



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I

www.sciencedirect.com



Systèmes dynamiques

Bornes sur les degrés dynamiques d'automorphismes de variétés kählériennes de dimension 3



Federico Lo Bianco

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 3 mars 2014

Accepté après révision le 9 avril 2014

Disponible sur Internet le 10 mai 2014

Présenté par Jean-Pierre Demailly

R É S U M É

On étudie les degrés dynamiques des automorphismes des variétés compactes kählériennes de dimension 3 et, plus généralement, le type de croissance de la norme de $(f^n)^*$, où f^* désigne l'action de l'automorphisme f sur la cohomologie de X . Les automorphismes des tores montrent que les résultats obtenus sont optimaux.

© 2014 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

A B S T R A C T

I study the dynamical degrees of automorphisms of a compact Kähler manifold X of dimension 3 and, more generally, the type of growth of the norm of $(f^n)^*$, where f^* denotes the action of the automorphism f on the cohomology of X . The automorphisms of complex tori show that the results are optimal.

© 2014 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abridged English version

Let (X, ω) be a compact Kähler manifold of dimension d and f an automorphism of X . The action of f on the cohomology groups $H^k(X, \mathbb{Z})$ is denoted by f^* (resp. by f_k^* if we want to specify k); it preserves the Hodge decomposition

$$H^n(X, \mathbb{C}) \cong \bigoplus_{p+q=n} H^{p,q}(X, \mathbb{C}) \quad H^{p,q}(X, \mathbb{C}) = \overline{H^{q,p}(X, \mathbb{C})},$$

commutes with complex conjugation, and preserves the Serre duality.

The p -th **dynamical degree** $\lambda_p(f)$ of f is defined as the spectral radius of the induced linear map $f_{p,p}^* : H^{p,p}(X, \mathbb{C}) \rightarrow H^{p,p}(X, \mathbb{C})$, i.e. as the maximum modulus of the eigenvalues of $f_{p,p}^*$. We can show that $\lambda_p(f)$ is a real eigenvalue of $f_{p,p}^*$ and that it is an eigenvalue of maximum modulus for f_{2p}^* (see [4]). See also [6] for concavity properties of the dynamical degrees.

A result of Yomdin and Gromov links the dynamical degrees of f to its topological entropy $h(f)$:

$$h(f) = \max\{\log \lambda_p(f), p = 0, \dots, d\}.$$

Giving constraints on the dynamical degrees can thus restrict the possible topological entropies.

If $d = 2$ (see [3]), one can exploit the invariance of the intersection product to prove that either $\lambda_1(f) = 1$ or $\lambda_1(f)$ and $\lambda_1(f)^{-1}$ are the only eigenvalues of f_2^* whose modulus is different from 1; furthermore if $\lambda_1(f) = 1$, then either f_2^* is periodic or the norm of $(f_2^*)^n$ grows quadratically for $n \rightarrow \infty$; finally, if $\lambda_1(f) > 1$, then f_2^* is semi-simple. Examples on complex tori show the sharpness of these results.

The aim of these notes is to find analogous results for $d = 3$.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.crma.2014.04.002>

1631-073X/© 2014 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

The main tools for my study are Hodge's index theorem (in the version extended to all the cohomology spaces, see [5]) and Serre's duality. Here is our main result.

Theorem. *Let f be an automorphism of compact Kähler manifold X of dimension 3. Let λ_i , $1 \leq i \leq 3$, denote the dynamical degrees of f .*

- λ_1 is an algebraic integer and every Galois conjugate $\beta \in \mathbb{C}$ of λ_1 has a modulus $|\beta|$ in the set

$$\left\{ \lambda_1, \frac{1}{\lambda_2}, \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}, \sqrt{\lambda_2}, \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \right\}.$$

- If α is an eigenvalue of $f_2^*: H^2(X, \mathbb{R}) \rightarrow H^2(X, \mathbb{R})$, then there exists $n \in \mathbb{N}$ such that $|\alpha|^{(-2)^n} \in \{1, \lambda_1, \lambda_2^{-1}, \lambda_1^{-1}\lambda_2\}$.
- If $\lambda_1 = 1$ the norm $\|(f_2^*)^n\|$ grows like n^k for some integer $0 \leq k \leq 4$.

More precise results are stated below, and examples on complex tori show the optimality of these results.

1. Introduction

1.1. Degrés dynamiques

Soient X une variété complexe compacte kählérienne, d sa dimension et f un automorphisme de X . L'action de f sur les groupes de cohomologie $H^k(X, \mathbb{Z})$ est notée f^* (resp. f_k^* si on veut préciser k); elle préserve la décomposition de Hodge

$$H^k(X, \mathbb{C}) \cong \bigoplus_{p+q=k} H^{p,q}(X, \mathbb{C}),$$

où $H^{p,q}(X, \mathbb{C})$ est le groupe de cohomologie de Dolbeault des formes de type (p, q) , commute à la conjugaison complexe, et préserve la dualité donnée par

$$(\alpha, \beta) \mapsto \int_X \alpha \wedge \beta$$

entre $H^{p,q}(X, \mathbb{C})$ et $H^{p',q'}(X, \mathbb{C})$, $p + p' = q + q' = d$. On note $H^{p,p}(X, \mathbb{R}) := H^{p,p}(X, \mathbb{C}) \cap H^{2p}(X, \mathbb{R})$, et $f_{p,p}^*: H^{p,p}(X, \mathbb{R}) \rightarrow H^{p,p}(X, \mathbb{R})$ l'action de f sur cet espace vectoriel. Pour $p \in \{0, \dots, d\}$, le p -ième **degré dynamique** de f est le rayon spectral $\lambda_p(f)$ de l'application linéaire $f_{p,p}^*$; autrement dit, $\lambda_p(f)$ est le maximum des modules des valeurs propres de f^* sur $H^{p,p}(X, \mathbb{C})$. On peut montrer que (i) $\lambda_p(f)$ est une valeur propre réelle positive de $f_{p,p}^*$ et que (ii) $\lambda_p(f)$ coïncide avec le rayon spectral de f^* sur $H^{2p}(X, \mathbb{C})$. C'est donc un entier algébrique, puisque f^* préserve la structure entière $H^{2p}(X, \mathbb{Z})$. (Voir [7,4] pour des démonstrations de ces résultats connus; voir aussi [6] pour propriétés de concavité des degrés dynamiques.)

D'un point de vue dynamique, Gromov et Yomdin ont montré que l'entropie topologique $h_{\text{top}}(f)$ de $f: X \rightarrow X$ est égale au maximum des logarithmes des degrés dynamiques. Notre but est d'établir certaines contraintes arithmétiques sur les degrés dynamiques lorsque $\dim(X) \leq 3$. Nos résultats fournissent donc des contraintes sur les entropies topologiques possibles (voir [9,2] pour d'autres résultats du même type). Notre outil essentiel est le théorème de l'indice de Hodge.

1.2. Surfaces

En dimension 2, le théorème de l'indice de Hodge stipule que la forme d'intersection $(\alpha, \beta) \mapsto \int_X \alpha \wedge \beta$ est une forme non dégénérée et de signature $(1, h^{1,1}(X) - 1)$ sur $H^{1,1}(X, \mathbb{R})$. Les automorphismes de X agissent par isométries vis-à-vis de cette forme. On en déduit aisément (voir [3]) que :

- l'application linéaire $f_2^*: H^2(X, \mathbb{R}) \rightarrow H^2(X, \mathbb{R})$ possède au plus deux valeurs propres de module différent de 1 : $\lambda_1(f) = \exp(h_{\text{top}}(f))$ et $\lambda_1(f)^{-1}$. Par conséquent, $\lambda_1(f)$ est, soit égal à 1, soit un entier quadratique soit un nombre de Salem;
- si $\lambda_1(f) > 1$ alors f^* est semi-simple;
- si $\lambda_1(f) = 1$ alors f_2^* est virtuellement unipotente. De plus, soit f^* est périodique, soit la norme de $(f^*)^n$ croît comme $c n^2$ (il existe un unique bloc de Jordan non trivial, et il est de taille 3×3).

Nous allons étendre ce type de résultats en dimension 3, et utiliser l'exemple des automorphismes des tores pour montrer que nos énoncés sont optimaux.

1.3. Dimension 3

On suppose maintenant que $d = 3$. Commençons par la situation la plus simple, celle où $\lambda_1(f) = 1$; on a alors $\lambda_2(f) = 1$ et, quitte à considérer un itéré de f , f^* est unipotent. On note $k_1 \geq k_2 \geq k_3 \geq \dots \geq k_l$ la taille des blocs de Jordan de f_2^* . La norme de $(f^n)_2^*$ croît comme n^{k_1-1} avec n ; par dualité de Serre, la norme de $(f_4^*)^n$ présente le même type de croissance.

Théorème 1.1. *Soient X une variété compacte kählérienne de dimension 3, $f \in \text{Aut}(X)$ un automorphisme de X . Si $\lambda_1(f) = 1$, alors la taille k_1 du bloc de Jordan maximal de f_2^* est égale à 1, 3, ou 5 et $k_2 \leq (k_1 + 1)/2$. En particulier, il n'y a qu'un bloc de taille k_1 et aucun bloc de taille 4.*

Supposons maintenant que $\lambda_1(f) > 1$ et, pour simplifier, que f^* est semi-simple (mais les résultats restent vrais dans le cas général aussi). Soit $A \subset GL(H^2(X, \mathbb{R}))$ le groupe algébrique engendré par f_2^* . À un indice fini près, on a un isomorphisme de groupes de Lie réels :

$$A \cong (\mathbb{R}^+)^r \times (\mathbb{S}^1)^s,$$

où r et s correspondent aux nombres de paramètres nécessaires pour décrire respectivement les modules et les arguments des valeurs propres de f_2^* . L'entier r est appelé **rang** de f et est noté $r(f)$. En dimension 2, on a $r(f) \leq 1$ pour tout automorphisme, alors que s peut être arbitrairement grand. Lorsque f^* n'est pas semi-simple, le rang est défini à partir de la partie semi-simple de f^* .

Théorème 1.2. *Soient X une variété compacte kählérienne de dimension 3, $f \in \text{Aut}(X)$ un automorphisme de X dont le premier degré dynamique $\lambda_1(f)$ est > 1 . Notons λ_i pour $\lambda_i(f)$, $i = 1, 2$. Alors :*

- le rang $r(f)$ de f est majoré par 2 ;
- $\lambda_1(f)$ et $\lambda_2(f)$ sont deux entiers algébriques > 1 ;
- les modules des conjugués de Galois de $\lambda_1(f)$ appartiennent à l'ensemble

$$\left\{ \lambda_1, \lambda_2^{-1}, \lambda_1^{-1}\lambda_2, \sqrt{\lambda_1^{-1}}, \sqrt{\lambda_2}, \sqrt{\lambda_1\lambda_2^{-1}} \right\};$$

- si λ est une valeur propre de f_2^* , il existe un entier $n \geq 0$ tel que $|\lambda|^{(-2)^n} \in \{\lambda_1, \lambda_2^{-1}, \lambda_1^{-1}\lambda_2, 1\}$.

Compléments au théorème 2.2. Notons Λ la liste des valeurs propres de f_2^* , répétées suivant leurs multiplicités. En séparant les deux cas $r(f) = 2$ et $r(f) = 1$, nous pouvons donner des énoncés plus précis. Posons :

$$\alpha_1 = \lambda_1(f), \quad \alpha_2 = \lambda_2(f)^{-1} = \lambda_1(f^{-1})^{-1}, \quad \alpha_3 = \alpha_1^{-1}\alpha_2^{-1}.$$

- Si $r(f) = 2$ on montre alors qu'un des cas suivants est satisfait :
 - (1) α_1, α_2 et α_3 sont tous les trois cubiques et sans conjugués de Galois réels ;
 - (2) quitte à renommer les α_i , α_1 est cubique sans conjugués de Galois réels ; α_2 et α_3 sont conjugués de degré $6k$ ($k \geq 1$), et leurs autres conjugués de Galois sont $2k - 2$ nombres de module $1/\sqrt{\alpha_1}$, $2k$ de module $1/\sqrt{\alpha_2}$ et $2k$ de module $1/\sqrt{\alpha_3}$;
 - (3) α_1, α_2 et α_3 sont conjugués de degré $6k + 3$ ($k \geq 0$), et leurs autres conjugués de Galois sont $2k$ nombres de module $1/\sqrt{\alpha_1}$, $2k$ de module $1/\sqrt{\alpha_2}$ et $2k$ de module $1/\sqrt{\alpha_3}$.
- Si $r(f) = 1$ on a les cas suivants :
 - (1) α_1 et α_2 sont tous les deux cubiques sans conjugués de Galois réels ;
 - (2) $\alpha_1 = \alpha_2^{-1}$, α_1 est conjugué à α_2 et leurs autres conjugués de Galois sont de module $\sqrt{\alpha_1}$, 1 ou $\sqrt{\alpha_2} = 1/\sqrt{\alpha_1}$.
- Si f_2^* n'est pas semi-simple mais $\lambda_1 > 1$, on montre que $\lambda_1(f) \in \{\lambda_2(f)^2, \lambda_2(f)^{1/2}\}$; en particulier, $r(f) = 1$ et $\lambda_1(f)$ et $\lambda_2(f)$ sont tous les deux cubiques sans conjugués de Galois réels. De plus :
 - (1) si $\lambda_1(f) = \lambda_2(f)^2$, alors la valeur propre $\lambda_2(f)^{-1}$ possède un bloc de Jordan non trivial de dimension $h \leq 3$; les autres valeurs propres dans Λ ayant des blocs non triviaux sont de module $\lambda_2(f)^{1/2} = \lambda_1(f)^{1/4}$, et leurs blocs sont de dimension au plus $h - 1$ (en particulier au plus 2) ;
 - (2) de même, si $\lambda_1(f) = \sqrt{\lambda_2(f)}$, alors la valeur propre $\lambda_1(f)$ possède un bloc de Jordan non trivial de dimension $h \leq 3$; les autres valeurs propres dans Λ ayant des blocs non triviaux sont de module $\lambda_1(f)^{-1/2}$, et leurs blocs sont de dimension au plus $h - 1$ (en particulier au plus 2).

2. Esquisses de preuves

Je montre ici le [théorème 1.1](#) et le premier point du [théorème 1.2](#). Les preuves complètes paraîtront dans un article détaillé; elles sont disponibles dans la prépublication [\[8\]](#).

2.1. Théorème de l'indice de Hodge et dualité

Les outils fondamentaux pour cette étude sont le théorème de l'indice de Hodge (dans la version étendue aux espaces $H^{p,q}(X, \mathbb{C})$, voir [5]) et la dualité de Serre. Citons directement le corollaire du théorème de l'indice de Hodge qui nous servira :

Proposition 2.1. Soit X une variété compacte kählérienne. Si $u, v \in S := H^{1,1}(X, \mathbb{C}) \cup (H^{0,2}(X, \mathbb{C}) \oplus H^{2,0}(X, \mathbb{C}))$ sont linéairement indépendants et $u \wedge \bar{u} = u \wedge \bar{v} = 0$, alors $v \wedge \bar{v} \neq 0$.

Les propriétés de dualité utilisées peuvent être résumées ainsi. Si X est une variété compacte kählérienne de dimension 3 et $f: X \rightarrow X$ est un automorphisme de X , alors $f_2^*: H^2(X, \mathbb{C}) \rightarrow H^2(X, \mathbb{C})$ est la duale (via dualité de Serre) de $(f_4^*)^{-1}: H^4(X, \mathbb{C}) \rightarrow H^4(X, \mathbb{C})$. En particulier, si Λ est la liste des valeurs propres de f_2^* (répétées avec multiplicités), alors l'ensemble des valeurs propres de f_4^* est $\Lambda^{-1} := \{\lambda^{-1}, \lambda \in \Lambda\}$. De même, si f_2^* est unipotent avec bloc de Jordan maximal de dimension k , alors f_4^* est aussi unipotent avec bloc de Jordan maximal de dimension k .

2.2. Cas unipotent

Supposons f^* unipotent. D'après § 2.1, la taille maximale pour les blocs de f_4^* est aussi égale à k_1 ; en particulier, $\|(f_4^*)^n(w)\| \leq c^{ste} n^{k_1-1}$. Notons $k = k_1$.

Soit $v_1, \dots, v_k \in S \cap H^2(X, \mathbb{R}) \subset H^2(X, \mathbb{C})$ une base pour un bloc de Jordan maximal de f_2^* telle que $f^*v_1 = v_1$ et $f^*v_{i+1} = v_{i+1} + v_i$ pour $i = 1, \dots, k-1$. Supposons par l'absurde que $k \geq 6$. On remarque que

$$(f^*)^n(v_k \wedge v_k) = h_0 n^{2k-2}(v_1 \wedge v_1) + h_1 n^{2k-3}(v_1 \wedge v_2) + n^{2k-4}(av_1 \wedge v_3 + bv_2 \wedge v_2) + o(n^{2k-4})$$

pour des constantes $h_0, h_1, a, b \in \mathbb{R}$ telles que $h_0 \neq 0, h_1 \neq 0$. Comme $2k-4 > k$, on doit avoir

$$v_1 \wedge v_1 = v_1 \wedge v_2 = av_1 \wedge v_3 + bv_2 \wedge v_2 = 0,$$

car sinon la taille de f_4^* serait $> k$. Le même calcul pour $(f^*)^n(v_{k-1} \wedge v_{k-1})$ montre que $cv_1 \wedge v_3 + dv_2 \wedge v_2 = 0$ pour d'autres constantes $c, d \in \mathbb{R}$ explicites. On montre que les équations obtenues sont indépendantes, ce qui implique $v_2 \wedge v_2 = 0$, en contradiction avec le théorème de l'indice de Hodge (cf. § 2.1). Ceci montre $k_1 \leq 5$.

Pour démontrer que k_1 est impair, on remarque que f_2^* (et son inverse) préservent le cône convexe saillant formé des classes de formes de Kähler. Les propriétés restantes du [théorème 1.1](#) sont montrées par des arguments similaires.

Exemple 2.2. En prenant pour X le quotient de \mathbb{C}^3 par le réseau $(\mathbb{Z}[\sqrt{-1}])^3$, et pour f l'automorphisme induit par les transformations linéaires de \mathbb{C}^3 formée d'un unique bloc de Jordan, de taille 3 (resp. de deux blocs, l'un de taille 2 l'autre de taille 1), on trouve $k_1 = 5, k_2 = 3, k_3 = 1$ sur $H^{1,1}(X, \mathbb{C})$ (resp. $k_1 = 3$, puis $k_2, k_3, k_4 = 2$).

2.3. Cas semi-simple

Dans le cas semi-simple, le théorème de l'indice de Hodge et la dualité de Serre donnent :

Proposition 2.3. Si λ, λ' sont deux éléments distincts de Λ (ou si $\lambda = \lambda'$ est un élément de Λ de multiplicité > 1), alors $\{\frac{1}{|\lambda|^2}, \frac{1}{\lambda\lambda'}, \frac{1}{|\lambda'|^2}\} \cap \Lambda \neq \emptyset$.

C'est le point de départ de la preuve du premier point du [théorème 1.2](#). Le module de chaque valeur propre λ de f_2^* donne un morphisme de groupes de Lie $\phi_\lambda: A \rightarrow \mathbb{R}^+$: en effet, il existe, soit un vecteur propre réel v pour la valeur propre λ (ou $-\lambda$), soit un sous-espace réel W de dimension 2 de $H^2(X, \mathbb{R})$ où f_2^* agit comme λR_θ pour une rotation R_θ adéquate. Il est alors facile de voir que tout élément g de A agit sur v (resp. sur W) comme $\pm \lambda_g Id$ (resp. comme $\lambda_g R_{\theta_g}$) pour un nombre réel positif $\lambda_g \in \mathbb{R}^+$ (et éventuellement pour un angle de rotation $\theta_g \in [0, 2\pi)$); on définit alors $\phi_\lambda(g) = \lambda_g$.

En appliquant l'isomorphisme exponentiel $\exp: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, ϕ_λ induit une application linéaire $\mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}$, qu'on appelle le **poids** de λ . En notant L l'ensemble des poids des éléments de Λ , la [proposition 2.3](#) devient : si l et l' sont dans L , alors $\{-2l, -l-l', -2l'\} \cap L \neq \emptyset$. On construit ensuite par récurrence une base l_1, \dots, l_r de $(\mathbb{R}^r)^\vee$ contenue dans L et une base v_1, \dots, v_r de \mathbb{R}^r telles que :

- (1) $|l_i(v_i)| = \max_{l \in L} |l(v_i)|$;
- (2) si $i > j$ alors $l_i(v_j) = 0$.

Maintenant, supposons par l'absurde que $r \geq 3$ et prenons deux bases comme ci-dessus. Par le point (1), on a $-2l_i \notin L$ pour tout $i = 1, \dots, r$, donc par la [proposition 2.3](#), $-l_1 - l_2, -l_1 - l_3 \in L$. En appliquant à nouveau la [proposition 2.3](#), on obtient

$\{2l_1 + 2l_2, 2l_1 + l_2 + l_3, 2l_1 + 2l_2\} \cap L \neq \emptyset$, ce qui contredit le point (1) pour $i = 1$: en effet, $|(2l_1 + al_2 + bl_3)(v_1)| = 2|l_1(v_1)| > |l_1(v_1)|$. On a donc montré que le rang de f est au plus 2.

La preuve des deux autres points du [théorème 1.2](#) passe par une analyse séparée des deux cas non triviaux $r(f) = 1$ et $r(f) = 2$, à l'aide de résultats basiques de théorie de Galois, see [1].

À nouveau, le cas des tores montrent que le [théorème 1.2](#) est essentiellement optimal.

Exemple 2.4. Si $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ est un polynôme unitaire à coefficients entiers de degré 6 tel que $p(0) = 1$ et dont toutes les racines sont non réelles, alors il existe un tore complexe X de dimension 3 et $f \in \text{Aut}(X)$ tel que f_1^* est semi-simple et que ses valeurs propres sont les racines de p . Comme pour un tore $H^2(X, \mathbb{Z}) = \bigwedge^2 H^1(X, \mathbb{Z})$, l'arithmétique des valeurs propres de f_2^* se déduit du groupe de Galois de p .

Si on choisit $p(x) = x^6 - x^5 + x^3 - x^2 + 1$ (resp. $p(x) = x^6 + x^5 + 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x + 1$, $p(x) = x^6 + x^5 + 4x^4 + x^3 + 2x^2 - 2x + 1$), on a, respectivement :

- $r = 2$; $\alpha_1 = \lambda_1$ est conjugué à $\alpha_2 = \lambda_2^{-1}$, à $\alpha_3 = \alpha_1^{-1}\alpha_2^{-1}$, à deux couples de conjugués complexes de module $1/\sqrt{\alpha_1}$, deux de module $1/\sqrt{\alpha_2}$ et deux de module $1/\sqrt{\alpha_3}$;
- $r = 2$; α_1 est cubique sans conjugués de Galois réels; α_2 et α_3 sont conjugués, et leurs autres conjugués de Galois sont un couple de conjugués complexes de module $1/\sqrt{\alpha_1}$, deux couples de module $1/\sqrt{\alpha_2}$ et deux couples de module $1/\sqrt{\alpha_3}$;
- α_1, α_2 et α_3 sont tous les trois cubiques sans conjugués de Galois réels; il n'est pas facile de déterminer si $r = 1$ ou $r = 2$.

2.4. Dimension supérieure

En dimension d , les résultats obtenus suggèrent que le rang $r(f)$ est majoré par $d - 1$ et que le taux de croissance polynomial de $(f_2^*)^n$ est majoré par $2d - 1$ lorsque f^* est virtuellement unipotente. Les arguments utilisés pour la dimension 3 ne s'appliquent pas directement en dimension supérieure, et il semble probable qu'il faille utiliser des propriétés plus profondes concernant l'invariance des cônes des formes positives dans $H^{k,k}(X, \mathbb{R})$.

Remerciements

Je remercie S. Cantat, qui m'a proposé de travailler sur ce sujet et m'a suggéré les techniques que j'ai utilisées pour les preuves; je remercie aussi le département de mathématiques et applications de l'ENS de Paris pour son hospitalité.

Références

- [1] E. Artin, *Galois Theory*, University of Notre Dame Press, London, 1971.
- [2] J. Blanc, S. Cantat, Dynamical degrees of birational transformations of projective surfaces, arXiv:1307.0361 ou <http://perso.univ-rennes1.fr/serge.cantat/publications.html>.
- [3] S. Cantat, Dynamics of automorphisms of compact complex surfaces, in: *Frontiers in Complex Dynamics: A Volume in Honor of John Milnor's 80th Birthday*, Princeton University Press, Princeton, NJ, États-Unis, 2014, voir <http://perso.univ-rennes1.fr/serge.cantat/Articles/dyn-aut.pdf>.
- [4] T.-C. Dinh, Suites d'applications méromorphes multivaluées et courants laminaires, *J. Geom. Anal.* 15 (2) (2005) 207–227.
- [5] T.-C. Dinh, V.-A. Nguyễn, The mixed Hodge–Riemann bilinear relations for compact Kähler manifolds, *Geom. Funct. Anal.* 16 (4) (2006) 838–849.
- [6] M. Gromov, Convex sets and Kähler manifolds, in: *Advances in Differential Geometry and Topology*, World Sci. Publ., Teaneck, NJ, États-Unis, 1990, pp. 1–38.
- [7] V. Guedj, Propriétés ergodiques des applications rationnelles, in: S. Cantat, A. Chambert-Loir (Eds.), *Quelques aspects des systèmes dynamiques polynômes*, Société mathématique de France, 2010, pp. 119–130.
- [8] F. Lo Bianco, Bornes sur les degrés dynamiques d'automorphismes de variétés kählériennes : généralités et analyse du cas de la dimension 3, Stage de M2 sous la direction de S. Cantat, ENS Ulm, Paris, septembre 2013, voir <http://perso.univ-rennes1.fr/serge.cantat/Documents/LoBianco-M2.pdf>.
- [9] W.P. Thurston, Entropies in dimension one, preprint, 2012, pp. 1–37.