de la théorie des anticipations obtenu habituellement sur données américaines (SHILLER *et alii*, 1983, CAMPBELL et SHILLER, 1987 et 1991). Il apparaît ainsi que sur la période récente (postérieure à 1983), la théorie des anticipations n’est plus rejetée pour les taux américains. Finalement, parmi les pays étudiés, seule l’Allemagne semble rejeter, de façon robuste, la théorie des anticipations.

Tableau 1
Test de stationnarité des taux d'intérêt (1975-96)

maturité	variables en niveau	variables en variation
Allemagne		
1 mois	−1,361	−16,971 [a]
3 mois	−1,351	−14,598 [a]
6 mois	−1,410	−14,341 [a]
12 mois	−1,822	−5,296 [a]
Etats-Unis		
1 mois	−1,481	−8,807 [a]
3 mois	−1,335	−8,597 [a]
6 mois	−1,606	−7,589 [a]
12 mois	−1,417	−7,505 [a]
France		
1 mois	−1,907	−11,804 [a]
3 mois	−1,559	−11,090 [a]
6 mois	−1,916	−9,620 [a]
12 mois	−1,15	−13,100 [a]
Royaume-Uni		
1 mois	−1,790	−6,237 [a]
3 mois	−1,886	−5,882 [a]
6 mois	−1,912	−5,741 [a]
12 mois	−2,279	−6,237 [a]

Note : Les statistiques de test ADF sont fondées sur l'estimation de la relation suivante : $\Delta x_t = \mu + \varphi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{l} \theta_i \Delta x_{t-i} + u_t$, où x_t est le taux d'intérêt et u_t le terme d'erreur. L'ordre du processus autorégressif, l, est sélectionné de façon à blanchir les résidus.

[a] indique que la statistique de test est significative à un seuil de 1%. Les valeurs critiques sont de FULLER (1976).

Tableau 2
Test de stationnarité pour les pentes des taux (1975-96)

$m-n$	ADF pour les pentes des taux	Relation de cointégration ADF pour les résidus	$\hat{\beta}_2$	$t_{\hat{\beta}_2-1}$
Allemagne				
1-3	−3,45 [b]	−3,49 [b]	1,006	0,82
1-6	−3,59 [a]	−3,66 [b]	1,028	1,18
1-12	−3,53 [a]	−3,64 [b]	1,067	1,31
3-6	−4,07 [a]	−4,13 [a]	1,021	1,32
3-12	−3,95 [a]	−4,11 [a]	1,065	1,51
6-12	−3,99 [a]	−4,32 [a]	1,050	2,25 [b]
Etats-Unis				
1-3	−8,42 [a]	−8,44 [a]	1,003	0,35
1-6	−3,43 [b]	−3,44 [b]	1,009	0,42
1-12	−5,91 [a]	−6,18 [a]	1,071	1,86 [c]
3-6	−4,09 [a]	−4,09 [a]	1,009	0,79
3-12	−2,95 [b]	−4,79 [a]	1,073	2,37 [b]
6-12	−3,50 [a]	−4,08 [a]	1,065	3,95 [a]
France				
1-3	−7,13 [a]	−6,89 [a]	0,992	-0,44
1-6	−7,32 [b]	−7,19 [a]	0,969	-0,89
1-12	−6,52 [a]	−6,44 [b]	0,969	-0,56
3-6	−3,19 [b]	−2,80	0,996	-0,22
3-12	−6,10 [a]	−5,89 [a]	1,003	0,08
6-12	−7,03 [a]	−6,96 [a]	1,021	0,97
Royaume-Uni				
1-3	−4,77 [a]	−4,98 [a]	1,022	2,43 [b]
1-6	−5,01 [a]	−5,28 [a]	1,046	1,65 [c]
1-12	−5,88 [a]	−6,35 [a]	1,100	1,97 [b]
3-6	−7,12 [a]	−7,48 [a]	1,032	2,07 [b]
3-12	−4,37 [a]	−4,91 [a]	1,090	2,31 [b]
6-12	−4,01 [a]	−4,71 [a]	1,069	3,57 [a]

Note : Les statistiques de test ADF sont fondées sur l'estimation de la relation suivante : $\Delta x_t = \mu + \varphi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{l} \theta_i \Delta x_{t-i} + u_t$, où x_t est le taux d'intérêt pour la première colonne et le résidu de la relation de long terme pour la deuxième colonne ; u_t est le terme d'erreur. L'ordre du processus autorégressif, l, est sélectionné de façon à blanchir les résidus. Les valeurs critiques sont de FULLER (1976). $\hat{\beta}_2$ est l'estimateur *fully modified* de β_2 dans la relation $R_t^{(m)} + \beta_2 R_t^{(n)} + \beta_3 = \varepsilon_t$ (PHILLIPS et HANSEN, 1990). $t_{\hat{\beta}_2-1}$ est la statistique de Student associée à $\hat{\beta}_2-1$; elle est calculée par la méthode *fully modified*, avec une fenêtre de Bartlett dont la taille est déterminée de façon optimale.

[a], [b] et [c] indiquent que la statistique de test est significative à un seuil de 1%, 5% et 10% respectivement.

Tableau 3
Estimation des MCE et tests "formels" (1975-96)

$m-n$	λ_{max}	λ_{trace}	test de $\beta=\beta^0$	test de $r_1(b)=0$	test de $r_2(b)=0$
Allemagne					
1-3	55,33 [a] 2,22	57,56 [a] 2,22	0,984 (0,32)	11,902 (0,04)	7,958 (0,16)
1-6	36,11 [a] 2,24	38,34 [a] 2,24	2,950 (0,09)	9,838 (0,08)	7,177 (0,21)
1-12	25,92 [a] 2,25	28,16 [a] 2,25	4,386 (0,04)	16,397 (0,01)	14,895 (0,01)
3-6	26,75 [a] 2,18	28,93 [a] 2,18	3,419 (0,06)	16,793 (0,00)	10,446 (0,06)
3-12	19,95 [b] 2,15	22,10 [b] 2,15	4,146 (0,04)	18,234 (0,00)	14,829 (0,01)
6-12	16,81 [b] 2,29	19,10 [c] 2,29	3,565 (0,06)	48,297 (0,00)	37,485 (0,00)
Etats-Unis					
1-3	50,64 [a] 4,02	54,66 [a] 4,02	0,043 (0,84)	26,020 (0,00)	33,528 (0,00)
1-6	36,51 [a] 3,95	40,46 [a] 3,95	0,076 (0,78)	18,191 (0,00)	21,368 (0,00)
1-12	31,96 [a] 3,82	35,78 [a] 3.82	2,429 (0,12)	10,888 (0,05)	15,857 (0,01)
3-6	31,65 [a] 3,84	35,50 [a] 3,84	0,132 (0,72)	25,315 (0,00)	19,787 (0,00)
3-12	25,45 [a] 4,06	29,51 [a] 4,06	2,827 (0,09)	10,651 (0,06)	15,841 (0,01)
6-12	25,18 [a] 4,09	29,27 [a] 4,09	5,460 (0,02)	11,296 (0,05)	16,289 (0,01)

$m-n$	λ_{max}	λ_{trace}	test de $\beta = \beta^0$	test de $r_1(b) = 0$	test de $r_2(b) = 0$
France					
1-3	49,22 [a]	55,49 [a]	1,829	0,685	5,857
	6,27	6,27	(0,18)	(0,25)	(0,32)
1-6	46,04 [a]	48,27 [a]	2,240	2,764	2,764
	2,23	2,23	(0,13)	(0,74)	(0,74)
1-12	43,94 [a]	45,27 [a]	0,779	5,568	6,077
	1,33	1,33	(0,38)	(0,35)	(0,30)
3-6	50,44 [a]	51,90 [a]	1,353	6,318	5,590
	1,46	1,46	(0,24)	(0,28)	(0,35)
3-12	51,31 [a]	52,54 [a]	0,042	5,997	5,964
	1,22	1,22	(0,84)	(0,31)	(0,31)
6-12	47,83 [a]	49,04 [a]	0,457	8,520	7,558
	1,22	1,22	(0,50)	(0,13)	(0,18)
Royaume-Uni					
1-3	49,53 [a]	55,73 [a]	4,830	17,416	14,540
	6,19	6,19	(0,03)	(0,00)	(0,00)
1-6	32,52 [a]	38,69 [a]	4,314	7,892	7,649
	6,17	6,17	(0,04)	(0,16)	(0,18)
1-12	25,60 [a]	31,18 [a]	5,424	1,499	1,615
	5,58	5,58	(0,02)	(0,91)	(0,90)
3-6	24,32 [a]	30,95 [a]	3,106	6,719	6,691
	6,63	6,63	(0,08)	(0,24)	(0,24)
3-12	21,04 [a]	26,79 [a]	4,364	2,925	3,166
	5,75	5,75	(0,04)	(0,71)	(0,67)
6-12	20,83 [a]	26,21 [a]	5,134	0,524	0,580
	5,38	5,38	(0,02)	(0,99)	(0,99)

Note : Les estimations du MCE (14) sont obtenues par maximum de vraisemblance (JOHANSEN, 1988). Le nombre de retards dans le modèle VAR en niveau initial est fixé à $p = 3$. λ_{max} et λ_{trace} sont les statistiques de test du rang de cointégration : pour chaque couple de maturités, la première ligne représente le test de $r \leq 1$, la seconde le test de $r = 1$. Les valeurs critiques sont d'OSTERWALD-LENUM (1992). Le test de $\beta = \beta^0$, avec $\beta^0 = (1, -1, \beta_3)$, est fondé sur la statistique du rapport des maxima de vraisemblance, qui, sous l'hypothèse nulle, suit un χ^2 à 1 degré de liberté (entre parenthèses, la p-value). Les deux dernières colonnes correspondent au test de nullité des statistiques $r_1(b)$ et $r_2(b)$ (équations (11) et (12). Sous l'hypothèse nulle de la théorie des anticipations, ces statistiques de test suivent un χ^2 à $2p-1$ degrés de liberté (entre parenthèses, la p-value).
[a], [b] et [c] indiquent que la statistique de test est significative à un seuil de 1 %, 5 % et 10 % respectivement.

Tableau 4
Estimation des MCE et tests "formels" (1983-96)

$m-n$	λ_{max}	λ_{trace}	test de $\beta = \beta^0$	test de $r_1(b) = 0$	test de $r_2(b) = 0$
Etats-Unis					
1-3	23,21 [a]	26,21 [a]	0,192	17,391	26,207
	3,01	3,01	(0,66)	(0,00)	(0,00)
1-6	18,66 [b]	21,50 [b]	0,244	13,473	12,802
	2,84	2,84	(0,62)	(0,02)	(0,03)
1-12	16,08 [b]	18,79 [b]	0,101	12,396	8,464
	2,72	2,72	(0,75)	(0,03)	(0,13)
3-6	18,06 [b]	21,19 [b]	0,811	11,449	10,641
	3,13	3,13	(0,37)	(0,04)	(0,06)
3-12	16,19 [b]	19,27 [c]	0,332	10,047	8,066
	3,08	3,08	(0,56)	(0,07)	(0,15)
6-12	16,96 [b]	20,06 [b]	0,110	8,925	6,716
	3,11	3,11	(0,74)	(0,11)	(0,24)
France					
1-3	25,09 [a]	30,16 [a]	5,096	11,950	9,217
	5,07	5,07	(0,02)	(0,04)	(0,10)
1-6	22,03 [a]	29,60 [a]	7,896	9,422	9,954
	4,87	4,87	(0,01)	(0,09)	(0,08)
1-12	22,65 [a]	28,28 [a]	8,278	8,270	9,478
	5,64	5.64	(0,00)	(0,14)	(0,09)
3-6	29,65 [a]	35,93 [a]	8,782	12,864	11,715
	6,28	6,28	(0,00)	(0,02)	(0,04)
3-12	28,60 [a]	36,32 [a]	6,306	6,708	6,687
	7,72	7,72	(0,01)	(0,24)	(0,25)
6-12	25,28 [a]	32,27 [a]	4,415	6,738	5,563
	7,00	7,00	(0,04)	(0,24)	(0,35)

Note : Voir note du tableau précédent

ANNEXE

Calcul des matrices D_i dans le cas m et n quelconques

Le calcul des matrices D_i est réalisé de la façon suivante :

$$\underset{(2p,4p)}{D_i} = \frac{\partial r_i(b)}{\partial b'} = \frac{\partial r_i(b)}{\partial \mathrm{vec}(A)'} \frac{\partial \mathrm{vec}(A)}{\partial b'} \qquad i = 1,2$$

avec

$$r_1(b) = \mathrm{vec}\left(g' - h'A\left[I - \tfrac{m}{n}(I - A^n)(I - A^m)^{-1}\right](I - A)^{-1}\right)$$

$$r_2(b) = \mathrm{vec}\left(g'(I - A) - h'A\left[I - \tfrac{m}{n}(I - A^n)(I - A^m)^{-1}\right]\right).$$

Le premier terme de l'expression s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial r_1(b)}{\partial \mathrm{vec}(A)'} = &-\left((I - A)^{-1'} \otimes h'I\right) - \left((I - A)^{-1'} \otimes h'(I - A)^{-1}\right)\\ &+ \tfrac{m}{n}\left(\left((I - A^n)(I - A^m)^{-1}(I - A)^{-1}\right)' \otimes h'I\right)\\ &- \tfrac{m}{n}\left(\left((I - A^m)^{-1}(I - A)^{-1}\right)' \otimes h'A\right)\left(\sum_{j=0}^{n-1} A'^{n-1-j} \otimes A^j\right)\\ &+ \tfrac{m}{n}\left(\left((I-A^m)^{-1}(I-A)^{-1}\right)' \otimes h'A(I-A^n)(I-A^m)^{-1}\right)\left(\sum_{j=0}^{m-1} A'^{m-1-j} \otimes A^j\right)\\ &+ \tfrac{m}{n}\left((I - A)^{-1'} \otimes h'A(I - A^n)(I - A^m)^{-}1(I - A)^{-1}\right)\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\frac{\partial r_2(b)}{\partial \mathrm{vec}(A)'} = &-\left(I \otimes (g + h)'I\right) + \tfrac{m}{n}\left(\left((I - A^n)(I - A^m)^{-1}\right)' \otimes h'I\right)\\ &- \tfrac{m}{n}\left((I - A^m)^{-1'} \otimes h'A\left(\sum_{j=0}^{n-1} A'^{n-1-j} \otimes A^j\right)\right.\\ &+ \tfrac{m}{n}\left((I - A^m)^{-1'} \otimes h'A(I - A^n)(I - A^m)^{-1}\right)\left(\sum_{j=0}^{m-1} A'^{m-1-j} \otimes A^j\right).\end{aligned}$$

Le second terme de l'expression s'écrit :

$$\frac{\partial \mathrm{vec}(A)}{\partial b'} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} I_p \otimes (1 \quad 0) \\ I_p \otimes (0 \quad 1) \end{pmatrix} & 0_{(2p,2p)} \\ 0_{(2p(p-1),2p)} & 0_{(2p(p-1),2p)} \\ 0_{(2p,2p)} & \begin{pmatrix} I_p \otimes (1 \quad 0) \\ I_p \otimes (0 \quad 1) \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Références

[1] BAILLIE, R.T., R.E. LIPPENS et P.C. MCMAHON (1983) "Testing Rational Expectations and Efficiency in the Foreign Exchange Market", *Econometrica,* 51(3), pp. 553-563.

[2] CAMPBELL, J.Y. (1995) "Some Lessons from the Yield Curve", *Journal of Economic Perspectives,* 9(3), pp. 129-152.

[3] CAMPBELL, J.Y., et R.J. SHILLER (1987) "Cointegration and Tests of Present Value Models", *Journal of Political Economy,* 95(5), pp. 1062-1088.

[4] CAMPBELL, J.Y., et R.J. SHILLER (1988) "Interpreting Cointegrated Models", *Journal of Economic Dynamics and Control,* 12(2/3), pp. 505-522.

[5] CAMPBELL, J.Y., et R.J. SHILLER (1991) "Yield Spreads and Interest Rate Movements : A Bird's Eye View", *Review of Economic Studies,* 58(3), pp. 495-514.

[6] COLLETAZ, G., et J.-P. GOURLAOUEN (1990) "Coïntégration et structure par terme des taux d'intérêt", *Revue Economique,* 41(4), pp. 687-712.

[7] CUTHBERTSON, K. (1996) "The Expectations Hypothesis of the Term Structure : The UK Interbank Market", *Economic Journal,* 106(436), pp. 578-592.

[8] DAHLQUIST, M., et G. JONSSON (1995) "The Information in Swedish Short-Maturity Forward Rates", *European Economic Review,* 39(6), pp. 1115-1131.

[9] ENGLE, R.F., et C.W.J. GRANGER (1987) "Cointegration and Error Correction : Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica,* 55(2), pp. 251-76.

[10] EVANS, M.D.D., et K.K. LEWIS (1994) "Do Stationary Risk Premia Explain It All ?", *Journal of Monetary Economics,* 33(2), pp. 285-318.

[11] FULLER, W.A. (1976) *Introduction to Statistical Time Series,* New York, Wiley.

[12] GERLACH, S. (1996) "Monetary Policy and the Behaviour of Interest Rates : Are Long Rates Excessively Volatile ?", *BIS Working Paper n°34.*

[13] GERLACH, S., et F. SMETS (1997) "The Term Structure of Euro-Rates : Some Evidence in Support of the Expectations Hypothesis", *Journal of International Money and Finance,* 16(2), pp. 305-321.

[14] GREGORY, A.W., et M.R. VEALL (1985) "Formulating Wald Tests of Nonlinear Restrictions", *Econometrica,* 53(6), pp. 1465-1468.

[15] HAKKIO, C.S. (1981) "Expectations and the Forward Exchange Rate", *International Economic Review,* 22(3), pp. 663-678.

[16] HARDOUVELIS, G.A. (1994) "The Term Structure Spread and Future Changes in Long and Short Rates in the G7 Countries", *Journal of Monetary Economics,* 33(2), pp. 255-283.

[17] HURN, A.S., T. MOODY et V.A. MUSCATELLI (1995) "The Term Structure of Interest Rates in the London Interbank Market", *Oxford Economic Papers,* 47(3), pp. 418-436.

[18] JOHANSEN, S. (1988) "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control,* 12(2/3), pp. 231-254.

[19] JOHANSEN, S., et K. JUSELIUS (1990) "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - With Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics,* 52(2), pp. 169-210.

[20] JONDEAU, E., et R. RICART (1996) *The Expectation Theory : Tests on French, German, and American Euro-Rates*, Banque de France, NER #35.

[21] KUGLER, P. (1990) "The Term Structure of Euro Interest Rates and Rational Expectations", *Journal of International Money and Finance*, 9(2), pp. 234-244.

[22] LÜTKEPOHL, H., et H.R. REIMERS (1992) "Impulse Responses Analysis of Cointegrated Systems", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16(1), pp. 53-78.

[23] MACDONALD, R., et A.E. SPEIGHT (1991) "The Term Structure of Interest Rates under Rational Expectations : Some International Evidence", *Applied Financial Economics*, 1(4), pp. 211-221.

[24] MELLANDER, E., A. VREDIN et A. WARNE (1990) "Stochastic Trends and Economic Fluctuations in a Small Open Economy", *Journal of Applied Econometrics*, 7(4), pp. 369-394.

[25] OSTERWALD-LENUM, M. (1992) "A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), pp. 461-472.

[26] PHILLIPS, P.C.B., et L.P. HANSEN (1990) "Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with $I(1)$ Processes", *Review of Economic Studies*, 57(1), pp. 99-125.

[27] SARGENT, T.J. (1979) "A Note on Maximum Likelihood Estimation of the Rational Expectations Model of the Term Structure", *Journal of Monetary Economics*, 5(1), pp. 133-143.

[28] SHEA, G.S. (1992) "Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-Rate Term Structure : An Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), pp. 347-366.

[29] SHILLER, R.J., J.Y. CAMPBELL et K.L. SCHOENHOLTZ (1983) *Forward Rates and Future Policy : Interpreting the Term Structure of Interest Rates*, Brookings Papers on Economic Activity, 1, 173-217.

[30] TAYLOR, M.P. (1992) "Modelling the Yield Curve", *Economic Journal*, 102(412), pp. 524-537.