BULLETIN DE LA S. M. F.

H. DUPORT

Théorie des atomes

Bulletin de la S. M. F., tome 26 (1898), p. 159-162

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1898__26__159_1>

THÉORIE DES ATOMES [1];

Par M. H. Duport.

Dans ma dernière Note sur la *Théorie des atomes,* j'ai fait voir que l'on est pour ainsi dire conduit à admettre que les atomes sont sphériques. J'ai ensuite développé la principale hypothèse que l'on puisse faire dans ce cas sur les actions mutuelles de deux atomes. Elle conduit à la détermination suivante de ces actions mutuelles.

Soient r la distance des centres des deux atomes; ω la rotation relative de l'un des atomes par rapport à l'autre; $\varphi(r, \omega)$ une fonction convenable de ces deux quantités; Ox, Oy, Oz trois axes de coordonnées rectangulaires fixes; C le centre du premier atome; C′ celui du second; a, b, c les coordonnées de C; a', b', c' celles de C′.

On a

$$r = +\sqrt{(a'-a)^2+(b'-b)^2+(c'-c)^2}.$$

Soient p, q, s les projections de la rotation du premier atome; p', q', s' celles de la rotation du second. On a

$$\omega = +\sqrt{(p'-p)^2+(q'-q)^2+(s'-s)^2}.$$

---

(1) Voir *Bulletin de la Société mathématique de France,* t. XXIV, p. 102, 197, et t. XXV, p. 185.

L'action du second atome sur le premier donne lieu à une force appliquée au point C et à un couple.

Soient U, V, W les projections de la force; P, Q, R celles du moment du couple. On a

$$U = \frac{\partial\varphi}{\partial a} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\,\frac{a-a'}{r}, \qquad P = \frac{\partial\varphi}{\partial p} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\,\frac{p-p'}{\omega},$$

$$V = \frac{\partial\varphi}{\partial b} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\,\frac{b-b'}{r}, \qquad Q = \frac{\partial\varphi}{\partial q} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\,\frac{q-q'}{\omega},$$

$$W = \frac{\partial\varphi}{\partial c} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\,\frac{c-c'}{r}, \qquad R = \frac{\partial\varphi}{\partial s} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\,\frac{s-s'}{\omega}.$$

L'action du premier atome sur le second donne lieu à une force appliquée au point C′ et à un couple.

Soient U′, V′, W′ les projections de la force; P′, Q′, R′ celles du moment du couple. On a

$$U' = \frac{\partial\varphi}{\partial a'} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\,\frac{a'-a}{r}, \qquad P' = \frac{\partial\varphi}{\partial p'} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\,\frac{p'-p}{\omega},$$

$$V' = \frac{\partial\varphi}{\partial b'} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\,\frac{b'-b}{r}, \qquad Q' = \frac{\partial\varphi}{\partial q'} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\,\frac{q'-q}{\omega},$$

$$W' = \frac{\partial\varphi}{\partial c'} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\,\frac{c'-c}{r}, \qquad R' = \frac{\partial\varphi}{\partial s'} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\,\frac{s'-s}{\omega}.$$

Considérons maintenant un système quelconque d'atomes.

Soient $M_1, M_2, \ldots, M_n$ leurs centres; a_i, b_i, c_i les coordonnées de M_i; $ON_1, ON_2, \ldots, ON_n$ leurs vitesses de rotation.

On aura, pour $i \neq j$, les équations

$$m_i\frac{d^2a_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial r_{ij}}\,\frac{a_i-a_j}{r_{ij}}, \qquad \mu_i\frac{dp_i}{dt} = \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial\omega_{ij}}\,\frac{p_i-p_j}{\omega_{ij}},$$

$$m_i\frac{d^2b_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial r_{ij}}\,\frac{b_i-b_j}{r_{ij}}, \qquad \mu_i\frac{dq_i}{dt} = \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial\omega_{ij}}\,\frac{q_i-q_j}{\omega_{ij}},$$

$$m_i\frac{d^2c_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial r_{ij}}\,\frac{c_i-c_j}{r_{ij}}, \qquad \mu_i\frac{ds_i}{dt} = \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial\omega_{ij}}\,\frac{s_i-s_j}{\omega_{ij}}.$$

Dans ces équations, m_i désigne la masse de l'atome de rang i; μ_i son moment d'inertie par rapport à un de ses diamètres.

Je vais faire voir que l'on peut disposer de la fonction φ, de façon à donner à un groupe d'atomes une propriété très curieuse, celle de posséder des positions d'équilibre dépendant d'une quantité arbitraire.

Quelle que soit la fonction φ, la détermination des positions d'équilibre ne fixe pas dans l'espace la position des figures M_1, $M_2, \ldots, M_n$, $N_1, N_2, \ldots, N_n$ qui sont séparément déterminées en tant que systèmes de points. Cela posé, admettons que le quotient $\frac{\partial\varphi}{\partial r} : \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}$ soit une fonction de $\frac{\omega}{r}$, la même pour un groupe quelconque de deux atomes; je dis qu'il existera des positions d'équilibre pour le système, quelle que soit la valeur k du rapport $\frac{\omega}{r}$ qui sera le même pour un groupe quelconque de deux atomes.

Remarquons, en effet, que les équations d'équilibre d'un système d'atomes expriment que les points $M_1, M_2, \ldots, M_n$ sont en équilibre sous l'action des forces $\frac{\partial\varphi}{\partial r}$ appliquées suivant les droites qui les joignent deux à deux, et que les points $N_1, N_2, \ldots, N_n$ sont en équilibre sous l'action des forces $\frac{\partial\varphi}{\partial\omega}$ appliquées suivant les droites qui les joignent. Donc l'équilibre aura encore lieu si le système $N_1, N_2, \ldots, N_n$ est transporté dans l'espace comme un système invariable. Or, si la figure $N_1, N_2, \ldots, N_n$ est supposée semblable à la figure $M_1, M_2, \ldots, M_n$, on peut transporter la première de façon à faire coïncider les droites $ON_1, ON_2, \ldots, ON_n$ respectivement avec $OM_1, OM_2, \ldots, OM_n$. Dès lors, les rapports

$$\frac{p_i - p_j}{\omega_{ij}}, \quad \frac{q_i - q_j}{\omega_{ij}}, \quad \frac{s_i - s_j}{\omega_{ij}}$$

sont égaux aux rapports

$$\frac{a_i - a_j}{r_{ij}}, \quad \frac{b_i - b_j}{r_{ij}}, \quad \frac{c_i - c_j}{r_{ij}},$$

et, par suite, les équations d'équilibre des points $N_1, N_2, \ldots, N_n$ sont identiques à celles des points $M_1, M_2, \ldots, M_n$ et l'on a, quel que soit le rapport $k = \frac{\omega}{r}$, autant d'équations que d'inconnues pour déterminer ces positions d'équilibre.

Nous considérerons donc que la fonction φ satisfait à l'équation

$$\frac{\frac{\partial\varphi}{\partial r}}{\frac{\partial\varphi}{\partial\omega}} = f\left(\frac{\omega}{r}\right),$$

$f\left(\frac{\omega}{r}\right)$ étant la même fonction pour un groupe de deux atomes; on en tire, par un calcul facile, que l'on a

$$\varphi = \mathrm{F}\left[r\Phi\left(\frac{\omega}{r}\right)\right],$$

$\Phi\left(\frac{\omega}{r}\right)$ étant la même fonction pour un groupe de deux atomes.

Considérons maintenant une position d'équilibre du système correspondant à une certaine valeur k du rapport $\frac{\omega}{r}$.

Si, le système restant semblable à lui-même, nous supposons que la distance r de deux atomes devienne

$$r' = \frac{r\Phi(k)}{\Phi(k')},$$

k' étant la nouvelle valeur $\frac{\omega'}{r'}$ du rapport $\frac{\omega}{r}$, on voit que l'équilibre aura encore lieu.

Ces propriétés offrent une analogie remarquable avec le phénomène de la dilatation du corps par la chaleur : le rapport $\frac{\omega}{r}$ jouerait le rôle d'une fonction de la température.

Différentes raisons font que je ne crois pas que l'on puisse considérer avoir là l'explication exacte de la dilatation des corps par la chaleur. J'ai voulu simplement montrer, par cet exemple, les ressources que présente, au point de vue de l'explication des phénomènes physiques, l'existence d'atomes qui ne sont plus assimilés à des points sans dimensions, et dans le mouvement et l'équilibre desquels la rotation de ces atomes joue, par conséquent, un grand rôle.