BULLETIN DE LA S. M. F.

CLAUDE CHEVALLEY

Emil Artin (1898-1962)

Bulletin de la S. M. F., tome 92 (1964), p. 1-10
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1964__92__1_0>

Bull. Soc. math. France,
92, 1964, p. 1 à 10.

Emil ARTIN [1898-1962];

PAR

Claude CHEVALLEY

[Paris].

Avec Artin disparaît l'un des mathématiciens qui ont le plus fortement marqué une époque et un style, tant par ses travaux personnels que par l'influence qu'il rayonnait autour de lui.

On reconnaît à bon droit en Artin l'un des fondateurs de l'algèbre moderne. Pourtant, si l'on examine la liste de ses Mémoires, on n'y trouve qu'une minorité d'articles d'algèbre pure, et un grand nombre de travaux se rapportant à la théorie des nombres, à la topologie, à la théorie des fonctions, etc.; on pourrait donc être amené à douter de la valeur de l'idée commune qui fait de lui essentiellement un algébriste. Pourtant, cette idée n'est pas fausse si l'on définit, comme on le devrait, croyons-nous, le fait d'être algébriste plus comme reflétant un certain tempérament intellectuel que comme indiquant un sujet d'études privilégié. La science vise-t-elle à découvrir des faits ou à comprendre l'univers ? Aux deux sans doute, mais il n'en est pas moins vrai que, pour certains savants, la compréhension des structures est un sous-produit de la découverte, alors que, pour d'autres, il s'agit d'abord de comprendre, de mettre de l'ordre, les faits que ces derniers mettent eux aussi au jour étant en quelque sorte appelés et préfigurés par un effort pour rendre plus précise une certaine vision des choses. C'est dans la mesure où ce second type de tempérament va souvent de pair avec un intérêt particulier pour l'algèbre qu'Artin peut être appelé un algébriste. Mais ce n'est pas seulement dans son activité mathématique que cette manière d'être, qui était la sienne, se manifestait : affirmation du primat de l'intellect par rapport à la passion, du conscient par rapport à l'inconscient, de l'enquête méthodique par rapport aux éclairs de l'intuition, voilà une série de traits souvent associés, et qui rapprocheraient par exemple Artin de Valéry ou de Mallarmé. Ce sont aussi sans doute ces traits et cette manière d'exister qui devaient rendre insupportable à Artin la tyrannie nazie, à laquelle il échappa dès que la chose lui fut matériellement possible.

Il ne s'agit pas ici de faire une analyse détaillée des travaux d'Artin dans les différents domaines auxquels il s'est attaché. Nous nous contenterons de donner quelques indications sur deux ordres de questions auxquelles il s'est intéressé, choisis de manière à pouvoir en quelque sorte symboliser l'ensemble de son œuvre. Pour le reste, nous nous contenterons d'en référer à la bibliographie mise au point par S. Lang, que nous remercions de nous avoir permis de publier ici le résultat de son travail de documentation, et de donner un aperçu très rapide du contenu des principaux Mémoires.

Les Mémoires consacrés à l'étude des systèmes hypercomplexes [IV, 1, 2, 5; IX, 5] introduisent ce qu'on appelle maintenant les anneaux artiniens et montrent comment on peut leur étendre les résultats préalablement établis dans le cas des algèbres. Par ailleurs, Artin étudie également l'arithmétique des systèmes hypercomplexes (théorie des ordres maximaux) [IV, 3].

Dans ses travaux sur la théorie de Galois [IX, 2; V, 8], Artin fait jouer un rôle de premier plan au sur-corps et non pas, comme dans la théorie classique, au sous-corps; ce point de vue se montre fécond tant pour la théorie elle-même, qui en devient plus simple, que pour ses généralisations, notamment au cas non commutatif.

Dans ses Mémoires (en collaboration avec G. Whaples) sur la formule du produit [III, 3, 4], Artin caractérise *a priori* une classe de corps munis de familles de valuations qui définissent des arithmétiques du type de celles qu'on rencontre dans les corps de nombres ou dans les corps de fonctions d'une variable : chaque élément $\neq 0$ n'a une valeur $\neq 1$ que pour un nombre fini de valuations de la famille, et le produit de ces valeurs est 1.

Dans ses Mémoires sur la théorie des nattes [VI, 1, 3, 4, 6], Artin classifie un type particulier de nœuds de l'espace à trois dimensions, et en ramène l'étude à des questions de théorie des groupes.

Dans son petit livre sur la fonction Γ [VII, 1], Artin caractérise cette dernière par son équation fonctionnelle et ses propriétés de convexité.

Nous allons maintenant examiner d'un peu plus près les travaux de Artin se rapportant, d'une part, à la théorie des corps réels, et, d'autre part, à la théorie des nombres algébriques.

Travaux relatifs à la théorie des corps réels.

Les Mémoires relatifs aux corps réels sont en partie des Mémoires de Artin seul, en partie les résultats d'une collaboration entre Artin et Schreier.

Pour indiquer le but et l'esprit de ces articles, je ne crois pouvoir mieux faire que de citer l'introduction à l'un d'eux [IV, 2] qui fournit en même temps une bonne illustration de la méthode axiomatique, et aussi une preuve du caractère pleinement conscient des buts de la recherche mathématique chez ARTIN (1). ARTIN et SCHREIER écrivent : « Pour pouvoir traiter de l'algèbre réelle dans l'abstrait, il est nécessaire de se demander d'abord quelles sont les propriétés qui distinguent les corps réels, en particulier, le corps des nombres réels ou celui des nombres algébriques réels, de tous les autres corps. On essayera de décrire ces propriétés par des axiomes simples. Un tel système d'axiomes doit satisfaire à un certain nombre de conditions. Tout d'abord il doit être en accord avec la notion de « réel » au sens usuel. Par exemple, on ne devra pouvoir appeler réel un corps absolument algébrique que s'il est isomorphe à un corps de nombres algébriques qui soit réel au sens usuel. De plus, le système d'axiomes doit permettre d'établir de manière purement algébrique l'existence d'une classe aussi vaste que possible de corps réels, classe qui doit naturellement contenir comme cas particuliers les corps des nombres algébriques réels. On doit ensuite montrer que les théorèmes de l'algèbre réelle sont valables dans ces corps réels abstraits. »

Ce programme s'accomplit en convenant d'appeler réel un corps dans lequel -1 ne peut se représenter comme somme de carrés. ARTIN et SCHREIER montrent que, pour qu'un corps K soit réel, il faut et suffit qu'il puisse être ordonné (d'au moins une manière). Dans un sens, l'assertion est évidente. Si K est réel, il peut se plonger dans un corps réel et réellement clos, i. e. dont aucune extension algébrique non triviale ne soit réelle; le théorème résulte alors de ce qu'un corps réellement clos peut s'ordonner d'une manière et d'une seule, les éléments positifs dans cette ordination étant les carrés. ARTIN et SCHREIER montrent aussi que les corps réellement clos K sont entièrement caractérisés par la propriété suivante : il existe une extension algébrique $K' \neq K$ de degré fini de K qui est algébriquement fermée. De plus, l'extension K'/K est alors de degré 2 et engendrée par l'adjonction d'une racine carrée de -1; de ces faits, on déduit facilement les théorèmes de l'algèbre réelle classique, notamment le théorème de Sturm.

Les théorèmes de la théorie des corps réels conduisent ARTIN à la solution du XVII^{e} problème de Hilbert : une forme en plusieurs variables qui ne prend que des valeurs réelles peut-elle s'exprimer comme quotient de formes qui sont des sommes de carrés ?

---

(1) Sans doute pourrait-on objecter que les introductions sont souvent écrites *a posteriori* pour montrer combien naturels sont les résultats obtenus. Mais, même ainsi, elles laissent toujours voir quel est en fait l'idéal que l'auteur eut aimé atteindre.

Travaux se rapportant à la théorie des corps de nombres.

L'œuvre de Artin en théorie des corps de nombres algébriques est basée sur l'étude des fonctions analytiques (fonctions ζ, séries L) qu'on peut associer aux corps de nombres. Mais encore faut-il préciser, car les méthodes « transcendantes » de la théorie des nombres peuvent s'employer de manières bien différentes, soit qu'on recherche des évaluations asymptotiques de fonctions arithmétiques (par exemple dans les problèmes de densité de nombres premiers dans des progressions arithmétiques), soit qu'on s'attache à découvrir par ces méthodes des faits algébriques exacts, dans le sens où ce mot s'oppose à l'idée d'évaluation approximative (un exemple classique de cette seconde voie est fourni par la détermination au moyen des fonctions θ du nombre de décompositions d'un entier en somme de quatre carrés). C'est uniquement dans cette seconde direction que se trouvent engagés les travaux de Artin.

A tout corps de nombres algébriques K se trouve associée une fonction zéta ζ_K, qui généralise la fonction ζ de Riemann, définie par la formule $\zeta_K(s) = \sum_{\mathfrak{a}} N(\mathfrak{a})^{-s}$, où la somme est étendue aux idéaux entiers $\mathfrak{a}$ de K (i. e. de l'anneau des entiers de K). De plus, d'autres fonctions généralisent les séries L de Dirichlet : soient $\mathfrak{m}$ un idéal de K et χ un caractère du groupe multiplicatif des idéaux fractionnaires premiers à $\mathfrak{m}$ qui prend la valeur 1 sur le groupe des idéaux principaux représentables par des nombres $\equiv 1 \pmod{\mathfrak{m}}$. La formule

$$L_\chi(s) = \sum{}' \frac{\chi(\mathfrak{a})}{(N\mathfrak{a})^s}$$

(où la somme est étendue aux idéaux entiers premiers à $\mathfrak{m}$) définit alors une fonction L_χ, qui se réduit d'ailleurs à la fonction ζ_K dans le cas où χ est le caractère trivial ($\mathfrak{m}$ étant l'idéal unité). La théorie du corps de classes, telle qu'elle avait été développée par Takagi, mettait bien en lumière le fait que ces séries sont liées de très près aux extensions abéliennes du corps K; d'une manière plus précise, si K'/K est une extension abélienne, aux caractères (irréductibles) du groupe de Galois de K'/K, on peut faire correspondre certains caractères du groupe des idéaux fractionnaires premiers au discriminant relatif de K'/K, et $\zeta_{K'}$ est le produit des fonctions L_χ relatives à ces caractères. Artin eut l'idée de prendre les caractères du groupe de Galois comme point de départ, ce qui permet aussitôt de généraliser la construction au cas d'une extension galoisienne quelconque.

Soit χ le caractère d'une représentation du groupe de Galois G de K'/K. Si $\mathfrak{p}$ est un idéal premier de K non ramifié de K' et $\mathfrak{P}$ un diviseur premier de $\mathfrak{p}$ dans K', il correspond à $\mathfrak{P}$ une opération σ de G, la substitution de Frobenius, telle qu'on ait $\sigma(A) \equiv A^{N\mathfrak{p}} \pmod{\mathfrak{P}}$ pour tout entier A de K'; σ n'est pas uniquement déterminé par la donnée de $\mathfrak{p}$, mais $\chi(\sigma)$, ou plus généralement $\chi(\sigma^h)$, pour tout entier $h \geqq 0$, l'est; on désigne ce nombre par $\chi(\mathfrak{p}^h)$. ARTIN généralise la définition de $\chi(\mathfrak{p}^h)$ au cas où $\mathfrak{p}$ est ramifié dans K'; ceci fait, il définit la série L attachée à χ au moyen de la formule

$$\operatorname{Log} L_\chi(s) = \sum_{\mathfrak{p},\, h} h^{-1} \chi(\mathfrak{p}^h)\,(N\mathfrak{p}^h)^{-s}.$$

La définition générale étant ainsi posée, ARTIN se demande naturellement ce qui se passe dans le cas où l'extension K'/K est abélienne. Les nouvelles séries L_χ se trouvent alors être les mêmes fonctions que les fonctions L déjà connues dont nous avons parlé plus haut; mais le fait qu'il y ait identité n'est nullement évident, et c'est la démonstration de ce théorème qui conduit ARTIN à la découverte de ce qu'il a appelé lui-même la loi générale de réciprocité, devenue depuis lors le théorème central de la théorie du corps de classes. La loi de réciprocité se formule comme suit : dans le cas abélien, la substitution de Frobenius $\sigma(\mathfrak{p})$ attachée à un diviseur premier $\mathfrak{P}$ de $\mathfrak{p}$ dans l'extension K'/K considérée plus haut ne dépend que de $\mathfrak{p}$; l'application $\mathfrak{p} \rightsquigarrow \sigma(\mathfrak{p})$ se prolonge d'une manière et d'une seule en un homomorphisme σ du groupe des idéaux fractionnaires premiers au discriminant relatif dans le groupe de Galois; ceci étant, la loi de réciprocité affirme que $\sigma(\mathfrak{a})$ ne dépend que de la classe de l'idéal fractionnaire $\mathfrak{a}$ suivant le groupe d'idéaux pour lequel K' est corps de classes sur K. Le nom de « loi générale de réciprocité » provient du fait que cet énoncé entraîne facilement les lois de réciprocité de restes de puissances $n^{\text{ièmes}}$ précédemment connues et se substitue à elles dans la démonstration de l'identité des deux espèces de séries L. En fait, ARTIN présente tout d'abord l'énoncé de la loi générale de réciprocité comme une conjecture suggérée par l'étude des séries L (en 1924, *cf.* [II, 2]), et ne la démontre qu'en 1927 [II, 4], par une méthode qui consiste à se ramener au cas d'extensions cyclotomiques, cas dans lequel on peut faire la démonstration par calcul direct en utilisant l'action des opérations du groupe de Galois sur une racine de l'unité qui engendre le corps. L'opération de « croisement » avec des extensions cyclotomiques ainsi introduite par ARTIN constitue encore, sous une forme ou une autre, un moment essentiel de toutes les démonstrations en théorie du corps de classes.

Revenons maintenant au cas général d'une extension galoisienne K'/K. Si χ et χ' sont des caractères du groupe de Galois G, on a $L_{\chi+\chi'} = L_\chi L_{\chi'}$. De plus, si g est un sous-groupe de G et Ω le sous-corps de K' qui appartient à g au sens de la théorie de Galois, et si χ est le caractère de G induit par un caractère ψ de g, L_χ n'est autre que la série L_ψ attachée à l'extension K'/Ω et au caractère ψ du groupe de Galois de cette extension. Ce fait est fondamental, car, prenant pour g un sous-groupe cyclique (ou plus généralement commutatif), $L_\chi = L_\psi$ est une série L attachée à une extension cyclique (ou abélienne), ce qui permet de lui appliquer les résultats de la théorie du corps de classes et d'obtenir ainsi, à partir de ces dernières, des renseignements sur les séries L pour tous les caractères χ du groupe de Galois d'une extension normale K'/K. Pour utiliser cette idée, il faut savoir exprimer un caractère χ quelconque au moyen de caractères qui soient induits par des caractères de sous-groupes commutatifs. Appelons provisoirement « spéciaux » ces derniers; ARTIN montre que tout caractère s'exprime comme combinaison linéaire à coefficients rationnels de caractères spéciaux, et en déduit que les fonctions L se prolongent en des fonctions algébroïdes dans tout le plan, qui satisfont à des équations fonctionnelles du même type que celles des fonctions ζ. R. BRAUER a montré depuis que tout caractère pouvait s'exprimer comme combinaison linéaire entière de caractères spéciaux, ce qui permet de montrer que les fonctions L_χ sont en fait méromorphes.

Les résultats dont nous venons de parler ont pour principal intérêt qu'ils fournissent une transition possible du « cas commutatif » et de la théorie du corps de classes, au « cas non commutatif ». Les méthodes cohomologiques fournissent un autre moyen de passage de l'un à l'autre cas. Avons-nous en fait à notre disposition, comme ARTIN l'a longtemps pensé, tous les outils nécessaires à la solution du problème majeur de la théorie des nombres algébriques, celui des lois de décomposition des idéaux premiers dans les extensions non abéliennes ? En tous cas, le problème reste d'apparence aussi inabordable aujourd'hui qu'il y a 35 ans, en dépit des efforts qui ont été consacrés à son élucidation. Parmi ces derniers, il faut citer le mémoire d'ARTIN lui-même sur la généralisation au cas galoisien de la notion du conducteur d'un caractère χ du groupe de Galois G d'une extension galoisienne K'/K [II, 8]. Ici encore, ARTIN attache à chaque caractère χ un idéal $\mathfrak{f}(\chi)$ du corps K, défini explicitement par la connaissance des groupes de décomposition, d'inertie et de ramification des divers idéaux premiers; on a $\mathfrak{f}(\chi+\chi') = \mathfrak{f}(\chi)\,\mathfrak{f}(\chi')$ et, si χ est le caractère induit par le caractère principal d'un sous-groupe g de G, $\mathfrak{f}(\chi)$ est le discriminant (par rapport à K) du sous-corps Ω de K' formé des éléments invariants par g. Ces propriétés formelles résultent assez facilement de la définition; ce qui est le plus difficile, c'est de montrer que les $\mathfrak{f}(\chi)$ sont des idéaux entiers du corps K (leur définition formelle conduit à les écrire comme produits de puissances d'exposants possiblement fractionnaires d'idéaux premiers). Ajoutons enfin que le conducteur d'un caractère χ intervient de manière essentielle dans la formulation de l'équation fonctionnelle de la fonction L associée à ce caractère.

Dans le cas des extensions abéliennes, l'une des premières applications de la loi générale de réciprocité fut de conduire à la démonstration du théorème des idéaux principaux [II, 6] dont l'énoncé était alors la seule non encore établie des conjectures de Hilbert qui furent le point de départ de la théorie du corps de classes; ce théorème affirme que tout idéal d'un corps devient un idéal principal du corps de classes absolu de K. ARTIN a montré que la loi de réciprocité permettait de ramener cet énoncé à un lemme de théorie des groupes finis, et ce lemme fut démontré d'abord par FURTWANGLER, puis, de manière beaucoup plus simple, par IYANAGA.

On sait que la théorie du corps de classes, après avoir stagné pendant assez longtemps, a pris un nouveau départ par l'introduction des méthodes cohomologiques. ARTIN fut mêlé de près à cette renaissance, qui se développa autour des cours qu'il donna d'abord sur la théorie du corps de classes local, puis sur la théorie globale. Mais cette fois, c'est son élève, TATE, qui obtint les résultats décisifs.

BIBLIOGRAPHIE.

I. — **Thèse.**

[1] Quadratische Körper im Gebiet der höheren Kongruenzen, I, II, *Math. Z.*, t. 19, 1924, p. 153-246.

II. — **Théorie du corps de classes.**

[1] Ueber die Zetafunktionen gewisser algebraischer Zahlkörper, *Math. Annalen*, t. 89, 1923, p. 147-156.

[2] Ueber eine neue Art von L-Reihen, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 3, 1924, p. 89-108.

[3] Ueber den zweiten Ergänzungssatz zum Reziprozitätsgesetz der l-ten Potenzreste im Körper k_ζ der l-ten Einheitswurzeln und in Oberkörpern von k_ζ (avec la collaboration de H. HASSE), *J. für reine und angew. Math.*, t. 154, 1925, p. 143-148.

[4] Beweis des allgemeinen Reziprozitätsgesetzes, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 353-363.

[5] Die beiden Ergänzungssätze zum Reciprozitätsgesetz der l^n-ten Potenzreste im Körper der l^n-ten Einheitswurzeln (avec la collaboration de H. HASSE), *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 6, 1928, p. 146-162.

[6] Idealklassen in Oberkörpern und allgemeines Reziprozitätsgesetz, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 7, 1929, p. 46-51.

[7] Zur Theorie der L-Reihen mit allgemeinen Gruppencharakteren, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 8, 1930, p. 292-306.

[8] Die gruppentheoretische Struktur der Diskriminanten algebraischer Zahlkörper, *J. für reine und angew. Math.*, t. 164, 1931, p. 1-11.

III. — **Théorie des nombres algébriques.**

[1] Ueber Einheiten relativ galoischer Zahlkörper, *J. für reine und angew. Math.*, t. 167, 1932, p. 153-156.

[2] Ueber die Bewertungen algebraischer Zahlkörper, *J. für reine und angew. Math.*, t. 167, 1932, p. 157-159.

[3] Axiomatic characterization of fields by the product formula for valuations (avec la collaboration de G. WHAPLES), *Bull. Amer. math. Soc.*, t. 51, 1945, p. 469-492.

[4] A note on the axiomatic characterization of fields (avec la collaboration de G. WHAPLES), *Bull. Amer. math. Soc.*, t. 52, 1946, p. 245-247.

[5] Questions de base minimale dans la théorie des nombres algébriques, *Colloques internationaux du Centre national de la Recherche scientifique : Algèbre et théorie des nombres* [24, 1950, Paris], p. 19-20. — Paris, C. N. R. S., 1950.

[6] The class-number of real quadratic fields (avec la collaboration de N. C. ANKENY et S. CHOWLA), *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A.*, t. 37, 1951, p. 524-525.

[7] Representatives of the connected component of the idele class group, *Proceedings of the International symposium on algebraic number theory* [1955, Tokyo], p. 51-54. — Tokyo, Science Council of Japan, 1956.

IV. — Corps réels.

[1] Kennzeichnung des Köpers der reellen algebraischen Zahlen, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 3, 1924, p. 319-323.

[2] Algebraische Konstruktion reeller Körper (avec la collaboration de O. SCHREIER), *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 85-99.

[3] Ueber die Zerlegung definiter Funktionen in Quadrate, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 100-115.

[4] Eine Kennzeichnung der reell abgeschlossenen Körper, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 225-231.

V. — Algèbre et théorie des nombres.

[1] Ueber einen Satz von Herrn J. H. Maclagan Wedderburn, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 245-250.

[2] Zur Theorie der hyperkomplexen Zahlen, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 251-260.

[3] Zur Arithmetic hypercomplexer Zahlen, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 5, 1927, p. 261-289.

[4] On the sums of sets of integers (avec la collaboration de P. SCHERK), *Annals of Math.*, t. 44, 1943, p. 138-142.

[5] The theory of simple rings (avec la collaboration de G. WHAPLES), *Amer. J. of Math.*, t. 65, 1953, p. 87-107.

[6] The free product of groups, *Amer. J. of Math.*, t. 69, 1947, p. 1-4.

[7] Linear mappings and the existence of a normal basis, *Studies and essays presented to* COURANT *on his* 60th *birthday*, p. 1-5. — New York, Interscience Publishers, 1948.

[8] Remarques concernant la théorie de Galois, *Colloques internationaux du Centre national de la Recherche scientifique : Algèbre et théorie des nombres* [24, 1950, Paris], p. 161-162. — Paris, C. N. R. S., 1950.

[9] A note on finite ring extensions (avec la collaboration de J. TATE), *J. Math. Soc. Japan*, t. 3, 1951, p. 74-77.

[10] The class-number of real quadratic number fields (avec la collaboration de N. C. ANKENY et S. CHOWLA), *Annals of Math.*, t. 56, 1952.

[11] The orders of the linear groups, *Comm. pure and appl. Math.*, t. 8, 1955, p. 355-365.

[12] The orders of the classical simple groups, *Comm. pure and appl. Math.*, t. 8, 1955, p. 455-472.

VI. — **Topologie.**

[1] Zur Theorie der Zöpfe, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 4, 1926, p. 47-72.
[2] Zur Isotopie zweidimensionaler Flächen in R_4, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 4, 1926, p. 174-177.
[3] Theory of braids, *Annals of Math.*, t. 48, 1947, p. 101-126.
[4] Braids and permutations, *Annals of Math.*, t. 48, 1947, p. 643-649.
[5] Some wild cells and spheres in three-dimensional space (avec la collaboration de R. H. Fox), *Annals of Math.*, t. 49, 1948, p. 979-990.
[6] Theory of braids, *American Scientist*, t. 38, 1950, p. 112-119.

VII. — **Divers.**

[1] Ein mechanisches System mit quasiergodischen Bahnen, *Abh. math. Sem. Hamburg*, t. 3, 1924, p. 170-175.
[2] *Einführung in die Theorie der Gammafunktion.* — Leipzig, B. G. Teubner, 1931 (Hamburger mathematische Einzelschriften, 11).
[3] Coordinates in affine geometry, *Rep. math. Colloquium*, t. 2, 1940, p. 15-20.
[4] On the independence of line integrals on the path, *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A.*, t. 27, 1941, p. 489-490.
[5] *On the theory of complex functions.* — Notre-Dame (Ind.), University of Notre-Dame, 1944 (Notre-Dame mathematical Lectures, 4).
[6] *A proof of the Krein-Milman theorem*, Picayune sentinel (Letter to Zorn). — Bloomington, Indiana University, 1950.

VIII. — **Histoire et critique.**

[1] The influence of J. H. M. Wedderburn on the development of modern algebra, *Bull. Amer. math. Soc.*, t. 56, 1950, p. 65-72.
[2] Analyse de BOURBAKI : Éléments de mathématique, Algèbre, tome 2, *Bull. Amer. math. Soc.*, t. 59, 1953, p. 474-479.

IX. — **Livres et notes de cours.**

[1] *Vorträge über Klassenkörpertheorie* (Cours rédigé par O. TAUSSKY). — Göttingen, 1932.
[2] *Galois theory.* — Notre-Dame (Ind.), University of Notre-Dame, 1942 (Notre-Dame mathematical Lectures, 2).
[3] *Algebraic numbers and algebraic functions* (Notes by I. ADAMSON). — New York, Institute for Mathematics and Mechanics, New York University, 1951 (multigraphié).
[4] *Class field theory* (avec la collaboration de J. TATE). — Cambridge, Harvard University, 1961.
[5] *Rings with minimum condition* (avec la collaboration de NESBITT et THRALL. —) Ann Arbor, University of Michigan, 1948 (University of Michigan, Publications in Mathematics, 1).
[6] *Theory of algebraic numbers.* Notes by Gerhard WÜRGES from lectures held at the Mathematisches Institut, Göttingen, in 1956-1957. Translated by G. STRIKER. — Göttingen, G. Striker, 1959.

[7] *Geometric algebra.* — New York, Interscience Publishers, 1957 (Interscience Tracts in pure and applied Mathematics, 3).

[8] *Modern higher algebra, Galois theory* (Notes by A. Blank). — New York, Institute for Mathematics and Mechanics, New York University, 1953 (multigraphié).

(Manuscrit reçu le 15 octobre 1963.)

Claude Chevalley,
Prof. Fac. Sc. Paris,
1, rue de Prony, Paris, 17e.