

BULLETIN DE LA S. M. F.

C. A. LAISANT

Note sur un problème d'interpolation

Bulletin de la S. M. F., tome 31 (1903), p. 66-68

http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1903__31__66_1

© Bulletin de la S. M. F., 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR UN PROBLÈME D'INTERPOLATION ;

Par M. C.-A. LAISANT.

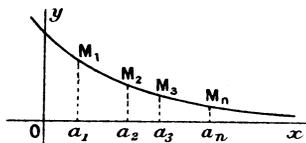
Les questions d'interpolation se présentent dans l'application sous des apparences très variées. La plus simple d'entre elles se formule habituellement ainsi : connaissant un certain nombre de points, rapportés à un système de coordonnées cartésiennes, trouver une courbe qui passe par ces points. Parfois aussi, les points pouvant se grouper par couples, en tout ou en partie, on est amené à la recherche d'une courbe passant par des points donnés, et ayant des tangentes données en certains de ces points. Si, en particulier, les tangentes sont connues pour tous les points donnés, il s'agira, au point de vue analytique, de *déterminer une fonction qui prenne des valeurs données pour des valeurs données a_1, a_2, \dots, a_n de la variable, et telle que sa dérivée prenne aussi, pour les mêmes valeurs de la variable, des valeurs données (a)*.

Un problème de statistique, qui a fait l'objet d'une question récente dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens*, conduit à cette forme nouvelle : On donne les aires d'une courbe comprises entre l'axe des y , et les ordonnées correspondant à des abscisses a_1, a_2, \dots, a_n connues ; on donne en outre le moment de chacune

de ces aires par rapport à l'axe des y , et l'on demande de déterminer la courbe (*fig. 1*).

Analytiquement, si l'on appelle $y = f(x)$ l'équation de la courbe cherchée, cela équivaut évidemment à demander de déter-

Fig. 1.



miner la fonction f , connaissant, pour les valeurs a_1, a_2, \dots, a_n attribuées à x , les deux intégrales

$$\int_0^x f(x) dx \quad \text{et} \quad \int_0^x x f(x) dx.$$

Je me propose de montrer que cette question se ramène très aisément à la résolution du problème (*a*) ci-dessus.

Soit en effet

$$\int_0^x f(x) dx = F(x), \quad \int_0^x x f(x) dx = G(x),$$

et considérons la fonction

$$\int_0^x F(x) dx = S(x).$$

Nous avons

$$S'(x) = F(x) \quad \text{et} \quad S(x) = xF(x) - G(x),$$

comme on le reconnaît immédiatement en prenant les dérivées, et en constatant que, pour $x = 0$, toutes les fonctions s'annulent. Des valeurs données F_1, F_2, \dots, F_n et G_1, G_2, \dots, G_n , qui correspondent à a_1, a_2, \dots, a_n , nous pouvons donc déduire

$$S_1 = a_1 F_1 - G_1, \quad \dots, \quad S_n = a_n F_n - G_n.$$

Par conséquent, pour la fonction $S(x)$, nous connaissons ses valeurs S_1, S_2, \dots, S_n , et les valeurs de sa dérivée F_1, F_2, \dots, F_n , pour les valeurs a_1, a_2, \dots, a_n de la variable, c'est-à-dire que nous sommes bien ramenés au problème (a).

Cette fonction $S(x)$ étant déterminée par une formule d'interpolation quelconque, la fonction $f(x) = S''(x)$ résoudra le problème proposé.
